

# Projet AGGP - Synthèse des articles

10 mars 2011

## 1 Mesures possibles sur réseaux

### Degré d'un noeud : $k$

Représente le nombre de connexions branchées sur un noeud.

### Degré moyen d'un graphe : $\langle k \rangle$

Représente le nombre moyen de connexions branchées sur un noeud dans le graphe.

### Distribution des degrés : $P(k)$

La distribution des degrés des noeuds du graphe donne des informations sur la nature du graphe : scale-free, random...

### "Degree exponent" : $\gamma$

Ce paramètre n'a de sens que dans le cas de scale-free networks. Il traduit le rôle des hubs dans le réseau.

### Plus petit chemin : $l$

Le plus petit chemin qui relie deux noeuds. Attention, dans le cas de graphes orientés, il est probable que  $l_{AB} \neq l_{BA}$ .

### Plus petit chemin moyen : $\langle l \rangle$

Moyenne des plus petits chemins qui relient deux à deux tous les noeuds du graphe.  $\langle l \rangle$  traduit la navigabilité du graphe : plus  $\langle l \rangle$  est petit, plus le chemin entre deux points du graphe est court.

### Coefficient de clustering : $C_I$

Nombre de "triangles" ABI passant par le noeud I, où A et B représentent deux noeuds du graphe.

$C_i = \frac{2n_i}{k(k-1)}$ , avec  $n_i$  le nombre de liens reliant les  $k$  voisins de I.  $C$  est la signature d'une potentielle modularité du graphe.

### Coefficient de clustering moyen : $\langle C \rangle$

Moyenne des  $\langle C_I \rangle$ .

### Distribution des coefficients de clustering : $P(C)$

Traduit le caractère hiérarchique du réseau :  $C(k) \sim k^{-1}$

### Important :

$\langle k \rangle, \langle l \rangle, \langle C \rangle$  dépendent du nombre de noeuds et de liens ( $N, L$ ) du graphe, alors que  $P(k)$  et  $C(k)$  n'en sont pas dépendant. Ces deux derniers paramètres permettent de caractériser le réseau : scale-free, random...

## 2 Réseau aléatoire

On construit un réseau aléatoire en connectant un nombre fixe  $N$  de noeuds de façon aléatoire. On sait que dans un réseau aléatoire,  $P(k)$  suit une distribution de Poisson.

Les réseaux aléatoires ne peuvent pas expliquer les propriétés topologiques des réseaux biologiques. Dans de tels réseaux,  $\langle l \rangle = \log(N)$  : propriété de "petit monde".

## 3 Scale free networks

Dans ce type de réseau, on prend en compte la présence de noeuds très fortement branchés aux autres noeuds du graphes. De tels noeuds sont appelés des **hubs**.

Exemple :

- sur internet : Twitter, Google, Youtube, Facebook,...
- dans un réseau métabolique : ATP, ADN<sub>pol</sub>, ...

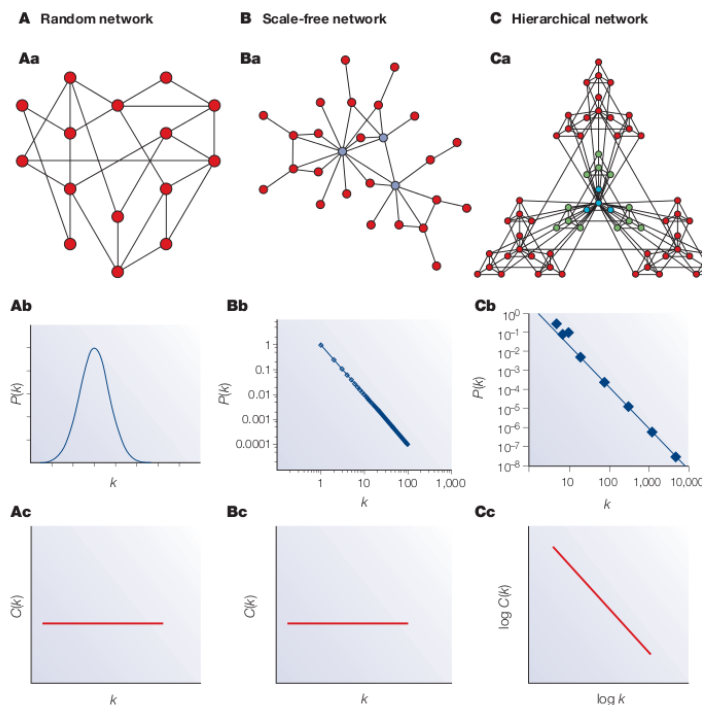
La présence de ces hubs bouleverse la distribution de  $\langle P(k) \rangle$ . On a alors  $P(k) \sim k^{-\gamma}$  (**loi de puissance**), avec  $\gamma$  degré exponent, traduisant le rôles des hubs dans le réseau.

La valeur de  $\gamma$  est primordiale pour caractériser le réseau :

- $\gamma > 3$  : pas de hubs dans le réseau. Ce n'est pas un scale-free,
- $2 < \gamma < 3$  (**le cas de la majorité des réseaux biologiques**) : hiérarchie de hubs et  $\langle l \rangle = \log(\log(N))$  : propriété de (très) petit monde,
- $\gamma = 2$  : présence d'un très gros hub.

On a trouvé que la majorité des données sont le mieux fittées si  $\gamma \simeq 2.1$ . Les réseaux cellulaires, métaboliques, sociaux ... sont scale-free.

## 4 Comparaison des types de réseaux



**Réseaux aléatoires,**

$$\langle P(k) \rangle_{max} \simeq \langle k \rangle.$$

Si  $p$  est la probabilité de connecter une paire de noeuds, on a environ  $\frac{pN(N-1)}{2}$  liens.

$C(k)$  indépendant de  $k$ .

**Scale free networks :**

Les noeuds bleus sont statistiquement plus connectés que dans un réseau aléatoire : ce sont des hubs.  $\langle l \rangle = \log(\log(N))$  : effet des hubs.

**Hierarchical networks :**

Combinaisons de clusters générant des réseaux hiérarchiques.

FIGURE 1 – Random (A), scale-free (B), hierarchic (C)

## 5 Propriétés de réseaux biologiques

Un réseau biologique doit (si je ne me trompe pas) valider les conditions suivantes :

1.  $\langle P(k) \rangle \sim k^{-\gamma}$  (Power law) avec  $2 < \gamma < 3$ ,
2. valider une propriété de petit monde (inclus dans la 1 ?),
3. avoir une forte resistance ( $\simeq 80\%$  des nodes sont "éjectables") (inclus dans la 1 ?)
4. formation de cliques/modules : contradictoire avec la propriété de petit monde  $\Rightarrow$  TRADE-OFF à déterminer.