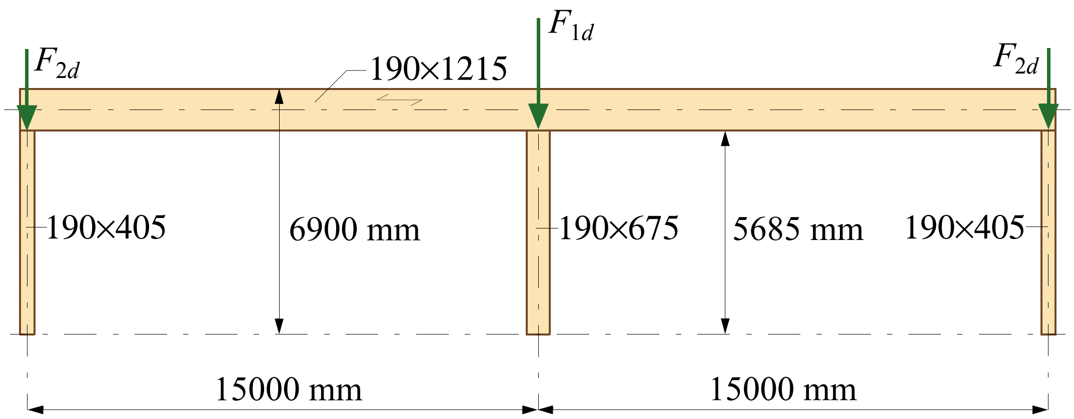
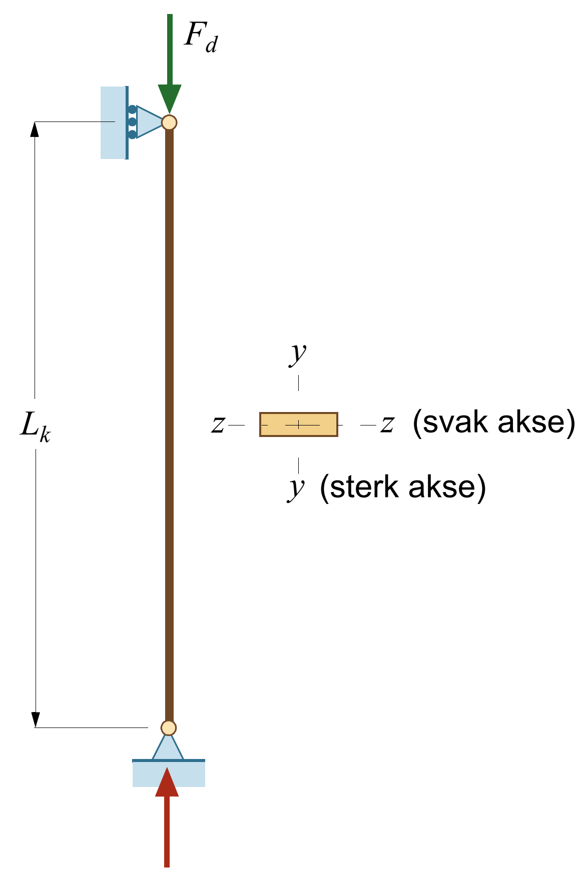
Rammen i eksempel 3



Statisk system



Figur 5.1 Søylene i butikklokale (se eksempel 3)

EKSEMPEL 5

Søyler

5.1 Oppgaven

Vi vender tilbake til eksempel 3, men nå skal vi kontrollere søylene som bærer den kontinuerlige takbjelken, se figur 5.1. Forutsetningene er nøyaktig de samme som for eksempel 3, og vi vil derfor benytte noen av beregningene som er foretatt i eksempel 3.

5.2 Forutsetninger og antakelser

Som for eksempel 3, dvs.

Limtre GL30c / $\rho_m = 430$ kg/m^3

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1{,}15$

Avstand mellom rammene, dvs. lastbredde ut av planet: 6000 mm

Mens selve veggkonstruksjonen antas å sikre veggsøylene mot utknekking om svak (z-) akse, er det i utgangspunktet ingen avstivning i noen retning av midtsøylen.

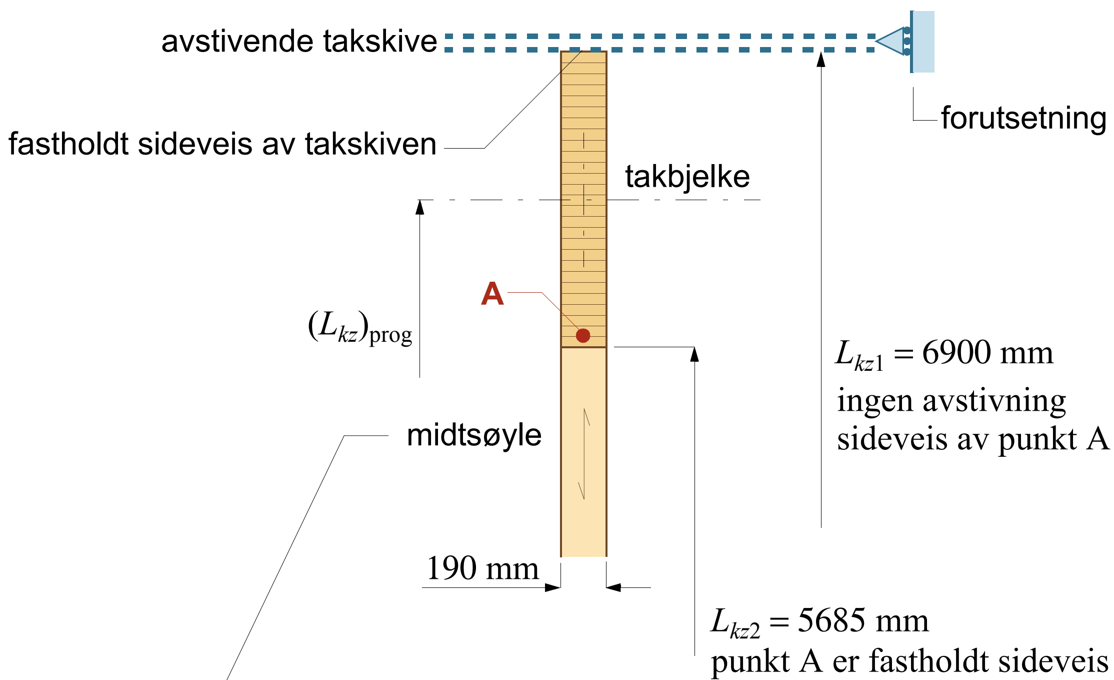
Vi starter med de dimensjonen som ble antatt for søylene i eksempel 3:

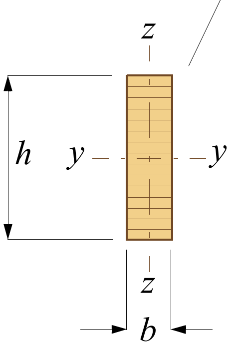
190×405 mm for veggsøylen og 190×675 mm for midtsøylen

5.3 Laster

Nøyaktig som for eksempel 3.

Søylenes egenlast neglisjeres.

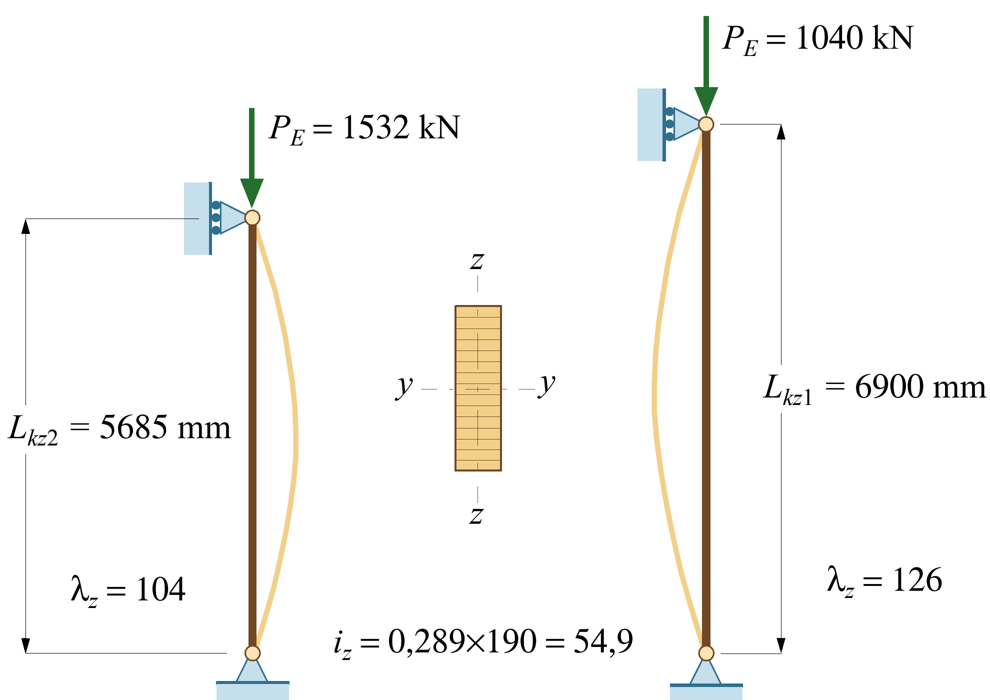




Knekking om svak (z-) akse:

Slankhet: $\lambda_z = \dfrac{L_{kz}}{i_z}$ hvor

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{b^2}{12}} = 0{,}289b \qquad \left(I_z = \int_A y^2 \, dA = \frac{hb^3}{12}\right)$$



5.4 Kontroll av midtsøylen

Dimensjonerende last

Vi kan benytte samme resonnement her som i eksempel 3, knyttet til verdien av modifikasjonsfaktoren k_{mod}, til å utelukke lastkombinasjonen som omfatter både snø (som dominerende last) og vind. For kombinasjonen egenlast og snø har vi fra eksempel 3 at største oppleggskraft i bjelkens midtopplegg, som blir dimensjonerende last på søylen, er

$$F_{1d} = 18{,}6 \times 38{,}6 = 718 \text{ kN}$$

Vi antar at lasten virker sentrisk på søylen (en helt grei antakelse for knekking ut av planet, dvs. om svak akse).

Knekklengde, slankhet og knekklast

Søylen er ikke avstivet i noen retning, og eventuell utknekking vil derfor foregå om svak (z-) akse. Knekklengden for en slik knekking, som er helt avhengig av hvordan bjelkens underkant (punkt A) er støttet sideveis, vil ligge mellom søylelengden, dvs. $L_{kz2} = 5685$ mm (fastholding av punkt A), og lengden fra søylefot til toppen av takbjelken, dvs. $L_{kz1} = 6900$ mm (ingen sideveis støtte av punkt A). Vi har ingen opplysninger om sideveis støtte av punkt A. Derimot må vi kunne gå ut fra at takskiven vil hindre bjelkens overkant i å forskyve seg ut av planet. En litt konservativ, men realistisk antakelse er derfor å sette knekklengden lik L_{kz1}. Vi vil her undersøke begge alternativene.

Her bør nevnes at det finnes dataprogram på markedet som foreslår knekklengde regnet til bjelkens senterlinje, angitt ved $(L_{kz})_{\text{prog}}$ i figuren på motstående side. Vi anbefaler på det sterkeste at prosjekterende ingeniør alltid gjør selvstendige valg med hensyn til knekklengder.

Knekklasten for en ideell søyle, den såkalte EULER-lasten, definert som

$$P_E = \pi^2 \frac{EI}{L_k^2} \tag{5-1}$$

er enkel å beregne og gir nyttig informasjon, uten at den spiller noen rolle i selve kontrollen. EULER-lasten for de to antakelsene av knekklengden er vist på motstående side, hvor vi også har definert begrepet slankhet (λ). Forskjellen mellom P_E og dimensjonerende last F_d tyder på at vi her, spesielt for den lengste knekklengden, vil få problemer med kontrollene definert i standardens pkt. 6.3.2, som forlanger at følgende betingelser er oppfylt:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1 \tag{5-2}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1 \tag{5-3}$$

For limtre er $\beta_c = 0{,}1$ (se lign. 6.29 i **EK5-1**)

Ved å øke søyletverrsnittet med en eller flere lameller endres den dimensjonerende spenningen $\sigma_{c,0,d}$, men *ikke* $k_{c,z}$ (som bare endres ved å endre slankheten).

Med $L_{kz} = L_{kz1} = 6900$ mm og *en* lamell mer ($h = 720$ mm) får vi

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{718000}{190 \cdot 720} = 5{,}2 \ \text{N/mm}^2$$

og

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} = \frac{5{,}2}{0{,}26 \cdot 19} = 1{,}1 \qquad \textbf{ikke OK}$$

Med $L_{kz} = L_{kz1} = 6900$ mm og *to* lameller mer ($h = 765$ mm) får vi

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{718000}{190 \cdot 765} = 4{,}9 \ \text{N/mm}^2$$

og

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} = \frac{4{,}9}{0{,}26 \cdot 19} = 1{,}0 \qquad \textbf{OK}$$

Vi har ingen bøyespenninger, og knekking vil foregå om svak (z-) akse. Det betyr at kontrollen forenkles til

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} \leq 1 \tag{5-4}$$

hvor $\sigma_{c,0,d} = \dfrac{718000}{190 \cdot 675} = 5{,}6 \text{ N/mm}^2$, og

med $k_{mod} = 0{,}9$ er $f_{c,0,d} = 24{,}5 \dfrac{0{,}9}{1{,}15} = 19 \text{ N/mm}^2$

For å bestemme knekkfaktoren $k_{c,z}$ må vi først bestemme relativ slankhet, som for $L_k = L_{kz1} = 6900$ mm er

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi}\sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{126}{\pi}\sqrt{\frac{24{,}5}{10800}} = 1{,}9$$ **EK5-1**: ligning (6.22)

Dernest må vi bestemme (se lign. 6.28 i **EK5-1**)

$$k_z = 0{,}5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0{,}3) + \lambda_{rel,z}^2] = 0{,}5[1 + 0{,}1(1{,}9 - 0{,}3) + 1{,}9^2] = 2{,}4$$

Dette gir

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{2{,}4 + \sqrt{2{,}4^2 - 1{,}9^2}} = 0{,}26$$ **EK5-1**: ligning (6.26)

Innsatt i (5-4) gir dette for den lengste knekklengden:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} = \frac{5{,}6}{0{,}26 \cdot 19} = 1{,}1$$ **ikke OK**

For $L_k = L_{kz2} = 5685$ mm finner vi:

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi}\sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{104}{\pi}\sqrt{\frac{24{,}5}{10800}} = 1{,}6$$

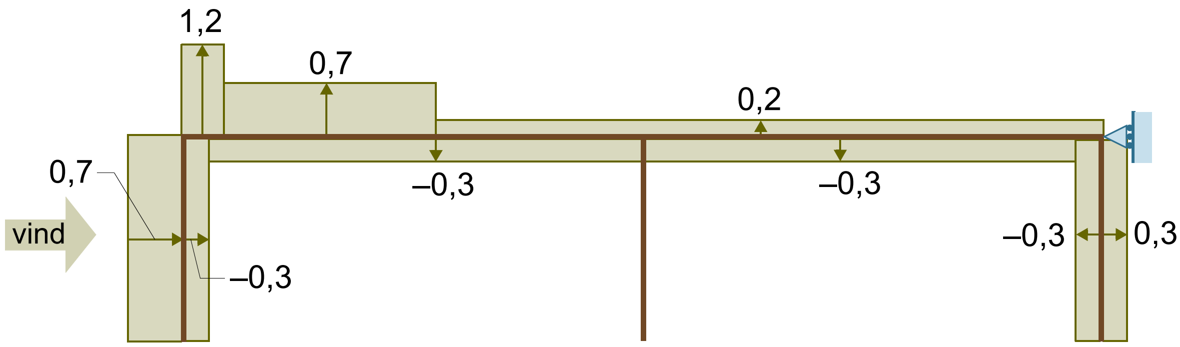
$$k_z = 0{,}5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0{,}3) + \lambda_{rel,z}^2] = 0{,}5[1 + 0{,}1(1{,}6 - 0{,}3) + 1{,}6^2] = 1{,}8$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{1{,}8 + \sqrt{1{,}8^2 - 1{,}6^2}} = 0{,}38$$

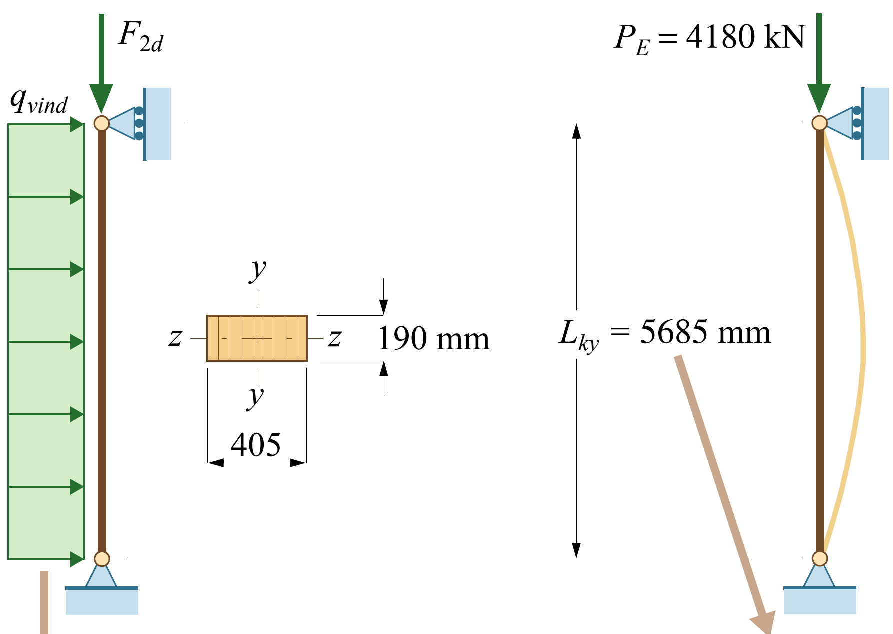
$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} = \frac{5{,}6}{0{,}38 \cdot 19} = 0{,}78 < 1{,}0$$ **OK**

Kommentar

Er ikke bjelkens underkant støttet sideveis bør en nok regne med $L_{kz} = 6900$ mm, og vi ser på motstående side at vi må legge på to lameller, slik at søyletverrsnittets høyde blir $h = 765$ mm, for å tilfredsstille standardens krav.



Formfaktorer for vind mot langvegg
(tegnet i målestokk)



$i_y = 0{,}289 \times 405 = 117 \rightarrow \lambda_y = 49$

dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 0{,}75$ kN/m^2

lastbredde = 6 m

$q_{trykk,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 6 = 0{,}75 \cdot (0{,}7 + 0{,}3) \cdot 6 = 4{,}5$ kN/m

$q_{vind,d} = 1{,}5 \cdot \psi_0 \cdot q_{trykk,k} = 1{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 4{,}5 = 4{,}1$ kN/m

(snø er antatt å være dominerende last)

$$M_{y,d} = \frac{qL^2}{8} = \frac{4{,}1 \cdot 5{,}685^2}{8} = 16{,}6 \text{ kNm}$$

5.5 Kontroll av yttersøylen

Bruddgrensetilstand

Yttersøylen er fastholdt (av veggen) mot knekking ut av planet, dvs. om svak akse. Nå dreier det seg med andre ord om knekking om sterk (y-) akse, og det vil neppe være stor uenighet om å sette knekklengden lik lengden av selve søylen, dvs. $L_{ky} = 5685$ mm (se kommentar på neste side).

Dimensjonerende last

Belastningen her er egenlast (med lastfaktor 1,2), snø (med lastfaktor 1,5) og vind med lastfaktor $1{,}5 \times \psi_{0,2}$ hvor $\psi_{0,2} = 0{,}6$, se ligning (3-2) (eksempel 3). Vi har her, litt vilkårlig, valgt snø som dominerende variabel last. På motstående side er vist formfaktorene for vind mot langvegg og indre undertrykk (se punktene 7.2.2 og 7.2.3 i NS-EN 1991-1-4). Med tanke på den vertikale lasten ser vi bort fra den beskjedne oppadrettede kraften fra vinden. For kombinasjonen egenlast og snø har vi fra eksempel 3 at største oppleggskraft i bjelkens endeopplegg, som blir dimensjonerende bruddlast på søylen, opptrer for full snø i ett felt og halv snø i det andre feltet, og er (se eksempel 3):

$$F_{2d} = 235 \text{ kN}$$

Vi antar også her at lasten virker sentrisk på søylen.

Knekklast og slankhet

På motstående side er vist søylens EULER-last og slankhet (λ_y) om y-aksen.

Knekkfaktoren $k_{c,y}$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi}\sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{49}{\pi}\sqrt{\frac{24{,}5}{10800}} = 0{,}74$$

$$k_y = 0{,}5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0{,}3) + \lambda_{rel,y}^2] = 0{,}5[1 + 0{,}1(0{,}74 - 0{,}3) + 0{,}74^2] = 0{,}80$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{0{,}80 + \sqrt{0{,}80^2 - 0{,}74^2}} = 0{,}91$$

Kontroll - kun snø (korttidslast)

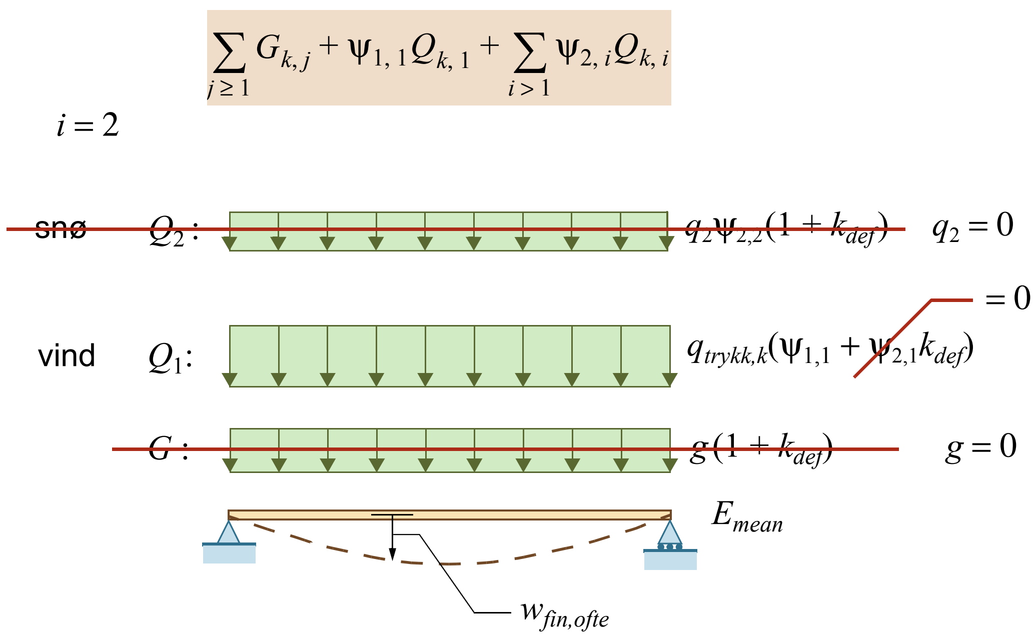
Ren aksialbelastning: $F_{2d} = 235 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_{c,0,d} = \frac{235000}{190 \cdot 405} = 3{,}1 \text{ N/mm}^2$

$$k_{mod} = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad f_{c,0,d} = 24{,}5\frac{0{,}9}{1{,}15} = 19 \text{ N/mm}^2 \quad (k_{mod} \text{ i.h.t. korttidslast})$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} = \frac{3{,}1}{0{,}91 \cdot 19} = 0{,}18 < 1{,}0 \qquad \textbf{OK}$$

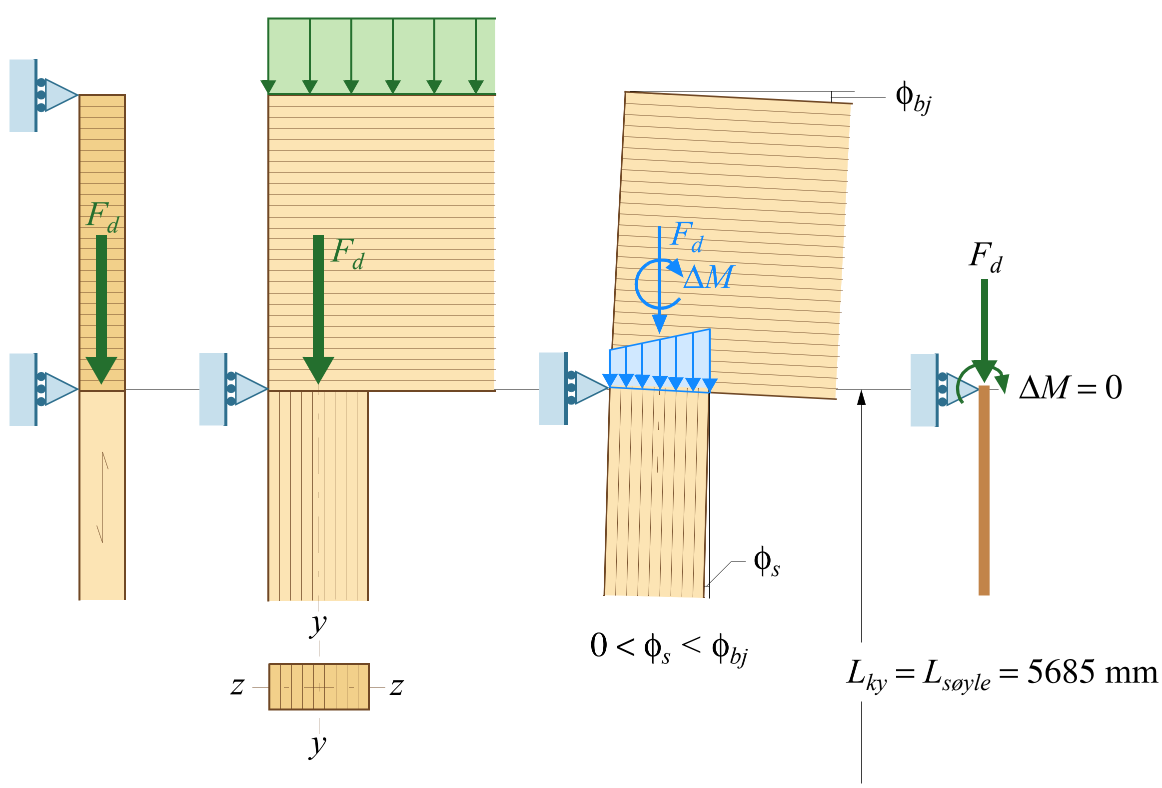
Kontroll - snø (dominerende last) og vind (øyeblikkslast)

Kombinert aksialt trykk (fra snø, dvs. F_{2d}) og bøyning (fra vind, dvs. $M_{y,d}$).



Ofte forekommende lastkombinasjon (se figur 1.3)

Knekking av veggsøylen om sterk (y-) akse:



Det antas at søylen er leddlagret i fotpunktet

Bøyespenning: $\sigma_{m,y,d} = \dfrac{M_{y,d}}{W} = \dfrac{6 \cdot 16{,}6 \cdot 10^6}{190 \cdot 405^2} = 3{,}2\ \text{N/mm}^2$

Aksialspenning: $\sigma_{c,0,d} = 3{,}1\ \text{N/mm}^2$

$$k_{mod} = 1{,}1 \quad \Rightarrow \quad f_{c,0,d} = 24{,}5\frac{1{,}1}{1{,}15} = 23\ \text{N/mm}^2 \quad (k_{mod}\ \text{i.h.t. øyeblikkslast})$$

$$f_{m,d} = 30\frac{1{,}1}{1{,}15} = 29\ \text{N/mm}^2$$

Kontrollen er nå ligning (5-2), med $\sigma_{m,z,d} = 0$, dvs.

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{3{,}1}{0{,}91 \cdot 23} + \frac{3{,}2}{29} = 0{,}15 + 0{,}11 = 0{,}26 < 1 \quad \textbf{OK}$$

Det er godt mulig at vind som dominerende variabel last er ugunstigere - aksialspenningen vil reduseres noe ved at snølasten reduseres, med faktoren $\psi_0 = 0{,}7$, mens bøyespenningen på grunn av vind vil øke, med faktoren $1/\psi_0 = 1/0{,}6 = 1{,}67$. Summen av utnyttelsene vil imidlertid fortsatt ligge langt under 1,0.

Bruksgrensetilstanden

Det er kun vind som vil forårsake utbøyning av søylen i ytterveggen, og igjen er det mest naturlig å benytte *ofte forekommende* lastkombinasjon, se motstående side. Fra tabell 2 i introduksjonen har vi at for vind er $\psi_1 = 0{,}2$ og $\psi_2 = 0$. Vi må altså bestemme største nedbøyning til en fritt opplagt limtrebjelke (GL30c) med tverrsnitt 190×405 mm og lengde $L = 5{,}7$ m påkjent av en jevnt fordelt last

$$p_{fin,ofte} = 0{,}2 \cdot 4{,}5 = 0{,}9\ \text{kN/m}$$

En programstyrt beregning gir $w = 1$ mm. Den *karakteristiske* lastkombinasjonen gir $w = 5$ mm, så utbøyning er definitivt ikke noe problem (det kunne vi strengt tatt ha sagt uten nevneverdig regning).

Kommentar

Mens den antatte dimensjon for midtsøylen (190×675 mm) er i grenseland, og hvor en sannsynligvis bør øke tverrsnittshøyden med en lamell (kanskje to), har yttersøylen, med dimensjon 190×405 mm en god del å gå på, også med hensyn på flatetrykket mellom bjelke og søyle.

For ytter- eller veggsøylen er det helt sikkert rom for å benytte en lamell mindre ($h = 360$ mm) og kanskje to ($h = 315$ mm). Dette bør selvsagt undersøkes.

På motstående side er det forsøkt vist veggsøylens knekklengde (for knekking om sterk akse). Bjelken forutsettes å være fastholdt i begge horisontale retninger, og en sterkt overdrevet deformasjonsfigur med antatt spenningsfordeling viser to forhold som går i hver sin retning. Belastningen på søylen er sannsynligvis litt eksentrisk og forårsaker et moment (ΔM), men samtidig vil søylen få en viss "innspenning" mot bjelken. Antar vi at disse effektene utligner hverandre ender vi opp med en fritt opplagt søyle med L_{ky} = søylelengden.