

Figur 6.1 Saltaktsbjelke

Saltaksbjelke

6.1 Oppgaven

Saltaksbjelken vist i figur 6.1 er en av flere like takbjelker i en uisolert lagerhall. Bjelkene ligger med senteravstand 4800 mm i hallens lengderetning. Helningen på taket er 3,6 grader. Selve taket er et uisolert, ikke avstivende stålplatetak på åser. Et eget avstivningssystem i felt nummer 2 er antydnet i figur 6.1.

Oppgaven er å kontrollere den viste bjelken i både brudd- og bruksgrensetilstand.

6.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 2

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Lastbredde: 4800 mm

All last på taket, som overføres til saltaksbjelken via åsene, regnes som fordelt last.

Bjelkens dimensjoner, se figur 6.1: 190×800/1430/800 mm– helning 3,6 grader.

6.3 Laster

Karakteristiske laster på en bjelke:

Egenlast bjelke beregnes automatisk av programmet, siden den varierer i bjelkens lengderetning.

Egenlast uisolerte stålplater, inkl. åser (Byggforskserien 471.031):

$$0,20 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{t,k} = 0,2 \cdot 4,8 = 0,96 \text{ kN/m}$$

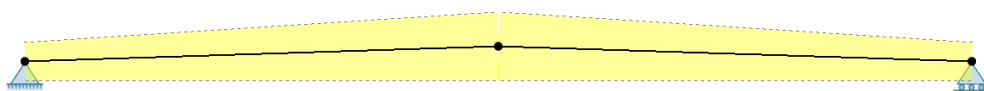
Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter. Vind på tvers av bjelkene, dvs. mot gavl, gir en ytre vindkraft (sug/trykk) som er jevnt fordelt over hele bjelkens lengde, mens vind mot langvegg (dvs. langsetter bjelkene) gir en varierende vindlast langs bjelken som totalt sett er lavere enn den som vind mot gavl gir. Størst oppadrettet vindsug får en bjelke i sone H (se figur 7.6 og tabell 7.2 i NS-EN 1991-1-4) hvor formfaktoren er $c_e = -0,7$. Denne kombineres med et innvendig overtrykk med formfaktor $c_i = 0,2$.

MERK: På grunn av liten takvinkel har vi (litt konservativt) regnet som om taket er flatt.

Størst nedadrettet vindtrykk får bjelken i sone I hvor formfaktoren er $c_e = 0,2$. Denne kombineres med et innvendig undertrykk med formfaktor $c_i = -0,3$.

For en bruddlastkombinasjon som omfatter både snø (som dominerende) og vind som variabel last vil en regne med $k_{mod} = 1,1$ (klimaklasse 2 og øyeblikkslast), mens k_{mod} for lastkombinasjonen med bare snø er 0,9, dvs. over 20% lavere. Vindtrykket, $1,5\psi_{0,2}q_{trykk,k} = 1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,9 = 2,6$ kN/m er derimot bare ca. 13% av snølasten som er $1,5 \cdot 13,4 = 20,1$ kN/m.



statisk modell – horisontal underkant

For at underkanten skal bli horisontal må midtpunktet – som ligger på systemlinjen – løftes opp i forhold til oppleggene. Denne modellen vil, for en vertikal last, få en liten horisontal forskyvning av glidelageret. Den er helt ubetydelig, og øvrige resultater er bare marginalt forskjellige fra de en horisontal systemlinje vil gi.

Hver bjelkehalvdel modelleres med 100 rette bjelkeelementer, hvert med konstant tverrsnittshøyde lik høyden i elementets midtpunkt; det gir en meget god tilnærming av den varierende bjelkehøyden.

Snølast på mark: $s_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 3,5 \cdot 4,8 = 13,4 \text{ kN/m}$$

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 1,2 \text{ kN/m}^2$

Vindbelastningen beregner vi for vind mot gavl på samme måte som for eksempel 3, se motstående side. Det gir følgende vindlaster, som henholdsvis oppadrettet (sug),

$$q_{sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 4,8 = 1,2 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 4,8 = -5,2 \text{ kN/m}$$

og nedadrettet (trykk),

$$q_{trykk,k} = q_p(c_e + c_i) \cdot 4,8 = 1,2 \cdot (0,2 + 0,3) \cdot 4,8 = 2,9 \text{ kN/m}$$

Lastkombinasjoner

For bruddgrensetilstanden gjelder samme resonnement som for bjelken i eksempel 3, se motstående side, og dimensjonerende last for selve bjelken er egenlast og snø, dvs.

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} = 1,2 \cdot g_k + 1,5 \cdot 13,4 = 1,2 \cdot g_k + 20,1 \text{ kN/m} \quad (6-1)$$

Med tanke på bjelkens bruddkapasitet kan vi se bort fra kombinasjonen snø og vind, se motstående side.

Løftekrefter ved oppleggene må, som i eksempel 3, vurderes på grunnlag av vindsug på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

$$p_{løft} = 1,0g_k + 1,5q_{sug,k} = 1,0 \cdot g_k - 1,5 \cdot 5,2 = 1,0 \cdot g_k - 7,8 \text{ kN/m} \quad (6-2)$$

For bruksgrensetilstanden er det her rimelig å kontrollere nedbøyningen for *tilnærmet permanent kombinasjon*, dvs. for

$$p_{perm} = g_k + \Psi_{2,1}q_{s,k} = g_k + 0,2 \cdot 13,4 = g_k + 2,7 \text{ kN/m} \quad (6-3)$$

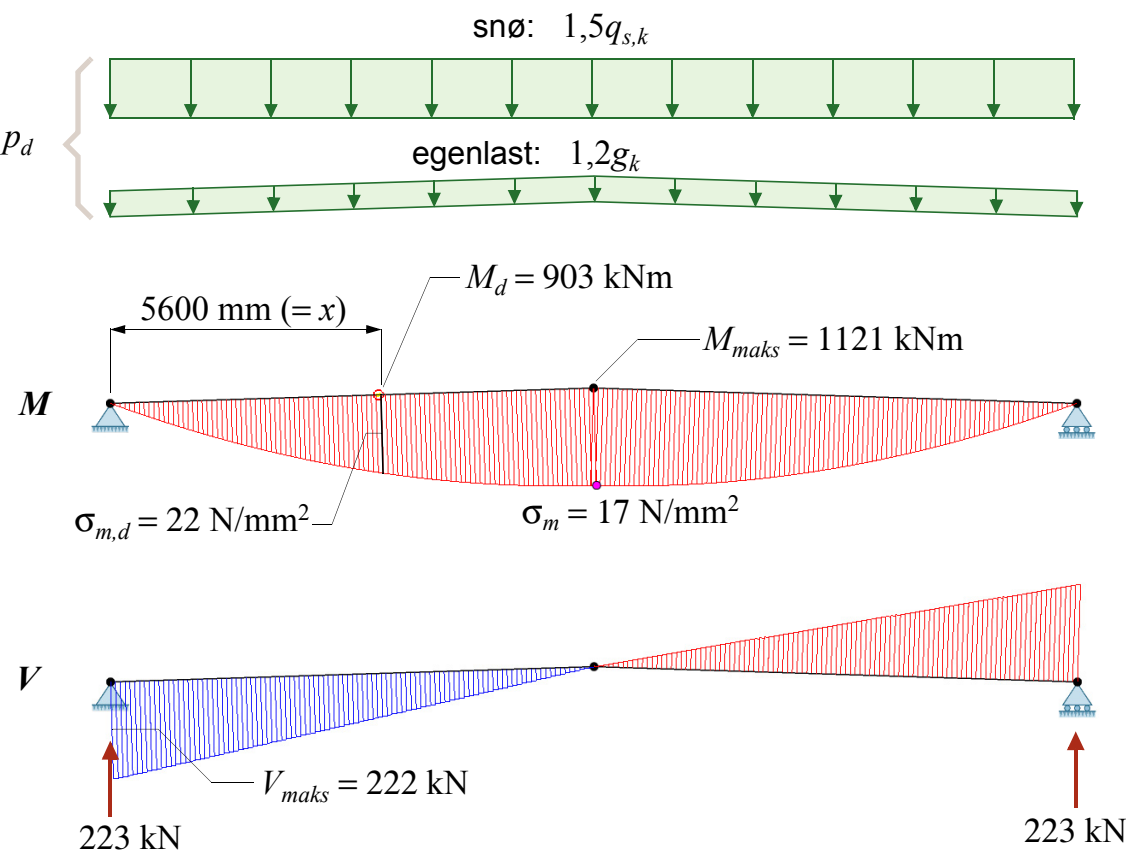
6.4 Statiske beregninger

For den programstyrte beregningen modelleres bjelken ved hjelp av to komponenter, hver med lineært varierende høyde, fra h_0 ved oppleggene til h_{ap} på midten, og slik at den sammensatte bjelken har horisontal underkant, se motstående side.

Moment- og skjærkraftforløpet i bjelken er som for en vanlig fritt opplagt bjelke (med svakt varierende egenlast på grunn av varierende bjelkehøyde), og for bruddgrensetilstanden finner vi følgende maksimale verdier:

$$M_{maks} = 1121 \text{ kNm (på midten)} \quad \text{og} \quad V_{maks} = 222 \text{ kN (ved oppleggene)}$$

Nå er det ikke det største momentet som er av interesse, men den største (nominelle) bøyespenningen, dvs. den største verdien av forholdet mellom bøyemomentet (M) og motstandsmomentet (W). For dimensjonerende bruddgrenselast finner vi snittkraftdiagrammene vist på neste side. Størst nominell



bøyespenning ($\sigma_{m,d}$) har vi i et punkt ca. 5,6 m fra opplegget, og bøyespenningen her er ca. 25% større enn på midten.

For denne modellen, som har horisontal underkant, vil vi også få en beskjeden aksialkraft (som vi ser bort fra).

Om vi forenkler problemet litt, og sier at bjelkens egenlast kan representeres av en *jevnt fordelt* last (basert på en midlere bjelkehøyde $h_m = (h_0 + h_{ap})/2 = 1115$ mm) som er $0,19 \cdot 1,115 \cdot 430 \cdot 9,82 = 895$ N/m = 0,9 kN/m, blir $g_k = 0,9 + 0,96 = 1,86$ kN/m, og $p_d = 1,2 \cdot 1,86 + 20,1 = 22,3$ kNm. Det gir

$$M_{maks} = \frac{22,3 \cdot 20^2}{8} = 1115 \text{ kNm} \quad \text{og} \quad V_{maks} = \frac{22,3 \cdot 20}{2} = 223 \text{ kN}$$

For praktiske formål er dette det samme som vi har beregnet med programmet. For antakelsen om kun jevnt fordelt last kan vi enkelt beregne punktet i bjelken som har den største (nominelle) bøyespenningen, uttrykt ved avstanden x fra venstre opplegg, se f.eks. ref. [3]:

$$x = \frac{L h_0}{2 h_{ap}} = \frac{20000 \cdot 800}{2 \cdot 1430} = 5594 \approx 5600 \text{ mm}$$

som er overensstemmende med hva programmet fant. I dette snittet er tverrsnittshøyden h og motstandsmomentet W :

$$h = h_0 + \frac{h_{ap} - h_0}{0,5 \cdot L} x = 800 + \frac{630}{10} 5,6 = 1153 \text{ mm} \quad W = \frac{b h^2}{6} = 42,1 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

Moment og nominell bøyespenning i snittet er:

$$M = 223 \cdot 5,6 - \frac{22,3 \cdot 5,6^2}{2} = 899 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{m,d} = \frac{899 \cdot 10^6}{42,1 \cdot 10^6} = 21 \text{ N/mm}^2$$

Det er i god overensstemmelse med resultatene fra programmet.

6.5 Bruddgrensekontroll

For saltaksbjelker foreskriver **EK5-1** to kontroller med hensyn til bøyespenninger, en for den største nominelle spenningen og en for den nominelle bøyespenningen på midten, en kontroll med hensyn til tverrstrekkspenninger i "mønet" (dvs. på midten), samt en kontroll av største skjærspenning. I tillegg må det vurderes om vippling representerer et problem, og *flatetrykket* ved oppleggene må kontrolleres. Eventuelle løftekrefter ved oppleggene må også bestemmes.

For kombinasjonen klimaklasse 2 og korttidslast gir tabell 7:

$$k_{mod} = 0,9$$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$

Den nominelle bøyespenningen i feltet ($\sigma_{m,d}$) er beregnet som om den virker i fiberretningen. Ved den skrå kanten vil imidlertid spenningen virke parallelt med kanten, og dermed danner den en vinkel (α) med fibrene. Dette må det kompenseres for og standarden gjør dette ved å forlange at

$$\sigma_{m,d} \leq k_{m,\alpha} f_{m,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{m,d}}{k_{m,\alpha} f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.38)}$$

hvor faktoren $k_{m,\alpha}$ er definert ved

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5 f_{v,d}} \tan \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \tan^2 \alpha \right)^2}} \quad \text{EK5-1: ligning (6.40)}$$

når spenningen langs skråkanten er *trykk*.

Bøyespenningen ved “mønet” skal bestemmes som

$$\sigma_{m,ap,d} = k_l \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2} \quad \text{EK5-1: ligning (6.42)}$$

$$\text{hvor } k_l = 1 + 1,4 \tan \alpha + 5,4 \tan^2 \alpha \quad \text{EK5-1: ligning (6.43) med } r = \infty$$

Kravet er at

$$\sigma_{m,ap,d} \leq f_{m,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{m,ap,d}}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.41) med } k_r = 1$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = 0,5 \frac{0,9}{1,15} = 0,4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Kontroll av bøyespenning i feltet – $\sigma_{m,d} = 22 \text{ N/mm}^2$

Se motstående side.

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{23}{1,5 \cdot 2,7} \tan 3,6\right)^2 + \left(\frac{23}{2,0} \tan^2 3,6\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,13 + 0,002}} = 0,94$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{m,\alpha} f_{m,d}} = \frac{22}{0,94 \cdot 23} = 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av bøyespenningen ved mønet – $\sigma_{m,ap,d}$ – se motstående side

$$k_l = 1 + 1,4 \tan \alpha + 5,4 \tan^2 \alpha = 1 + 1,4 \cdot \tan 3,6 + 5,4 \cdot (\tan 3,6)^2 = 1 + 0,09 + 0,02 = 1,11$$

$$\sigma_{m,ap,d} = k_l \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2} = 1,11 \frac{6 \cdot 1121 \cdot 10^6}{190 \cdot 1430^2} = 19 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{m,ap,d}}{f_{m,d}} = \frac{19}{23} = 0,83 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av tverrstrekkspenning ved mønet – $\sigma_{t,90,d}$

Denne spenningen beregnes som

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_{ap}}{bh_{ap}^2} \quad \text{EK5-1: ligning (6.54)}$$

hvor

$$k_p = (0,2 \tan \alpha) = 0,2 \cdot \tan 3,6 = 0,0126 \quad \text{EK5-1: ligning (6.56), med } r = \infty$$

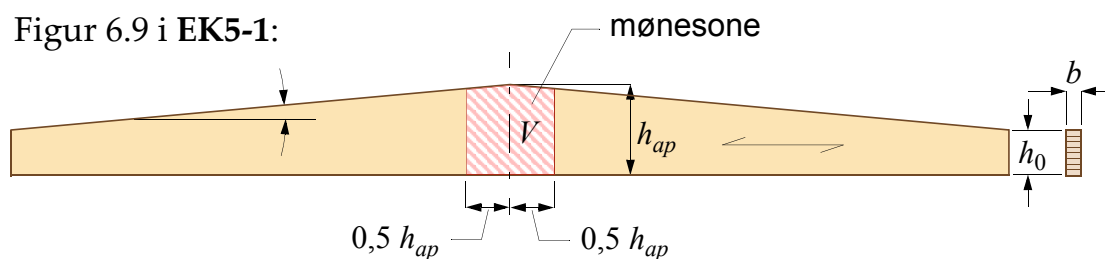
Her bør en merke seg at siden lasten fra taket overføres til saltaksbjelken via åser, kan vi ikke benytte ligning (6.55).

Dimensjonerende tverrstrekkspenning blir:

$$\sigma_{t,90,d} = 0,0126 \frac{6 \cdot 1121 \cdot 10^6}{190 \cdot 1430^2} = 0,22 \text{ N/mm}^2$$

Denne spenningen skal tilfredsstill

Figur 6.9 i EK5-1:



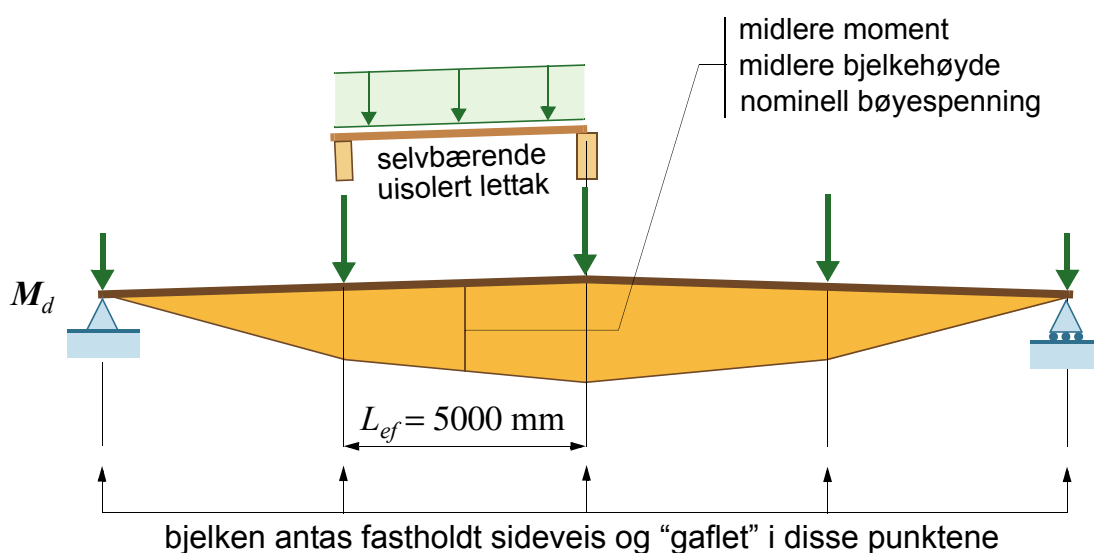
$$V = b \cdot h_{ap} \cdot h_{ap} = 0,19 \cdot 1,430^2 = 0,39 \text{ m}^3$$

$$V_0 = 0,01 \text{ m}^3$$

$$k_{vol} = (V_0/V)^{0,2} = (0,01/0,39)^{0,2} = 0,48$$

EK5-1: ligning (6.51)

VIPPING ved alternativ bæring:



I figuren ovenfor representerer de 5 punktlaster så godt som all last på saltaksbjelken (egenlasten av bjelken kommer i tillegg). Forutsatt at de fem bjelkene ("åsene") som bærer lettakselementene også "gafler" saltaksbjelken, er det sannsynligvis den (fjerde-) delen av saltaksbjelken som grenser inn mot mønet som er mest utsatt for vipping. Med midlere verdier og en antatt vippelengde (L_{ef}) på 5 m (som vel er udiskutabel) finner vi enkelt $\sigma_{m,crit}$ fra ligning (6.32), $\lambda_{rel,m}$ fra ligning (6.30) og k_{crit} fra ligning (6.34).

Spørsmålet er om vi skal kontrollere etter ligning (6.33), dvs. etter

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{eller etter en modifisert versjon:} \quad \frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}} \leq 1,0$$

Dette sier ikke standarden noe om, og vi finner begge kontrollene brukt i litteraturen. Vi mener det kan argumenteres for begge, men best for den siste, og det er vår anbefaling å ta med faktoren $k_{m,\alpha}$ i kontrollen.

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.50)}$$

hvor fordelingsfaktoren k_{dis} settes lik 1,4, mens volumfaktoren beregnes som vist på motstående side. Kontrollen gir

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}} = \frac{0,22}{1,4 \cdot 0,48 \cdot 0,4} = 0,82 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Dimensjonerende skjærspenning – uten reduksjon av skjærkraften:

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h_0} = \frac{3 \cdot 222000}{2 \cdot 0,8 \cdot 190 \cdot 800} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Vi har med andre ord at

$$\tau_d = f_{v,d} \quad \text{OK}$$

selv for en konservativ skjærkraft (som ikke er redusert i henhold til figur 3.3).

Vippingskontroll

Det forutsettes at bjelken fastholdes sideveis og mot rotasjon om egen akse, både ved oppleggene og ved mønet (av en mønsås av limtre). Med en slik forutsetning vil åsene hindre bjelken i å vippe, så det trenger vi ikke å kontrollere.

På motstående side har vi vurdert en alternativ måte å bære lastene fra takflaten på, nemlig ved å legge lettaks-elementer med ca. 5 m spennvidde i fallretningen, opplagt på kraftige bjelker eller åser (der hvor vi har antydnet transversaler i avstivningssystemet). Saltaksbjelkene vil dermed få belastningen som fem punktlaster, hvorav to direkte i oppleggspunktene. Ved en slik løsning må en vurdere vipping. Vi har tatt med dette for å problematisere litt over vipping i forbindelese med skråskjæring.

Trykk normalt fibre (EK5-1, pkt. 6.1.5)

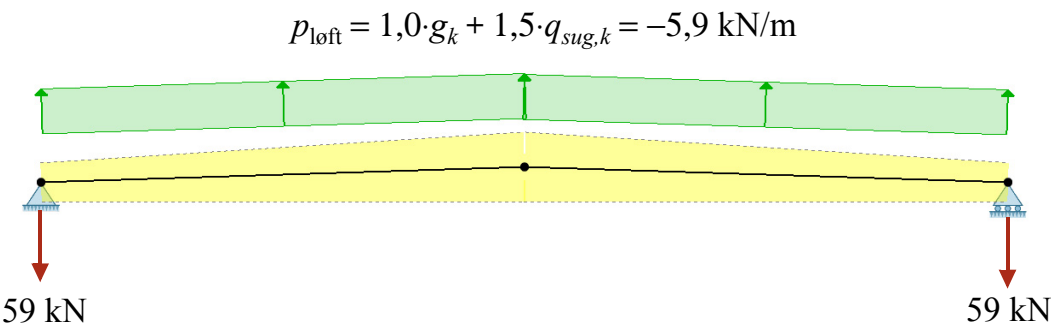
Dimensjonerende opplagerkraft og spenning normalt fibre:

$$F_{c,90,d} = 223 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{223 \cdot 10^3}{190 \cdot (360 + 30)} = \frac{223000}{190 \cdot 390} = 3,0 \text{ N/mm}^2$$

Med en tverrsnittshøyde for søylen lik 360 mm kan vi sette $k_{c,90} = 1,75$ og kontrollen i ligning (6.3) i EK5-1 gir:


$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{3,0}{1,75 \cdot 2,0} = 0,86 < 1 \quad \text{OK}$$



Tilnærmet permanent lastkombinasjon

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$i = 2$

vind Q_2 :  $q_2 \psi_{2,2} (1 + k_{\text{def}})$ = 0 for vind

snø Q_1 :  $q_1 \psi_{2,1} (1 + k_{\text{def}})$ = 0,2 for snø

G :  $g (1 + k_{\text{def}})$

