

Figur 8.1 Plankrum bjelke

## Plankrum bjelke

### 8.1 Oppgaven

Figur 8.1 viser en av flere like takbjelker i svømmehall som bærer en kontinuerlig, avstivende takskive. Bjelkene, som er fritt opplagt på limtresøyler, ligger med senteravstand 4800 mm i hallens lengderetning.

Oppgaven er å kontrollere den plankrumme bjelken i både brudd- og bruksgrensetilstand

### 8.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c /  $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre:  $\gamma_M = 1,15$

Bjelkedimensjon: 215×1575 mm

Lastbredde: 4800 mm

### 8.3 Laster

Karakteristiske laster på en bjelke:

Egenlast bjelke beregnes automatisk av programmet.

Egenlast avstivende isolert lett-tak (Byggforskserien 471.031):

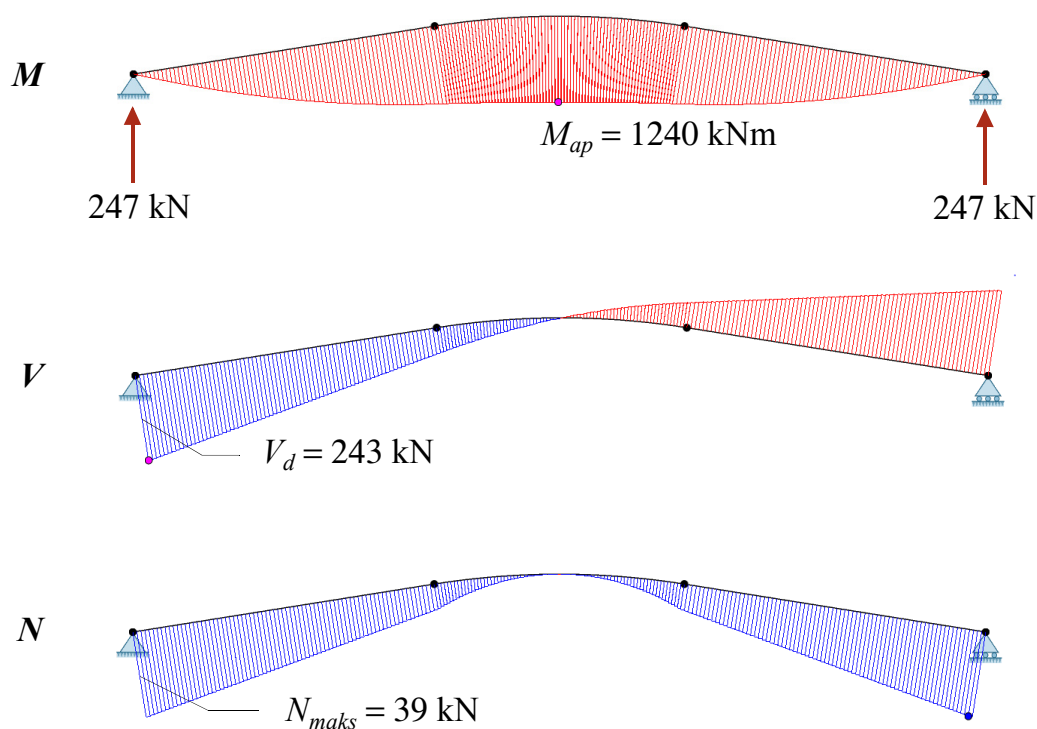
$$0,50 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{t,k} = 0,5 \cdot 4,8 = 2,4 \text{ kN/m}$$

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Snølast på mark:  $s_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$  ; formfaktor  $\mu_1 = 0,8$ :

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 3,5 \cdot 4,8 = 13,4 \text{ kN/m}$$

Utvendige formfaktorer for saltak benyttes, se figur 7.8 og tabellene 7.4a og 7.4b i NS-EN 1991-1-4. Uansett vindretning er så godt som alle utvendige formfaktorer negative, dvs. bare oppadrettede vindkrefter (sug). Størst, jevnt fordelt vindsug får en bjelke i sone H for vind mot gavl ( $\theta = 90^\circ$ ) hvor formfaktoren er  $c_e = -0,7$ . Denne kombineres med et innvendig overtrykk med formfaktor  $c_i = 0,2$ .



Statiske beregninger for dimensjonerende bruddlast

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk  $q_p = 1,0 \text{ kN/m}^2$

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter.

Resulterende oppadrettet vindlast blir:

$$q_{sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 6 = 1,0 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 4,8 = -4,3 \text{ kN/m}$$

Nedadrettet vindtrykk er så lite at det er helt uinteressant i kombinasjon med snø; dette på grunn av en vesentlig større  $k_{mod}$  når vind er med sammenlignet med snø alene (1,1 mot 0,9).

### Lastkombinasjoner

For *bruddgrensetilstanden* kan vi, som forklart ovenfor, se bort fra kombinasjonen snø og vind, og dimensjonerende last for selve bjelken er egenlast og snø, dvs.

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} = 1,2 \cdot g_k + 1,5 \cdot 13,4 = 1,2 \cdot g_k + 20,1 \text{ kN/m} \quad (8-1)$$

Løftekrefter ved oppleggene må, som i eksempel 3, vurderes på grunnlag av vindsug på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

$$p_{løft} = 1,0g_k + 1,5q_{sug,k} = 1,0 \cdot g_k - 1,5 \cdot 4,3 = 1,0 \cdot g_k - 6,5 \text{ kN/m} \quad (8-2)$$

Her virker egenlasten i "gunstig" retning, derfor lastfaktor lik 1,0.

Av de tre lastkombinasjonene som er definert for bruksgrensetilstanden er det her mest naturlig å basere kontrollen på *ofte forekommende kombinasjon*, med last fra egenvekt og snø:

$$p_{ofte} = g_k + \psi_{1,1}q_{s,k}$$

## 8.4 Statistiske beregninger

De viktigste resultatene fra en programstyrt statisk beregning for dimensjonerende bruddlast er vist på motstående side.

En enkel manuell kontroll får vi ved å betrakte bjelken som horisontal og belastet med

$$p_d = 1,2(0,215 \cdot 1,575 \cdot 430 \cdot 9,82 \cdot 10^{-3} + 2,4) + 20,1 = 24,7 \text{ kN/m}$$

som jevnt fordelt last. Det gir

$$M_d = M_{maks} = \frac{p_d L^2}{8} = \frac{24,7 \cdot 20^2}{8} = 1235 \text{ kNm}$$

$$V_d = V_{maks} = \frac{p_d L}{2} = \frac{24,7 \cdot 20}{2} = 247 \text{ kN}$$

Det verifiserer resultatene fra programmet. Den beskjedne aksialkraften som beregningene med programmet gir ser vi bort fra (som uten betydning).

I mønesonen ("apex zone"), dvs. bjelkens toppunkt, skal bøyespenningen tilfredsstille kravet

$$\sigma_{m,ap,d} \leq k_r f_{m,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{m,ap,d}}{k_r f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.41)}$$

hvor

$$k_r = 0,76 + 0,001 \left( \frac{r_{in}}{t} \right) \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.49)}$$

lamelltykkelsen  $t = 45 \text{ mm}$

Bøyespenningen i mønesonen skal beregnes som

$$\sigma_{m,ap,d} = k_l \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2} \quad \text{EK5-1: ligning (6.42)}$$

hvor (når  $\alpha_{ap} = 0$  som her)

$$k_l = 1 + 0,35 \left( \frac{h_{ap}}{r} \right) + 0,6 \left( \frac{h_{ap}}{r} \right)^2 \quad \text{EK5-1: ligning (6.43)}$$

Tverrstrekkspenningen ved mønet beregnes som

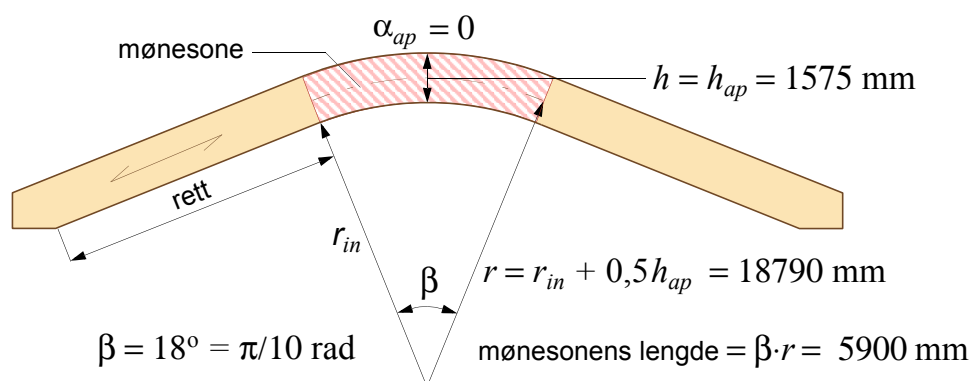
$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_{ap}}{bh_{ap}^2} - 0,6 \frac{p_d}{b} \quad \text{EK5-1: ligning (6.55)}$$

hvor

$$k_p = 0,25 \left( \frac{h_{ap}}{r} \right) \quad \text{EK5-1: ligning (6.56), med } \alpha_{ap} = 0$$

og

$$p_d = 1,2 \cdot g_{t,k} + 1,5 \cdot q_{s,k} = 1,2 \cdot 2,4 + 1,5 \cdot 13,4 = 23 \text{ kN/m} = 23 \text{ N/mm}$$



$$\text{mønesonens volum: } V = 0,215 \cdot 1,575 \cdot 5,9 = 2,0 \text{ m}^3 \quad \text{og} \quad V_0 = 0,01 \text{ m}^3$$

$$k_{vol} = (V_0/V)^{0,2} = (0,01/2)^{0,2} = 0,35 \quad \text{EK5-1: ligning (6.51)}$$

## 8.5 Bruddgrensekontroll

For kombinasjonen klimaklasse 2 og korttidslast gir tabell 8:  $k_{mod} = 0,9$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$

$$f_{c,0,d} = 24,5 \frac{0,9}{1,15} = 19 \text{ N/mm}$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = 0,5 \frac{0,9}{1,15} = 0,39 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Kontroll av bøyespenningen ved mønet –  $\sigma_{m,ap,d}$  – se motstående side

$$r = r_{in} + h_{ap}/2 = 18788 \text{ mm} \quad \text{og} \quad r_{in} = 18000 \text{ mm} \Rightarrow h_{ap} / r = 0,084$$

$$k_l = 1 + 0,35 \cdot 0,084 + 0,6(0,084)^2 = 1 + 0,03 + 0,00 = 1,03$$

$$k_r = \min \{ 0,75 + 0,001(18000 / 45), 1,0 \} = 1,0$$

$$\sigma_{m,ap,d} = k_l \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2} = 1,03 \frac{6 \cdot 1240 \cdot 10^6}{215 \cdot 1575^2} = 14 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,ap,d}}{k_r f_{m,d}} = \frac{14}{1,0 \cdot 23} = 0,61 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av tverrestrekkspenning ved mønet –  $\sigma_{t,90,d}$  – se motstående side

$$k_p = 0,25 \left( \frac{h_{ap}}{r} \right) = 0,25 \frac{1575}{18788} = 0,021$$

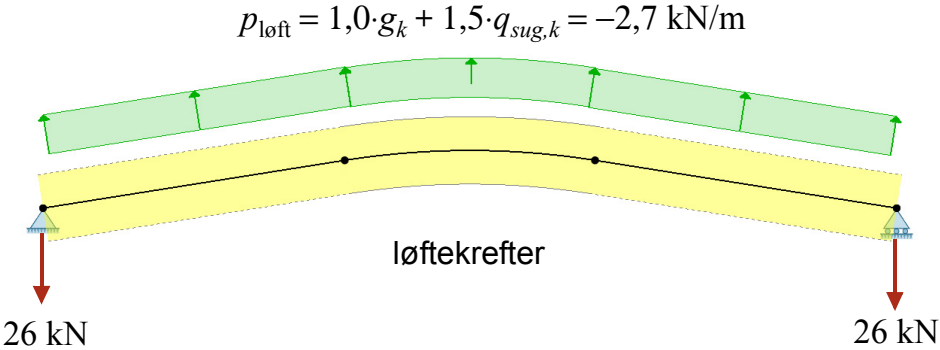
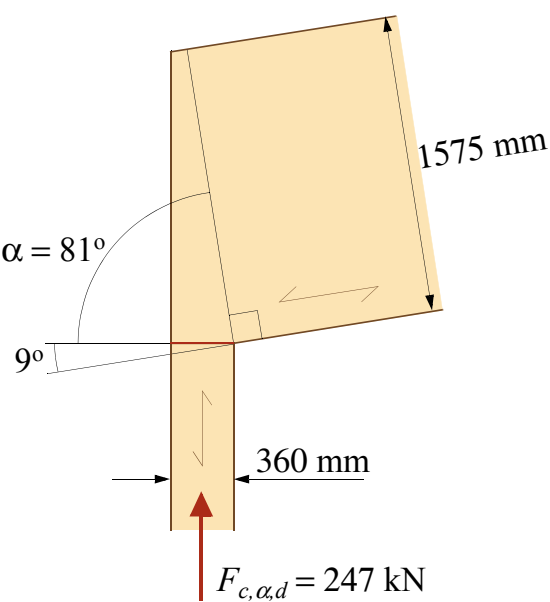
$$\begin{aligned} \sigma_{t,90,d} &= k_p \frac{6M_{ap}}{bh_{ap}^2} - 0,6 \frac{p_d}{b} \\ &= 0,021 \frac{6 \cdot 1240 \cdot 10^6}{215 \cdot 1575^2} - 0,6 \frac{21,3}{215} = 0,29 - 0,06 = 0,23 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Denne spenningen skal tilfredsstille

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.50)}$$

hvor fordelingsfaktoren  $k_{dis}$  settes lik 1,4, mens volumfaktoren beregnes som vist på motstående side. Kontrollen gir

Trykk på skrå flate:



$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis}k_{vol}f_{t,90,d}} = \frac{0,23}{1,4 \cdot 0,35 \cdot 0,39} = 1,2 \quad \text{ikke OK}$$

### Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Dimensjonerende skjærspenning – uten reduksjon av skjærkraften:

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h_0} = \frac{3 \cdot 243000}{2 \cdot 0,8 \cdot 215 \cdot 1575} = 1,3 \text{ N/mm}^2$$

som gir

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,3}{2,7} = 0,48 < 1,0 \quad \text{OK}$$

selv for en konservativ skjærkraft (som ikke er redusert).

### Vippekontroll

Takbjelken anses å være fullstendig fastholdt mot vipping.

### Trykk på skrå flate (EK5-1, pkt. 6.2.2)

Dimensjonerende spenning på skrå flate:

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{c,\alpha,d}}{A} = \frac{247000}{215 \cdot 360} = 3,2 \text{ N/mm}^2$$

Kravet er at

$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq f_{c,\alpha,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.16)}$$

hvor

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90}f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{19}{\frac{19}{1,75 \cdot 2} 0,976 + 0,02} = \frac{19}{5,3} = 3,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{3,2}{3,6} = 0,89 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Faktoren  $k_{c,90}$  er samme faktor som benyttes ved trykk *normalt* fiberretningen (se standardens pkt. 6.1.5). Sannsynligvis kunne vi også ha benyttet oss av et noe større effektivt areal, men det er ikke nødvendig for å tilfredsstille kravet.

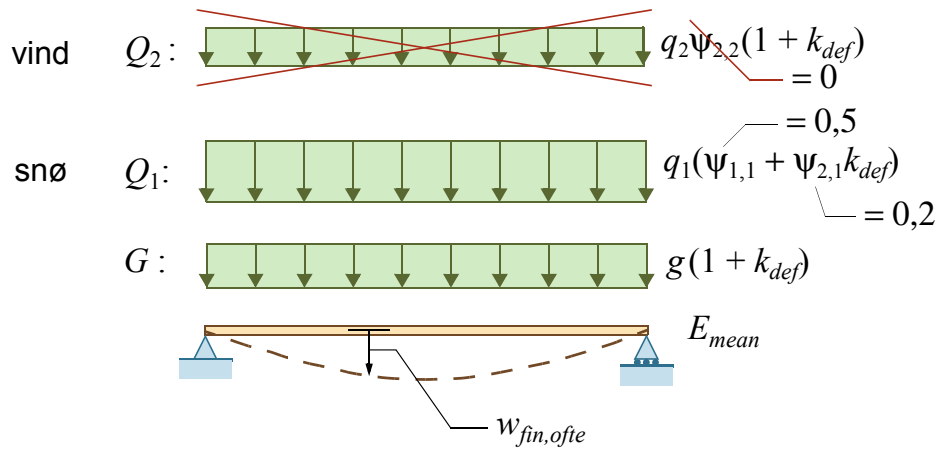
### Løftekrefter

Bjelken må festes på en slik måte at løftekreftene, 26 kN, vist på motstående side kan overføres til søylene (som forutsettes å kunne overføre kreftene til fundamentene). Løftekreftene er beregnet for vind på snøfritt tak.

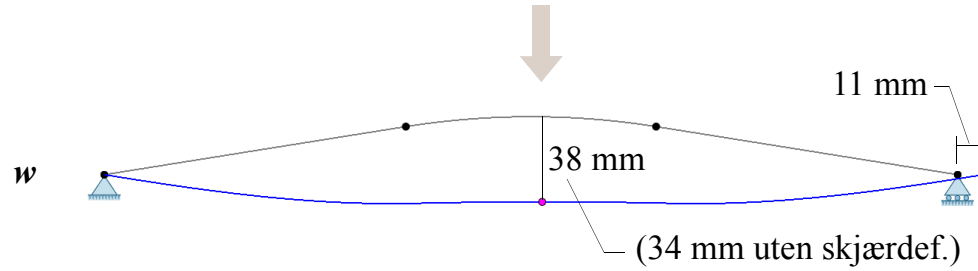


Ofte forekommende lastkombinasjon:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$



ofte forekommende lastkombinasjon



## 8.6 Bruksgrensekontroll

Med referanse til eksempel 1 og figur 1.2 er det på motstående side vist hvilken last som vil gi langtidsnedbøyningen ( $w_{fin,ofte}$ ) for den ofte forekommende lastkombinasjonen. For klimaklasse 1 er deformasjonsfaktoren  $k_{def} = 0,6$ , og kombinasjonsfaktorene ( $\psi$ ) er vist på motstående figur. Nedbøyningen skal altså beregnes for lasten

$$p_{fin,ofte} = (1 + k_{def})g_k + (\psi_{1,1} + \psi_{2,1}k_{def})q_{s,k} = 1,6g_k + 0,62q_{s,k}$$

Resultatet av forskyvningsberegningene er vist på motstående side. Største nedbøyning, 38 mm, tilsvarer ca.  $L/525$  som er godt innenfor normale krav. Største horisontalforskyvning, 11 mm, bør heller ikke volde problemer; for en søylehøyde på 6 m betyr dette en skjevstilling på ca.  $H/550$  om alt tas på en side, eller ca.  $H/1100$  om forskyvningen fordeler seg med en halvpart på hver side.

De tilsvarende forskyvninger om vi hadde benyttet *karakteristisk* lastkombinasjon, men fortsatt uten vind, er 55 mm ( $L/360$ ) og 17 mm ( $H/350$ ).

### Kommentar

Med unntak av litt for store strekkspenninger normalt på fiberretningen i mønesonen, tilfredsstiller den valgte bjelken alle krav, noen med god margin. Bjelken bør forsterkes i mønesonen for å hindre tverrstrekkbrudd. Med forsterkning bør en vurdere å undersøke om en bjelke med en eller kanskje to lameller mindre, eller en bjelke med litt mindre bredde, ville representere en tilfredsstillende og mer økonomisk løsning.

Alternativet til forsterkning er selvsagt større høyde eller større bredde, men begge de løsningene vil sannsynligvis koste mer enn forsterkning, enten med selvborende skruer, eller pålimte kryssfiner-plater. Forsterkning er behandlet i eksemplene 17 og 18.