UNIVERSITAS GADJAH MADA
FAKULTAS TEKNIK
DEPARTEMEN TEKNIK ELEKTRO DAN TEKNOLOGI INFORMASI

TUGAS METODE NUMERIS

INTEGRASI NUMERIK DENGAN METODE TRAPEZOIDAL, ROMBERG, ADAPTIVE, DAN GAUSSIAN QUADRATURE

Ditulis oleh:

Kelompok:

1. Nathanael Satya Saputra (NIM NAEL)
2. Muhammad Nafal Zakin Rustanto (24/535255/TK/59364)
3. Yohanes Anthony Saputra (NIM ANTHONY)
4. Johannes De Deo Dimas Aryobimo (NIM BIMO)

BAGIAN 1: Dasar Teori

1.1. Integrasi Analitik (Metode Eksak)

Integrasi analitik adalah metode perhitungan integral menggunakan rumus-rumus kalkulus secara langsung. Metode ini memberikan nilai eksak (tepat) dari suatu integral jika fungsi yang diintegralkan memiliki antiturunan yang dapat ditentukan.

Definisi Integral Tentu:

Integral tentu dari fungsi $f(x)$ pada interval $[a, b]$ didefinisikan sebagai:

$$I = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

di mana $F(x)$ adalah antiturunan dari $f(x)$, yaitu $F'(x) = f(x)$.

Teorema Fundamental Kalkulus:

Jika $f(x)$ kontinu pada interval $[a, b]$ dan $F(x)$ adalah antiturunan dari $f(x)$, maka:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Kegunaan:

Hasil dari integrasi analitik digunakan sebagai nilai pembanding (nilai eksak) untuk mengevaluasi akurasi metode-metode integrasi numerik. Error dari metode numerik dihitung sebagai selisih absolut antara hasil numerik dengan nilai eksak ini.

1.2. Metode Trapezoidal Rule

[Isi teori tentang metode Trapezoidal Rule]

1.3. Metode Romberg Integration

[Isi teori tentang metode Romberg Integration]

1.4. Metode Adaptive Integration

[Isi teori tentang metode Adaptive Integration]

1.5. Metode Gaussian Quadrature

[Isi teori tentang metode Gaussian Quadrature]

BAGIAN 2: Langkah Perhitungan

2.1. Perhitungan Integrasi Analitik (Nilai Eksak)

Fungsi 1: $f(x) = \cos(x)$ pada interval $[0, \frac{\pi}{2}]$

Langkah perhitungan:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{\pi/2} \cos(x)\,dx \\ &= \sin(x)\Big|_0^{\pi/2} \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(0) \\ &= 1 - 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Nilai Eksak: $I_1 = 1.0$

Fungsi 2: $f(x) = x^2$ pada interval $[0, 1]$

Langkah perhitungan:

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_0^1 x^2 \, dx \\ &= \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 \\ &= \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} \\ &= \frac{1}{3} - 0 \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Nilai Eksak: $I_2 = 0.333333...$ atau $\frac{1}{3}$

2.2. Perhitungan Metode Trapezoidal Rule

[Isi langkah-langkah perhitungan menggunakan metode Trapezoidal Rule]

2.3. Perhitungan Metode Romberg Integration

[Isi langkah-langkah perhitungan menggunakan metode Romberg Integration]

2.4. Perhitungan Metode Adaptive Integration

[Isi langkah-langkah perhitungan menggunakan metode Adaptive Integration]

2.5. Perhitungan Metode Gaussian Quadrature

[Isi langkah-langkah perhitungan menggunakan metode Gaussian Quadrature]

BAGIAN 3: Hasil dan Perbandingan Error

3.1. Hasil Perhitungan

[Isi tabel hasil perhitungan dari semua metode]

3.2. Perbandingan Error

[Isi analisis perbandingan error dari semua metode]

3.3. Kesimpulan

[Isi kesimpulan dari hasil dan perbandingan error]