

EJERCICIOS PARA EL SEGUNDO PARCIAL DE TEORÍA DE LA COMPUTACIÓN

1. Eliminar los símbolos inútiles de las siguientes gramáticas

- $\{S \rightarrow aAb|cEB|CE, A \rightarrow dBE|eeC, B \rightarrow ff|D, C \rightarrow gFB|ae, D \rightarrow h\}$
- $\{S \rightarrow aB, A \rightarrow bcCCCdA, B \rightarrow e, C \rightarrow fA, D \rightarrow Dgh\}$
- $\{S \rightarrow aAb, A \rightarrow ccC, B \rightarrow dd|D, C \rightarrow ae, D \rightarrow f, U \rightarrow gW, W \rightarrow h\}$
- $\{S \rightarrow a|aA|B, A \rightarrow aB|\lambda, B \rightarrow Aa, D \rightarrow ddd\}$
- $\{S \rightarrow AA, A \rightarrow ABa|ACa|a, B \rightarrow ABa|Ab|\lambda, C \rightarrow Cab, D \rightarrow Cd|CEa, E \rightarrow b\}$
- $\{S \rightarrow aAb|cEB|CE, A \rightarrow dBE | eeC, B \rightarrow ff | D, C \rightarrow gFB | ae D \rightarrow h\}$
- $\{S \rightarrow a|aA|B|C, A \rightarrow aB | \epsilon, B \rightarrow Aa, C \rightarrow bCD, D \rightarrow ccc\}$
- $\{S \rightarrow aAb, A \rightarrow ccC, B \rightarrow dd | D, C \rightarrow ae, D \rightarrow f, U \rightarrow gW, W \rightarrow h \}$

2. Eliminar las producciones nulas de las siguientes gramáticas

- $\{S \rightarrow aA|bA|a, A \rightarrow aA|bAb|\lambda\}$
- $\{S \rightarrow AB, A \rightarrow aA|abB|aCa, B \rightarrow bA|BB|\lambda, C \rightarrow \lambda\}$
- $\{S \rightarrow a|aA|B, A \rightarrow aB|\lambda, B \rightarrow Aa\}$
- $\{S \rightarrow AB, A \rightarrow aA | abB | aCa, B \rightarrow bA | BB | \epsilon, C \rightarrow \epsilon, D \rightarrow dB | BCB\}$
- $\{S \rightarrow AbaC, A \rightarrow AB, B \rightarrow b|\epsilon, C \rightarrow D|\epsilon, D \rightarrow d\}$

3. Eliminar las producciones unitarias de las siguientes gramáticas

- $\{S \rightarrow Aa|Ba|B|S, A \rightarrow Aa|\lambda, B \rightarrow aA|BB|\lambda\}$
- $\{S \rightarrow CBa|D, A \rightarrow bbC, B \rightarrow Sc|ddd, C \rightarrow eA|f|C, D \rightarrow E|SABC, E \rightarrow gh\}$

- c. $\{S \rightarrow a|aA|B, A \rightarrow aB|\lambda, B \rightarrow Aa\}$
- d. $\{S \rightarrow CBa|D, A \rightarrow bbC, B \rightarrow Sc|ddd, C \rightarrow eA|f| C, D \rightarrow E|SABC, E \rightarrow gh\}$
- e. $\{S \rightarrow Aa|Ba|B, A \rightarrow Aa | \epsilon, B \rightarrow aA | BB | \epsilon\}$

4. Obtener la Forma Normal de Chomsky para las siguientes gramáticas

- a. $\{S \rightarrow ABC |BaB, A \rightarrow aA|BAC |aaa, B \rightarrow bBb|a, C \rightarrow CA|AC\}$
- b. $\{S \rightarrow AB|AC, A \rightarrow aAb|a, B \rightarrow bbA|aaB|AB, C \rightarrow abCa|aDb, D \rightarrow bD|aC\}$
- c. $\{S \rightarrow AB|CA, A \rightarrow a, B \rightarrow BC|AB, C \rightarrow aB|b\}$
- d. $\{S \rightarrow aAb|cHB|CH, A \rightarrow dBH|eeC, B \rightarrow ff | D, C \rightarrow gFB|ah, D \rightarrow i, E \rightarrow jF, F \rightarrow dcGGG | cF, G \rightarrow kF, H \rightarrow Hlm\}$

5. Hallar un autómata a pila que acepte cada uno de los siguientes lenguajes:

- a. $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{a\}$ (con menos de cuatro estados).
- b. $L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$
- c. $L = \{wcwR \mid w \in (a+b)^*\}$
- d. $L = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n \geq 0, m \geq 0\}$
- e. $L = \{a^n b^{n+m} c^m \mid n \geq 0, m \geq 1\}$
- f. $L = \{a^3 b^n c^n \mid n \geq 0\}$
- g. $L = \{a^n b^m \mid n \leq m \leq 3n\}$
- h. $L = \{w \mid \#_a w = \#_b w + 1\}$
- i. $L = \{w \mid \#_a w = 2\#_b w\}$
- j. $L = \{w \mid \#_a w + \#_b w = \#_c w\}$
- k. $L = \{w \mid 2\#_a w \leq \#_b w \leq 3\#_a w\}$
- l. $L = \{a^n b^m \mid n \geq 0, n \neq m\}$
- m. $L = \{w_1 c w_2 \mid w_1, w_2 \in (a+b)^*, w_1 \neq w_2^R\}$

6. Dados los siguientes autómatas con pila que se indican:

- a. Dibuja la representación gráfica de cada uno.
- b. Comprueba si reconocen o no las cadenas que se indican en cada caso, mostrando las transiciones que se vayan produciendo “paso a paso”.

A. $AP1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$, donde $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, Z_0\}$, $F = \{q_1\}$ y δ se define como

$$(1) \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{(q_1, Z_0)\}$$

$$(2) \delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_0, aZ_0)\}$$

$$(3) \delta(q_0, a, a) = \{(q_0, aa)\}$$

$$(4) \delta(q_0, a, b) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

$$(5) \delta(q_0, b, Z_0) = \{(q_0, bZ_0)\}$$

$$(6) \delta(q_0, b, a) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

$$(7) \delta(q_0, b, b) = \{(q_0, bb)\}$$

$$L(P1) = L = \{w \mid w \text{ contiene la misma cantidad de } \mathbf{a} \mathbf{e} \mathbf{s} \text{ que de } \mathbf{b} \mathbf{e} \mathbf{s}\}$$

Analiza: $x = aabbab$, $y = abbbba$, $z = babaa$

B. $AP2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$, donde $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $\Sigma = \{a, b, c, \$\}$, $\Gamma = \{a, b, Z_0\}$, $F = \{q_4\}$ y δ se define como

$$(1) \delta(q_0, a, Z_0) = (q_1, a Z_0)$$

$$(2) \delta(q_1, b, a) = (q_2, \varepsilon)$$

$$(3) \delta(q_2, c, a) = (q_3, \varepsilon)$$

$$(4) \delta(q_3, \$, Z_0) = (q_4, \varepsilon)$$

$$(5) \delta(q_1, a, a) = (q_1, aa)$$

$$(6) \delta(q_2, b, a) = (q_2, \varepsilon)$$

$$(7) \delta(q_3, c, a) = (q_3, \varepsilon)$$

Analiza: $x = aabc\$$, $y = aaaaaabbccccc\$$, $z = aaaaabbbcc\$$

¿Qué lenguaje reconoce P2 según el criterio de estado final?

C. **AP3** = (**Q, Σ , Γ , δ , q_0 , Z_0 , F**), donde $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, Z_0\}$, $F = \{q_2\}$ y δ se define como

$$(1) \delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_1, a), (q_2, \epsilon)\}$$

$$(2) \delta(q_1, a, b) = \{(q_2, \epsilon)\}$$

$$(3) \delta(q_1, b, a) = \{(q_1, b)\}$$

$$(4) \delta(q_1, b, b) = \{(q_1, b)\}$$

Analiza $x = aba$, $y = abbbba$, $z = abbabba$

¿Cuál es el lenguaje aceptado por este autómata con pila?

7. Construye autómatas con pila que reconozcan por el criterio de **vaciado** de pila y que sean equivalentes a los autómatas con pila, que reconocen por el criterio de estado final, del ejercicio anterior.

8. Considera las gramáticas de contexto libre que se indican:

- a. Construye un autómata con pila equivalente a cada una de las gramáticas.
- b. Utiliza los autómatas contruidos en el apartado anterior para comprobar que las cadenas que se indican en cada caso son aceptadas por cada uno de los autómatas, mostrando al mismo tiempo las derivaciones por la izquierda y los árboles sintácticos correspondientes.

A. **G1** = (**VN, VT, P1, E**), donde

$$P1 = \{E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid a \mid b \mid c \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid + \mid * \}$$

Analiza $x = a * (b + 3 * c)$

B. **G2** = (**VN, VT, P2, S**), donde

$$P2 = \{S \rightarrow S + S \mid S * S \mid (S) \mid \text{identificador}\}$$

Analiza $x = a*(b+c)$

C. $G3 = (VN, VT, P3, S)$, donde

$P3 = \{ S \rightarrow \langle \text{tipo} \rangle \langle \text{lista} \rangle ;$

$S \mid \langle \text{tipo} \rangle \langle \text{lista} \rangle ;$

$\langle \text{tipo} \rangle \rightarrow \text{char} \mid \text{int} \mid \text{long} \mid \text{float} \mid \text{double} \mid \text{short}$

$\langle \text{lista} \rangle \rightarrow \text{identificador} \mid \langle \text{lista} \rangle, \text{identificador} \}$

Analiza $x = \text{char letra, tecla; int edad, sueldo ;}$

Analiza $y = \text{float error; long distancia, longitud ;}$

D. $G4 = (VN, VT, P4, S)$, donde

$P4 = \{ \langle \text{tipo} \rangle \rightarrow \text{integer} \mid \text{char}$

$\langle \text{tipo} \rangle \rightarrow \text{array} [\text{número} .. \text{número}] \text{ of } \langle \text{tipo} \rangle \}$

Analiza $x = \text{array} [10 .. 20] \text{ of char}$

Analiza $y = \text{array} [1 .. 12] \text{ of array}[1 .. 4] \text{ of integer}$

E. $G5 = (VN, VT, P5, S)$, donde

$P5 = \{ \langle \text{asignación_lógica} \rangle \rightarrow \langle \text{identificador} \rangle := \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{predicado} \rangle \text{ or } \langle \text{disyunción} \rangle$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{disyunción} \rangle$

$\langle \text{disyunción} \rangle \rightarrow \langle \text{disyunción} \rangle \text{ and } \langle \text{conjunción} \rangle$

$\langle \text{disyunción} \rangle \rightarrow \langle \text{conjunción} \rangle$

$\langle \text{conjunción} \rangle \rightarrow \langle \text{simple} \rangle \mid \text{not} (\langle \text{predicado} \rangle)$

$\langle \text{simple} \rangle \rightarrow \langle \text{operando} \rangle \langle \text{relación} \rangle \langle \text{operando} \rangle$

$\langle \text{simple} \rangle \rightarrow \text{true} \mid \text{false} \mid (\langle \text{predicado} \rangle)$

$\langle \text{operando} \rangle \rightarrow \text{identificador} \mid \text{número}$

$\langle \text{relación} \rangle \rightarrow \langle \mid \rangle \mid \langle \rangle \mid \langle = \rangle$

Analiza $\text{mayor} := (X > 18) \text{ or not } (Z = Y)$

Analiza $\text{capaz} := (X > 19 \text{ and } Z < Y) \text{ or } Y > 17$

6. Construye una gramática de contexto libre equivalente al siguiente autómata con pila:

APND = $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ donde $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, Z_0\}$, $F = \{q_2\}$ y la función de transición δ se define como

$$(1) \delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_0, aZ_0)\}$$

$$(2) \delta(q_0, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$(3) \delta(q_1, \varepsilon, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$(4) \delta(q_0, a, a) = \{(q_0, aa)\}$$

$$(5) \delta(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$(6) \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

Utiliza el autómata con pila y la gramática de contexto libre para comprobar si la cadena $w = aabb$ es aceptada por el autómata y generada por la gramática.

7. Obtenga una gramática independiente del contexto que genere el mismo lenguaje que acepta el:

APND $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, Z_0, F)$, donde $q = \{q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, Z_0\}$, $F = \{q_2\}$ y δ esta dado mediante:

$$(1) \delta(q_1, a, z) = \{(q_1, az)\}$$

$$(2) \delta(q_1, b, a) = \{(q_1, aa)\}$$

$$(3) \delta(q_1, a, a) = \{(q_2, \lambda)\}$$