



UAEM | Universidad Autónoma
del Estado de México



CENTRO UNIVERSITARIO UAEM
Z U M P A N G O

Ingeniería en computación

Fundamentos de Robótica

Unidad de competencia III: Modelos geométricos de manipuladores

Ing. Diego Armando Ramirez Avelino



Unidad de competencia III

- Objetivo

Uso de la matemática para diseño de movimientos y fuerzas en un robot



Contenido

III.1 Cinemática directa del manipulador

III.1.1 El formalismo de Denavit – Hartenberg

III.1.2 Estudios de caso

III.2 Cinemática inversa del manipulador

III.2.1 Aproximación directa

III.2.2 Aproximación geométrica

III.2.3 Manipulación de matrices simbólicas

III.2.4 Transformaciones de velocidad: El Jacobiano, singularidades y manipulabilidad

III.3 Dinámica del manipulador



UAEM

Universidad Autónoma
del Estado de México



III.1 Cinemática directa del manipulador

III.1.1 El formalismo de Denavit - Hartenberg



Los parámetros de DH aparecieron por primera vez en 1955, para representar una línea dirigida que no es otra cosa que el eje de una articulación de par inferior



La cinemática directa trata de encontrar la forma explícita de la función que relaciona el espacio de articulaciones con el espacio cartesiano de posiciones / orientaciones. Esta función toma como argumento un vector en el espacio de articulaciones, que tiene tantas componentes como grados de libertad tenga la cadena cinemática que se considere y devuelve un vector de 6 componentes

$$f : J \xrightarrow{\text{yields}} \mathbb{R}^2$$



Las tres primeras serán la posición en el espacio del punto terminal de la cadena, expresada en un sistema de referencia externo, y

Las ultimas tres, la orientación, expresada bien como las componentes (a_x, a_y, a_z) del vector de aproximación, bien como ángulos de orientación (Euler o y/p/r).



La forma en que conseguiremos conocer este vector IR^6 será mediante la construcción de la matriz de transformación homogénea T que relaciona el sistema solidario al punto terminal con un sistema de referencia fijo arbitrariamente escogido, que llamaremos sistema del mundo. En principio, cada uno de los elementos $(a_x, a_y, a_z, o_x, o_y, o_z, n_x, n_y, n_z, p_x, p_y, p_z)$ de la matriz T será función de algunas o todas las variables de articulación, y de las constantes geométricas del manipulador.

Según se vio al detallar la forma explícita de la matriz T , multiplicándola por el vector $(0,0,0,1)$, que expresa las coordenadas homogéneas del punto terminal respecto a su propio sistema, obtendremos estas respecto al sistema del mundo.



Y por otra parte, existen formulas que relacionan los ángulos de orientación en cualquiera de sus expresiones con los elementos de la submatriz de rotación de T .

Mas adelante se describe el proceso de construcción de T para cadenas cinemáticas abiertas, en las que cada articulación tenga un solo grado de libertad. El caso de las cadenas cinemáticas cerradas es mas complejo, y queda fuera del alcance de este curso.



En cambio, el caso de articulaciones con mas de un grado de libertad no presenta ningún problema, bastaría con considerar la articulación como si se tratase de dos, unidas por un enlace ficticio de longitud 0.

El proceso consiste en fijar un sistema de coordenadas a cada enlace, que se moverá con el, de acuerdo a un conjunto de normas fijas. A continuación, identificar ciertos parámetros geométricos que lo relacionan con el sistema fijo al siguiente enlace, y usarlos para escribir la matriz de transformación homogénea entre cada par de sistemas.

Finalmente, el producto de todas las matrices de transformación generara la matriz T . El conjunto de normas que establece como deben fijarse los sistemas de coordenadas se conoce como parámetros de Denavit – Hartenberg (DH) descrito en 1955.

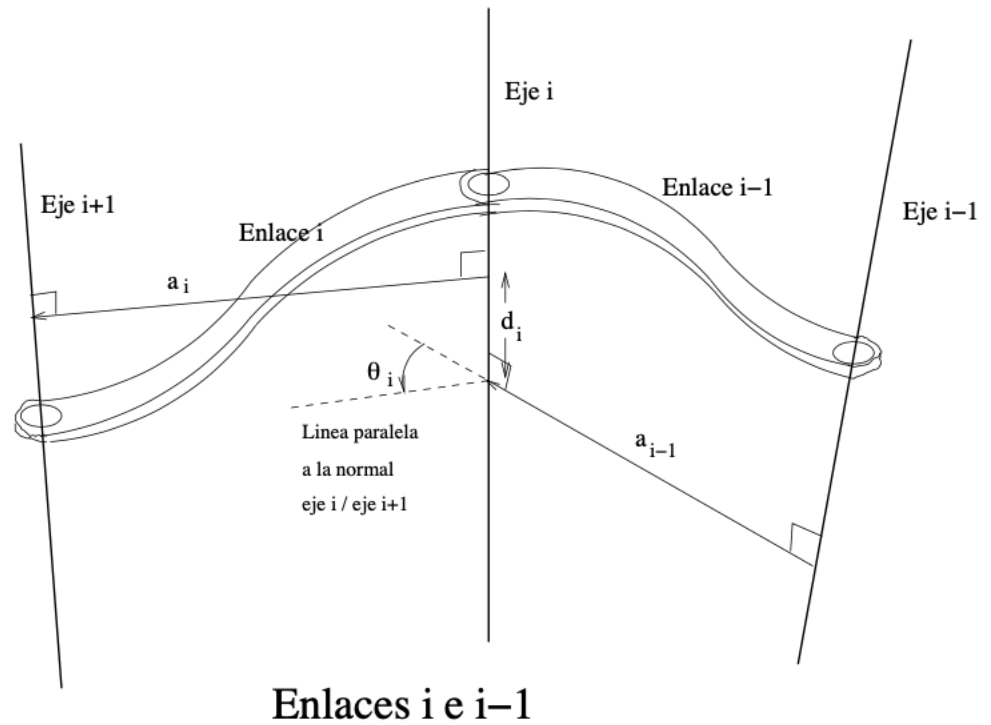
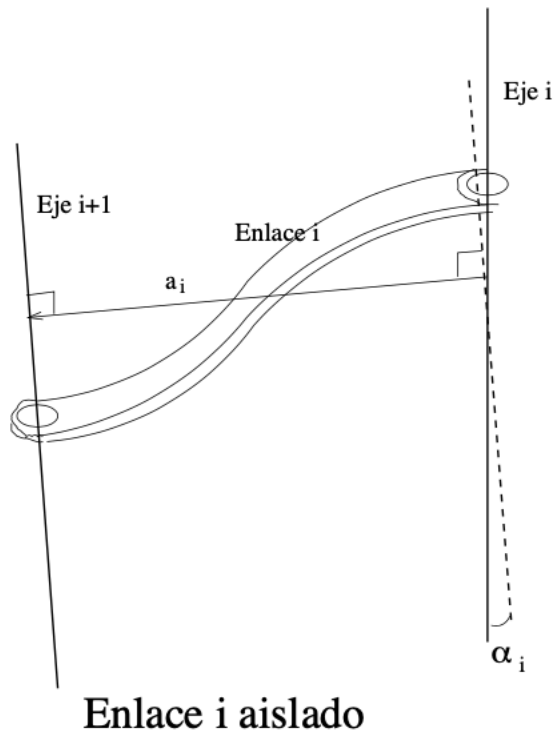


Comenzaremos por establecer convenciones para la nomenclatura:

En cadenas cinemáticas abiertas cada par enlace - articulación (link – joint) era un grado de libertad. Se enumerará los link – joint secuencialmente, desde el inicio de la cadena. La base de esta, fija normalmente al suelo, será el enlace (link) 0 y no se cuenta como grado de libertad. La articulación (joint) 1 será la que conecte la base al primer enlace móvil; los joint comienzan a enumerarse desde 1 y no existe joint al final del ultimo enlace.



- Eje de una articulación es la recta definida como:
 - La dirección de desplazamiento, en articulaciones traslacionales
 - El eje de giro, en articulaciones rotacionales
- Los parámetros de DH de cada enlace son cuatro números reales, dos de ellos representando ángulos y las otras dos distancias definidos del siguiente modo:
 - a_i es la mínima distancia (distancia perpendicular) ente el eje de la articulación i y el eje de la $i + 1$. Por extensión, también denotaremos por a_i al segmento de recta a lo largo de cual se da precisamente esa mínima distancia entre ejes.
 - α_i es el ángulo que forma el eje i y el $i + 1$, medido en un plano perpendicular al segmento a_i
 - d_i es la distancia entre los puntos de intersección de la normal a los ejes $i/i + 1$ con el eje i y la normal a los ejes $i - 1/i$ con el eje i , medida a lo largo del eje.
 - θ_i es el ángulo entre la normal a los ejes $i - 1/i$ y la normal a los ejes $i/i + 1$, medido en un plano perpendicular al eje i .





Bibliografía

- Robot Dynamics and Control, Mark W. Spong, M. Vidyasagar, Wiley, 1989.
- Modeling and Control of Robots Manipulators, L. Sciavicco, B. Siciliano, Springer, 2003.
- Evolución Artificial y Robótica Autónoma, José Santos, Richar J. Duro, Alfaomega-RaMA, 2004
- The Robotics Primer, Maja J. Mataric, MIT Press 2007.
- Robotics: State of the art and future challenges, Bekey G., Imperial College Press, 2008.
- Springer Handbook of Robotics, Bruno Siciliano, Oussama Khatib, Springer, 2008.
- Handbook of Industrial Robotics, Shimon Y Nof, Wiley, 1999.

