

### Escuela de Ingeniería de Sistemas

PROGRAMA DEL CURSO: Cálculo 30

TIPO: Obligatoria PRELACIÓN: Cálculo 20 CÓDIGO: ISBC30 UBICACIÓN: 3<sup>er</sup> semestre

TPLU: 6 0 0 6 CICLO: Básico

# JUSTIFICACIÓN

El propósito de esta materia es profundizar en el Análisis y Cálculo Diferencial para utilizarlo como herramienta necesaria en la comprensión de los fenómenos de la física y la ingeniería.

#### **OBJETIVOS**

Preparar al estudiante en el área del Cálculo de varias variables a fin de que sea capaz de utilizar las técnicas y conocimientos matemáticos de interés en la física e ingeniería.

# CONTENIDO PROGRAMÁTICO

## Unidad I: Funciones reales de varias variables. Límites y continuidad.

- Tema 1. Concepto de función real de dos variables y la gráfica del dominio, funciones de varias variables.
- Tema 2. Límites en un punto (ordinarios, direccionales y a lo largo de una curva). Propiedades de los límites y cálculo de límites. Continuidad de puntos interiores y en conjuntos abiertos. Signos de una función continua. Continuidad de sumas, diferencias, productos, cocientes y funciones compuestas.

# Unidad II: Derivadas parciales y diferenciales de funciones de varias variables

- Tema 1. Concepto de derivada parcial y derivada direccional en un punto. Relación entre derivabilidad y continuidad. Funciones derivadas parciales de primer orden y las derivadas parciales de orden superior. Teorema de Schwarz. Concepto de función diferenciable en un punto. La continuidad de las derivadas parciales de primer orden garantiza la diferenciabilidad y continuidad.
- Tema 2. Relación entre la diferenciabilidad y la derivabilidad en todas las direcciones: expresión de cualquier derivada direccional en función de las derivadas parciales, el vector gradiente en un punto y expresión de la diferencial como producto escalar. Interpretación geométrica del vector gradiente. El vector normal y el plano tangente a la gráfica en un punto de diferenciabilidad de la función.
- Tema 3. Interpretación geométrica del vector gradiente. El vector normal y el plano tangente a la gráfica en un punto de diferenciabilidad de la función.

Interpretación geométrica de la diferencial en dicho punto. Cálculo aproximado por uso de diferenciales con funciones de dos o mas variables. Aplicación de los diferenciales al cálculo de errores.

## **Unidad III:** Funciones implícitas y extremos relativos

- Tema 1. Diferencial de una función compuesta. Cambio de sistemas de coordenadas cartesianas, polares, esféricas y cilíndricas.
- Tema 2. Aplicación a la obtención de derivadas para funciones definidas implícitamente: función implícita de una variable, función implícita de dos variables y sistemas de dos funciones implícitas de dos variables (Jacobiano). Teorema de Valor Medio. Fórmula de Taylor.
- Tema 3. Generalizaciones a tres o mas variables. Extremos relativos para funciones de dos variables: Hessiano, extremos absolutos. Extremos relativos condicionados: método de los multiplicadores de Lagrange.

### **Unidad IV:** Integrales dobles y triples

- Tema 1. Concepto de integral doble. Relación entre funciones integrables y funciones continuas. Interpretación geométrica de la integral doble de una función continua. Cálculo de integrales dobles mediante integración reiterada. Propiedades de las integrales dobles. Cambio de variable en un integral doble. Utilización de las coordenadas polares para resolver integrales dobles. Cálculo de áreas planas y de volúmenes por integrales dobles. Cálculo de centro de masa y momento de inercia.
- Tema 2. Concepto de integrales triples mediante integraciones reiteradas. Propiedades de las integrales triples. Cambio de variable en un integral triple. Coordenadas cilíndricas y esféricas: Aplicación al cálculo de integrales triples: Volúmenes, centro de gravedad y momentos de inercia.

### Unidad V: Integrales de línea y de superficie

- Tema 1. Concepto de integral curvilínea, propiedades de las integrales curvilíneas. Teorema de Green. Integrales curvilíneas planas independientes del camino de integración. Funciones vectoriales de dos variables reales: límites, continuidad y derivadas parciales.
- Tema 2. Concepto de superficie en el espacio: coordenadas curvilíneas de los puntos de la superficie. El vector normal y el plano tangente a la superficie en un punto. Orientación de superficie. Concepto de integral de superficie.
- Tema 3. Campos vectoriales: líneas de fuerza. Circulación de un vector a lo largo de una curva. Campos que derivan de un potencial. Flujo de un campo vectorial a través de una superficie. El operador nabla: gradiente, divergencia y rotacional. El operador de Laplace. Teorema de Stokes. Teorema de Gauss-Ostrogradski

#### METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

Clases Magistrales. Clases de Problemas. Clases de resolución de ejercicios por los estudiantes.

### **RECURSOS**

- Aulas adecuadamente acondicionadas y sin ruidos molestos.
- Tiza y buenos pizarrones.
- Existencia de bibliografía recomendada en la Biblioteca de la Facultad.

## **EVALUACIÓN**

Evaluación continua e integral

### BIBLIOGRAFÍA

Apóstol, T. Análisis Matemático. Editorial Reverté, S.A. Segunda Edición, 1982.

Demidovich, B. Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático. Editorial MIR, Moscú.

Granville, W. Cálculo Diferencial e Integral. Limusa Noriega Editores.

Leithold, L. El Cálculo con Geometría Analítica. Harla S.A.

Piskunov, N. Cálculo diferencial e integral.

Purcell E. y Varberg, D. Cálculo con Geometría Analítica. Editorial Prentice-Hall.

Salas y Hill. Calculus. Editorial Reverté S.A.

Zill, D. El cálculo con Geometría Analítica. Grupo editorial Iberoamericana.