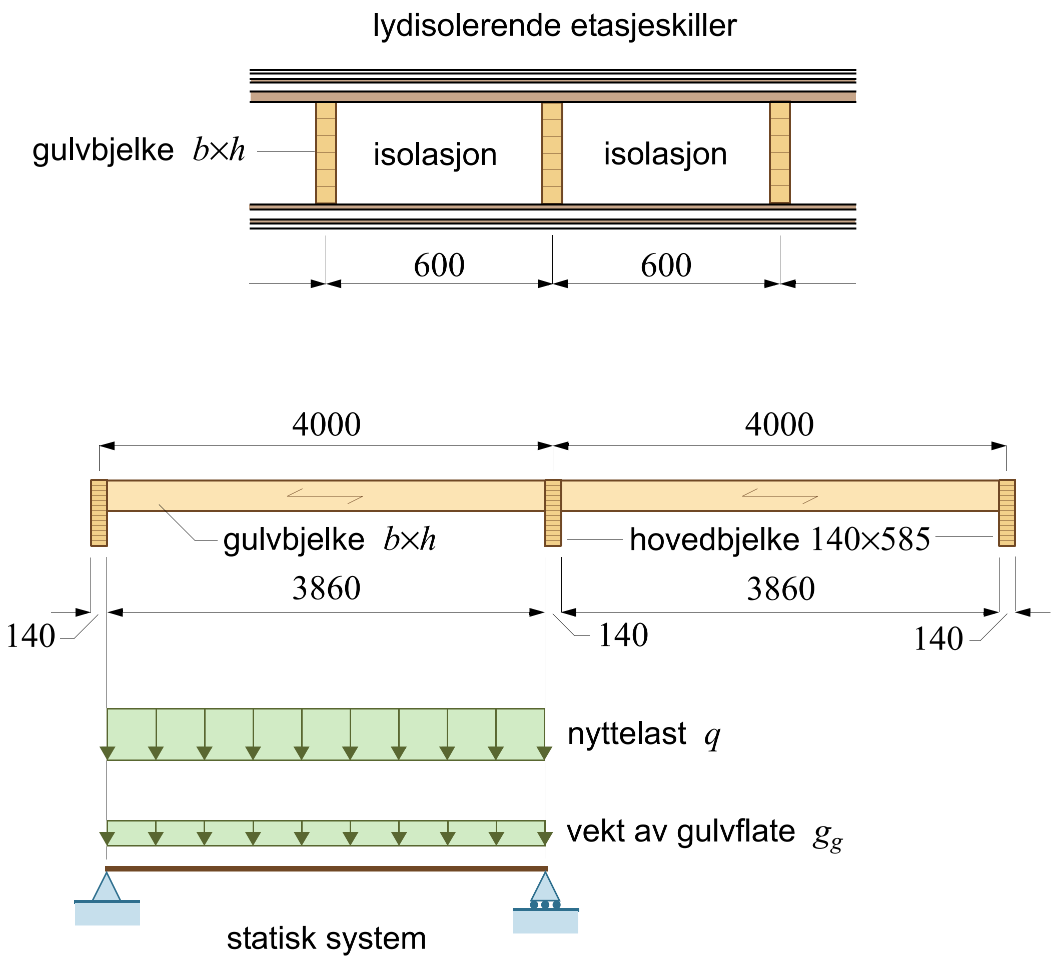


Figur 2.1 Gulvbjelke

EKSEMPEL 2

Bjelkelag

2.1 Oppgaven

Figur 2.1 viser gulvbjelkene i en lydisolerende etasjeskiller i et boligbygg. Bjelkene ligger med sentersavstand 600 mm og spenner mellom langsgående hovedbjelker (som er dimensjonert i eksempel 1), og er festet til disse med beslag (bjelkesko).

Oppgaven er å dimensjonere den viste gulvbjelken.

2.2 Forutsetninger og antakelser

Smalt limtre, regnet som GL28c / $\rho_m = 420$ kg/m^3

Klimaklasse : 1

Lastvarighetsklasse for nyttelasten: Halvårslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1{,}15$

Antar bjelketverrsnitt, se figur 2.1: $b = 48$ mm og $h = 270$ mm

Lastbredde: 600 mm

2.3 Laster

Karakteristiske laster på en bjelke:

Egenlast gulv, inklusive bjelkene (lydisolerende bjelkelag - Byggforskserien 471.031):

1,0 kN/m^2 $\Rightarrow$ $g_{g,k} = 1{,}0 \cdot 0{,}6 = 0{,}6$ kN/m

Permanent last: $g_k = g_{g,k} = 0{,}60$ kN/m

Variabel nyttelast: NS-EN 1991-1-1:

Kategori A (tabell NA.6.3.1.2) boligareal: 2,0 kN/m^2

Tillegg for bevegelige skillevegger (6.3.1.2(8)): 0,5 kN/m^2

“Konstruksjonen” er i pålitelighetsklasse 2; derfor ingen reduksjon av lastfaktoren for den variable lasten.

Kombinasjonsfaktoren $\psi_{1,1}$ (og $\psi_{2,1}$) tas fra tabell 2 for kategoriene boliger og kontorer.

Høydefaktoren (se ligning 3.2 i **EK5-1**):

$$k_h = \left(\frac{600}{270}\right)^{0,1} = 1{,}08$$

For en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last p_d har vi at:

$$M_{maks} = \frac{p_d \cdot L^2}{8} = \frac{3{,}0 \cdot 3{,}86^2}{8} = 5{,}6 \text{ kNm}, \quad \text{og}$$

$$V_{maks} = \frac{p_d \cdot L}{2} = \frac{3{,}0 \cdot 3{,}86}{2} = 5{,}8 \text{ kN}$$

Variabel last: $q_k = (2{,}0 + 0{,}5)\cdot 0{,}6 = 1{,}5$ kN/m

Lastkombinasjoner - bruddgrensetilstand

Med relativt liten andel permanent last er det også her kombinasjonen STR-2 (se tabell 3) som kommer til anvendelse, dvs.

$$p_d = 1{,}2g_k + 1{,}5q_k = 1{,}2 \cdot 0{,}65 + 1{,}5 \cdot 1{,}5 = 3{,}0 \text{ kN/m} \quad (2\text{-}1)$$

Det anses overflødig å vurdere lastkombinasjonen STR-1.

Lastkombinasjoner - bruddgrensetilstand

Som for eksempel 1 vil *ofte forekommende lastkombinasjon* bli lagt til grunn ved kontroll av nedbøyninger, dvs.

$$p_{ofte} = g_k + \psi_{1,1}q_k = 0{,}65 + 0{,}5 \cdot 1{,}5 = 1{,}4 \text{ kN/m} \quad (2\text{-}2)$$

2.4 Bruddgrensekontroll

Her må en kontrollere *bøye-* og *skjærspenningene*.

For kombinasjonen klimaklasse 1 og halvårslast gir tabell 8:

$$k_{mod} = 0{,}8$$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 28\frac{1{,}08 \cdot 0{,}8}{1{,}15} = 21 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3{,}5\frac{0{,}8}{1{,}15} = 2{,}4 \text{ N/mm}^2$$

Dimensjonerende spenninger:

Det regnes *ikke* med bæremessig samvirke mellom gulvflate og bjelkene. Dermed er vår statiske modell en fritt opplagt bjelke med spennvidde lik lysåpningen, se figur 2.1. Bjelken er statisk bestemt og de maksimale snittkreftene finnes direkte ved likevektsbetraktninger, se motstående side:

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{W} = \frac{6 \cdot M_{maks}}{bh^2} = \frac{6 \cdot 5{,}6 \cdot 10^6}{48 \cdot 270^2} = 9{,}6 \text{ N/mm}^2$$

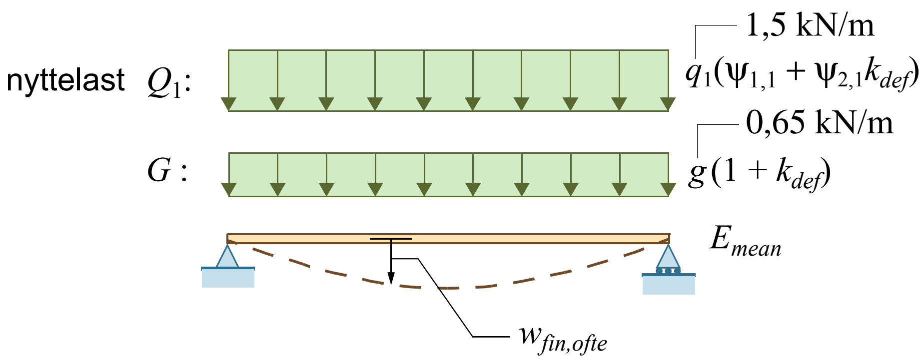
$$\tau_{v,d} = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot b_{ef} \cdot h} = \frac{3 \cdot V_{maks}}{2 \cdot (k_{cr} \cdot b)h} = \frac{3 \cdot 5800}{2 \cdot 0{,}8 \cdot 48 \cdot 270} = 0{,}8 \text{ N/mm}^2$$

Bøyekontroll (**EK5-1**, pkt. 6.1.1) - bøyning om en akse, ingen vipping

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{9{,}6}{21} = 0{,}46 < 1{,}0 \qquad \textbf{OK}$$

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \cancel{\sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}}$$

$i = 1$



Ofte forekommende lastkombinasjon (se figur 1.3)

Frekvensen til en representativ bjelke i hovedbæreretningen kan med tilstrekkelig nøyaktighet beregnes av formelen

$$f_1 = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}}$$

hvor m er massen i kg per meter av bjelken i hovedbæreretningen, $(EI)_l$ er bøyestivheten i Nm^2 og L er lengden i meter til den samme bjelken. Nedbøyningen w i mm, for $P = 1$ kN kan beregnes etter formelen

$$w = \frac{PL^3}{48EI} = \frac{10^6 \cdot L^3}{48(EI)_L}$$

hvor det benyttes samme enheter som ovenfor.

Skjærkontroll (**EK5-1**, pkt. 6.1.7)

$$\frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{0{,}8}{2{,}4} = 0{,}33 < 1{,}0 \qquad \textbf{OK}$$

2.5 Bruksgrensekontroll

Nedbøyninger

Nedbøyningskontrollen utføres for *ofte forekommende lastkombinasjon*, se figur 1.3. Her får nedbøyningen bidrag fra egenlast og nyttelast (Q_1).

For klimaklasse 1 er $k_{def} = 0{,}6$.

For nyttelasten er $\psi_{1,1} = 0{,}5$ og $\psi_{2,1} = 0{,}3$.

$$p_{fin,ofte} = q_k(\psi_{1,1} + \psi_{2,1}k_{def}) + g_k(1 + k_{def}) = 1{,}5(0{,}5 + 0{,}3 \cdot 0{,}6) + 0{,}65(1 + 0{,}6) = 2{,}1 \text{ kN/m}$$

Når vi tar med skjærdeformasjonene gir dette en nedbøyning lik

$$w_{fin,ofte} = 6{,}6 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad L/585 \quad \textbf{OK}$$

Uten skjærdeformasjoner vil nedbøyningen bli 6,1 mm.

Svingning

Er forskyvningsberegninger "vanskelig", så er ikke svingninger og kravene til disse noe enklere. **EK5-1** benytter en komplisert og omdiskutert metode med vage kriterier. Et vesentlig enklere komfortkriterium, foreslått av Hu og Chui [3], synes å ha bred tilslutning. Kriteriet formuleres som, se f.eks. [3],

$$\frac{\left(\dfrac{f_1}{18{,}7}\right)^{2{,}27}}{w} > 1{,}0 \qquad \text{(2-3)}$$

hvor f_1 er gulvets laveste egenfrekvens i Hz, som bør være større enn 10 Hz, og w er nedbøyningen i mm under en punktlast på 1 kN midt på gulvet, som bør være mindre enn 1,3 mm.

Antar vi at gulvbjelkene er opplagt på uforskyvelige opplegg, og at det ikke er samvirke mellom bjelke og gulv får vi ved å benytte formlene på motstående side med $L = 3{,}86$ m,

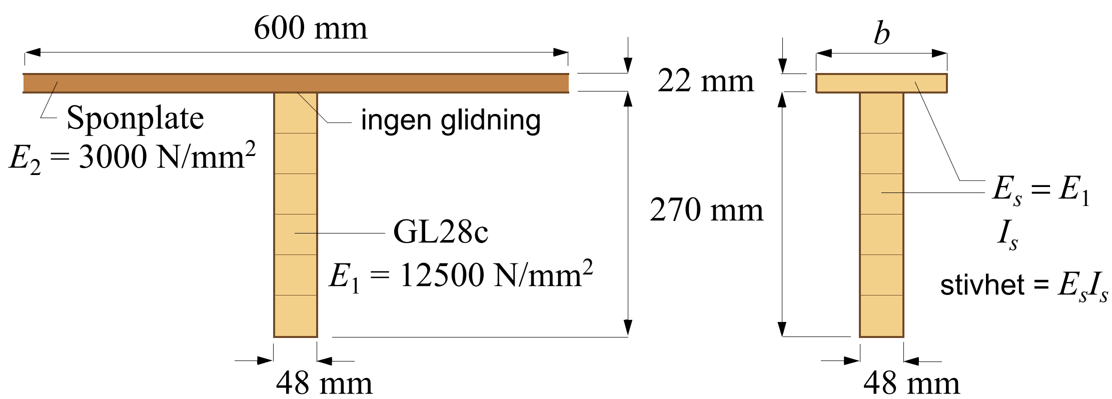
$$(EI)_L = \frac{12500 \cdot 10^6 \cdot 0{,}048 \cdot (0{,}27)^3}{12} = 0{,}98 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2 \quad \text{og}$$

$$m = \frac{g_k}{9{,}82} = \frac{600}{9{,}82} = 61 \text{ kg/m}$$

blir nedbøyningen

Samvirke mellom bjelke og undergulv:

$$b = 600\,\frac{E_2}{E_1} = 600\,\frac{3000}{12500} = 144 \text{ mm}$$



Samvirketverrsnitt

Transformert (ekvivalent) tverrsnitt

Stivheten til samviketverrsnittet, E_sI_s, beregnet for det transformerte tverrsnittet, er ca. 70% større enn stivheten til limtrebjelken alene, dvs. $(E_sI_s)_L = 1{,}7(EI_{bjelke})_L = 1{,}7{\cdot}0{,}98{\cdot}10^6 = 1{,}67{\cdot}10^6$ Nm^2.

Det gir nedbøyningen

$$w = \frac{10^6 \cdot L^3}{48(E_sI_s)_L} = \frac{10^6 \cdot 3{,}86^3}{48 \cdot 1{,}67 \cdot 10^6} = 0{,}7 \text{ mm}$$

og frekvensen

$$f_1 = \frac{\pi}{2L^2}\sqrt{\frac{(E_sI_s)_L}{m}} = \frac{\pi}{29{,}8}\sqrt{\frac{1{,}67 \cdot 10^6}{61}} = 17{,}4 \text{ Hz}$$

Ligning (2-3) gir nå:

$$\frac{\left(\frac{17{,}4}{18{,}7}\right)^{2{,}27}}{0{,}7} = 1{,}21 > 1{,}0 \qquad \textbf{OK}$$

$$w = \frac{10^6 \cdot L^3}{48(EI)_L} = \frac{10^6 \cdot 3{,}86^3}{48 \cdot 0{,}98 \cdot 10^6} = 1{,}2 \text{ mm}$$

og frekvensen

$$f_1 = \frac{\pi}{2l^2}\sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} = \frac{\pi}{29{,}8}\sqrt{\frac{0{,}98 \cdot 10^6}{61}} = 13{,}4 \text{ Hz}$$

Ligning (2-3):

$$\frac{\left(\frac{13{,}4}{18{,}7}\right)^{2{,}27}}{1{,}2} = 0{,}39 < 1{,}0 \qquad \text{Ikke } \textbf{OK}$$

Isolert sett er våre antakelser sannsynligvis konservative. Hva massen angår har vi regnet som om det er fullt samvirke mellom gulv og bjelke, mens vi har sett bort fra et slikt samvirke når det gjelder stivheten. Sannsynligvis treffer vi ganske godt med massen, mens vi regner med for lav stivhet.

Det bør nevnes at i henhold til en bjelkelagstabell[1], utarbeidet for smalt limtre vil vår bjelke ha tilfredsstillende komfortegenskaper for et spenn (lysåpning) opp til 4,1 meter. Det forutsetter at et undergulv av 22 mm sponplater med limte skjøter, eller av 19 mm kryssfiner med limte skjøter, er spikret eller skrudd til bjelkene, og at gulvet også har kontinuerlig himling av plater festet til bjelkene. Uten himlingsplater er spennvidden redusert til 3,7 m.

På motstående side har vi antatt at et undergulv, av 22 mm sponplate med E-modul lik 3000 N/mm^2, er så godt festet til limtrebjelken at vi kan regne med et fullstendig samvirketverrsnitt (med T-form). Det vil øke stivheten med ca. 70% i forhold til stivheten av bjelken alene. Resultatet er redusert nedbøyning (w) og økt frekvens (f_1), og komfortkriteriet er tilfredsstilt. Antakelsen om fullstendig samvirke er nok optimistisk - det bør i alle fall spikres/skrues godt, eventuelt limes.

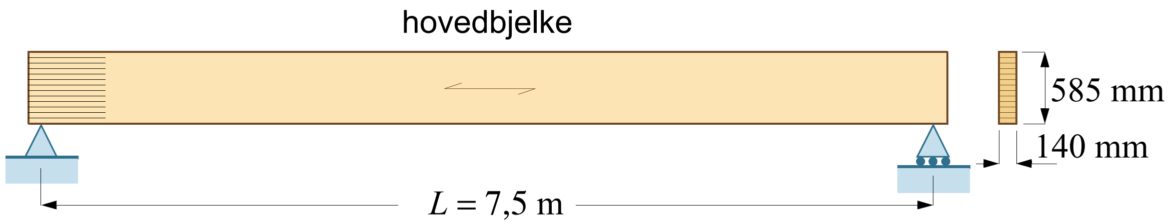
Beregningene ovenfor er basert på uforskyvelige opplegg. Det er sannsynligvis optimistisk. Hvordan en skal håndtere gulvet som helhet er ikke så godt å si, men vi kan jo forsøke å anvende komfortkriteriet på den midterste hovedbjelken slik den er beskrevet i eksempel 1 (se figur på neste side):

$$(EI)_L = \frac{13000 \cdot 10^6 \cdot 0{,}14 \cdot (0{,}585)^3}{12} = 30{,}4 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2 \quad \text{og}$$

$$m = \frac{g_k}{9{,}82} = \frac{4350}{9{,}82} = 443 \text{ kg/m} \quad \text{(lastbredde er 4,0 m, se eksempel 1)}$$

1. Tabellen er basert på NS-EN 1995-1-1, NS-EN 1990 og NS-EN 14080, og komfortkriterium i.h.t. SINTEF Byggforsk byggdetaljblad 522.351 pkt. 212, og gjelder for pålitelighetsklasse 1 og 2.

samlet egenlast (uten lastfaktor) $= g_k = 4{,}35\ \mathrm{kN/m}$



$$w = \frac{10^6 \cdot L^3}{48(EI)_L} = \frac{10^6 \cdot 7{,}5^3}{48 \cdot 30{,}4 \cdot 10^6} = 0{,}29 \text{ mm}$$

$$f_1 = \frac{\pi}{2L^2}\sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} = \frac{\pi}{112{,}5}\sqrt{\frac{30{,}4 \cdot 10^6}{443}} = 7{,}3 \text{ Hz}$$

Ligning (2-3) gir nå:

$$\frac{\left(\frac{7{,}3}{18{,}7}\right)^{2{,}27}}{0{,}29} = 0{,}41 < 1{,}0 \quad \textbf{ikke OK}$$

Også her vil vi kunne tilfredsstille kriteriet ved å øke bjelkens stivhet, fortrinnsvis ved å øke høyden.

Kommentar

Gulvbjelken vi startet med - 48×270 mm - tilfredsstiller bruddgrensekravene med svært god margin. Også nedbøyningskravet tilfredsstilles med god margin. Komfortkriteriet med hensyn til svingninger er derimot usikkert, og helt avhengig av hvordan gulvkonstruksjonen utføres (plater over og under som er godt festet til gulvbjelkene). Hovedbjelkenes innvirkning på svingeegenskapene er det vanskelig å forutsi.

Eksemplet er typisk for en gulvkonstruksjon med limtre som det bærende materialet - komfortkriteriet blir som oftest dimensjonerende.