Exercice 1 : La matrice de ce graphe est :

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	12	20	9	∞	∞	∞
B	12	0	∞	∞	∞	∞	13
C	20	∞	0	8	∞	11	7
D	9	∞	8	0	∞	21	∞
E	∞	∞	∞	∞	0	3	9
F	∞	∞	11	21	3	0	5
G	∞	13	7	∞	9	5	0

$\boxed{5}$

Les itérations de l'algorithme de Floyd-Warshall vont donc donner :

1 (en passant par A) :

	A	B	C	D	E	F	G
A	0(A)	12(B)	20(C)	9(D)	∞	∞	∞
B	12(A)	0(B)	32(A)	21(A)	∞	∞	13(G)
C	20(A)	32(A)	0(C)	8(D)	∞	11(F)	7(G)
D	9(A)	21(A)	8(C)	0(D)	∞	21(F)	∞
E	∞	∞	∞	∞	0(E)	3(F)	9(G)
F	∞	∞	11(C)	21(D)	3(E)	0(F)	5(G)
G	∞	13(B)	7(C)	∞	9(E)	5(F)	0(G)

2 : (en passant par B)

	A	B	C	D	E	F	G
A	0(A)	12(B)	20(C)	9(D)	∞	∞	25(B)
B	12(A)	0(B)	32(A)	21(A)	∞	∞	13(G)
C	20(A)	32(A)	0(C)	8(D)	∞	11(F)	7(G)
D	9(A)	21(A)	8(C)	0(D)	∞	21(F)	34(B)
E	∞	∞	∞	∞	0(E)	3(F)	9(G)
F	∞	∞	11(C)	21(D)	3(E)	0(F)	5(G)
G	25(B)	13(B)	7(C)	34(B)	9(E)	5(F)	0(G)

3 : (en passant par C)

	A	B	C	D	E	F	G
A	0(A)	12(B)	20(C)	9(D)	∞	31(C)	25(B)
B	12(A)	0(B)	32(A)	21(A)	∞	43(A)	13(G)
C	20(A)	32(A)	0(C)	8(D)	∞	11(F)	7(G)
D	9(A)	21(A)	8(C)	0(D)	∞	19(C)	15(C)
E	∞	∞	∞	∞	0(E)	3(F)	9(G)
F	31(C)	43(C)	11(C)	19(C)	3(E)	0(F)	5(G)
G	25(B)	13(B)	7(C)	15(C)	9(E)	5(F)	0(G)

4 : (en passant par D)

	A	B	C	D	E	F	G
A	0(A)	12(B)	17(D)	9(D)	∞	28(D)	24(D)
B	12(A)	0(B)	29(A)	21(A)	∞	40(A)	13(G)
C	17(D)	29(D)	0(C)	8(D)	∞	11(F)	7(G)
D	9(A)	21(A)	8(C)	0(D)	∞	19(C)	15(C)
E	∞	∞	∞	∞	0(E)	3(F)	9(G)
F	28(C)	40(C)	11(C)	19(C)	3(E)	0(F)	5(G)
G	24(C)	13(B)	7(C)	15(C)	9(E)	5(F)	0(G)

5 : (en passant par E)

	A	B	C	D	E	F	G
A	0(A)	12(B)	17(D)	9(D)	∞	28(D)	24(D)
B	12(A)	0(B)	29(A)	21(A)	∞	40(A)	13(G)
C	17(D)	29(D)	0(C)	8(D)	∞	11(F)	7(G)
D	9(A)	21(A)	8(C)	0(D)	∞	19(C)	15(C)
E	∞	∞	∞	∞	0(E)	3(F)	9(G)
F	28(C)	40(C)	11(C)	19(C)	3(E)	0(F)	5(G)
G	24(C)	13(B)	7(C)	15(C)	9(E)	5(F)	0(G)

6 : (en passant par F)

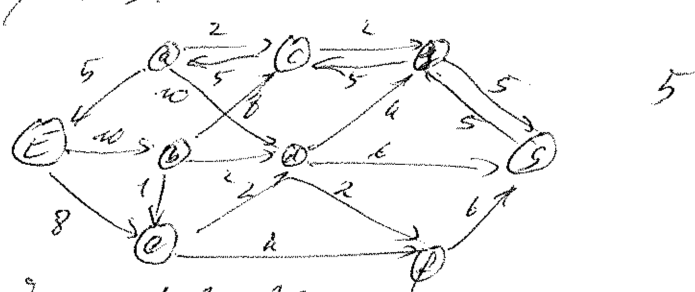
	A	B	C	D	E	F	G
A	0(A)	12(B)	17(D)	9(D)	31(D)	28(D)	24(D)
B	12(A)	0(B)	29(A)	21(A)	43(A)	40(A)	13(G)
C	17(D)	29(D)	0(C)	8(D)	14(F)	11(F)	7(G)
D	9(A)	21(A)	8(C)	0(D)	22(C)	19(C)	15(C)
E	31(F)	43(F)	14(F)	22(F)	0(E)	3(F)	8(F)
F	28(C)	40(C)	11(C)	19(C)	3(E)	0(F)	5(G)
G	24(C)	13(B)	7(C)	15(C)	8(F)	5(F)	0(G)

7 : (en passant par G)

	A	B	C	D	E	F	G
A	0(A)	12(B)	17(D)	9(D)	31(D)	28(D)	24(D)
B	12(A)	0(B)	20(G)	21(A)	21(G)	18(G)	13(G)
C	17(D)	20(G)	0(C)	8(D)	14(F)	11(F)	7(G)
D	9(A)	21(A)	8(C)	0(D)	22(C)	19(C)	15(C)
E	31(F)	21(F)	14(F)	22(F)	0(E)	3(F)	8(F)
F	28(C)	18(G)	11(C)	19(C)	3(E)	0(F)	5(G)
G	24(C)	13(B)	7(C)	15(C)	8(F)	5(F)	0(G).

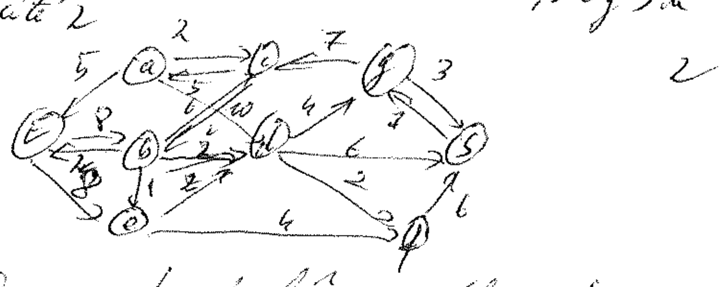
Exercice 2 : $\boxed{7}$

On prend la chaîne améliorante E a c g S, de capacité 5.



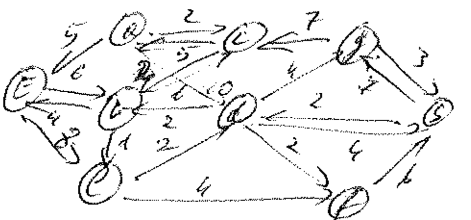
5

On prend la chaîne améliorante E, b c g S de capacité 2



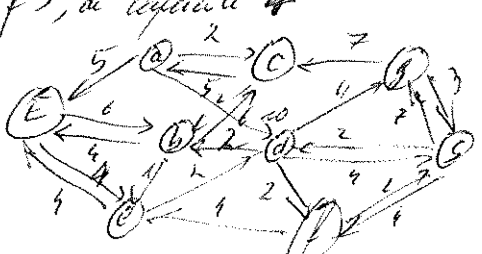
2

On prend la chaîne améliorante EbdS de capacité 2



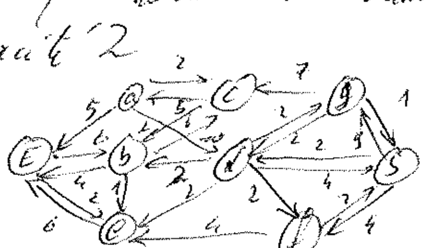
2

On prend la chaîne améliorante E b e f S, de capacité 4



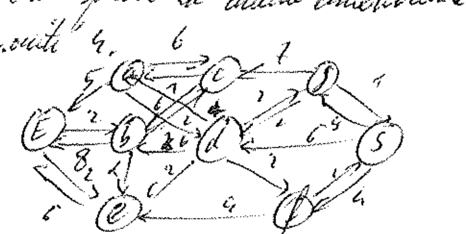
4

On prend la chaîne améliorante E e d f S de capacité 2



2

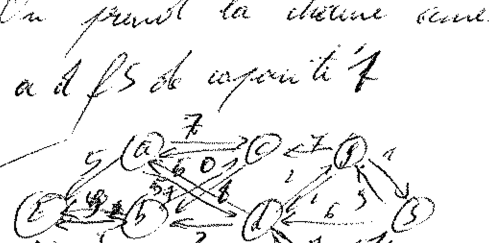
On prend la chaîne améliorante E b c a d S de capacité 4.



4

On prend la chaîne améliorante E b c a d f S de capacité 1

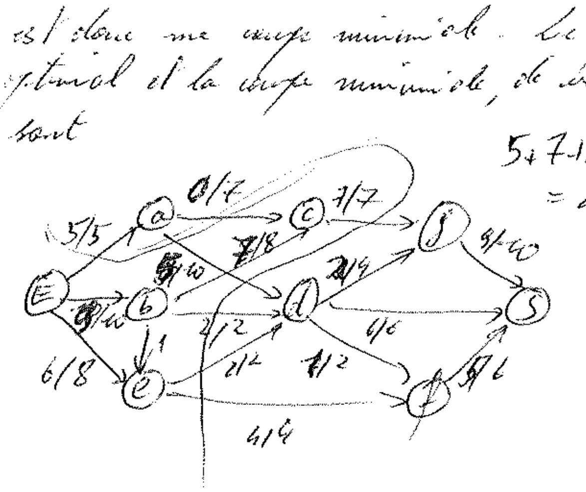
5



1

4/ Le marquage de ce graphe d'écart donne {E, e}. {{E, e}{a, b, c, d, f, S}} est donc une coupe minimale. Le flot optimal et la coupe minimale, de valeur 20, sont

$5+7+12+2+4 = 20$



Exercice 3 : 8

1/ 1) $s(\omega, \varepsilon) = s(\varepsilon, \omega) = 0$ car il s'agit de la longueur de la plus longue sous-séquence commune à ω et ε, il s'agit donc d'une sous-séquence de ε, qui ne peut qu'être de longueur nulle

2/ 2) Une sous-séquence commune à $\omega\alpha$ et $\omega'\beta$ est :

- soit une sous-séquence commune à ω et ω'
- soit une sous-séquence commune à ω et $\omega'\beta$
- soit une sous-séquence commune à $\omega\alpha$ et ω'
- soit, dans le cas où $\alpha = \beta$ une sous-séquence commune à ω et ω', augmentée du caractère α.

Donc, si $\alpha \neq \beta$, $s(\omega\alpha, \omega'\beta) = \max\{s(\omega\alpha, \omega'), s(\omega, \omega'\beta)\}$; sinon $s(\omega\alpha, \omega'\alpha) = s(\omega, \omega') + 1$.

3 3)

```
Algo PLSSC (w, w' : mots)
Variables :
    s : tableau de |w|+1 x |w'|+1 entiers
    i, j : entiers
Début
    Pour i allant de 0 à n faire
        s[i, 0] <- 0
        Pour j allant de 1 à n faire
            Si (i = 0) alors
                s[0, j] <- 0
            Sinon
                si (w[i] = w'[j]) alors
                    s[i, j] <- s[i-1, j-1] + 1
                sinon
                    Si (s[i-1, j] > s[i, j-1]) alors
                        s[i, j] <- s[i-1, j]
                    Sinon
                        s[i, j] <- s[i, j-1]
                    FSi
                FSi
            FSi
        FPour
    FPour
Fin renvoyer s[|w|, |w'|]
```

(5) hors barème)

2 4)

	ε	B	D	C	A	B	A
ε	0	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	1	1	1
B	0	1	1	1	1	1	1
C	0	1	1	2	2	2	2
B	0	1	1	2	2	3	3
D	0	1	2	2	2	3	3
A	0	1	2	2	3	3	4
B	0	1	2	2	3	4	4

La plus longue sous-séquence commune est de longueur 4. C'est :

1 2 3 4

BDCABA ~~ABA~~

ABCBDAB ~~AB~~