

Figur 9.1 Åser

EKSEMPEL 9

Åser

9.1 Oppgaven

Figur 9.1 viser sekundærbærende åser, med senteravstand 3000 mm (målt langs takflaten), for bæring av tak i en mindre idrettshall. Åsene legges som kontinuerlige bjelker over to felt, hvor feltbredden er 6500 mm. Åsene understøttes av saltakstoler (eksempel 10) med takvinkel 23,6 grader. Selve takkonstruksjonen er et isolert stålplatetak.

Oppgaven er å dimensjonere åsene.

9.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Åsene skjøtes "butt i butt" over opplegget på saltakstolens overgurt som antas å ha en bredde på 140 mm.

Lastbredden er 3000 mm målt langs takflaten, 2750 mm målt langs horisontalprojeksjonen.

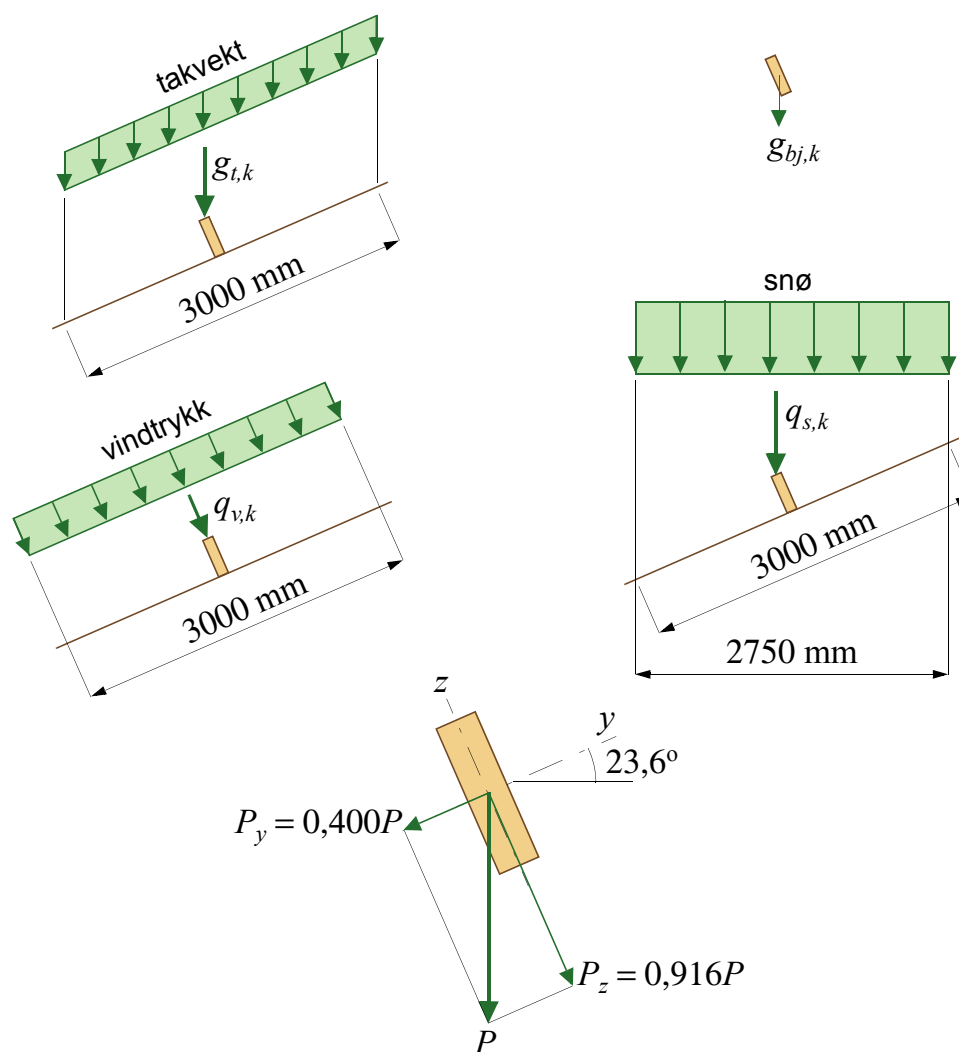
Antar åsdimensjon: 115×360 mm.

9.3 Laster

Karakteristiske laster på en ås:

Egenlast bjelke (tyngdelast): $g_{bj,k} = 0,115 \cdot 0,360 \cdot 0,43 \cdot 9,82 = 0,2 \text{ kN/m}$

Egenlast isolert stålplatetak (Byggforskserien 471.031):



Lastene virker som vist ovenfor, og de angriper i punktet hvor takplaten(e) er festet til åsen. Mens egenlast og snø gir last om begge hovedaksene til åsen, gir vindtrykket last bare i z -retningen (gir bøyning bare om sterk y -akse). Hvorvidt vi får bøyning om *to* akser avhenger av hvordan takplaten(e) er festet (spesielt ved mønet). Vi regner konservativt og antar bøyning om begge hovedaksene, men vi flytter lastenes angrepspunkt til åsens senterlinje (neglisjerer torsjonsmomentet som ikke har særlig betydning, forutsatt at åsene er godt sikret mot rotasjon om egen akse over oppleggene).

$\psi_0 = 0,6$ for vind, mens $\psi_0 = 0,7$ for snø (se tabell 2 i introduksjonen)

$$0,40 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow \text{tyngdelast: } g_{t,k} = 0,40 \cdot 3,0 = 1,2 \text{ kN/m}$$

$$\text{Total egenlast er: } g_k = g_{bj,k} + g_{t,k} = 0,2 + 1,2 = 1,4 \text{ kN/m}$$

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

$$\text{Snølast på mark: } s_k = 1,5 \text{ kN/m}^2 ; \text{ formfaktor } \mu_1 = 0,8:$$

$$\text{tyngdelast: } q_{s,k} = 0,8 \cdot 1,5 \cdot 2,75 = 3,3 \text{ kN/m}$$

$$\text{Vind: dimensjonerende hastighetstrykk } q_p = 1,5 \text{ kN/m}^2$$

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter.

Utvendige formfaktorer for saltak benyttes, se figur 7.8 og tabellene 7.4a og 7.4b i NS-EN 1991-1-4. Vind mot gavlf (θ = 90°) gir bare negative, dvs. oppadrettede krefter, mens vind mot langvegg (θ = 0°) gir trykk med formfaktoren $c_e = 0,3$ i sone H. Dette kombineres med et innvendig undertrykk med formfaktor $c_i = -0,3$. Resulterende vindkraft er et normalrette trykk:

$$q_{v,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 3,0 = 1,5 \cdot (0,3 + 0,3) \cdot 3,0 = 2,7 \text{ kN/m}$$

Lastkombinasjoner

Bruddgrensetilstand

Selv om vi får en vesentlig gunstigere k_{mod} ved å ta med last fra vind, er vindkraften her såpass stor i forhold til lasten fra snø, at vi nok bør se på lastkombinasjoner med både snø og vind ($p_{1,d}$), og med snø alene ($p_{2,d}$). Den første gir, for bøyning om sterk (y-)akse (last langs z-aksen):

$$p_{1sz,d} = (1,2g_k + 1,5q_{s,k}) \cdot 0,916 + 1,5\psi_0q_{v,k} = 6,1 + 2,4 = 8,5 \text{ kN/m} \quad (9-1)$$

Vi har her regnet med snø som dominerende variabel last. Med vind som dominerende variabel last får vi

$$p_{1vz,d} = (1,2g_k + 1,5\psi_0q_{s,k}) \cdot 0,916 + 1,5q_{v,k} = 4,7 + 4,1 = 8,8 \text{ kN/m} \quad (9-2)$$

Tilsvarende laster i y-retning (gir bøyning om svak z-akse) er, for snø som dominerende last,

$$p_{1sy,d} = (1,2g_k + 1,5q_{s,k}) \cdot 0,4 = 2,7 \text{ kN/m} \quad (9-3)$$

og med vind som dominerende last,

$$p_{1vy,d} = (1,2g_k + 1,5\psi_0q_{s,k}) \cdot 0,400 = 2,1 \text{ kN/m} \quad (9-4)$$

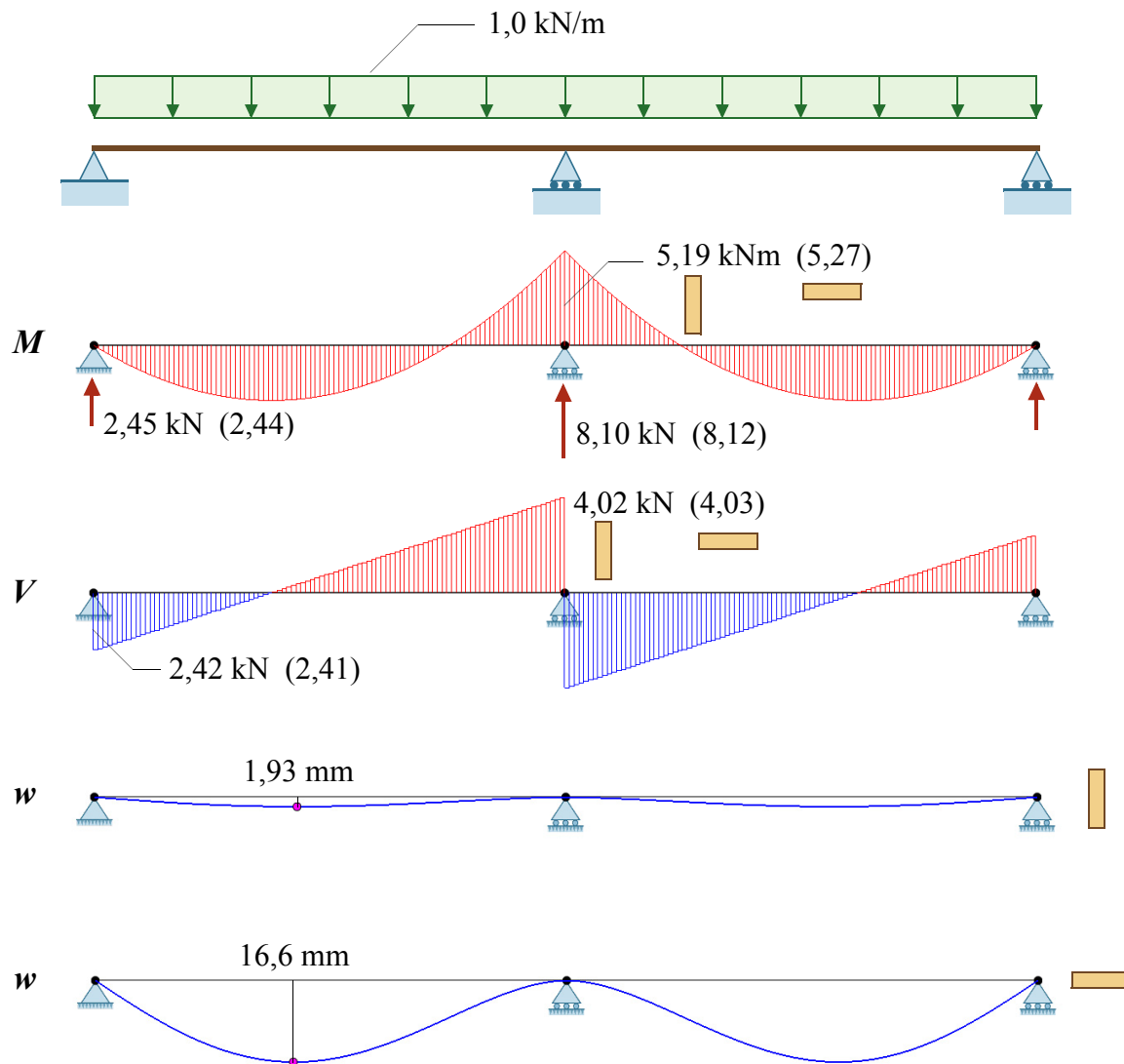
Lastkombinasjon med bare egenlast og snø gir:

$$p_{2z,d} = (1,2g_k + 1,5q_{s,k}) \cdot 0,916 = 6,1 \text{ kN/m} \quad (9-5)$$

og

$$p_{2y,d} = (1,2g_k + 1,5q_{s,k}) \cdot 0,400 = 2,7 \text{ kN/m} \quad (9-6)$$

Forankring av åsen på grunn av mulige løftekrefter kommer vi tilbake til i et eget avsnitt.



Figur 9.2 Statiske beregninger (inkl. skjærdeformasjoner)
Tallene i parentes gjelder for bøyning om svak akse

$$k_h = \min \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1} = 1,05 \quad (h = 360) \\ 1,1 \end{array} \right.$$

$$k_h = \min \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1} = 1,1 \quad (h = 115) \\ 1,1 \end{array} \right.$$

Bruksgrensetilstand

Vi har her vurdert det som tilstrekkelig å kontrollere langtidsnedbøyningen forårsaket av den tilnærmet permanente lastkombinasjon, dvs. for lasten

$$p_{perm} = (g_k + \psi_2 q_{s,k})(1 + k_{def}) \quad (\psi_2 = 0 \text{ for vind}) \quad (9-7)$$

9.4 Statistiske beregninger

For en to-feltsbjelke med konstant stivhet og påkjent av en jevnt fordelt enhetslast ($q = 1 \text{ kN/m}$) og som har to like lange felt ($L = 6,5 \text{ m}$), har vi enkle formler for moment og skjærkraft når vi ser bort fra skjærdeformasjonene. Største moment og skjærkraft opptrer over midtstøtten og er:

$$M_{maks} = \frac{qL^2}{8} = \frac{1 \cdot 6,5^2}{8} = 5,28 \text{ kNm} \quad \text{og} \quad V_{maks} = \frac{5qL}{8} = \frac{5 \cdot 1 \cdot 6,5}{8} = 4,06 \text{ kN}$$

På motstående side er vist resultatene fra en programstyrt beregning som tar hensyn til skjærdeformasjonene. Som vi ser spiller ikke skjærdeformasjonene noen stor rolle her, spesielt ikke når vi betrakter bøyning om svak (z-) akse. Det lille avviket i skjærkraften skyldes at programmet representerer en fordelt last som en serie av konsentrerte laster.

9.5 Bruddgrensekontroll

For kombinasjonen klimaklasse 1 og øyeblikkslast (vind) gir tabell 8: $k_{mod} = 1,1$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,05 \cdot 1,1}{1,15} = 30 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,05) \text{ for bøyning om } y\text{-aksen}$$

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,1 \cdot 1,1}{1,15} = 32 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,1) \text{ for bøyning om } z\text{-aksen}$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{1,1}{1,15} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{1,1}{1,15} = 3,3 \text{ N/mm}^2$$

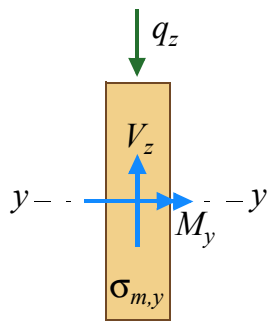
For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast (snø) gir tabell 8: $k_{mod} = 0,9$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

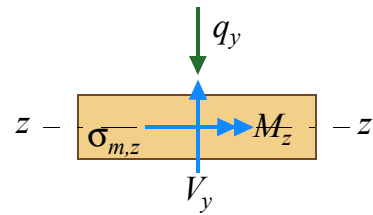
$$f_{m,d} = 30 \frac{1,05 \cdot 0,9}{1,15} = 25 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,05) \text{ for bøyning om } y\text{-aksen}$$

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,1 \cdot 0,9}{1,15} = 26 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,1) \text{ for bøyning om } z\text{-aksen}$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$



$$\sigma_{m,y} = \frac{M_y}{W_y}$$



$$\sigma_{m,z} = \frac{M_z}{W_z}$$

$$W_y = \frac{bh^2}{6} = \frac{115 \cdot 360^2}{6} = 2,48 \cdot 10^6 \quad W_z = \frac{b^2h}{6} = \frac{115^2 \cdot 360}{6} = 0,794 \cdot 10^6$$

Bøyning om to akser (punkt 6.1.6 i **EK5-1**):

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning 6.11}$$

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning 6.12}$$

$k_m = 0,7$ for rektangulære tverrsnitt

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} \Rightarrow \tau_{z,d} = \frac{3 \cdot 34200}{2 \cdot 0,8 \cdot 115 \cdot 360} = 1,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Kontroll av bøyespenninger - se motstående side, og figur 9.2

A - Egenlast, snø og vind – snø dominerende

$$M_y = 5,19 \cdot p_{1sz,d} = 5,19 \cdot 8,5 = 44,1 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{44,1}{2,48} = 18 \text{ N/mm}^2$$

$$M_z = 5,27 \cdot p_{1sy,d} = 5,27 \cdot 2,7 = 14,2 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,z,d} = \frac{14,2}{0,794} = 18 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll 6.11: } \frac{18}{30} + 0,7 \frac{18}{32} = 0,60 + 0,39 = 0,99 < 1,0 \quad \text{OK}$$

$$\text{Kontroll 6.12: } \frac{18}{32} + 0,7 \frac{18}{30} = 0,56 + 0,42 = 0,98 < 1,0 \quad \text{OK}$$

B - Egenlast, snø og vind – vind dominerende

$$M_y = 5,19 \cdot p_{1vz,d} = 5,19 \cdot 8,8 = 45,7 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{45,7}{2,48} = 18 \text{ N/mm}^2$$

$$M_z = 5,27 \cdot p_{1vy,d} = 5,27 \cdot 2,1 = 11,1 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,z,d} = \frac{11,1}{0,794} = 14 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll 6.11: } \frac{18}{30} + 0,7 \frac{14}{32} = 0,60 + 0,31 = 0,91 < 1,0 \quad \text{OK}$$

$$\text{Kontroll 6.12: } \frac{14}{32} + 0,7 \frac{18}{30} = 0,44 + 0,42 = 0,86 < 1,0 \quad \text{OK}$$

C - Bare egenlast og snø

$$M_y = 5,19 p_{2z,d} = 5,19 \cdot 6,1 = 31,7 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{31,7}{2,48} = 13 \text{ N/mm}^2$$

$$M_z = 5,27 p_{2y,d} = 5,27 \cdot 2,7 = 14,2 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,z,d} = \frac{14,2}{0,794} = 18 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll 6.11: } \frac{13}{25} + 0,7 \frac{18}{26} = 0,52 + 0,48 = 1,0 \quad \text{OK}$$

$$\text{Kontroll 6.12: } \frac{18}{26} + 0,7 \frac{13}{25} = 0,69 + 0,36 = 1,1 \quad \text{ikke OK}$$

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Dimensjonerende skjærspenning – uten reduksjon av skjærkraften:

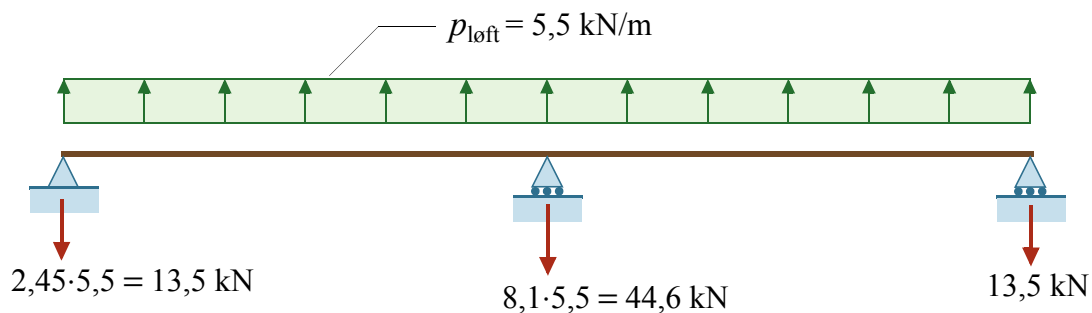
A - Egenlast, snø og vind – snø dominerende

$$V_{z,d} = 4,02 p_{1sz,d} = 4,02 \cdot 8,5 = 34,2 \text{ kN} \Rightarrow \tau_{z,d} = 1,5 \text{ N/mm}^2$$

Det er ikke uten videre klart hvordan en skjærkontroll skal utføres når vi har bøyning om begge hovedaksene. Man kan selvsagt beregne største skjærspenning i hver retning og si at resultanten av disse er den dimensjonerende skjærspenning. Det er strengt tatt riktig bare i ett punkt, og det vil derfor være konservativt å basere kontrollen på denne spenningen. I mangel av en mer representativ skjærspenning baserer vi vår kontroll på denne resultantspenningen - tilfredsstillers den kravet er vi på trygg grunn.

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} \quad \text{med } k_{cr} = 0,8$$

Løftekrefter (se figur 9.2):



$$V_{y,d} = 4,03 p_{1sy,d} = 4,03 \cdot 2,7 = 9,7 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \tau_{y,d} = 0,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = \sqrt{\tau_{z,d}^2 + \tau_{y,d}^2} = \sqrt{1,5^2 + 0,4^2} = 1,6 \text{ N/mm}^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,6}{3,3} = 0,48 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av tilfellene B og C anses overflødige. Det er påvist at selv med konservative antakelser hva angår både dimensjonerende skjærkrefter og spenninger er skjærkontrollen tilfredsstilt med god margin.

Trykk normalt fibrene (EK5-1, pkt. 6.1.5) – se figur 9.2

Dimensjonerende opplagerkraft ved midtopplegg for egenlast, snø og vind (med vind som dominerende last):

$$F_{z,d} = 8,1 \cdot p_{1vz,d} = 8,1 \cdot 8,8 = 71,3 \text{ kN}$$

$$(140 + 2 \cdot 30) \cdot 115$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{z,d}}{A_{ef}} = \frac{71300}{190 \cdot (115 + 2 \cdot 30)} = \frac{71300}{190 \cdot 175} = 2,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2,1}{1,75 \cdot 2,4} = 0,50 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Det er åpenbart at standardens krav også er tilfredsstilt for en kombinasjon med bare egenlast og snø. For endeoppleggene er effektivt oppleggsareal halvparten av det effektive arealet ved midtopplegget, mens dimensjonerende opplagerkraft bare er ca. 30% av kraften ved midtopplegget. Det følger av dette at trykk normalt fibrene heller ikke er noe problem ved åsens endeopplegg.

Løftekrefter

Om vi, med referanse til figur 7.8 og tabell 7.4b i NS-EN 1991-1-4, antar at størrelsen e er ca. 20 m, kan vi, for vind mot gavl ($\theta = 90^\circ$), anta at en ås som starter på den første takstolen får et vindsug med formfaktoren $c_e = -0,8$ (sone G og H). Denne kombineres med et innvendig overtrykk med formfaktor $c_i = 0,2$. Resulterende oppadrettet vindlast på en ås blir:

$$q_{sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 3,0 = 1,5 \cdot (-0,8 - 0,2) \cdot 3,0 = -4,5 \text{ kN/m}$$

For snøfritt tak gir dette en løftekraft per ås som er:

$$p_{løft} = 1,0 \cdot g_k \cdot 0,916 - 1,5 \cdot q_{sug,k} = 1,4 \cdot 0,916 - 1,5 \cdot 4,5 = -5,5 \text{ kN/m}$$

Åsene må festes på en slik måte at løftekreftene vist på motstående side kan overføres til saltakstolens overgurt.

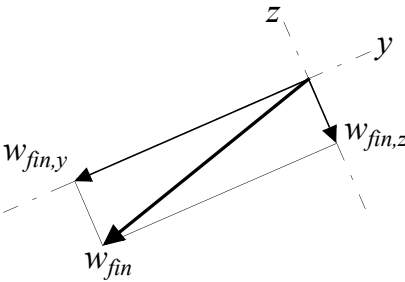
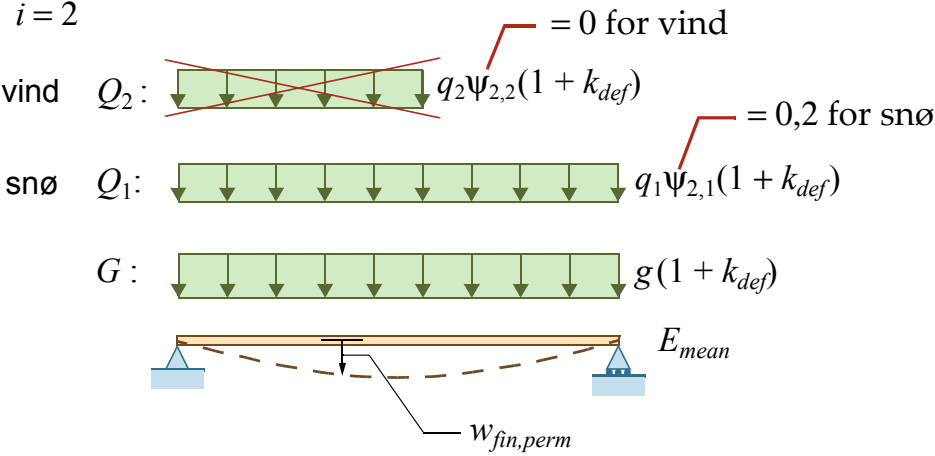
9.6 Bruksgrensekontroll

Her bør det være tilstrekkelig å kontrollere at langtidsnedbøyningene, på grunn av *tilnærmet permanent* last, er innenfor akseptable grenser. Med henvisning til figur på motstående side og ligning (9-7), finner vi nedbøyning langs z -aksen ved å beregne forskyvningene (for bøyning om sterk akse) for en jevnt fordelt last

Tilnærmet permanent lastkombinasjon

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$i = 2$



$$p_{fin,perm,z} = 0,916(g_k + \psi_{2,1}q_{s,k})(1 + k_{def}) = 0,916(1,4 + 0,2 \cdot 3,3) \cdot 1,6 = 3,0 \text{ kN/m}$$

Her er k_{def} satt lik 0,6 som er standardens verdi for klimaklasse 1.

Fra figur 9.2 finner vi at dette gir en største nedbøyning langs z -aksen som er

$$w_{fin,perm,z} = 1,93 \cdot 3,0 = 6 \text{ mm}$$

Tilsvarende finner vi at nedbøyningen langs y -aksen finnes ved å beregne forskyvningene (for bøyning om svak akse) for en jevnt fordel last

$$p_{fin,perm,y} = 0,40(g_k + \psi_{2,1}q_{s,k})(1 + k_{def}) = 0,40(1,4 + 0,2 \cdot 3,3) \cdot 1,6 = 1,3 \text{ kN/m}$$

Fra figur 9.2 finner vi at dette gir en største nedbøyning langs y -aksen som er

$$w_{fin,perm,y} = 16,6 \cdot 1,3 = 22 \text{ mm}$$

Største utbøyning blir etter dette

$$w_{fin,perm} = \sqrt{6^2 + 22^2} = 23 \text{ mm (tilsvarer ca. } L/260)$$

Selv denne forskyvningen, som ikke tar hensyn til takflatens innvirkning, bør rent visuelt kunne aksepteres. Uansett hvordan takplatene festes til åsene (og til hverandre ved mønet) vil vi helt sikkert få en vesentlig mindre utbøyning langs-etter takflaten enn den vi har beregnet til å bli 22 mm.

Konklusjon: Bruksgrensetilstanden er **OK**.

Kommentar

Det springende punktet her er hvorvidt åsen utsettes for uhindret bøyning om begge hovedaksene. Bøyning om sterk (y -) akse blir ikke på noen måte hindret, men takkonstruksjonen vil, uansett hvordan den utføres, i noen grad hindre bøyning om svak (z -) akse. Vi har regnet som om bøyningen foregår fritt om begge aksene, og vi har derfor ingen betenkeligheter med å si at den beskjedne overskridelsen av den samlede bøyekapasitet kan aksepteres, og at den antatte åsdimensjon, 115×360 mm, derfor tilfredsstillende alle krav.

Det bør nevnes at dersom en hadde tatt hensyn til en liten reduksjon i støttemomentet (lysåpning og oppleggsbredde), så ville bøyespenningskontrollen som resulterte i 1,1 (og dermed ikke OK) ha gitt 1,0 (og OK) som resultat. Overskridelsen var (som vist) helt marginal. Ønsker en å unngå denne argumentasjonen og velger å øke åsens kapasitet, får en best effekt ved å øke bredden og dermed kapasiteten om svak akse.

En viktig forutsetning for de utførte beregninger er at åsen festes/sikres godt ved oppleggene, både med tanke på løftekreftene fra vind, men spesielt med tanke på å hindre "vridning". Kraftige stålvinkler (på begge sider) eller kubbing bør vurderes.