

Figur 16.1 Innsnitt ved opplegg av bjelken i eksempel 1

# EKSEMPEL 16

## Innsnitt ved bjelkeopplegg

### 16.1 Oppgaven

Fra tid til annen er det ønskelig/nødvendig å legge opp limtrebjelker som vist i figur 16.1. Dette er imidlertid en sårbar løsning siden det oppstår betydelige strekkspenninger tvers på fiberretningen i "kjerven".

Problemet er avhengig av tre parametre:

- forholdet  $\alpha$  mellom effektiv høyde  $h_{ef}$  og total høyde  $h$ ,
- avstanden  $x$  fra opplagerkraften til "kjerven" og
- stigningen  $i$  til en eventuell skråskjæring, se figur 16.1b.

Med utgangspunkt i bjelken i eksempel 1 skal vi undersøke bærevnen til løsningen vist i figur 16.1a og eventuelt forsterke den.

### 16.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c /  $\rho_k = 390 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for nyttelasten: Halvårslast

Partialfaktor for limtre:  $\gamma_M = 1,15$

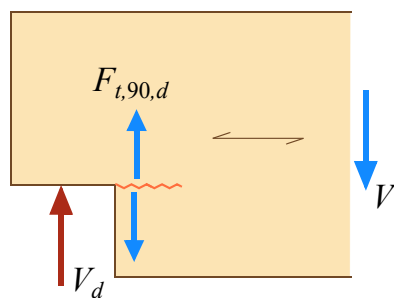
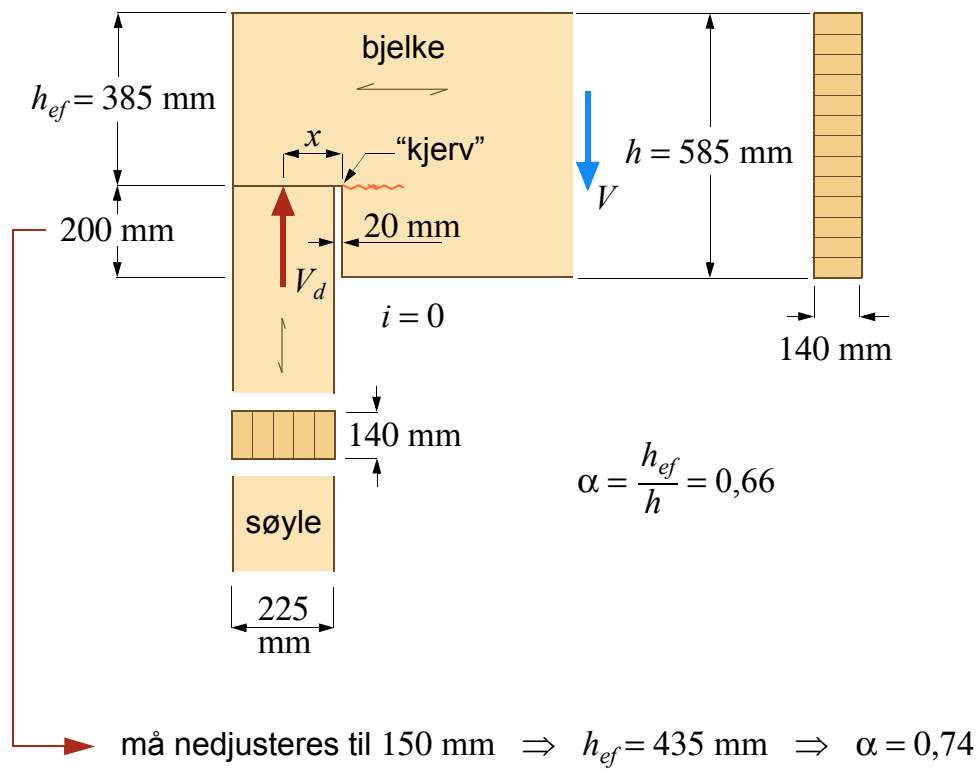
### 16.3 Kontroll

Standardens kontroll av innsnitt ved opplegg av bjelker med rektangulært tverrsnitt er knyttet til skjærspenningen i det effektive tverrsnitt. Kravet er

$$\tau_d = \frac{3V_d}{2b_{ef}h_{ef}} \leq k_v f_{v,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\tau_d}{k_v f_{v,d}} \leq 1,0 \quad (\text{EK5-1 pkt. 6.5.2})$$

Fra eksempel 1 og figur 16.1 har vi:

$$V_d = 75,8 \text{ kN}$$



$$b_{ef} = k_{cr} b = 0,8 \cdot 140 = 112 \text{ mm}$$

$$h_{ef} = 385 \text{ mm}$$

Det gir

$$\tau_d = \frac{3 \cdot 75800}{2 \cdot 112 \cdot 385} = 2,6 \text{ N/mm}^2$$

Her har vi allerede et problem. Går vi tilbake til eksempel 1 så hadde vi der en dimensjonerende skjærfasthet  $f_{v,d} = 2,4 \text{ N/mm}^2$ . Med et innsnitt på 200 mm vil ikke det gjenværende tverrsnittet,  $b_{ef} h_{ef}$  tilfredsstille skjærspenningskravet selv om reduksjonsfaktoren  $k_v$  blir satt lik 1,0. Dette skal alltid være den første kontrollen som utføres.

Det kan nok diskuteres om vi ikke kan regne med en litt redusert skjærkraft – ved å bruke skjærkraften i avstand  $h_{ef}$  fra opplegget. Vi velger imidlertid å regne videre med  $V_d = 75,8 \text{ kN}$ .

Vi reduserer innsnittet til 150 mm. Det gir  $h_{ef} = 435 \text{ mm}$  og  $\alpha = 0,74$ , samt

$$\tau_d = \frac{3 \cdot 75800}{2 \cdot 112 \cdot 435} = 2,3 < f_{v,d} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

Reduksjonsfaktoren  $k_v$  er definert som

$$k_v = \min \left\{ 1,0 ; \frac{k_n \left( 1 + \frac{1,1 i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right)}{\sqrt{h} \left( \sqrt{\alpha(1-\alpha)} + 0,8 \frac{x}{h} \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \right\} \quad \text{Lign. (6.62) i EK5-1}$$

For vårt tilfelle er:

$$k_n = 6,5 \text{ (for limtre)}$$

$$i = 0, \quad \alpha = 0,74 \text{ og } h = 585 \text{ mm}$$

$$x = 225 / 2 + 20 = 133 \text{ mm}$$

Det gir

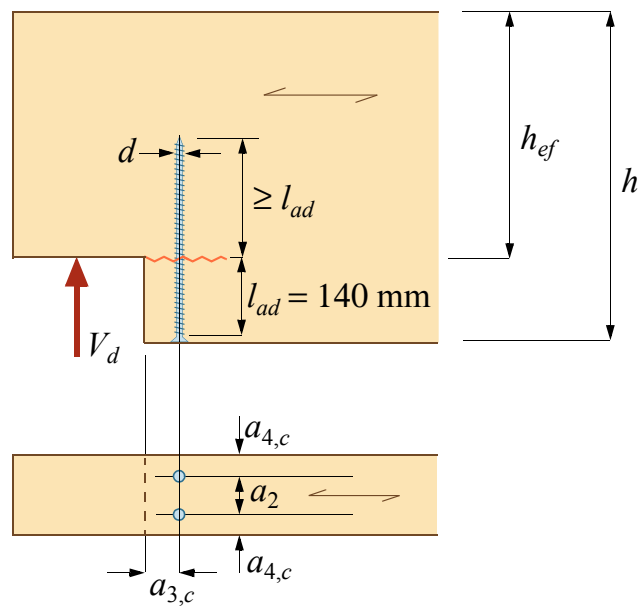
$$k_v = \frac{6,5}{\sqrt{585} \left( \sqrt{0,74(1-0,74)} + 0,8 \frac{133}{585} \sqrt{\frac{1}{0,74} - 0,74^2} \right)} = 0,45$$

og kontrollen resulterer i (med  $f_{v,d}$  fra eksempel 1)

$$\frac{\tau_d}{k_v f_{v,d}} = \frac{2,3}{0,45 \cdot 2,4} = 2,1 < 1,0 \quad \text{ikke OK}$$

Her må det forsterkes.

$d$  er skruens ytre diameter



Avstander:  $a_2 \geq 3d$  ;  $4d \geq a_{3,c} \geq 2,5d$  ;  $a_{4,c} \geq 2,5d$

$\gamma_{Mc}$  er materialfaktoren for forbindelser, mens  $\gamma_{M2}$  er tilsvarende for stål

Velger  $a_2 = 60 \text{ mm}$ ,  $a_{3,c} = 35 \text{ mm}$  og  $a_{4,c} = 40 \text{ mm}$

## 16.4 Forsterkning

Vi vil se på to måter vi kan forsterke løsningen på,

- a) ved *innvendig* forsterkning ved hjelp av skruer, og
- b) ved *utvendig* forsterkning ved hjelp av pålimte trebaserte plater.

Men først må vi bestemme kraften  $F_{t,90,d}$  som forsterkningen må ta. Dette sier ikke standarden noe om, men Limtreboka [1] angir følgende formel, hentet fra det tyske nasjonale tillegget til Eurokode 5, DIN EN 1995-1-1/NA:2010-12,

$$F_{t,90,d} = 1,3 V_d [3(1-\alpha)^2 - 2(1-\alpha)^3] = 1,3 \cdot 75,8 \cdot (3 \cdot 0,26^2 - 2 \cdot 0,26^3) = 17 \text{ kN}$$

Faktoren 1,3 sikrer tilfredsstillende resultater så lenge  $x \leq h_{ef}/3$ ; her er  $x = 133$  mm, mens  $h_{ef}/3 = 128$  mm. Kravet er med andre ord bare tilnærmet tilfredsstillt, men vi bedømmer dette som godt nok. Forsterkningen må ta *hele* kraften  $F_{t,90,d}$ .

### Innvendig forsterkning - skruer

Innvendig forsterkning kan utføres enten ved å benytte innlimte bolter eller skruer. Vi velger selvborende skruer av typen SPAX. En helgjennget skrue med lengde 300 mm og utvendig diameter 10 mm har en karakteristisk strekkstyrke

$$F_{t,s,k} = 28 \text{ kN}$$

Med effektiv forankringslengde  $l_{ad} = 140$  mm har en skrue følgende karakteristiske uttrekksparemet (ligning 8.39 i EK5-1):

$$f_{ax,k} = 0,52 \cdot d^{-0,5} l_{ad}^{-0,1} \rho_k^{0,8} = 0,52 \cdot 10^{-0,5} \cdot 140^{-0,1} \cdot 390^{0,8} = 12 \text{ N/mm}^2$$

Skruens karakteristiske uttrekkskapasitet er gitt ved (ligning 8.38 i EK5-1):

$$F_{ax,0,k} = \frac{f_{ax,k} \cdot d \cdot l_{ad} \cdot k_d}{1,2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{12 \cdot 10 \cdot 140 \cdot 1}{1} = 17 \text{ kN}$$

Skruens dimensjonerende uttrekkskapasitet:

$$F_{t,d} = \min\left(\frac{F_{ax,0,k} \cdot k_{mod}}{\gamma_{Mc}}, \frac{F_{t,s,k}}{\gamma_{M2}}\right) = \min\left(\frac{17 \cdot 0,8}{1,3}, \frac{28}{1,25}\right) = 10 \text{ kN}$$

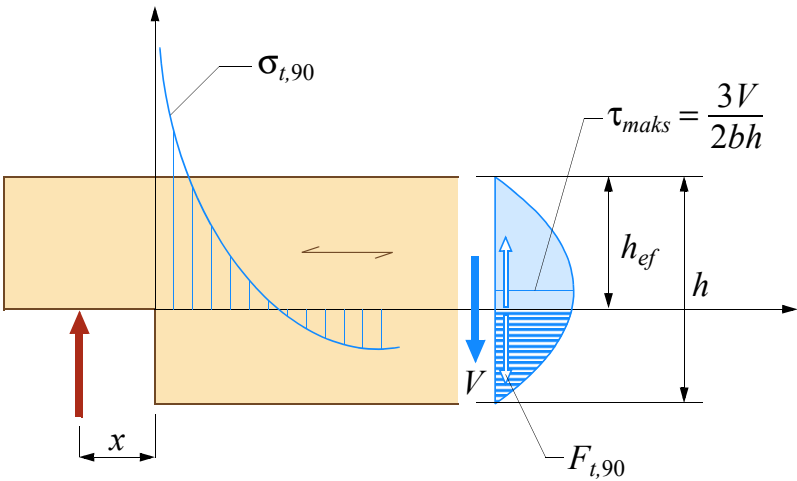
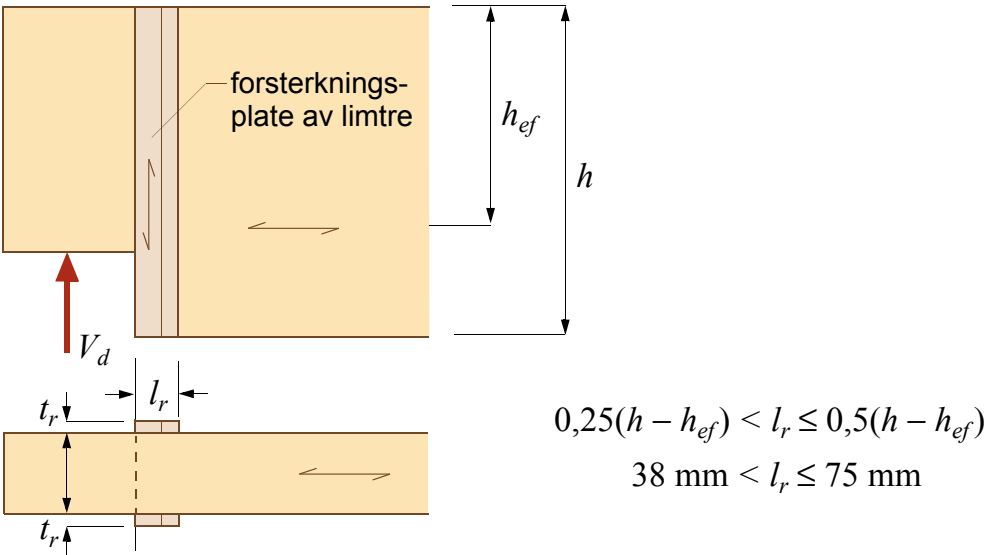
Med to skruer som vist på motstående side har vi at kapasiteten er  $n_{ef} \cdot F_{t,d}$  hvor  $n_{ef}$  er det effektive antall skruer, definert ved ligningen

$$n_{ef} = n^{0,9} = 2^{0,9} = 1,87 \quad (\text{ligning 8.41 i EK5-1})$$

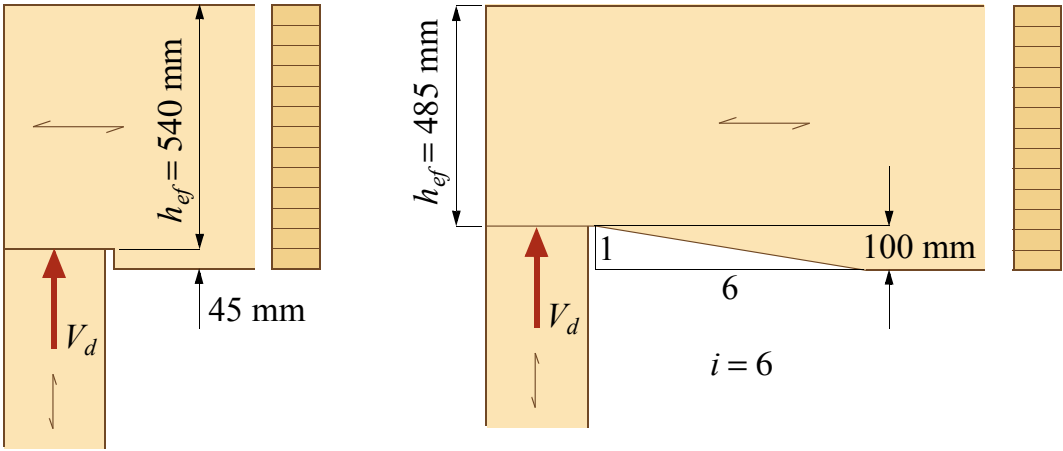
Vi er litt usikre på om denne reduksjonen av antallet skruer skal benyttes her, men ved å benytte den er vi på sikker side (og den endrer ikke resultatet).

Det gir følgende kapasitet

$$1,87 \cdot F_{t,d} = 18,7 \text{ kN} > F_{t,90,d} = 17 \text{ kN} \quad \text{OK}$$



Skjematisk illustrasjon av spenningsfordelingen ved hjørnet (“kjerven”) i innsnittet, inklusive den resulterende strekkresultanten  $F_{t,90}$  (som er resultanten av den skraverte delen av skjærspenningen)



### Utvendig forsterkning - pålimt limtreplate

Som forsterkningsplater kan benyttes kryssfinér, limtre eller parallellfinér (LVL). Vi velger her å benytte to like limtreplater, en på hver side av bjelken og med fiberretningen tvers på bjelkens fiberretning, se figur på motstående side. Siden de store tverrstrekkspenningene er begrenset til et lite området ved "kjer-ven", se motstående side, er det anbefalt at platens bredde ( $l_r$ ) bør ligge mellom  $0,25(h-h_{ef})$  og  $0,5(h-h_{ef})$ , dvs. mellom 38 og 75 mm. Vi velger den største anbefalte verdi, dvs. 75 mm.

For pålimte plater må en kontrollere både spenningen i limflaten og strekkspenningen i forsterkningsplaten.

Med en valgt platetykkelse  $t_r = 20$  mm er dimensjonerende strekkspenning i forsterkningsplatene

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot t_r \cdot l_r} = \frac{17000}{2 \cdot 20 \cdot 75} = 5,7 \text{ N/mm}^2$$

Dimensjonerende strekkfasthet for GL30c er

$$f_{t,0,d} = f_{t,0,k} \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 19,5 \frac{0,8}{1,15} = 13,6 \text{ N/mm}^2$$

I henhold til ligning (5-6) i Limtreboka [1] er kontrollen:

$$\sigma_{t,d} \leq \frac{f_{t,d}}{k_k} \Rightarrow \frac{k_k \sigma_{t,d}}{f_{t,d}} \leq 1,0$$

DIN EN 1995:1-1-1/NA angir at  $k_k = 2,0$  kan benyttes uten videre verifikasjon:

$$\frac{k_k \sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{2,0 \cdot 5,7}{13,6} = 0,83 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Ifølge Limtreboka [1], avsnitt 5.3.2, skal spenningen i limflaten beregnet som

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2(h-h_{ef})l_r} = \frac{17000}{2 \cdot 150 \cdot 75} = 0,76 \text{ N/mm}^2$$

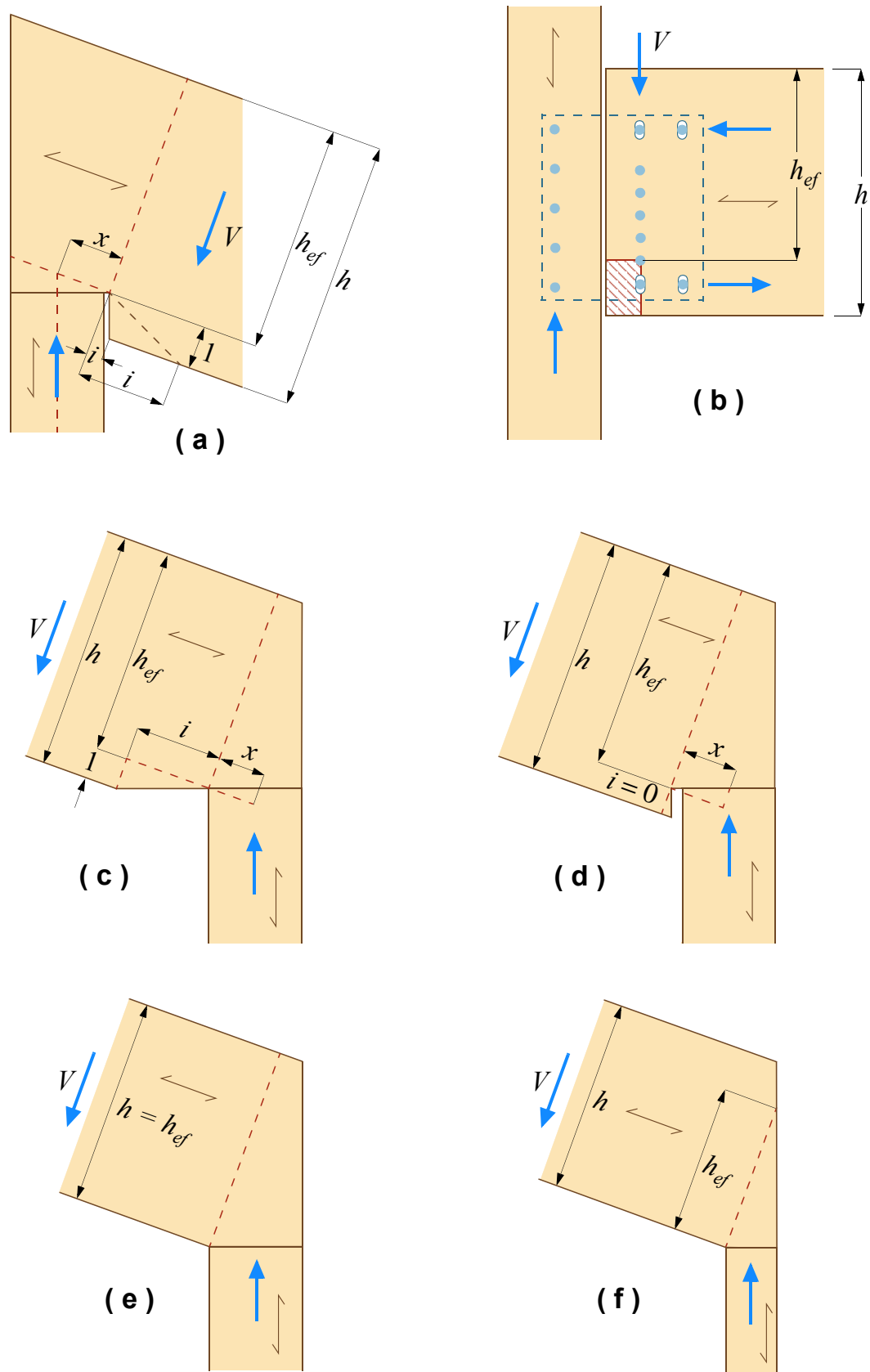
være mindre eller lik en spenning  $f_{k2,d}$ . I henhold til ovennevnte DIN dokument kan en sette  $f_{k2,k} = 0,75 \text{ N/mm}^2$  for godkjente limsystemer. Det gir en dimensjonerende verdi  $f_{k2,d} = f_{k2,k} k_{mod} / \gamma_M = 0,75 \cdot 0,8 / 1,15 = 0,52 \text{ N/mm}^2$ , og platen vår **holder ikke**. Se kommentar på neste side.

#### Kommentarer

I utgangspunktet bør en søke en løsning der man slipper å forsterke.

Med et 90 graders innsnitt, dvs.  $i = 0$ , vil vi finne at vi må ha  $h_{ef} = 540$  mm om vi skal få dette til å holde uten forsterkning. Det gir et innhakk på bare 45 mm. Om en derimot skråskjærer sier standarden at med  $i = 10$ , som svarer til 5,7 grader, kan en se bort fra tverrstrekkst, dvs.  $k_y$  kan settes lik 1,0. Om vi i vårt problem





Figur 16.2 Forskjellige typer innsnitt

benytter et innhakk på 100 mm, som gir  $h_{ef} = 485$  mm, kan vi tillate en minste verdi på  $k_v$  lik 0,87 som tilsvarer  $i = 6$  eller en skråskjæring på 9,5 grader.

Med den begrensning som DIN setter til platebredde og karakteristisk skjærfasthet i limfugen er det i vårt tilfelle ikke mulig å benytte utvendig plateforsterkning. Det gjelder uansett størrelsen på innsnittet; skjærkraften er for stor for denne løsningen. Så her er skruer (eventuelt innlimte bolter) eneste måte å forsterke på. Vi nevner at i det pågående arbeidet med å oppdatere Eurokode 5 ser det ut for at de forslagene fra DIN, som vi har benyttet her, kommer til å bli en integrert del av den nye standarden; det gjelder også kravene til platebredde og skjærfasthet i limfugen.

Figur 16.2 viser diverse andre opplegg av bjelker som kan/må betraktes som innsnitt, og hvordan standardens parametre ( $h$ ,  $h_{ef}$ ,  $x$  og  $i$ ) blir å oppfatte.

Tilfellet (b), hvor bjelken er festet til søylen ved hjelp av en eller flere inslissede stålplater og dybler, er litt spesielt; denne detaljen bør sannsynligvis kontrolleres som et innsnitt etter pkt. 6.5.2 i **EK5-1**, med  $x = i = 0$ . Alternativet er å betrakte dette som en "opphengslast" og kontrollere etter pkt. 8.1.4 i **EK5-1**. Den grundige ingeniør undersøker og tilfredsstiller begge. I tillegg må en selvsagt sørge for at en har tilstrekkelig dybelkapasitet.

De to siste tilfellene, (e) og (f), er ikke å betrakte som innsnitt, dvs. her er faktoren  $k_v = 1,0$ , men tilfellet (f) har et mindre tverrsnitt (lavere  $h_{ef}$ ) enn (e) til opptak av skjærkraften  $V$ .

For ordens skyld bør det bemerkes at vi fokuserer på skjærkraften  $V$  i figur 16.2; det kan også virke andre krefter.

Avslutningsvis nevner vi at dersom en må forsterke, men ikke må tilfredsstille visuelle krav (som favoriserer innvendig forsterkning), er utvendig forsterkning å foretrekke, forutsatt at den kan tilfredsstille kravene til platebredde og skjærfasthet i limfugen. En slik løsning benytter materialer med samme egenskaper, og den øker tverrsnittsbredden mens innvendig forsterkning reduserer den.