

Figur 11.1 Fagverk med skrå overgurt

## Fagverk med skrå overgurt

### 11.1 Oppgaven

Figur 11.1 viser et fagverk i limtre for bæring av taket i en håndballhall. Fagverket er opplagt på søyler plassert i bakkant av tribune. Som takkonstruksjon antas et lett-tak-system med avstivende skive for stabilisering av bygget på tvers av fagverkene. Overgurten regnes kontinuerlig avstivet for vipping og sideveis knekking, mens undergurten regnes avstivet sideveis i endene og på midten.

Oppgaven er å kontrollere fagverket i både brudd- og bruksgrensetilstand. Forbindelsene kommer vi tilbake til i eksempel 21.

### 11.2 Forutsetninger og antakelser

Fagverkets geometri og innbyrdes plassering er vist i figur 11.1. Gurtene skjøtes på midten.

Alt limtre er GL30c /  $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Forbindelsene forutsettes utført med innslissede stålplater og ståldybler. Vekten av dette stålet antas å være 120 kg per  $\text{m}^3$  limtre (erfaringstall).

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre:  $\gamma_M = 1,15$

Lastbredde: 7000 mm (lett-taket antas leddet i hver akse).

Antar følgende dimensjoner ( $b \times h$ ):

Over- og undergurt: 480×450 mm

Staver/diagonaler: 480×315 mm

Tverrsnittene bygges opp av limtrebjelker med breddene (i mm):

67,5 + 115 + 115 + 115 + 67,5, og det benyttes fire slisseplater i hver forbindelse.

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter. Vind på tvers av fagverkene, dvs. mot gavl, gir en ytre vindkraft (sug/trykk) som er jevnt fordelt over hele fagverkets lengde, mens vind mot langvegg (dvs. langsetter fagverkene) gir en varierende vindlast langs fagverket som totalt sett er lavere enn den som vind mot gavl gir.

Størst oppadrettet vindsug får et fagverk i sone H (se figur 7.6 og tabell 7.2 i NS-EN 1991-1-4) hvor formfaktoren er  $c_e = -0,7$ . Denne kombineres med et innvendig overtrykk med formfaktor  $c_i = 0,2$ .

MERK: På grunn av svært liten takvinkel (1,4 grader) har vi regnet som om taket er flatt.

Størst nedadrettet vindtrykk får bjelken i sone I hvor formfaktoren er  $c_e = 0,2$ . Denne kombineres med et innvendig undertrykk med formfaktor  $c_i = -0,3$ .

For en bruddlastkombinasjon som omfatter både snø (som dominerende) og vind som variabel last vil en regne med  $k_{mod} = 1,1$  (klimaklasse 1 og øyeblikkslast), mens  $k_{mod}$  for lastkombinasjonen med bare snø er 0,9, dvs. over 20% lavere. Vindtrykket,  $1,5\psi_{0,2}q_{trykk,k} = 1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,6 = 2,3$  kN/m er derimot bare ca. 5% av snølasten som er  $1,5 \cdot 30,8 = 46,2$  kN/m.

Ofte forekommende lastkombinasjon:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

### 11.3 Laster

Karakteristiske laster på et fagverk:

Egenlast fagverk basert på en antatt densitet lik  $430 + 120 = 550 \text{ kg/m}^3$  er beregnet av programmet til å være:

$$g_{f,k} = 3,7 \text{ kN/m}$$

Lett-tak-system inkl. himling og tekniske installasjoner:

$$0,65 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{t,k} = 0,65 \cdot 7,0 = 4,6 \text{ kN/m}$$

Permanent last blir dermed:  $g_k = g_{f,k} + g_{t,k} = 3,7 + 4,6 = 8,3 \text{ kN/m}$

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Snølast på mark:  $s_k = 5,5 \text{ kN/m}^2$ ; formfaktor  $\mu_1 = 0,8$

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 5,5 \cdot 7,0 = 30,8 \text{ kN/m}$$

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk  $q_p = 0,75 \text{ kN/m}^2$

Vindbelastningen beregner vi for vind mot gavl på samme måte som for eksempel 3, se motstående side. Det gir følgende vindlaster, som henholdsvis oppadrettet (sug),

$$q_{sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 7,0 = 0,75 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 7,0 = -4,7 \text{ kN/m}$$

og nedadrettet (trykk),

$$q_{trykk,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 7,0 = 0,75 \cdot (0,2 + 0,3) \cdot 7,0 = 2,6 \text{ kN/m}$$

### Lastkombinasjoner

#### Bruddgrensetilstand

For bruddgrensetilstanden gjelder samme resonnement som vi har benyttet tidligere, se motstående side, og dimensjonerende last på fagverket er en kombinasjon av egenlast og snø, dvs.

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} = 1,2 \cdot 8,3 + 1,5 \cdot 30,8 = 56,2 \text{ kN/m} \quad (11-1)$$

Med tanke på bjelkens bruddkapasitet kan vi se bort fra kombinasjonen snø og vind, se motstående side.

Løftekrefter ved oppleggene må vurderes på grunnlag av vindsug på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

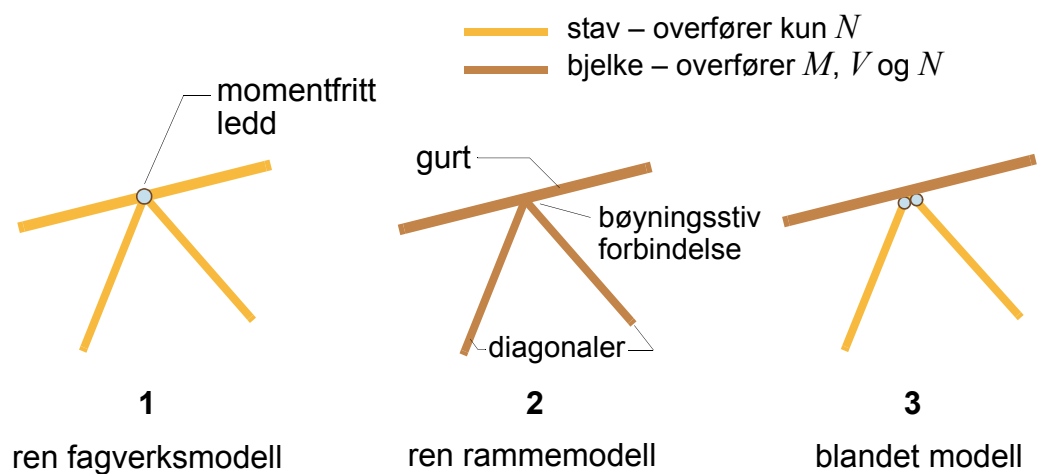
$$p_{løft} = 1,0g_k + 1,5q_{sug,k} = 1,0 \cdot 8,3 - 1,5 \cdot 4,7 = 1,3 \text{ kN/m} \quad (11-2)$$

Siden løftekraften er nedadrettet er ikke løft et problem, og vi vil heller ikke kunne få trykkrefter i undergurtene.

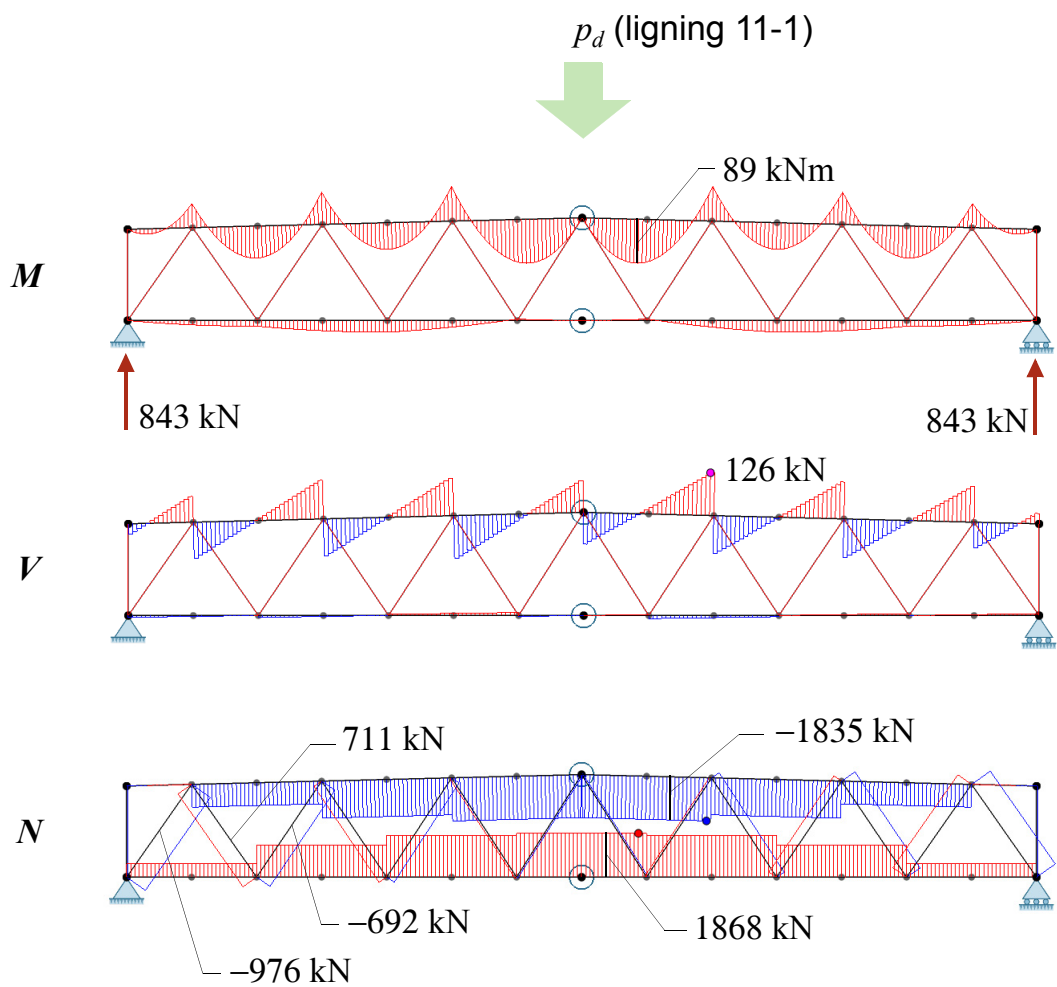
#### Bruksgrensetilstanden

For bruksgrensetilstanden er det her vurdert som tilstrekkelig å kontrollere nedbøyningen for ofte forekommende kombinasjon, dvs. for

$$p_{ofte} = g_k + \psi_{1,1}q_{s,k} + \psi_{2,2}q_{trykk,k} = g_k + \psi_{1,1}q_{s,k} \text{ kN/m} \quad (\psi_2 = 0 \text{ for vind}) \quad (11-3)$$



Figur 11.2 Beregningsmodeller for fagverk



Figur 11.3 Statiske beregninger – blandet modell

## 11.4 Statistiske beregninger

For å bestemme de indre kreftene i fagverket har vi egentlig tre mulige beregningsmodeller:

- 1) *Ren fagverksmodell* - alle forbindelser regnes som momentfrie ledd, uavhengig av om noen elementer er kontinuerlige i forbindelsen; i denne modellen deles også gurtene opp i individuelle staver.
- 2) *Ren rammemodell* - alle forbindelser regnes som fullstendig momentstive, både gurter og diagonaler modelleres som bjelker.
- 3) *Blandet modell* - alle vertikaler og diagonaler modelleres som staver leddet (momentfritt forbundet) til gurtene, mens gurtene modelleres som kontinuerlige bjelker, unntatt der de eventuelt skjøtes; skjøten modelleres som momentfritt ledd.

Et vanlig rammeprogram vil kunne håndtere alle tre modellene. Ved hjelp av elastiske kopplingsfjærer kan en ofte også modellere varianter mellom 1 og 2. Det vanlige er imidlertid å benytte en av de tre modellene.

Dersom alle laster innføres som konsentrerte krefter i knutepunktene tillater **EK5-1**, i henhold til punkt 9.2.1(5), at det benyttes en ren fagverksmodell (modell 1), men de indre krefter en slik modell gir må ikke utnytte mer enn 70% av kapasiteten til både komponenter og forbindelser.

Ingen av de tre modellene er ideell, men den blandede modellen (3), som ligger mellom de to andre, anses som den klart beste. Men dersom den enkelte forbindelse mellom gurt og stav består av mer enn en enkelt forbinder vil forbindelsen aldri fungere som et ideelt momentfritt ledd. En bør derfor ikke benytte 100% av forbindelsens beregningsmessige kapasitet – for en typisk forbindelse med innslissede stålplater og dybler kanskje ikke mer enn 90%. Dette som en indirekte måte å ta hensyn til at det er et beskjedent moment i forbindelsen.

For den dimensjonerende lasten  $p_d$  i ligning (11-1) er det utført statistiske beregninger med en blandet modell. Snittkraft-diagrammene fra denne beregningen er vist i figur 11.3 på motstående side.

## 11.5 Bruddgrensekontroll

For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast (snø) gir tabell 8:  $k_{mod} = 0,9$

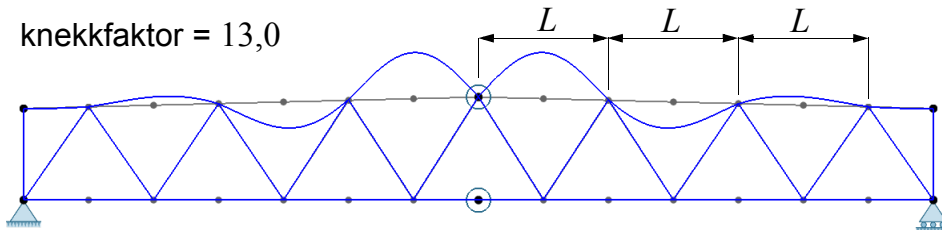
Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,03 \cdot 0,9}{1,15} = 24 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = \left(\frac{600}{450}\right)^{0,1} = 1,03) \quad \text{bøyning}$$

$$f_{t,0,d} = 19,5 \frac{1,02 \cdot 0,9}{1,15} = 16 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = \left(\frac{600}{480}\right)^{0,1} = 1,02) \quad \text{strekk}$$

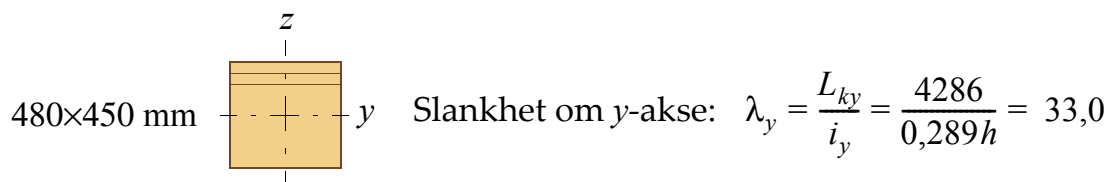
$$f_{c,0,d} = 24,5 \frac{0,9}{1,15} = 19 \text{ N/mm}^2$$

Linearisert knekkingsberegning for  $p_d$  (egenlast + snø, inkl. lastfaktorer)



Knekking i planet (om  $y$ -aksen) - 1. knekkform :  $L_{ky} = L = 4286 \text{ mm}$

Knekking ut av plant (om  $z$ -aksen) er forhindret (av takflaten)



Med henvisning til eksempel 5 og avsnitt 6.3.2 i **EK5-1** har vi:

Knekking om  $y$ -aksen:

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}} = \frac{33,0}{\pi \sqrt{\frac{24,5}{10800}}} = 0,50$$

$$k_y = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2] = 0,5[1 + 0,1(0,50 - 0,3) + 0,50^2] = 0,64$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{0,64 + \sqrt{0,64^2 - 0,50^2}} = 0,96$$

der  $\beta_c = 0,1$  for limtre

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

### Kontroll av fagverkets overgurt

Kombinert bøyning og aksialkraft - se figur 11.3 og motstående side

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W} = \frac{89 \cdot 10^6}{(bh^2)/6} = \frac{6 \cdot 89 \cdot 10^6}{480 \cdot 450^2} = 5,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = 0$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{1835000}{480 \cdot 450} = 8,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.23)}$$

$$\frac{8,5}{0,96 \cdot 19} + \frac{5,5}{24} + 0 = 0,47 + 0,23 = 0,70 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Vipping er her ikke aktuelt.

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Skjærkraftdiagrammet for den antatt dimensjonerende lastkombinasjon er vist på neste side, og med  $V_d = V_{maks} = 126 \text{ kN}$  har vi at

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot 126000}{2 \cdot 0,8 \cdot 480 \cdot 450} = 1,1 \text{ N/mm}^2 \text{ og}$$

$$\frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{1,1}{2,7} = 0,41 < 1,0 \quad \text{OK}$$

### Kontroll av fagverkets undergurt

Momentene i undergurten er, i nærheten av skjøten, forsvinnende små, så her blir det en ren strekkkontroll av et tverrsnitt som vi antar er redusert med 30% på grunn av innslissede stålplater og dybler.

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{1868000}{0,7 \cdot 480 \cdot 450} = 12 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{12}{16} = 0,75 < 1,0 \quad \text{OK}$$

### Kontroll av strekkdiagonal

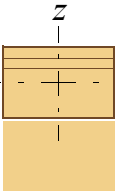
Største strekkraft i en diagonal er (se figur 11.3): 711 kN



Systemlengden til den (ytterste og) mest påkjente trykkdiagonal er:

$$L = \sqrt{2143^2 + 3053^2} = 3730 \text{ mm}$$

For knekking om y-aksen antas  $L_{ky} = L = 3730 \text{ mm}$

480×315 mm  Slankhet om y-akse:  $\lambda_y = \frac{L_{ky}}{i_y} = \frac{3730}{0,289h} = 41,0$

Med henvisning til eksempel 5 og avsnitt 6.3.2 i **EK5-1** har vi:

Knekking om y-akse:

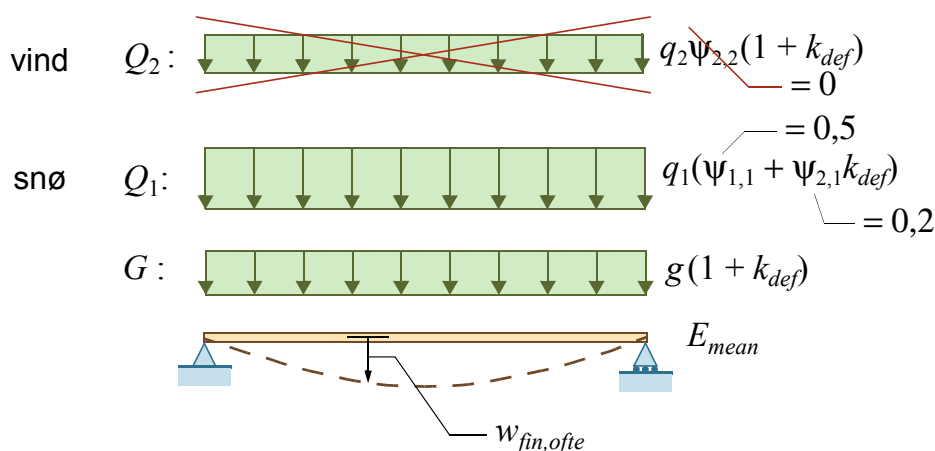
$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}} = \frac{41,0}{\pi \sqrt{\frac{24,5}{10800}}} = 0,62$$

$$k_y = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2] = 0,5[1 + 0,1(0,62 - 0,3) + 0,62^2] = 0,71$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{0,71 + \sqrt{0,71^2 - 0,62^2}} = 0,95$$

Ofte forekommende lastkombinasjon:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$



Også her er det snakk om en ren strekkkontroll med et effektivt tverrsnitt som antas å være 70% av brutto tverrsnitt.

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{711000}{0,7 \cdot 480 \cdot 315} = 6,7 \text{ N/mm}^2$$

Kontroll:  $\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{6,7}{16} = 0,42 < 1,0$  **OK**

### Kontroll av trykkdiagonal

Største trykkraft i en diagonal er (se figur 11.3): 976 kN

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{976000}{480 \cdot 315} = 6,5 \text{ N/mm}^2$$

Kontrollen utføres som ren søyleknekking om svak akse (se motstående side):

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} = \frac{6,5}{0,95 \cdot 19} = 0,36 < 1,0$$
 **OK**

### Oppleggskreftene

Fagverket bæres av søyler i hver ende. Oppleggskraften mellom fagverk og søyle bør gå via knutepunktets stålplater og ikke via flatetrykk. Akkurat hvordan kraften overføres avhenger av forbindelsens utførelse; dette kommer vi tilbake til i eksempel 21.

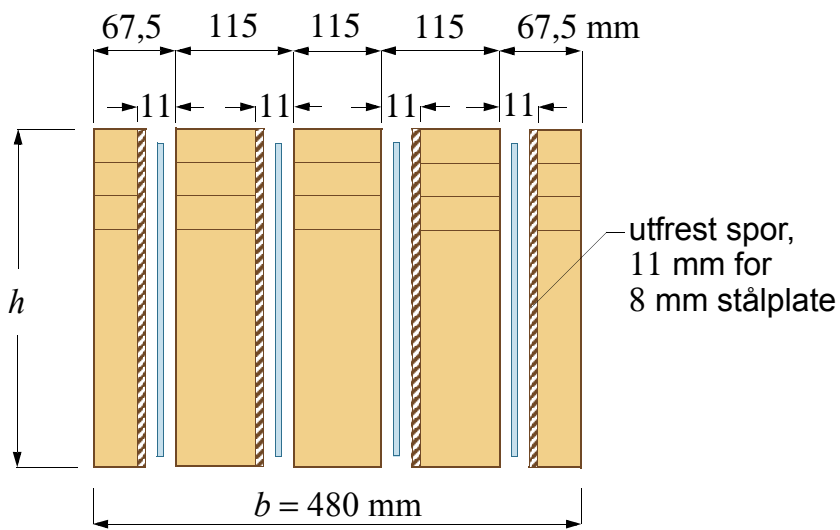
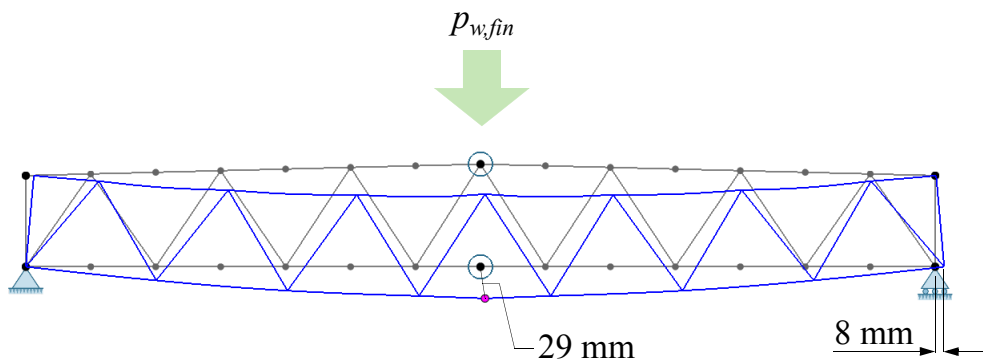
## 11.6 Bruksgrensekontroll

Vi legger ofte forekommende lastkombinasjon til grunn for beregningene av nedbøyningene. På motstående side er vist hvilke laster som vil gi langtidsnedbøyningen ( $w_{fin,ofte}$ ) for den valgte lastkombinasjonen. For klimaklasse 1 er deformasjonsfaktoren  $k_{def} = 0,6$ , og kombinasjonsfaktorene ( $\psi$ ) er vist på motstående figur. Nedbøyningen skal altså beregnes for lasten

$$p_{fin,ofte} = (1 + k_{def})g_k + (\psi_{1,1} + \psi_{2,1}k_{def})q_{s,k} = 1,6g_k + 0,62q_{s,k}$$

$q_{s,k}$  er karakteristisk snølast på hele taket. Resultatet er vist på neste side. En nedbøyning på 29 mm tilsvarer ca.  $L/1000$ , som er godt innenfor akseptabel nedbøyning. Horisontalforskyvningen av det høyre opplegget (hvor vi har et rullelager) er ca. 8 mm; heller ikke det er problematisk.

Nedbøyningsberegningene tar ikke hensyn til glidning i forbindelsene, men overslagsberegninger viser at virkningen av slik glidning er beskjeden. I henhold til Limtreboka [1] utgjør denne glidningen neppe mer enn 10 – 20% av forskyvningen som aksialdeformasjonene av komponentene forårsaker, dvs. av de 29 millimetrene vår beregning fant.



Oppbygging av tverrsnitt

*Kommentarer*

Beregningene viser at de valgte tverrsnittene tilfredsstiller alle krav med god margin. Det bør nok undersøkes om det er mulig å gå ned litt på tverrsnittsdimensjonene.

På motstående side er det antydnet hvordan tverrsnittene er tenkt produsert av 5 bjelker som blokklimes. Det er tatt utgangspunkt i kurante bjelkebredder, nemlig 115 og 140 mm - de to ytterste bjelkene får en ved å splitte en 140 mm bjelke. Med moderne freseutstyr er det nå mer hensiktsmessig å frese ut spor for de 4 innslissede stålplatene *før* bjelkene blokklimes. Dette er antydnet i figuren.

I lys av produksjonen er det mest nærliggende å endre tverrsnittshøyden, og her kan det derfor være aktuelt å undersøke om en lamell mindre, i både gurt og diagonal/vertikaler, vil tilfredsstille alle krav.