Université de Versailles-St-Quentin-en-Yvelines

**LICENCE 3 INFO**
**2017-2018**

# Projet C++

Les fractales sont de jolis objets de forme irrégulière et cassée s'obtenant par répétition infinie à une échelle plus ou moins grande d'eux-même. Ils peuvent être construits à partir d'objets simples tels que des segments, des points, etc. Et leur construction est basée sur une itération de polynômes complexes. L'objectif de ce projet consiste à construire deux types de fractales figurant parmi les plus connues. Il s'agit des ensembles de *Julia et Fatou*, et des ensembles de *Mandelbrot.* Le polynôme complexe utilisé pour la construction de ces ensembles est le polynôme $P(z) = z^2 + c$ où $z$ et $c$ sont deux nombres de l'ensemble des complexes $\mathbb{C}$. L'itération de $P(z)$ conduit à la suite :

$$z_{n+1} = z_n^2 + c, \qquad n \in \mathbb{N}$$

On calcule la valeur du polynôme pour une valeur initiale de $z$, notée $z_0$, puis on affecte à $z$ la valeur du polynôme. Le calcul est réitéré pour chaque nouvelle valeur de $z$ obtenue. Chaque valeur obtenue de $z$ correspondra à un point de coordonnées $(x, y)$ dans le plan complexe tels que $z = x + iy$.

- **Les ensembles de Julia et Fatou :** dans le cas de ces ensembles, $c$ est *une constante complexe* arbitraire et les résultats des itérations sont représentés dans l'ensemble de $z$. Il existe donc une infinité d'ensembles de *Julia et Fatou* puisqu'on peut donner n'importe quelle valeur à la constante $c$ du polynôme. Pour certaines valeurs de $c$, l'ensemble des points obtenus sont ceux d'une forme fractal connexe. Pour d'autres valeurs, on obtient un ensemble de points éclaté ; la forme fractale est non connexe.
- **Les ensembles de Mandelbrot :** dans ce cas, $c$ n'est pas une constante, mais *une variable complexe* et les résultats obtenus sont représentés dans le plan complexe de $c$. Aussi, on associe à chaque valeur du complexe $c$ un point du plan complexe. L'ensemble de *Mandelbrot* s'obtient en faisant varier $c$ et en itérant la fonction précédente à partir de la valeur $z_0$.

Dans les deux cas de figure, pour certaines valeurs initiales $z_0$, le résultat d'une itération se maintient dans un intervalle bien délimité. Par contre, pour d'autres valeurs de $z_0$, la fonction diverge et le point représentant le résultat s'échappe vers l'infini. En pratique, on s'arrêtera à une itération $n_{\max}$. On dit que le suite diverge s'il existe un rang `max` à partir duquel on a $|z_n| \geq z_{\texttt{max}}$, autrement on dira que la suite converge. Plus formellement :

$$\forall \epsilon > 0, \quad \exists l \in \mathbb{C}, \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} \text{ tel que } \quad \forall n \geq n_0 \quad |z_n - l| < \epsilon$$

Il est prouvé que la suite complexe $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ diverge dès que $|z_n| > 2$ pour un certain $n$.

L'objectif de ce projet est de construire une application qui permet de calculer des ensembles de *Julia et Fatou*, et de *Mandelbrot.* On s'intéressera à la convergence de la suite pour un domaine du plan complexe définie par les valeurs $x_{\min}, x_{\max}, y_{\min}, y_{\max}$. La valeur initiale des itérations est $z_0 = 0$.

## 1 Pour commencer

On définira une classe abstaite qui permet de construire des dessins. On définira deux sous-classes qui utiliseront la librairie graphique CAIRO et OpenGL respectivement. La première interface permet un enregistrement vectoriel et la seconde permet d'obtenir un rendu direct et instantanné. Pour commencer, on utilisera les paramètres suivants :

- Le cadre sera défini par les constantes

$$x_{\min} = -2.0, x_{\max} = 1.0, y_{\min} = -1.0, y_{\max} = 1.0$$

- La borne du module sera définie par $z_{\max} = 2$
- Le nombre d'itérations maximum sera de $n_{\max} = 100$

On se limitera d'abord à l'utilisation de deux couleurs : le blanc et le noir. Plus précisemment, si à une certaine étape, le point converge, il sera coloré en noir, autrement il sera coloré en blanc. Par la suite, nous verrons qu'il existe plusieurs méthodes d'affectation d'une couleur à un point.

## 2 Extensions

Il est demandé d'ajouter des fonctionnalités à votre programme. On veut pouvoir faire varier les paramètres suivants :

- L'échelle d'observation du dessin : le programme doit permettre de faire un zoom avant ou arrière sur la figure. On pourra modifier le cadre, la granularité du quadrillage (distance entre les pixels)
- La méthode d'affectation des couleurs : il existe différentes méthodes d'attribution d'une couleur à un point. La plus classique d'entre-elles consiste à décider de la couleur selon la vitesse de convergence du point.
- La valeur du module maximum $z_{\max}$
- La constante $c$ dans le cas des ensembles de *Julia et Fatou*. On considèrera, entre autres, les cas où $c = -0.0519 + i0.688$ et $c = -0.577 + i0.478$

Afin d'apprécier l'impact des modifications du paramètre, on utilisera une interface graphique à l'aide d'un programme Qt ou GTK. On utilisera alors les fonctions virtuelles de la classe implémentée avec OpenGL. Le lien suivant peut être consulté :
`http://www.digitalfanatics.org/projects/qt_tutorial/fr/chapter14.html`

## 3 Remise du projet :

Ce travail est à réaliser en binôme. Vous devez fournir, en plus du listing **commenté** et **expliqué** du programme, un fichier .tar.gz contenant les sources et un mécanisme d'installation. Un compte rendu de trois pages vous est aussi demandé.

**Date de Remise :** Mardi 9 janvier 2018