

# All-in at the River

Standard Code Library

Shanghai Jiao Tong University

Desprado2

fstqwq

AntiLeaf



“

那一年的区域赛是 ICPC2020 银川

最终我们差 100 分钟出线

当时我看见 fstqwq 趴在魄罗上 泣不成声

这个画面我永生难忘

那一刻我在想 如果能再给我一次机会 我一定要赢回所有  
如今沈阳就在眼前 我必须考虑这会不会是我此生仅有的机会

我相信 Talancode 能有过去的霸主地位 fstqwq 功不可没

重铸交大荣光，我辈义不容辞

”

# Contents

## 1 图论

1.1 最小生成树	2
1.1.1 动态最小生成树	2
1.2 最短路	3
1.2.1 k短路	3
1.3 仙人掌	4
1.3.1 仙人掌DP	4
1.4 二分图	5
1.4.1 KM二分图最大权匹配	5
1.5 一般图匹配	6
1.5.1 高斯消元	6
1.5.2 带花树	7
1.6 最大流	8
1.6.1 Dinic	8
1.6.2 ISAP	8
1.6.3 HLPP最高标号预流推进	9

## 2 字符串

2.1 AC自动机	10
2.2 后缀数组	11
2.2.1 SAMSA	11
2.3 后缀自动机	11
2.4 回文树	11
2.4.1 广义回文树	12
2.5 Manacher马拉车	14
2.6 KMP	14
2.6.1 ex-KMP	14

## 3 数学

3.1 插值	14
3.1.1 牛顿插值	14
3.1.2 拉格朗日插值	14
3.2 多项式	14
3.2.1 FFT	14
3.2.2 NTT	15
3.2.3 任意模数卷积(三模数NTT)	15
3.2.4 多项式操作	16
3.2.5 拉格朗日反演	17
3.2.6 半在线卷积	17
3.3 FWT快速沃尔什变换	17
3.4 单纯形	18
3.5 线性代数	18
3.5.1 线性基	18

## 4 数论

4.1 $O(n)$ 预处理逆元	18
4.2 杜教筛	18
4.3 线性筛	19
4.4 Miller-Rabin	19
4.5 Pollard's Rho	19

## 5 数据结构

5.1 线段树	20
5.1.1 主席树	20
5.2 陈丹琦分治	20
5.3 Treap	20
5.4 Splay	21
5.5 树分治	21
5.5.1 动态树分治	21
5.5.2 紫荆花之恋	22
5.6 LCT	23
5.6.1 不换根(弹飞绵羊)	23
5.6.2 换根/维护生成树(GREALD07加强版)	24
5.6.3 维护子树信息	25

### 5.6.4 模板题:动态QTREE4(询问树上相距最远

点) . . . . . 26

5.7 长链剖分,梯子剖分 . . . . . 28

5.8 左偏树 . . . . . 29

5.9 常见根号思路 . . . . . 29

## 6 动态规划

6.1 决策单调性 $O(n \log n)$  . . . . . 29

## 7 Miscellaneous

7.1 $O(1)$ 快速乘	30
7.2 $O(n^2)$ 高精度	30
7.3 xorshift	33
7.4 STL	33
7.5 pb_ds	34
7.6 rope	34
7.7 常见数列	34
7.7.1 伯努利数	34

## 8 注意事项

8.1 常见下毒手法	34
8.2 场外相关	34
8.3 做题策略与心态调节	34

# 1. 图论

## 1.1 最小生成树

### 1.1.1 动态最小生成树

```

1 // 动态最小生成树的离线算法比较容易,而在线算法通常极为复
  ↳ 杂
2 // 一个跑得比较快的离线做法是对时间分治,在每层分治时找出
  ↳ 一定在/不在MST上的边,只带着不确定边继续递归
3 // 简单起见,找确定边的过程用Kruskal算法实现,过程中的两种
  ↳ 重要操作如下:
4 // - Reduction:待修改边标为+INF,跑MST后把非树边删掉,减少
  ↳ 无用边
5 // - Contraction:待修改边标为-INF,跑MST后缩除待修改边之
  ↳ 外的所有MST边,计算必须边
6 // 每轮分治需要Reduction-Contraction,借此减少不确定边,从
  ↳ 而保证复杂度
7 // 复杂度证明:假设当前区间有k条待修改边,n和m表示点数和边
  ↳ 数,那么最坏情况下R-C的效果为(n, m) -> (n, n + k - 1)
  ↳ -> (k + 1, 2k)
8
9
10 // 全局结构体与数组定义
11 struct edge { //边的定义
12     int u, v, w, id; // id表示边在原图中的编号
13     bool vis; // 在Kruskal时用,记录这条边是否是树边
14     bool operator < (const edge &e) const { return w <
15         ↳ e.w; }
16 } e[20][maxn], t[maxn]; // 为了便于回滚,在每层分治存一个
17 ↳ 副本
18
19 // 用于存储修改的结构体,表示第id条边的权值从u修改为v
20 struct A {
21     int id, u, v;
22 } a[maxn];
23
24 int id[20][maxn]; // 每条边在当前图中的编号
25 int p[maxn], size[maxn], stk[maxn], top; // p和size是并查
26 ↳ 集数组,stk是用来撤销的栈
27 int n, m, q; // 点数,边数,修改数
28
29 // 方便起见,附上可能需要用到的预处理代码
30 for (int i = 1; i <= n; i++) { // 并查集初始化
31     p[i] = i;
32     size[i] = 1;
33 }
34
35 for (int i = 1; i <= m; i++) { // 读入与预标号
36     scanf("%d%d%d", &e[0][i].u, &e[0][i].v, &e[0][i].w);
37     e[0][i].id = i;
38     id[0][i] = i;
39 }
40
41 for (int i = 1; i <= q; i++) { // 预处理出调用数组
42     scanf("%d%d", &a[i].id, &a[i].v);
43     a[i].u = e[0][a[i].id].w;
44     e[0][a[i].id].w = a[i].v;
45 }
46
47 for (int i = q; i; i--)
48     e[0][a[i].id].w = a[i].u;
49
50 CDQ(1, q, 0, m, 0); // 这是调用方法
51
52 // 分治主过程 O(nLog^2n)

```

```

54 // 需要调用Reduction和Contraction
55 void CDQ(int l, int r, int d, int m, long long ans) { //
  ↳ CDQ分治
56     if (l == r) { // 区间长度已减小到1,输出答案,退出
57         e[d][id[d][a[l].id]].w = a[l].v;
58         printf("%lld\n", ans + Kruskal(m, e[d]));
59         e[d][id[d][a[l].id]].w = a[l].u;
60         return;
61     }
62
63     int tmp = top;
64
65     Reduction(l, r, d, m);
66     ans += Contraction(l, r, d, m); // R-C
67
68     int mid = (l + r) / 2;
69
70     copy(e[d] + 1, e[d] + m + 1, e[d + 1] + 1);
71     for (int i = 1; i <= m; i++)
72         id[d + 1][e[d][i].id] = i; // 准备好下一层要用的
73         ↳ 数组
74
75     CDQ(l, mid, d + 1, m, ans);
76
77     for (int i = 1; i <= mid; i++)
78         e[d][id[d][a[i].id]].w = a[i].v; // 进行左边的修
79         ↳ 改
80
81     copy(e[d] + 1, e[d] + m + 1, e[d + 1] + 1);
82     for (int i = 1; i <= m; i++)
83         id[d + 1][e[d][i].id] = i; // 重新准备下一层要用
84         ↳ 的数组
85
86     CDQ(mid + 1, r, d + 1, m, ans);
87
88     for (int i = top; i > tmp; i--)
89         cut(stk[i]); // 撤销所有操作
90     top = tmp;
91 }
92
93 // Reduction(减少无用边):待修改边标为+INF,跑MST后把非树
94 ↳ 边删掉,减少无用边
95 // 需要调用Kruskal
96 void Reduction(int l, int r, int d, int &m) {
97     for (int i = l; i <= r; i++)
98         e[d][id[d][a[i].id]].w = INF; // 待修改的边标为INF
99
100     Kruskal(m, e[d]);
101
102     copy(e[d] + 1, e[d] + m + 1, t + 1);
103
104     int cnt = 0;
105     for (int i = 1; i <= m; i++)
106         if (t[i].w == INF || t[i].vis) { // 非树边扔掉
107             id[d][t[i].id] = ++cnt; // 给边重新编号
108             e[d][cnt] = t[i];
109         }
110
111     for (int i = r; i >= l; i--)
112         e[d][id[d][a[i].id]].w = a[i].u; // 把待修改的边
113         ↳ 改回去
114
115     m = cnt;
116 }
117
118 // Contraction(缩必须边):待修改边标为-INF,跑MST后缩除待
119 ↳ 修改边之外的所有树边
120 // 返回缩掉的边的总权值

```

```

117 // 需要调用Kruskal
118 long long Contraction(int l, int r, int d, int &m) {
119     long long ans = 0;
120
121     for (int i = l; i <= r; i++)
122         e[d][id[d][a[i].id]].w = -INF; // 待修改边标
123         ↪ 为-INF
124
125     Kruskal(m, e[d]);
126     copy(e[d] + 1, e[d] + m + 1, t + 1);
127
128     int cnt = 0;
129     for (int i = 1; i <= m; i++) {
130
131         if (t[i].w != -INF && t[i].vis) { // 必须边
132             ans += t[i].w;
133             mergeset(t[i].u, t[i].v);
134         }
135         else { // 不确定边
136             id[d][t[i].id]++; cnt;
137             e[d][cnt] = t[i];
138         }
139     }
140
141     for (int i = r; i >= l; i--) {
142         e[d][id[d][a[i].id]].w = a[i].u; // 把待修改的边
143         ↪ 改回去
144         e[d][id[d][a[i].id]].vis = false;
145     }
146
147     m = cnt;
148
149     return ans;
150 }
151
152 // Kruskal算法 O(mlogn)
153 // 方便起见, 这里直接沿用进行过缩点的并查集, 在过程结束后
154 ↪ 撤销即可
155 long long Kruskal(int m, edge *e) {
156     int tmp = top;
157     long long ans = 0;
158
159     sort(e + 1, e + m + 1); // 比较函数在结构体中定义过了
160
161     for (int i = 1; i <= m; i++) {
162         if (findroot(e[i].u) != findroot(e[i].v)) {
163             e[i].vis = true;
164             ans += e[i].w;
165             mergeset(e[i].u, e[i].v);
166         }
167         else
168             e[i].vis = false;
169     }
170
171     for (int i = top; i > tmp; i--)
172         cut(stk[i]); // 撤销所有操作
173
174     top = tmp;
175
176     return ans;
177 }
178
179 // 以下是并查集相关函数
180 int findroot(int x) { // 因为需要撤销, 不写路径压缩
181     while (p[x] != x)
182         x = p[x];
183
184     return x;
185 }

```

```

184 void mergeset(int x, int y) { // 按size合并, 如果想跑得更
185     ↪ 快就写一个按秩合并
186     x = findroot(x); // 但是按秩合并要再开一个栈记录合并
187     ↪ 之前的秩
188     y = findroot(y);
189
190     if (x == y)
191         return;
192
193     if (size[x] > size[y])
194         swap(x, y);
195
196     p[x] = y;
197     size[y] += size[x];
198     stk[++top] = x;
199 }
200 void cut(int x) { // 并查集撤销
201     int y = x;
202
203     do
204         size[y = p[y]] -= size[x];
205     while (p[y] != y);
206
207     p[x] = x;
208 }

```

## 1.2 最短路

### 1.2.1 k短路

```

1 //注意这是个多项式算法, 在k比较大时很有优势, 但k比较小时最
2 ↪ 好还是用A*
3 //DAG和有环的情况都可以, 有重边或自环也无所谓, 但不能有零
4 ↪ 环
5 //以下代码以Dijkstra+可持久化左偏树为例
6
7 const int maxn=1005, maxe=10005, maxm=maxe*30; //点数, 边
8 ↪ 数, 左偏树结点数
9
10 //需要用到的结构体定义
11 struct A { //用来求最短路
12     int x, d;
13     A(int x, int d): x(x), d(d) {}
14     bool operator<(const A &a) const { return d > a.d; }
15 };
16
17 struct node { //左偏树结点
18     int w, i, d; //i: 最后一条边的编号 d: 左偏树附加信息
19     node *lc, *rc;
20     node() {}
21     node(int w, int i): w(w), i(i), d(0) {}
22     void refresh() { d = rc->d + 1; }
23 } null[maxm], *ptr = null, *root[maxm];
24
25 struct B { //维护答案用
26     int x, w; //x是结点编号, w表示之前已经产生的权值
27     node *rt; //这个答案对应的堆顶, 注意可能不等于任何一个
28     ↪ 结点的堆
29     B(int x, node *rt, int w): x(x), w(w), rt(rt) {}
30     bool operator<(const B &a) const { return
31         ↪ w + rt->w > a.w + a.rt->w; }
32 };
33
34 //全局变量和数组定义
35 vector<int> G[maxn], W[maxn], id[maxn]; //最开始要存反向图, 然
36 ↪ 后把G清空作为儿子列表
37 bool vis[maxn], used[maxe]; //used表示边是否在最短路上

```

```

32 int u[maxe],v[maxe],w[maxe]; //存下每条边,注意是有向边
33 int d[maxn],p[maxn]; //p表示最短路树上每个点的父边
34 int n,m,k,s,t; //s,t分别表示起点和终点
35
36 //以下是主函数中较关键的部分
37 for(int i=0;i<n;i++) root[i]=null; //一定要加上!!!
38 //(读入&建反向图)
39 Dijkstra();
40 //(清空G,w,id)
41 for(int i=1;i<=n;i++)
42     if(p[i]){
43         used[p[i]]=true; //在最短路树上
44         G[v[p[i]]].push_back(i);
45     }
46 for(int i=1;i<=m;i++){
47     w[i]=d[u[i]]-d[v[i]]; //现在的w[i]表示这条边能使路径
48     //长度增加多少
49     if(!used[i])
50         root[u[i]]=merge(root[u[i]],newnode(w[i],i));
51 }
52 dfs(t);
53 priority_queue<B> heap;
54 heap.push(B(s,root[s],0)); //初始状态是找贡献最小的边加进
55 //去
56 printf("%d\n",d[s]); //第1短路需要特判
57 while(--k){ //其余k-1短路径用二叉堆维护
58     if(heap.empty()) printf("-1\n");
59     else{
60         int x=heap.top().x,w=heap.top().w;
61         node *rt=heap.top().rt;
62         heap.pop();
63         printf("%d\n",d[s]+w+rt->w);
64         if(rt->lc!=null||rt->rc!=null)
65             heap.push(B(x,merge(rt->lc,rt->rc),w)); //
66             // pop掉当前边,换成另一条贡献大一点的边
67         if(root[v[rt->i]]!=null)
68             heap.push(B(v[rt->i],root[v[rt->i]],w+rt->w)); //
69             // 留当前边,往后面再接上另一条边
70     }
71 }
72 //主函数到此结束
73 //Dijkstra预处理最短路 O(m\log n)
74 void Dijkstra(){
75     memset(d,63,sizeof(d));
76     d[t]=0;
77     priority_queue<A> heap;
78     heap.push(A(t,0));
79     while(!heap.empty()){
80         int x=heap.top().x;
81         heap.pop();
82         if(vis[x]) continue;
83         vis[x]=true;
84         for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++){
85             if(!vis[G[x][i]]&&d[G[x][i]]>d[x]+W[x][i]){
86                 d[G[x][i]]=d[x]+W[x][i];
87                 p[G[x][i]]=id[x][i];
88                 heap.push(A(G[x][i],d[G[x][i]]));
89             }
90         }
91     }
92 }
93 //dfs求出每个点的堆 总计O(m\log n)
94 //需要调用merge,同时递归调用自身
95 void dfs(int x){
96     root[x]=merge(root[x],root[v[p[x]]]);
97     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)
98         dfs(G[x][i]);
99 }

```

```

98 //包装过的new node() O(1)
99 node *newnode(int w,int i){
100     *++ptr=node(w,i);
101     ptr->lc=ptr->rc=null;
102     return ptr;
103 }
104
105 //带可持久化的左偏树合并 总计O(\log n)
106 //递归调用自身
107 node *merge(node *x,node *y){
108     if(x==null)return y;
109     if(y==null)return x;
110     if(x->w>y->w)swap(x,y);
111     node *z=newnode(x->w,x->i);
112     z->lc=x->lc;
113     z->rc=merge(x->rc,y);
114     if(z->lc->d>z->rc->d)swap(z->lc,z->rc);
115     z->refresh();
116     return z;
117 }

```

## 1.3 仙人掌

### 1.3.1 仙人掌DP

```

1 struct edge{
2     int to, w, prev;
3 }e[maxn * 2];
4
5 vector<pair<int, int> > v[maxn];
6
7 vector<long long> d[maxn];
8
9 stack<int> stk;
10
11 int p[maxn];
12
13 bool vis[maxn], vise[maxn * 2];
14
15 int last[maxn], cnte;
16
17 long long f[maxn], g[maxn], sum[maxn];
18
19 int n, m, cnt;
20
21 void addedge(int x, int y, int w) {
22     v[x].push_back(make_pair(y, w));
23 }
24
25 void dfs(int x) {
26
27     vis[x] = true;
28
29     for (int i = last[x]; ~i; i = e[i].prev) {
30         if (vise[i ^ 1])
31             continue;
32
33         int y = e[i].to, w = e[i].w;
34
35         vise[i] = true;
36
37         if (!vis[y]) {
38             stk.push(i);
39             p[y] = x;
40             dfs(y);
41
42             if (!stk.empty() && stk.top() == i) {
43                 stk.pop();
44                 addedge(x, y, w);

```

```

45     }
46 }
47
48 else {
49     cnt++;
50
51     long long tmp = w;
52     while (!stk.empty()) {
53         int i = stk.top();
54         stk.pop();
55
56         int yy = e[i].to, ww = e[i].w;
57
58         addedge(cnt, yy, 0);
59
60         d[cnt].push_back(tmp);
61
62         tmp += ww;
63
64         if (e[i ^ 1].to == y)
65             break;
66     }
67
68     addedge(y, cnt, 0);
69
70     sum[cnt] = tmp;
71 }
72 }
73 }
74
75 void dp(int x) {
76
77     for (auto o : v[x]) {
78         int y = o.first, w = o.second;
79         dp(y);
80     }
81
82     if (x <= n) {
83         for (auto o : v[x]) {
84             int y = o.first, w = o.second;
85
86             f[x] += 2 * w + f[y];
87         }
88
89         g[x] = f[x];
90
91         for (auto o : v[x]) {
92             int y = o.first, w = o.second;
93
94             g[x] = min(g[x], f[x] - f[y] - 2 * w + g[y] +
95                 ↪ w);
96         }
97     }
98     else {
99         f[x] = sum[x];
100         for (auto o : v[x]) {
101             int y = o.first;
102
103             f[x] += f[y];
104         }
105
106         g[x] = f[x];
107
108         for (int i = 0; i < (int)v[x].size(); i++) {
109             int y = v[x][i].first;
110
111             g[x] = min(g[x], f[x] - f[y] + g[y] +
112                 ↪ min(d[x][i], sum[x] - d[x][i]));
113         }
114     }
115 }

```

## 1.4 二分图

### 1.4.1 KM二分图最大权匹配

```

1  const long long INF = 0x3f3f3f3f3f3f3f3f;
2
3  long long w[maxn][maxn], lx[maxn], ly[maxn], slack[maxn];
4  // 边权 顶标 slack
5  // 如果要求最大权完美匹配就把不存在的边设为-INF, 否则所有
   ↪ 边对0取max
6
7  bool visx[maxn], visy[maxn];
8
9  int boy[maxn], girl[maxn], p[maxn], q[maxn], head, tail;
10 // p : pre
11
12 int n, m, N, e;
13
14 // 增广
15 bool check(int y) {
16     visy[y] = true;
17
18     if (boy[y]) {
19         visx[boy[y]] = true;
20         q[tail++] = boy[y];
21         return false;
22     }
23
24     while (y) {
25         boy[y] = p[y];
26         swap(y, girl[p[y]]);
27     }
28
29     return true;
30 }
31
32 // bfs每个点
33 void bfs(int x) {
34     memset(q, 0, sizeof(q));
35     head = tail = 0;
36
37     q[tail++] = x;
38     visx[x] = true;
39
40     while (true) {
41         while (head != tail) {
42             int x = q[head++];
43
44             for (int y = 1; y <= N; y++)
45                 if (!visy[y]) {
46                     long long d = lx[x] + ly[y] - w[x]
47                         ↪ [y];
48
49                     if (d < slack[y]) {
50                         p[y] = x;
51                         slack[y] = d;
52
53                         if (!slack[y] && check(y))
54                             return;
55                     }
56                 }
57         }
58
59         long long d = INF;
60         for (int i = 1; i <= N; i++)
61             if (!visy[i])

```

```

60     d = min(d, slack[i]);
61
62     for (int i = 1; i <= N; i++) {
63         if (visx[i])
64             lx[i] -= d;
65
66         if (visy[i])
67             ly[i] += d;
68         else
69             slack[i] -= d;
70     }
71
72     for (int i = 1; i <= N; i++)
73         if (!visy[i] && !slack[i] && check(i))
74             return;
75 }
76
77 // 主过程
78 long long KM() {
79     for (int i = 1; i <= N; i++) {
80         // lx[i] = 0;
81         ly[i] = -INF;
82         // boy[i] = girl[i] = -1;
83
84         for (int j = 1; j <= N; j++)
85             ly[i] = max(ly[i], w[j][i]);
86     }
87
88     for (int i = 1; i <= N; i++) {
89         memset(slack, 0x3f, sizeof(slack));
90         memset(visx, 0, sizeof(visx));
91         memset(visy, 0, sizeof(visy));
92         bfs(i);
93     }
94
95     long long ans = 0;
96     for (int i = 1; i <= N; i++)
97         ans += w[i][girl[i]];
98     return ans;
99 }
100
101 // 为了方便贴上主函数
102 int main() {
103     scanf("%d%d", &n, &m, &e);
104     N = max(n, m);
105
106     while (e--) {
107         int x, y, c;
108         scanf("%d%d", &x, &y, &c);
109         w[x][y] = max(c, 0);
110     }
111
112     printf("%lld\n", KM());
113
114     for (int i = 1; i <= n; i++) {
115         if (i > 1)
116             printf(" ");
117         printf("%d", w[i][girl[i]] > 0 ? girl[i] : 0);
118     }
119     printf("\n");
120
121     return 0;
122 }

```

## 1.5 一般图匹配

### 1.5.1 高斯消元

```

1 // 这个算法基于Tutte定理和高斯消元,思维难度相对小一些,也
  ↳ 更方便进行可行边的判定
2 // 注意这个算法复杂度是满的,并且常数有点大,而带花树通常
  ↳ 是跑不满的
3 // 以及,根据Tutte定理,如果求最大匹配的大小的话直接输
  ↳ 出Tutte矩阵的秩/2即可
4 // 需要输出方案时才需要再写后面那些乱七八糟的东西
5
6 // 复杂度和常数所限,1s之内500已经是这个算法的极限了
7 const int maxn = 505, p = 1000000007; // p可以是任
  ↳ 意10^9以内的质数
8
9 // 全局数组和变量定义
10 int A[maxn][maxn], B[maxn][maxn], t[maxn][maxn],
  ↳ id[maxn], a[maxn];
11 bool row[maxn] = {false}, col[maxn] = {false};
12 int n, m, girl[maxn]; // girl是匹配点,用来输出方案
13
14 // 为了方便使用,贴上主函数
15 // 需要调用高斯消元和eliminate
16 int main() {
17     srand(19260817); // 膜蛤专用随机种子,换一个也无所谓
18
19     scanf("%d%d", &n, &m); // 点数和边数
20     while (m--) {
21         int x, y;
22         scanf("%d%d", &x, &y);
23         A[x][y] = rand() % p;
24         A[y][x] = -A[x][y]; // Tutte矩阵是反对称矩阵
25     }
26
27     for (int i = 1; i <= n; i++)
28         id[i] = i; // 输出方案用的,因为高斯消元的时候会
29         ↳ 交换列
30     memcpy(t, A, sizeof(t));
31     Gauss(A, NULL, n);
32
33     m = n;
34     n = 0; // 这里变量复用纯属个人习惯.....
35
36     for (int i = 1; i <= m; i++)
37         if (A[id[i]][id[i]])
38             a[++n] = i; // 找出一个极大满秩子矩阵
39
40     for (int i = 1; i <= n; i++)
41         for (int j = 1; j <= n; j++)
42             A[i][j] = t[a[i]][a[j]];
43
44     Gauss(A, B, n);
45
46     for (int i = 1; i <= n; i++)
47         if (!girl[a[i]])
48             for (int j = i + 1; j <= n; j++)
49                 if (!girl[a[j]] && t[a[i]][a[j]] && B[j]
50                     ↳ [i]) {
51                     // 注意上面那句if的写法,现在t是邻接矩阵
52                     ↳ 的备份,
53                     // 逆矩阵j行i列不为0当且仅当这条边可
54                     ↳ 行
55                     girl[a[i]] = a[j];
56                     girl[a[j]] = a[i];
57                     eliminate(i, j);
58                     eliminate(j, i);
59                     break;
60                 }

```



```

59     printf("%d\n", n >> 1);
60     for (int i = 1; i <= m; i++)
61         printf("%d ", girl[i]);
62
63     return 0;
64 }
65
66 // 高斯消元  $O(n^3)$ 
67 // 在传入B时表示计算逆矩阵, 传入NULL则只需计算矩阵的秩
68 void Gauss(int A[][maxn], int B[][maxn], int n){
69     if(B) {
70         memset(B, 0, sizeof(t));
71         for (int i = 1; i <= n; i++)
72             B[i][i] = 1;
73     }
74
75     for (int i = 1; i <= n; i++) {
76         if (!A[i][i]) {
77             for (int j = i + 1; j <= n; j++)
78                 if (A[j][i]) {
79                     swap(id[i], id[j]);
80                     for (int k = i; k <= n; k++)
81                         swap(A[i][k], A[j][k]);
82
83                     if (B)
84                         for (int k = 1; k <= n; k++)
85                             swap(B[i][k], B[j][k]);
86                     break;
87                 }
88
89             if (!A[i][i])
90                 continue;
91         }
92
93         int inv = qpow(A[i][i], p - 2);
94
95         for (int j = 1; j <= n; j++)
96             if (i != j && A[j][i]){
97                 int t = (long long)A[j][i] * inv % p;
98
99                 for (int k = i; k <= n; k++)
100                     if (A[i][k])
101                         A[j][k] = (A[j][k] - (long long)t
102                             ↪ * A[i][k]) % p;
103
104                 if (B)
105                     for (int k = 1; k <= n; k++)
106                         if (B[i][k])
107                             B[j][k] = (B[j][k] - (long
108                                 ↪ long)t * B[i][k])%p;
109             }
110
111         if (B)
112             for (int i = 1; i <= n; i++) {
113                 int inv = qpow(A[i][i], p - 2);
114
115                 for (int j = 1; j <= n; j++)
116                     if (B[i][j])
117                         B[i][j] = (long long)B[i][j] * inv %
118                             ↪ p;
119             }
120
121 // 消去一行一列  $O(n^2)$ 
122 void eliminate(int r, int c) {
123     row[r] = col[c] = true; // 已经被消掉
124
125     int inv = qpow(B[r][c], p - 2);

```

```

126     for (int i = 1; i <= n; i++)
127         if (!row[i] && B[i][c]) {
128             int t = (long long)B[i][c] * inv % p;
129
130             for (int j = 1; j <= n; j++)
131                 if (!col[j] && B[r][j])
132                     B[i][j] = (B[i][j] - (long long)t *
133                         ↪ B[r][j]) % p;
134         }

```

### 1.5.2 带花树

```

1 // Blossom 带花树  $O(nm)$ 
2 // By ysf
3 // 通过题目:UOJ#79 一般图最大匹配
4
5 // 带花树通常比高斯消元快很多,但在只要求最大匹配大小的
6 // 时候并没有高斯消元好写
7 // 当然输出方案要方便很多
8
9 // 全局数组与变量定义
10 vector<int> G[maxn];
11 int girl[maxn], f[maxn], t[maxn], p[maxn], vis[maxn],
12     ↪ tim, q[maxn], head, tail;
13 int n, m;
14
15 // 封装好的主过程  $O(nm)$ 
16 int blossom() {
17     int ans = 0;
18
19     for (int i = 1; i <= n; i++)
20         if (!girl[i])
21             ans += bfs(i);
22
23     return ans;
24 }
25
26 // bfs找增广路  $O(m)$ 
27 bool bfs(int s) {
28     memset(t, 0, sizeof(t));
29     memset(p, 0, sizeof(p));
30
31     for (int i = 1; i <= n; i++)
32         f[i] = i; // 并查集
33
34     head = tail = 0;
35     q[tail++] = s;
36     t[s] = 1;
37
38     while (head != tail){
39         int x = q[head++];
40         for (int y : G[x]){
41             if (findroot(y) == findroot(x) || t[y] == 2)
42                 continue;
43
44             if (!t[y]){
45                 t[y] = 2;
46                 p[y] = x;
47
48                 if (!girl[y]){
49                     for (int u = y, t; u; u = t) {
50                         t = girl[p[u]];
51                         girl[p[u]] = u;
52                         girl[u] = p[u];
53                     }

```



```

54         return true;
55     }
56     t[girl[y]] = 1;
57     q[tail++] = girl[y];
58 }
59 else if (t[y] == 1) {
60     int z = LCA(x, y);
61     shrink(x, y, z);
62     shrink(y, x, z);
63 }
64 }
65 }
66
67 return false;
68 }
69
70 //缩奇环  $O(n)$ 
71 void shrink(int x, int y, int z) {
72     while (findroot(x) != z) {
73         p[x] = y;
74         y = girl[x];
75
76         if (t[y] == 2) {
77             t[y] = 1;
78             q[tail++] = y;
79         }
80
81         if (findroot(x) == x)
82             f[x] = z;
83         if (findroot(y) == y)
84             f[y] = z;
85
86         x = p[y];
87     }
88 }
89
90 //暴力找LCA  $O(n)$ 
91 int LCA(int x, int y) {
92     tim++;
93     while (true) {
94         if (x) {
95             x = findroot(x);
96
97             if (vis[x] == tim)
98                 return x;
99             else {
100                 vis[x] = tim;
101                 x = p[girl[x]];
102             }
103         }
104         swap(x, y);
105     }
106 }
107
108 //并查集的查找  $O(1)$ 
109 int findroot(int x) {
110     return x == f[x] ? x : (f[x] = findroot(f[x]));
111 }

```

```

6
7 int last[maxn], len, d[maxn], cur[maxn], q[maxn];
8
9 memset(last, -1, sizeof(last));
10
11 void AddEdge(int x, int y, int z) {
12     e[len].to = y;
13     e[len].cap = z;
14     e[len].prev = last[x];
15     last[x] = len++;
16 }
17
18 int Dinic() {
19     int flow = 0;
20     while (bfs(), ~d[t]) {
21         memcpy(cur, last, sizeof(int) * (t + 5));
22         flow += dfs(s, inf);
23     }
24     return flow;
25 }
26
27 void bfs() {
28     int head = 0, tail = 0;
29     memset(d, -1, sizeof(int) * (t + 5));
30     q[tail++] = s;
31     d[s] = 0;
32
33     while (head != tail) {
34         int x = q[head++];
35         for (int i = last[x]; ~i; i = e[i].prev)
36             if (e[i].cap > 0 && d[e[i].to] == -1) {
37                 d[e[i].to] = d[x] + 1;
38                 q[tail++] = e[i].to;
39             }
40     }
41 }
42
43 int dfs(int x, int a) {
44     if (x == t || !a)
45         return a;
46
47     int flow = 0, f;
48     for (int &i = cur[x]; ~i; i = e[i].prev)
49         if (e[i].cap > 0 && d[e[i].to] == d[x] + 1 && (f =
50             dfs(e[i].to, min(e[i].cap, a)))) {
51             e[i].cap -= f;
52             e[i^1].cap += f;
53             flow += f;
54             a -= f;
55
56             if (!a)
57                 break;
58         }
59
60     return flow;
61 }

```

## 1.6 最大流

### 1.6.1 Dinic

```

1 // 注意Dinic适用于二分图或分层图,对于一般稀疏图ISAP更
  // 优,稠密图则HLPP更优
2
3 struct edge{
4     int to, cap, prev;
5 } e[maxe * 2];

```

### 1.6.2 ISAP

```

1 // 注意ISAP适用于一般稀疏图,对于二分图或分层图情
  // 况Dinic比较优,稠密图则HLPP更优
2
3
4 // 边的定义
5 // 这里没有记录起点和反向边,因为反向边即为正向边xor 1,起
  // 点即为反向边的终点
6 struct edge{
7     int to, cap, prev;

```

```

8 } e[maxe * 2];
9
10 // 全局变量和数组定义
11 int last[maxn], cnte = 0, d[maxn], p[maxn], c[maxn],
    ↪ cur[maxn], q[maxn];
12 int n, m, s, t; // s, t一定要开成全局变量
13
14 // 重要!!!
15 // main函数最前面一定要加上如下初始化
16 memset(last, -1, sizeof(last));
17
18 // 加边函数 O(1)
19 // 包装了加反向边的过程,方便调用
20 // 需要调用AddEdge
21 void addedge(int x, int y, int z) {
22     AddEdge(x, y, z);
23     AddEdge(y, x, 0);
24 }
25
26 // 真·加边函数 O(1)
27 void AddEdge(int x, int y, int z){
28     e[cnte].to = y;
29     e[cnte].cap = z;
30     e[cnte].prev = last[x];
31     last[x] = cnte++;
32 }
33
34 // 主过程 O(n^2 m)
35 // 返回最大流的流量
36 // 需要调用bfs, augment
37 // 注意这里的n是编号最大值,在这个值不为n的时候一定要开个
    ↪ 变量记录下来并修改代码
38 // 非递归
39 int ISAP() {
40     bfs();
41
42     memcpy(cur, last, sizeof(cur));
43
44     int x = s, flow = 0;
45
46     while (d[s] < n) {
47         if (x == t) { // 如果走到了t就增广一次,并返回s重新
            ↪ 找增广路
48             flow += augment();
49             x = s;
50         }
51
52         bool ok = false;
53         for (int &i = cur[x]; ~i; i = e[i].prev)
54             if (e[i].cap && d[x] == d[e[i].to] + 1) {
55                 p[e[i].to] = i;
56                 x = e[i].to;
57             }
58         ok = true;
59         break;
60     }
61
62     if (!ok) { // 修改距离标号
63         int tmp = n - 1;
64         for (int i = last[x]; ~i; i = e[i].prev)
65             if (e[i].cap)
66                 tmp = min(tmp, d[e[i].to] + 1);
67
68         if (!--c[d[x]])
69             break; // gap优化,一定要加上
70     }
71 }

```

```

76     c[d[x] = tmp]++;
77     cur[x] = last[x];
78
79     if (x != s)
80         x = e[p[x] ^ 1].to;
81 }
82 }
83 return flow;
84 }
85
86 // bfs函数 O(n+m)
87 // 预处理到t的距离标号
88 // 在测试数据组数较少时可以省略,把所有距离标号初始化为0
89 void bfs(){
90     memset(d, -1, sizeof(d));
91
92     int head = 0, tail = 0;
93     d[t] = 0;
94     q[tail++] = t;
95
96     while (head != tail) {
97         int x = q[head++];
98         c[d[x]]++;
99
100         for (int i = last[x]; ~i; i = e[i].prev)
101             if (e[i] ^ 1).cap && d[e[i].to] == -1) {
102                 d[e[i].to] = d[x] + 1;
103                 q[tail++] = e[i].to;
104             }
105     }
106 }
107
108 // augment函数 O(n)
109 // 沿增广路增广一次,返回增广的流量
110 int augment() {
111     int a = (~0u) >> 1; // INT_MAX
112
113     for (int x = t; x != s; x = e[p[x] ^ 1].to)
114         a = min(a, e[p[x]].cap);
115
116     for (int x = t; x != s; x = e[p[x] ^ 1].to){
117         e[p[x]].cap -= a;
118         e[p[x] ^ 1].cap += a;
119     }
120
121     return a;
122 }

```

### 1.6.3 HLPP最高标号预流推进

```

1 #include<cstdio>
2 #include<cstring>
3 #include<algorithm>
4 #include<queue>
5 using std::min;
6 using std::vector;
7 using std::queue;
8 using std::priority_queue;
9 const int N=2e4+5,M=2e5+5,inf=0x3f3f3f3f;
10 int n,s,t,tot;
11 int v[M<<1],w[M<<1],first[N],next[M<<1];
12 int h[N],e[N],gap[N<<1],inq[N]; //节点高度是可以到达2n-1的
13 struct cmp
14 {
15     inline bool operator()(int a,int b) const
16     {
17         return h[a]<h[b]; //因为在优先队列中的节点高度不会
            ↪ 改变,所以可以直接比较
18     }
19 }

```

```

19 };
20 queue<int> Q;
21 priority_queue<int, vector<int>, cmp> pQ;
22 inline void add_edge(int from, int to, int flow)
23 {
24     tot+=2;
25     v[tot+1]=from; v[tot]=to; w[tot]=flow; w[tot+1]=0;
26     next[tot]=first[from]; first[from]=tot;
27     next[tot+1]=first[to]; first[to]=tot+1;
28     return;
29 }
30 inline bool bfs()
31 {
32     int now;
33     register int go;
34     memset(h+1, 0x3f, sizeof(int)*n);
35     h[t]=0; Q.push(t);
36     while(!Q.empty())
37     {
38         now=Q.front(); Q.pop();
39         for(go=first[now]; go; go=next[go])
40             if(w[go^1]&&h[v[go]]>h[now]+1)
41                 h[v[go]]=h[now]+1, Q.push(v[go]);
42     }
43     return h[s]!=inf;
44 }
45 inline void push(int now)//推送
46 {
47     int d;
48     register int go;
49     for(go=first[now]; go; go=next[go])
50         if(w[go]&&h[v[go]]+1==h[now])
51         {
52             d=min(e[now], w[go]);
53             w[go]-=d; w[go^1]+=d; e[now]-=d; e[v[go]]+=d;
54             if(v[go]!=s&&v[go]!=t&&!inq[v[go]])
55                 pQ.push(v[go]), inq[v[go]]=1;
56             if(!e[now])//已经推送完毕可以直接退出
57                 break;
58         }
59     return;
60 }
61 inline void relabel(int now)//重贴标签
62 {
63     register int go;
64     h[now]=inf;
65     for(go=first[now]; go; go=next[go])
66         if(w[go]&&h[v[go]]+1<h[now])
67             h[now]=h[v[go]]+1;
68     return;
69 }
70 inline int hlpp()
71 {
72     int now, d;
73     register int i, go;
74     if(!bfs())//s和t不连通
75         return 0;
76     h[s]=n;
77     memset(gap, 0, sizeof(int)*(n<<1));
78     for(i=1; i<=n; i++)
79         if(h[i]<inf)
80             ++gap[h[i]];
81     for(go=first[s]; go; go=next[go])
82         if(d=w[go])
83         {
84             w[go]-=d; w[go^1]+=d; e[s]-=d; e[v[go]]+=d;
85             if(v[go]!=s&&v[go]!=t&&!inq[v[go]])
86                 pQ.push(v[go]), inq[v[go]]=1;
87         }
88     while(!pQ.empty())
89     {
90         inq[now=pQ.top()]=0; pQ.pop(); push(now);

```

```

91         if(e[now])
92         {
93             if(!--gap[h[now]])//gap优化, 因为当前节点是最
94                 → 高的所以修改的节点一定不在优先队列中, 不
95                 → 必担心修改对优先队列会造成影响
96                 for(i=1; i<=n; i++)
97                     if(i!=s&&i!=t&&h[i]>h[now]&&h[i]<n+1)
98                         h[i]=n+1;
99                 relabel(now); ++gap[h[now]];
100                 pQ.push(now); inq[now]=1;
101             }
102         }
103     return e[t];
104 }
105 int m;
106 signed main()
107 {
108     int u, v, w;
109     scanf("%d%d%d", &n, &m, &s, &t);
110     while(m--)
111     {
112         scanf("%d%d%d", &u, &v, &w);
113         add_edge(u, v, w);
114     }
115     printf("%d\n", hlpp());
116     return 0;
117 }

```

## 2. 字符串

### 2.1 AC自动机

```

1 // Aho-Corasick Automata AC自动机
2 // By AntiLeaf
3 // 通过题目 0bzoj3881 Divljak
4
5
6 // 全局变量与数组定义
7 int ch[maxm][26] = {{0}}, f[maxm][26] = {{0}}, q[maxm] =
8     → {{0}}, sum[maxm] = {0}, cnt = 0;
9
10 // 在字典树中插入一个字符串 O(n)
11 int insert(const char *c) {
12     int x = 0;
13     while (*c) {
14         if (!ch[x][*c - 'a'])
15             ch[x][*c - 'a'] = ++cnt;
16         x = ch[x][*c++ - 'a'];
17     }
18     return x;
19 }
20
21 // 建AC自动机 O(n*sigma)
22 void getfail() {
23     int x, head = 0, tail = 0;
24
25     for (int c = 0; c < 26; c++)
26         if (ch[0][c])
27             q[tail++] = ch[0][c]; // 把根节点的儿子加入队
28             → 列
29
30     while (head != tail) {
31         x = q[head++];
32
33         G[f[x][0]].push_back(x);
34         fill(f[x] + 1, f[x] + 26, cnt + 1);
35     }

```

```

36     for (int c = 0; c < 26; c++) {
37         if (ch[x][c]) {
38             int y = f[x][0];
39
40             while (y&&!ch[y][c])
41                 y=f[y][0];
42
43             f[ch[x][c]][0] = ch[y][c];
44             q[tail++] = ch[x][c];
45         }
46         else
47             ch[x][c] = ch[f[x][0]][c];
48     }
49 }
50 fill(f[0], f[0] + 26, cnt + 1);
51 }

```

```

48     while(p&&go[p][c]==q){
49         go[p][c]=nq;
50         p=par[p];
51     }
52 }
53 }
54 last=np;
55 }
56 void dfs(int x){
57     if(id[x]){
58         printf("%d ",id[x]);
59         height[tim++]=val[last];
60         last=x;
61     }
62     for(int c=0;c<26;c++)if(ch[x][c])dfs(ch[x][c]);
63     last=par[x];
64 }

```

## 2.2 后缀数组

### 2.2.1 SAMSA

```

1 #include<bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 const int maxn=100005;
4 void expand(int);
5 void dfs(int);
6 int
7     ↳ root, last, cnt=0, val[maxn<<1]={0}, par[maxn<<1]={0}, go[maxn<<1],
8     ↳ [26]={0};
9 bool vis[maxn<<1]={0};
10 char s[maxn];
11 int n, id[maxn<<1]={0}, ch[maxn<<1]
12     ↳ [26]={0}, height[maxn], tim=0;
13 int main(){
14     root=last=++cnt;
15     scanf("%s", s+1);
16     n=strlen(s+1);
17     for(int i=n; i--){
18         expand(s[i]-'a');
19         id[last]=i;
20     }
21     vis[1]=true;
22     for(int i=1; i<=cnt; i++){
23         if(id[i])
24             for(int x=i, pos=n; x&&!vis[x]; x=par[x]){
25                 vis[x]=true;
26                 pos-=val[x]-val[par[x]];
27                 ch[par[x]][s[pos+1]-'a']=x;
28             }
29     }
30     dfs(root);
31     printf("\n");
32     for(int i=1; i<n; i++)printf("%d ", height[i]);
33     return 0;
34 }
35 void expand(int c){
36     int p=last, np=++cnt;
37     val[np]=val[p]+1;
38     while(p&&!go[p][c]){
39         go[p][c]=np;
40         p=par[p];
41     }
42     if(!p)par[np]=root;
43     else{
44         int q=go[p][c];
45         if(val[q]==val[p]+1)par[np]=q;
46         else{
47             int nq=++cnt;
48             val[nq]=val[p]+1;
49             memcpy(go[nq], go[q], sizeof(go[q]));
50             par[nq]=par[q];
51             par[np]=par[q]=nq;
52             while(p&&go[p][c]==q){
53                 go[p][c]=nq;
54                 p=par[p];
55             }
56         }
57     }
58     last=np;
59 }

```

## 2.3 后缀自动机

```

1 //在字符集比较小的时候可以直接开go数组, 否则需要用map或者
2   ↳ 哈希表替换
3 //注意!!!结点数要开成串长的两倍
4 //全局变量与数组定义
5 int last, val[maxn], par[maxn], go[maxn][26], cnt;
6 int c[maxn], q[maxn]; //用来桶排序
7 //在主函数开头加上这句初始化
8 last=cnt=1;
9 //以下是按val进行桶排序的代码
10 for(int i=1; i<=cnt; i++)c[val[i]+1]++;
11 for(int i=1; i<=n; i++)c[i]+=c[i-1]; //这里n是串长
12 for(int i=1; i<=cnt; i++)q[+c[val[i]]]=i;
13 //加入一个字符 均摊O(1)
14 void extend(int c){
15     int p=last, np=++cnt;
16     val[np]=val[p]+1;
17     while(p&&!go[p][c]){
18         go[p][c]=np;
19         p=par[p];
20     }
21     if(!p)par[np]=1;
22     else{
23         int q=go[p][c];
24         if(val[q]==val[p]+1)par[np]=q;
25         else{
26             int nq=++cnt;
27             val[nq]=val[p]+1;
28             memcpy(go[nq], go[q], sizeof(go[q]));
29             par[nq]=par[q];
30             par[np]=par[q]=nq;
31             while(p&&go[p][c]==q){
32                 go[p][c]=nq;
33                 p=par[p];
34             }
35         }
36     }
37     last=np;
38 }
39 }
40 }
41 }

```

## 2.4 回文树

```

1 //定理:一个字符串本质不同的回文子串个数是O(n)的
2 //注意回文树只需要开一倍结点, 另外结点编号也是一个可用
3   ↳ 的bfs序

```

```

4 //全局数组定义
5 int val[maxn], par[maxn], go[maxn][26], last, cnt;
6 char s[maxn];
7
8 //重要!在主函数最前面一定要加上以下初始化
9 par[0]=cnt=1;
10 val[1]=-1;
11 //这个初始化和广义回文树不一样,写普通题可以用,广义回文树
    ↳ 就不要乱搞了
12
13 //extend函数 均摊O(1)
14 //向后扩展一个字符
15 //传入对应下标
16 void extend(int n){
17     int p=last, c=s[n]-'a';
18     while(s[n-val[p]-1]!=s[n]) p=par[p];
19     if(!go[p][c]){
20         int q=++cnt, now=p;
21         val[q]=val[p]+2;
22         do p=par[p]; while(s[n-val[p]-1]!=s[n]);
23         par[q]=go[p][c];
24         last=go[now][c]=q;
25     }
26     else last=go[p][c];
27     a[last]++;
28 }

```

### 2.4.1 广义回文树

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 using namespace std;
4
5 constexpr int maxn = 1000005, mod = 1000000007;
6
7 int val[maxn], par[maxn], go[maxn][26], fail[maxn][26],
    ↳ pam_last[maxn], pam_cnt;
8 int weight[maxn], pow_26[maxn];
9
10 int trie[maxn][26], trie_cnt, d[maxn], mxd[maxn],
    ↳ son[maxn], top[maxn], len[maxn], sum[maxn];
11 char chr[maxn];
12 int f[25][maxn], log_tbl[maxn];
13 vector<int> v[maxn];
14
15 vector<int> queries[maxn];
16
17 char str[maxn];
18 int n, m, ans[maxn];
19
20 int add(int x, int c) {
21     if (!trie[x][c]) {
22         trie[x][c] = ++trie_cnt;
23         f[0][trie[x][c]] = x;
24         chr[trie[x][c]] = c + 'a';
25     }
26
27     return trie[x][c];
28 }
29
30 int del(int x) {
31     return f[0][x];
32 }
33
34 void dfs1(int x) {
35     mxd[x] = d[x] = d[f[0][x]] + 1;
36
37     for (int i = 0; i < 26; i++)
38         if (trie[x][i]) {
39             int y = trie[x][i];

```

```

41         dfs1(y);
42
43         mxd[x] = max(mxd[x], mxd[y]);
44         if (mxd[y] > mxd[son[x]])
45             son[x] = y;
46     }
47 }
48
49 void dfs2(int x) {
50     if (x == son[f[0][x]])
51         top[x] = top[f[0][x]];
52     else
53         top[x] = x;
54
55     for (int i = 0; i < 26; i++)
56         if (trie[x][i]) {
57             int y = trie[x][i];
58             dfs2(y);
59         }
60
61     if (top[x] == x) {
62         int u = x;
63         while (top[son[u]] == x)
64             u = son[u];
65
66         len[x] = d[u] - d[x];
67
68         for (int i = 0; i < len[x]; i++) {
69             v[x].push_back(u);
70             u = f[0][u];
71         }
72
73         u = x;
74         for (int i = 0; i < len[x]; i++) { // 梯子剖分,要
            ↳ 延长一倍
75             v[x].push_back(u);
76             u = f[0][u];
77         }
78     }
79 }
80
81 int get_anc(int x, int k) {
82     if (!k)
83         return x;
84     if (k > d[x])
85         return 0;
86
87     x = f[log_tbl[k]][x];
88     k ^= 1 << log_tbl[k];
89
90     return v[top[x]][d[top[x]] + len[top[x]] - d[x] + k];
91 }
92
93 char get_char(int x, int k) { // 查询x前面k个的字符是哪个
94     return chr[get_anc(x, k)];
95 }
96
97 int getfail(int x, int p) {
98     if (get_char(x, val[p] + 1) == chr[x])
99         return p;
100     return fail[p][chr[x] - 'a'];
101 }
102
103 int extend(int x) {
104
105     int p = pam_last[f[0][x]], c = chr[x] - 'a';
106
107     p = getfail(x, p);
108
109     int new_last;
110
111     if (!go[p][c]) {

```

```

112     int q = ++pam_cnt, now = p;
113     val[q] = val[p] + 2;
114
115     p = getfail(x, par[p]);
116
117     par[q] = go[p][c];
118     new_last = go[now][c] = q;
119
120     for (int i = 0; i < 26; i++)
121         fail[q][i] = fail[par[q]][i];
122
123     if (get_char(x, val[par[q]]) >= 'a')
124         fail[q][get_char(x, val[par[q]]) - 'a'] =
125             ↪ par[q];
126
127     if (val[q] <= n)
128         weight[q] = (weight[par[q]] + (long long)(n -
129             ↪ val[q] + 1) * pow_26[n - val[q]]) % mod;
130     else
131         weight[q] = weight[par[q]];
132 }
133 else
134     new_last = go[p][c];
135
136 pam_last[x] = new_last;
137
138 return weight[pam_last[x]];
139 }
140
141 void bfs() {
142     queue<int> q;
143
144     q.push(1);
145
146     while (!q.empty()) {
147         int x = q.front();
148         q.pop();
149
150         sum[x] = sum[f[0][x]];
151         if (x > 1)
152             sum[x] = (sum[x] + extend(x)) % mod;
153
154         for (int i : queries[x])
155             ans[i] = sum[x];
156
157         for (int i = 0; i < 26; i++)
158             if (trie[x][i])
159                 q.push(trie[x][i]);
160     }
161 }
162
163 int main() {
164
165     pow_26[0] = 1;
166     log_tbl[0] = -1;
167
168     for (int i = 1; i <= 1000000; i++) {
169         pow_26[i] = 26ll * pow_26[i - 1] % mod;
170         log_tbl[i] = log_tbl[i / 2] + 1;
171     }
172
173     int T;
174     scanf("%d", &T);
175
176     while (T--) {
177         scanf("%d%d%s", &n, &m, str);
178
179         trie_cnt = 1;
180         chr[1] = '#';
181

```

```

182     int last = 1;
183     for (char *c = str; *c; c++)
184         last = add(last, *c - 'a');
185
186     queries[last].push_back(0);
187
188     for (int i = 1; i <= m; i++) {
189         int op;
190         scanf("%d", &op);
191
192         if (op == 1) {
193             char c;
194             scanf(" %c", &c);
195
196             last = add(last, c - 'a');
197         }
198         else
199             last = del(last);
200
201         queries[last].push_back(i);
202     }
203
204     dfs1(1);
205     dfs2(1);
206
207     for (int j = 1; j <= log_tbl[trie_cnt]; j++)
208         for (int i = 1; i <= trie_cnt; i++)
209             f[j][i] = f[j - 1][f[j - 1][i]];
210
211     par[0] = pam_cnt = 1;
212
213
214     for (int i = 0; i < 26; i++)
215         fail[0][i] = fail[1][i] = 1;
216
217     val[1] = -1;
218     pam_last[1] = 1;
219
220     bfs();
221
222     for (int i = 0; i <= m; i++)
223         printf("%d\n", ans[i]);
224
225     for (int j = 0; j <= log_tbl[trie_cnt]; j++)
226         memset(f[j], 0, sizeof(f[j]));
227
228     for (int i = 1; i <= trie_cnt; i++) {
229         chr[i] = 0;
230         d[i] = mxd[i] = son[i] = top[i] = len[i] =
231             ↪ pam_last[i] = sum[i] = 0;
232         v[i].clear();
233         queries[i].clear();
234
235         memset(trie[i], 0, sizeof(trie[i]));
236     }
237     trie_cnt = 0;
238
239     for (int i = 0; i <= pam_cnt; i++) {
240         val[i] = par[i] = weight[i];
241
242         memset(go[i], 0, sizeof(go[i]));
243         memset(fail[i], 0, sizeof(fail[i]));
244     }
245     pam_cnt = 0;
246
247 }
248
249 return 0;

```

## 2.5 Manacher马拉车

```

1 //n为串长,回文半径输出到p数组中
2 //数组要开串长的两倍
3 void manacher(const char *t, int n) {
4     static char s[maxn * 2];
5
6     for (int i = n; i; i--)
7         s[i * 2] = t[i];
8     for (int i = 0; i <= n; i++)
9         s[i * 2 + 1] = '#';
10
11     s[0] = '$';
12     s[(n + 1) * 2] = '\0';
13     n = n * 2 + 1;
14
15     int mx = 0, j = 0;
16
17     for (int i = 1; i <= n; i++) {
18         p[i] = (mx > i ? min(p[j * 2 - i], mx - i) : 1);
19         while (s[i - p[i]] == s[i + p[i]])
20             p[i]++;
21
22         if (i + p[i] > mx) {
23             mx = i + p[i];
24             j = i;
25         }
26     }
27 }

```

```

35     j++;
36     a[0] = j;
37
38     for (int i = 1, k = 0; i < n; i++) {
39         int pos = k + a[k], len = nx[i - k];
40         if (i + len < pos)
41             a[i] = len;
42         else {
43             j = max(pos - i, 0);
44             while (j < m && i + j < n && s[j] == t[i + j])
45                 j++;
46
47             a[i] = j;
48             k = i;
49         }
50     }
51 }

```

## 3. 数学

### 3.1 插值

#### 3.1.1 牛顿插值

#### 3.1.2 拉格朗日插值

### 3.2 多项式

#### 3.2.1 FFT

## 2.6 KMP

### 2.6.1 ex-KMP

```

1 //全局变量与数组定义
2 char s[maxn], t[maxn];
3 int n, m, a[maxn];
4
5 //主过程 O(n + m)
6 //把t的每个后缀与s的LCP输出到a中,s的后缀和自己的LCP存
7 //在nx中
8 //0-based,s的长度是m,t的长度是n
9 void exKMP(const char *s, const char *t, int *a) {
10     static int nx[maxn];
11
12     memset(nx, 0, sizeof(nx));
13
14     int j = 0;
15     while (j + 1 < m && s[j] == s[j + 1])
16         j++;
17     nx[1] = j;
18
19     for (int i = 2, k = 1; i < m; i++) {
20         int pos = k + nx[k], len = nx[i - k];
21
22         if (i + len < pos)
23             nx[i] = len;
24         else {
25             j = max(pos - i, 0);
26             while (i + j < m && s[j] == s[i + j])
27                 j++;
28
29             nx[i] = j;
30             k = i;
31         }
32     }
33
34     j = 0;
35     while (j < n && j < m && s[j] == t[j])
36         j++;
37 }

```

```

1 //使用时一定要注意double的精度是否足够(极限大概是10^14)
2
3 const double pi=acos((double)-1.0);
4
5 //手写复数类
6 //支持加减乘三种运算
7 //+=运算符如果用的不多可以不重载
8 struct Complex{
9     double a,b;//由于long double精度和double几乎相同,通常
10     //没有必要用long double
11     Complex(double a=0.0,double b=0.0):a(a),b(b){}
12     Complex operator+(const Complex &x)const{return
13         //Complex(a+x.a,b+x.b);}
14     Complex operator-(const Complex &x)const{return
15         //Complex(a-x.a,b-x.b);}
16     Complex operator*(const Complex &x)const{return
17         //Complex(a*x.a-b*x.b,a*x.b+b*x.a);}
18     Complex &operator+=(const Complex &x){return
19         // *this=*this+x;}
20 }w[maxn],w_inv[maxn];
21
22 //FFT初始化 O(n)
23 //需要调用sin, cos函数
24 void FFT_init(int n){
25     for(int i=0;i<n;i++){//根据单位根的旋转性质可以节省计
26         //算单位根逆元的时间
27         w[i]=w_inv[n-i-1]=Complex(cos(2*pi/n*i),sin(2*pi/n*i));
28     }
29     //当然不存单位根也可以,只不过在FFT次数较多时很可能会
30     //增大常数
31 }
32
33 //FFT主过程 O(n\log n)
34 void FFT(Complex *A,int n,int tp){
35     for(int i=1,j=0,k;i<n-1;i++){
36         k=n;
37         do j^=(k>>=1);while(j<k);
38         if(i<j)swap(A[i],A[j]);
39     }
40 }

```



```

32     for(int k=2;k<=n;k<=1)
33         for(int i=0;i<n;i+=k)
34             for(int j=0;j<(k>>1);j++){
35                 Complex a=A[i+j], b = (tp>0?w:w_inv)[n /
36                     ↪ k * j] * A[i + j + (k / 2)];
37                 A[i+j]=a+b;
38                 A[i+j+(k>>1)]=a-b;
39             }
40     if(tp<0)for(int i=0;i<n;i++)A[i].a/=n;

```

### 3.2.2 NTT

```

1 // Number Theory Transform 快速数论变换  $O(n\log n)$ 
2 // By AntiLeaf
3 // 通过题目 UOJ#34 多项式乘法
4 // 要求模数为  $10^9$  以内的 NTT 模数
5
6 const int p = 998244353, g = 3; // p 为模数  $g$  为  $p$  的任意一个
7     ↪ 原根
8 void NTT(int *A, int n, int tp) { // n 为变换长度
9     ↪ tp 为 1 或 -1 表示正/逆变换
10     for (int i = 1, j = 0, k; i < n - 1; i++) { //  $O(n)$  旋
11         ↪ 转算法原理是模拟二进制加一
12         k = n;
13         do
14             j ^= (k >= 1);
15         while (j < k);
16         if(i < j) swap(A[i], A[j]);
17     }
18
19     for (int k = 2; k <= n; k <= 1) {
20         int wn = qpow(g, (tp > 0 ? (p - 1) / k : (p - 1)
21             ↪ / k * (long long)(p - 2) % (p - 1)));
22         for (int i = 0; i < n; i += k) {
23             int w = 1;
24             for (int j = 0; j < (k >> 1); j++, w = (long
25                 ↪ long)w * wn % p){
26                 int a = A[i + j], b = (long long)w * A[i
27                     ↪ + j + (k >> 1)] % p;
28                 A[i + j] = (a + b) % p;
29                 A[i + j + (k >> 1)] = (a - b + p) % p;
30             } // 更好的写法是预处理单位根的次幂参
31             ↪ 照 FFT 的代码
32         }
33     }
34
35     if (tp < 0) {
36         int inv = qpow(n, p - 2); // 如果预处理过逆元的话
37         ↪ 就不用快速幂了
38         for (int i = 0; i < n; i++)
39             A[i] = (long long)A[i] * inv % p;
40     }

```

### 3.2.3 任意模数卷积(三模数 NTT)

```

1 // 只要求模数在  $2^{30}-1$  以内, 无其他特殊要求
2 // 常数很大, 慎用
3 // 在卷积结果不超过  $10^{14}$  时可以直接 double 暴力乘, 这时就不要
4     ↪ 写任意模数卷积了
5 // 这里有三模数 NTT 和拆系数 FFT 两个版本, 通常后者常数要小一
6     ↪ 些
7 // 但在答案不超过  $10^{18}$  时可以改成双模数 NTT, 这时就比拆系
8     ↪ 数 FFT 快一些了

```

```

7 // 以下为三模数 NTT, 原理是选取三个乘积大于结果的 NTT 模数, 最
8     ↪ 后中国剩余定理合并
9 // 以对 23333333 (不是质数) 取模为例
10 const int
11     ↪ maxn=262200, Mod=23333333, g=3, m[]={998244353, 1004535809, 1004535809};
12     m0_inv=669690699, m1_inv=332747959, M_inv=942377029; // 这
13     ↪ 三个模数最小原根都是 3
14 const long long M=(long long)m[0]*m[1];
15
16 // 主函数(当然更多时候包装一下比较好)
17 // 用来卷积的是 A 和 B
18 // 需要调用 mul
19 int n, N=1, A[maxn], B[maxn], C[maxn], D[maxn], ans[3][maxn];
20 int main(){
21     scanf("%d", &n);
22     while(N<(n<<1))N<=1;
23     for(int i=0;i<n;i++)scanf("%d", &A[i]);
24     for(int i=0;i<n;i++)scanf("%d", &B[i]);
25     for(int i=0;i<3;i++)mul(m[i], ans[i]);
26     for(int i=0;i<n;i++)printf("%d ", China(ans[0]
27         ↪ [i], ans[1][i], ans[2][i]));
28     return 0;
29 }
30
31 // mul  $O(n\log n)$ 
32 // 包装了模 NTT 模数的卷积
33 // 需要调用 NTT
34 void mul(int p, int *ans){
35     copy(A, A+N, C);
36     copy(B, B+N, D);
37     NTT(C, N, 1, p);
38     NTT(D, N, 1, p);
39     for(int i=0;i<n;i++)ans[i]=(long long)C[i]*D[i]%p;
40     NTT(ans, N, -1, p);
41 }
42
43 // 中国剩余定理  $O(1)$ 
44 // 由于直接合并会爆 long long, 采用神奇的方法合并
45 // 需要调用  $O(1)$  快速乘
46 inline int China(int a0, int a1, int a2){
47     long long A=(mul((long long)a0*m1_inv, m[1], M)
48         ↪ +mul((long long)a1*m0_inv, m[0], M))%M;
49     int k=((a2-A)%m[2]+m[2])%m[2]*M_inv%m[2];
50     return (k%Mod*(M%Mod)%Mod+A%Mod)%Mod;
51 }
52
53 // -----分割
54     ↪ 线-----
55
56 // 以下为拆系数 FFT, 原理是减小结果范围使得 double 精度能够承
57     ↪ 受
58 // 仍然以模 23333333 为例
59 const int maxn=262200, p=23333333, M=4830; // M 取值要使得结果
60     ↪ 不超过  $10^{14}$ 
61
62 // 需要开的数组
63 struct Complex{//内容略
64     w[maxn], w_inv[maxn], A[maxn], B[maxn], C[maxn], D[maxn], F[maxn], G[maxn];
65 }
66
67 // 主函数(当然更多时候包装一下比较好)
68 // 需要调用 FFT 初始化, FFT
69 int main(){
70     scanf("%d", &n);
71     int N=1;
72     while(N<(n<<1))N<=1;
73     for(int i=0,x;i<n;i++){
74         scanf("%d", &x);
75         A[i]=x/M;
76         B[i]=x%M;
77     }

```

```

70     for(int i=0;x;i<n;i++){
71         scanf("%d",&x);
72         C[i]=x/M;
73         D[i]=x%M;
74     }
75     FFT_init(N);
76     FFT(A,N,1);
77     FFT(B,N,1);
78     FFT(C,N,1);
79     FFT(D,N,1);
80     for(int i=0;i<N;i++){
81         F[i]=A[i]*C[i];
82         G[i]=A[i]*D[i]+B[i]*C[i];
83         H[i]=B[i]*D[i];
84     }
85     FFT(F,N,-1);
86     FFT(G,N,-1);
87     FFT(H,N,-1);
88     for(int i=0;i<n;i++){
89         printf("%d\n", (int)((M*M*((long long)
90             ↪ (F[i].a+0.5)%p)%p+
91             M*((long long)(G[i].a+0.5)%p)%p+(long long)
92             ↪ (H[i].a+0.5)%p)%p));
93     }
94     return 0;
95 }

```

### 3.2.4 多项式操作

```

1 //Polymial Operations 多项式操作
2 //By ysf
3 //通过题目 COGS2189 帕秋莉的超级多项式 板子题
4
5 const int maxn=262200;//以下所有代码均为NTT版本
6 //以下所有代码均满足A为输入 不进行修改 B为输出 n为所需
7 ↪ 长度
8
9 //多项式求逆 O(n\log n)
10 //要求A常数项不为0
11 void getinv(int *A,int *C,int n){
12     static int B[maxn];
13     memset(C,0,sizeof(int)*(n<<1));
14     C[0]=qpow(A[0],p-2);//一般题目直接赋值为1就可以
15     for(int k=2;k<=n;k<<=1){
16         memcpy(B,A,sizeof(int)*k);
17         memset(B+k,0,sizeof(int)*k);
18         NTT(B,k<<1,1);
19         NTT(C,k<<1,1);
20         for(int i=0;i<(k<<1);i++){
21             C[i]=((2-(long long)B[i]*C[i])%p*C[i]%p+p)%p;
22             NTT(C,k<<1,-1);
23             memset(C+k,0,sizeof(int)*k);
24         }
25     }
26
27 //多项式开根 O(n\log n)
28 //要求A常数项可以开根/存在二次剩余
29 //需要调用多项式求逆 且需要预处理2的逆元
30 void getsqrt(int *A,int *C,int n){
31     static int B[maxn],D[maxn];
32     memset(C,0,sizeof(int)*(n<<1));
33     C[0]=(int)(sqrt(A[0])+1e-7);//一般题目直接赋值为1就可
34     ↪ 以
35     for(int k=2;k<=n;k<<=1){
36         memcpy(B,A,sizeof(int)*k);
37         memset(B+k,0,sizeof(int)*k);
38         getinv(B,D,k);
39         NTT(B,k<<1,1);
40         NTT(D,k<<1,1);

```

```

39     for(int i=0;i<(k<<1);i++){B[i]=(long
40         ↪ long)B[i]*D[i]%p;
41     NTT(B,k<<1,-1);
42     for(int i=0;i<k;i++){C[i]=(long long)
43         ↪ (C[i]+B[i])*inv_2%p;//inv_2是2的逆元
44     }
45 }
46
47 //求导 O(n)
48 void getderivative(int *A,int *C,int n){
49     for(int i=1;i<n;i++){C[i-1]=(long long)A[i]*i%p;
50     C[n-1]=0;}
51
52 //不定积分 O(n\log n) 如果预处理过逆元可以降到O(n)
53 void getintegrate(int *A,int *C,int n){
54     for(int i=1;i<n;i++){C[i]=(long
55         ↪ long)A[i-1]*qpow(i,p-2)%p;
56     C[0]=0;//由于是不定积分 结果没有常数项
57 }
58
59 //多项式\ln O(n\log n)
60 //要求A常数项不为0/存在离散对数
61 //需要调用多项式求逆 求导 不定积分
62 void getln(int *A,int *C,int n){//通常情况下A常数项都是1
63     static int B[maxn];
64     getderivative(A,B,n);
65     memset(B+n,0,sizeof(int)*n);
66     getinv(A,C,n);
67     NTT(B,n<<1,1);
68     NTT(C,n<<1,1);
69     for(int i=0;i<(n<<1);i++){B[i]=(long long)B[i]*C[i]%p;
70     NTT(B,n<<1,-1);
71     getintegrate(B,C,n);
72     memset(C+n,0,sizeof(int)*n);
73 }
74
75 //多项式\exp O(n\log n)
76 //要求A没有常数项
77 //需要调用多项式\ln
78 //常数很大且总代码较长 在时间效率要求不高时最好替换为分
79 ↪ 治FFT
80 //分治FFT依据 设G(x)=\exp F(x) 则有g_i=\sum_{k=1}^i f_k
81 ↪ g_{i-k}
82 void getexp(int *A,int *C,int n){
83     static int B[maxn];
84     memset(C,0,sizeof(int)*(n<<1));
85     C[0]=1;
86     for(int k=2;k<=n;k<<=1){
87         getln(C,B,k);
88         for(int i=0;i<k;i++){
89             B[i]=A[i]-B[i];
90             if(B[i]<0)B[i]+=p;
91         }
92         (+=B[0])%=p;
93         NTT(B,k<<1,1);
94         NTT(C,k<<1,1);
95         for(int i=0;i<(k<<1);i++){C[i]=(long
96             ↪ long)C[i]*B[i]%p;
97         NTT(C,k<<1,-1);
98         memset(C+k,0,sizeof(int)*k);
99     }
100 }
101
102 //多项式k次幂 O(n\log n)
103 //在A常数项不为1时需要转化
104 //需要调用多项式/exp、\ln
105 //常数较大且总代码较长 在时间效率要求不高时最好替换为暴
106 ↪ 力快速幂
107 void getpow(int *A,int *C,int n,int k){

```

```

102 static int B[maxn];
103 getln(A,B,n);
104 for(int i=0;i<n;i++)B[i]=(long long)B[i]*k%p;
105 getexp(B,C,n);
106 }

```

### 3.2.5 拉格朗日反演

用于求复合逆.

如果 $f(x)$ 与 $g(x)$ 互为复合逆 则有

$$[x^n]g(x) = \frac{1}{n}[x^{n-1}] \left( \frac{x}{f(x)} \right)^n$$

$$[x^n]h(g(x)) = \frac{1}{n}[x^{n-1}]h'(x) \left( \frac{x}{f(x)} \right)^n$$

### 3.2.6 半在线卷积

```

1 // Half-Online Convolution 半在线卷积
2 // By AntiLeaf
3 // O(n\log^2 n)
4 // 通过题目自己出的题
5
6
7 // 主过程递归调用自身
8 void solve(int l, int r) {
9     if (r <= m)
10         return;
11
12     if (r - l == 1) {
13         if (l == m)
14             f[l] = a[m];
15         else
16             f[l] = (long long)f[l] * inv[l - m] % p;
17
18         for (int i = l, t = (long long)l * f[l] % p; i <=
19             ↪ n; i += l)
20             g[i] = (g[i] + t) % p;
21
22         return;
23     }
24
25     int mid = (l + r) / 2;
26
27     solve(l, mid);
28
29     if (l == 0) {
30         for (int i = 1; i < mid; i++) {
31             A[i] = f[i];
32             B[i] = (c[i] + g[i]) % p;
33         }
34         NTT(A, r, 1);
35         NTT(B, r, 1);
36         for (int i = 0; i < r; i++)
37             A[i] = (long long)A[i] * B[i] % p;
38         NTT(A, r, -1);
39
40         for (int i = mid; i < r; i++)
41             f[i] = (f[i] + A[i]) % p;
42     }
43     else {
44         for (int i = 0; i < r - 1; i++)
45             A[i] = f[i];
46         for (int i = 1; i < mid; i++)
47             B[i - 1] = (c[i] + g[i]) % p;
48         NTT(A, r - 1, 1);
49         NTT(B, r - 1, 1);
50         for (int i = 0; i < r - 1; i++)
51             A[i] = (long long)A[i] * B[i] % p;

```

```

51     NTT(A, r - 1, -1);
52
53     for (int i = mid; i < r; i++)
54         f[i] = (f[i] + A[i - 1]) % p;
55
56     memset(A, 0, sizeof(int) * (r - 1));
57     memset(B, 0, sizeof(int) * (r - 1));
58
59     for (int i = 1; i < mid; i++)
60         A[i - 1] = f[i];
61     for (int i = 0; i < r - 1; i++)
62         B[i] = (c[i] + g[i]) % p;
63     NTT(A, r - 1, 1);
64     NTT(B, r - 1, 1);
65     for (int i = 0; i < r - 1; i++)
66         A[i] = (long long)A[i] * B[i] % p;
67     NTT(A, r - 1, -1);
68
69     for (int i = mid; i < r; i++)
70         f[i] = (f[i] + A[i - 1]) % p;
71 }
72
73     memset(A, 0, sizeof(int) * (r - 1));
74     memset(B, 0, sizeof(int) * (r - 1));
75
76     solve(mid, r);
77 }

```

## 3.3 FWT快速沃尔什变换

```

1 //Fast Walsh-Hadamard Transform 快速沃尔什变换 O(n\log n)
2 //By ysf
3 //通过题目COGS上几道板子题
4
5 //注意FWT常数比较小这点与FFT/NTT不同
6 //以下代码均以模质数情况为例其中n为变换长度tp表示正/逆
7     ↪ 变换
8
9 //按位或版本
10 void FWT_or(int *A,int n,int tp){
11     for(int k=2;k<=n;k<=1)
12         for(int i=0;i<n;i+=k)
13             for(int j=0;j<(k>>1);j++){
14                 if(tp>0)A[i+j+(k>>1)]=(A[i+j+(k>>1)]+A[i+j])%p;
15                 ↪ A[i+j+(k>>1)]=(A[i+j+(k>>1)]-A[i+j]+p)%p;
16             }
17 }
18
19 //按位与版本
20 void FWT_and(int *A,int n,int tp){
21     for(int k=2;k<=n;k<=1)
22         for(int i=0;i<n;i+=k)
23             for(int j=0;j<(k>>1);j++){
24                 if(tp>0)A[i+j]=(A[i+j]+A[i+j+(k>>1)])%p;
25                 ↪ else A[i+j]=(A[i+j]-A[i+j+(k>>1)]+p)%p;
26             }
27 }
28
29 //按位异或版本
30 void FWT_xor(int *A,int n,int tp){
31     for(int k=2;k<=n;k<=1)
32         for(int i=0;i<n;i+=k)
33             for(int j=0;j<(k>>1);j++){
34                 int a=A[i+j],b=A[i+j+(k>>1)];
35                 A[i+j]=(a+b)%p;
36                 ↪ A[i+j+(k>>1)]=(a-b+p)%p;

```

```

37     if(tp<0){
38         int inv=qpow(n%p,p-2);//n的逆元在取模时需要用
           ↳ 每层除以2代替
39         for(int i=0;i<n;i++)A[i]=A[i]*inv%p;
40     }
41 }

```

### 3.4 单纯形

```

1 //Simplex Method 单纯形方法求解线性规划
2 //By ysf
3 //通过题目UOJ#179 线性规划然而被hack了QAQ.....
4
5 //单纯形其实是指数算法但实践中跑得飞快所以复杂度什么的
   ↳ 也就无所谓了
6
7 const double eps=1e-10;
8
9 double A[maxn][maxn],x[maxn];
10 int n,m,t,id[maxn<<1];
11
12 //方便起见这里附上主函数
13 int main(){
14     scanf("%d%d%d",&n,&m,&t);
15     for(int i=1;i<=n;i++){
16         scanf("%lf",&A[0][i]);
17         id[i]=i;
18     }
19     for(int i=1;i<=m;i++){
20         for(int j=1;j<=n;j++)scanf("%lf",&A[i][j]);
21         scanf("%lf",&A[i][0]);
22     }
23     if(!inititalize())printf("Infeasible");
24     else if(!simplex())printf("Unbounded");
25     else{
26         printf("%.15lf\n",-A[0][0]);
27         if(t){
28             for(int i=1;i<=m;i++)x[id[i+n]]=A[i][0];
29             for(int i=1;i<=n;i++)printf("%.15lf ",x[i]);
30         }
31     }
32     return 0;
33 }
34
35 //初始化
36 //对于初始解可行的问题可以把初始化省略掉
37 bool inititalize(){
38     for(;;){
39         double t=0.0;
40         int l=0,e=0;
41         for(int i=1;i<=m;i++)if(A[i][0]+eps<t){
42             t=A[i][0];
43             l=i;
44         }
45         if(!l)return true;
46         for(int i=1;i<=n;i++)if(A[l][i]
           ↳ [i]<-eps&&(!e||id[i]<id[e]))e=i;
47         if(!e)return false;
48         pivot(l,e);
49     }
50 }
51
52 //求解
53 bool simplex(){
54     for(;;){
55         int l=0,e=0;
56         for(int i=1;i<=n;i++)if(A[0][i]
           ↳ [i]>eps&&(!e||id[i]<id[e]))e=i;

```

```

58         if(!e)return true;
59         double t=1e50;
60         for(int i=1;i<=m;i++)if(A[i][e]>eps&&A[i][0]/A[i]
           ↳ [e]<t){
61             l=i;
62             t=A[i][0]/A[i][e];
63         }
64         if(!l)return false;
65         pivot(l,e);
66     }
67 }
68
69 //转轴操作本质是
70 void pivot(int l,int e){
71     swap(id[e],id[n+1]);
72     double t=A[l][e];
73     A[l][e]=1.0;
74     for(int i=0;i<=n;i++)A[l][i]/=t;
75     for(int i=0;i<=m;i++)if(i!=l){
76         t=A[i][e];
77         A[i][e]=0.0;
78         for(int j=0;j<=n;j++)A[i][j]-=t*A[l][j];
79     }
80 }

```

### 3.5 线性代数

#### 3.5.1 线性基

### 3.6 常见数列

#### 3.6.1 伯努利数

$$B(x) = \sum_{i \geq 0} \frac{B_i x^i}{i!} = \frac{x}{e^x - 1}$$

$$B_n = [n = 0] - \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n}{i} \frac{B_i}{n-k+1}$$

$$\sum_{i=0}^n \binom{n+1}{i} B_i = 0$$

$$S_n(m) = \sum_{i=0}^{m-1} i^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} B_{n-i} \frac{m^{i+1}}{i+1}$$

## 4. 数论

### 4.1 $O(n)$ 预处理逆元

```

1 //要求p为质数
2
3 inv[0]=inv[1]=1;
4 for(int i=2;i<=n;i++){
5     inv[i]=(long long)(p-(p/i))*inv[p%i]%p;//p为模数
6     //i^{-1} \equiv -\lfloor \frac{p}{i} \rfloor \times (p \bmod i)^{-1} \pmod{p}
7     //i^{-1} = -(p/i) * (p%i)^{-1}

```

### 4.2 杜教筛

```

1 //用于求可以用狄利克雷卷积构造出好求和的东西的函数的前缀
   ↳ 和(有点绕)
2 //有些题只要求n<=10^9,这时就没必要开Long Long了,但记得乘
   ↳ 法时强转
3
4 //常量/全局变量/数组定义
5 const int
   ↳ maxn=5000005,table_size=5000000,p=1000000007,inv_2=(p+1)/2;

```

```

6 bool notp[maxn];
7 int prime[maxn/20], phi[maxn], tbl[100005];
8 //tbl用来顶替哈希表, 其实开到 $n^{\{1/3\}}$ 就够了, 不过保险起见开
  ↳ 成 $\sqrt[n]{n}$ 比较好
9 long long N;
10
11 //主函数前面加上这么一句
12 memset(tbl, -1, sizeof(tbl));
13
14 //线性筛预处理部分略去
15
16 //杜教筛主过程 总计 $O(n^{\{2/3\}})$ 
17 //递归调用自身
18 //递推式还需具体情况具体分析, 这里以求欧拉函数前缀和(mod
  ↳  $10^9+7$ )为例
19 int S(long long n){
20     if(n<=table_size)return phi[n];
21     else if(~tbl[N/n])return tbl[N/n];
22     //原理:n除以所有可能的数的结果一定互不相同
23     int ans=0;
24     for(long long i=2, last; i<=n; i=last+1){
25         last=n/(n/i);
26         ans=(ans+(last-i+1)%p*S(n/i))%p; //如果n是int范围
          ↳ 的话记得强转
27     }
28     ans=(n%p*((n+1)%p)%p*inv_2-ans+p)%p; //同上
29     return tbl[N/n]=ans;
30 }

```

### 4.3 线性筛

```

1 //此代码以计算约数之和函数\sigma_1(对 $10^9+7$ 取模)为例
2 //适用于任何 $f(p^k)$ 便于计算的积性函数
3 const int p=1000000007;
4
5 int prime[maxn/10], sigma_one[maxn], f[maxn], g[maxn];
6 //f: 除掉最小质因子后剩下的部分
7 //g: 最小质因子的幂次, 在 $f(p^k)$ 比较复杂时很有用, 但 $f(p^k)$ 可
  ↳ 以递推时就可以省略了
8 //这里没有记录最小质因子, 但根据线性筛的性质, 每个合数只会
  ↳ 被它最小的质因子筛掉
9 bool notp[maxn]; //顾名思义
10
11 void get_table(int n){
12     sigma_one[1]=1; //积性函数必有 $f(1)=1$ 
13     for(int i=2; i<=n; i++){
14         if(!notp[i]){ //质数情况
15             prime[++prime[0]]=i;
16             sigma_one[i]=i+1;
17             f[i]=g[i]=1;
18         }
19         for(int j=1; j<=prime[0]&&i*prime[j]<=n; j++){
20             notp[i*prime[j]]=true;
21             if(i%prime[j]){ //加入一个新的质因子, 这种情况
              ↳ 很简单
22                 sigma_one[i*prime[j]]=(long
                  ↳ long)sigma_one[i]*(prime[j]+1)%p;
23                 f[i*prime[j]]=i;
24                 g[i*prime[j]]=1;
25             }
26             else{ //再加入一次最小质因子, 需要再进行分类讨
              ↳ 论
27                 f[i*prime[j]]=f[i];
28                 g[i*prime[j]]=g[i]+1;
29                 //对于 $f(p^k)$ 可以直接递推的函数, 这里的判
                  ↳ 断可以改成
30                 //i/prime[j]%prime[j]!=0, 这样可以省
                  ↳ 下f[]的空间
31                 //但常数很可能会稍大一些

```

```

32         if(f[i]==1) //质数的幂次, 这里\sigma_1可以
          ↳ 递推
33             sigma_one[i*prime[j]]=(sigma_one[i]+i*prime[j])%p;
34             //对于更一般的情况, 可以借助g[]计
              ↳ 算 $f(p^k)$ 
35         else sigma_one[i*prime[j]]= //否则直接利用
          ↳ 积性, 两半乘起来
36             (long
              ↳ long)sigma_one[i*prime[j]/f[i]]*sigma_one[i*f[i]]%p;
37         break;
38     }
39 }
40 }
41 }

```

### 4.4 Miller-Rabin

```

1 //复杂度可以认为是常数
2
3 //封装好的函数体
4 //需要调用check
5 bool Miller_Rabin(long long n){
6     if(n==1)return false;
7     if(n==2)return true;
8     if(n%2==0)return false;
9     for(int i:{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37}){
10         if(i>n)break;
11         if(!check(n,i))return false;
12     }
13     return true;
14 }
15
16 //用一个数检测
17 //需要调用Long Long快速幂和O(1)快速乘
18 bool check(long long n, long long b){ //b是base
19     long long a=n-1;
20     int k=0;
21     while(a%2==0){
22         a>>=1;
23         k++;
24     }
25     long long t=qpow(b, a, n); //这里的快速幂函数需要
      ↳ 写O(1)快速乘
26     if(t==1||t==n-1)return true;
27     while(k--){
28         t=mul(t, t, n); //mul是O(1)快速乘函数
29         if(t==n-1)return true;
30     }
31     return false;
32 }

```

### 4.5 Pollard's Rho

```

1 //复杂度可以认为是常数
2
3 //封装好的函数体
4 //需要调用check
5 bool Miller_Rabin(long long n){
6     if(n==1)return false;
7     if(n==2)return true;
8     if(n%2==0)return false;
9     for(int i:{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37}){
10         if(i>n)break;
11         if(!check(n,i))return false;
12     }
13     return true;
14 }
15

```

```

16 //用一个数检测
17 //需要调用Long Long快速幂和O(1)快速乘
18 bool check(long long n,long long b){//b是base
19     long long a=n-1;
20     int k=0;
21     while(a%2==0){
22         a>>=1;
23         k++;
24     }
25     long long t=qpow(b,a,n);//这里的快速幂函数需要
        ↳ 写O(1)快速乘
26     if(t==1||t==n-1)return true;
27     while(k--){
28         t=mul(t,t,n);//mul是O(1)快速乘函数
29         if(t==n-1)return true;
30     }
31     return false;
32 }

```

```

41     else{
42         if(!b[j].ins)ans+=query(b[j].z-1);
43         t[k++]=b[j++];
44     }
45 }
46 while(i<=mid){
47     if(b[i].ins)add(b[i].z,1);
48     t[k++]=b[i++];
49 }
50 while(j<=r){
51     if(!b[j].ins)ans+=query(b[j].z-1);
52     t[k++]=b[j++];
53 }
54 for(i=1;i<=mid;i++)if(b[i].ins)add(b[i].z,-1);
55 copy(t+1,t+r+1,b+1);
56 }

```

## 5.3 Treap

```

1 //Treap Minimum Heap Version 小根堆版本
2 //By ysf
3 //通过题目普通平衡树
4
5 //注意相同键值可以共存
6
7 struct node{//结点类定义
8     int key,size,p;//分别为键值子树大小优先级
9     node *ch[2];//0表示左儿子1表示右儿子
10     node(int key=0):key(key),size(1),p(rand()){}
11     void refresh(){size=ch[0]->size+ch[1]->size+1;}//更新
        ↳ 子树大小和附加信息
12 }null[maxn],*root=null,*ptr=null;//数组名叫做null是为了方
        ↳ 便开哨兵节点
13 //如果需要删除而空间不能直接开下所有结点则需要再写一个
        ↳ 垃圾回收
14 //注意数组里的元素一定不能delete否则会导致RE
15
16 //重要
17 //在主函数最开始一定要加上以下预处理
18 null->ch[0]=null->ch[1]=null;
19 null->size=0;
20
21 //伪构造函数 O(1)
22 //为了方便在结点类外面再定义一个伪构造函数
23 node *newnode(int x){//键值为x
24     *++ptr=node(x);
25     ptr->ch[0]=ptr->ch[1]=null;
26     return ptr;
27 }
28
29 //插入键值 期望O(\Log n)
30 //需要调用旋转
31 void insert(int x,node *&rt){//rt为当前结点建议调用时传
        ↳ 入root下同
32     if(rt==null){
33         rt=newnode(x);
34         return;
35     }
36     int d=x>rt->key;
37     insert(x,rt->ch[d]);
38     rt->refresh();
39     if(rt->ch[d]->p<rt->p)rot(rt,d^1);
40 }
41
42 //删除一个键值 期望O(\Log n)
43 //要求键值必须存在至少一个否则会导致RE
44 //需要调用旋转
45 void erase(int x,node *&rt){
46     if(x==rt->key){

```

# 5. 数据结构

## 5.1 线段树

### 5.1.1 主席树

参见GREAD07加强版

## 5.2 陈丹琦分治

```

1 // Division of Danqi Chen CDQ分治
2 // By AntiLeaf
3 // 通过题目四维偏序
4
5 void CDQ1(int l,int r){
6     if(l>=r)return;
7     int mid=(l+r)>>1;
8     CDQ1(l,mid);CDQ1(mid+1,r);
9     int i=l,j=mid+1,k=1;
10    while(i<=mid&&j<=r){
11        if(a[i].x<a[j].x){
12            a[i].ins=true;
13            b[k++]=a[i++];
14        }
15        else{
16            a[j].ins=false;
17            b[k++]=a[j++];
18        }
19    }
20    while(i<=mid){
21        a[i].ins=true;
22        b[k++]=a[i++];
23    }
24    while(j<=r){
25        a[j].ins=false;
26        b[k++]=a[j++];
27    }
28    copy(b+1,b+r+1,a+1);
29    CDQ2(l,r);
30 }
31 void CDQ2(int l,int r){
32     if(l>=r)return;
33     int mid=(l+r)>>1;
34     CDQ2(l,mid);CDQ2(mid+1,r);
35     int i=l,j=mid+1,k=1;
36     while(i<=mid&&j<=r){
37         if(b[i].y<b[j].y){
38             if(b[i].ins)add(b[i].z,1);
39             t[k++]=b[i++];
40         }

```



```

47     if(rt->ch[0]!=null&&rt->ch[1]!=null){
48         int d=rt->ch[0]->p<rt->ch[1]->p;
49         rot(rt,d);
50         erase(x,rt->ch[d]);
51     }
52     else rt=rt->ch[rt->ch[0]==null];
53 }
54 else erase(x,rt->ch[x>rt->key]);
55 if(rt!=null)rt->refresh();
56 }
57
58 //求元素的排名严格小于键值的个数+1 期望 $O(\log n)$ 
59 //非递归
60 int rank(int x,node *rt){
61     int ans=1,d;
62     while(rt!=null){
63         if((d=x>rt->key))ans+=rt->ch[0]->size+1;
64         rt=rt->ch[d];
65     }
66     return ans;
67 }
68
69 //返回排名第k从1开始的键值对应的指针 期望 $O(\log n)$ 
70 //非递归
71 node *kth(int x,node *rt){
72     int d;
73     while(rt!=null){
74         if(x==rt->ch[0]->size+1)return rt;
75         if((d=x>rt->ch[0]->size))x-=rt->ch[0]->size+1;
76         rt=rt->ch[d];
77     }
78     return rt;
79 }
80
81 //返回前驱最大的比给定键值小的键值对应的指针 期望 $O(\log n)$ 
82 //非递归
83 node *pred(int x,node *rt){
84     node *y=null;
85     int d;
86     while(rt!=null){
87         if((d=x>rt->key))y=rt;
88         rt=rt->ch[d];
89     }
90     return y;
91 }
92
93 //返回后继最小的比给定键值大的键值对应的指针 期望 $O(\log n)$ 
94 //非递归
95 node *succ(int x,node *rt){
96     node *y=null;
97     int d;
98     while(rt!=null){
99         if((d=x<rt->key))y=rt;
100        rt=rt->ch[d^1];
101    }
102    return y;
103 }
104
105 //旋转Treap版本  $O(1)$ 
106 //平衡树基础操作
107 //要求对应儿子必须存在 否则会导致后续各种莫名其妙的问题
108 void rot(node *&x,int d){//x为被转下去的结点 会被修改以维护树结构
109     node *y=x->ch[d^1];
110     x->ch[d^1]=y->ch[d];
111     y->ch[d]=x;
112     x->refresh();
113     (x=y)->refresh();

```

}

## 5.4 Splay

(参见LCT,除了splay()需要传一个点表示最终它的父亲,其他写法和LCT相同)

## 5.5 树分治

### 5.5.1 动态树分治

```

1 //Dynamic Divide and Couquer on Tree 动态树分治  $O(n\log n)$ 
  //By ysf
3 //通过题目 COGS2278 树黑白
4
5 //为了减小常数这里采用bfs写法 实测预处理比dfs快将近一半
6 //以下以维护一个点到每个黑点的距离之和为例
7
8 //全局数组定义
9 vector<int>G[maxn],W[maxn];
10 int size[maxn],son[maxn],q[maxn];
11 int p[maxn],depth[maxn],id[maxn][20],d[maxn][20]; //id是对
  // 应层所在子树的根
12 int a[maxn],ca[maxn],b[maxn][20],cb[maxn][20]; //维护距离
  // 和用的
13 bool vis[maxn]={false},col[maxn]={false};
14
15 //建树 总计 $O(n\log n)$ 
16 //需要调用找重心 预处理距离 同时递归调用自身
17 void build(int x,int k,int s,int pr){//结点深度连通块大
  // 小点分树上的父亲
18     x=getcenter(x,s);
19     vis[x]=true;
20     depth[x]=k;
21     p[x]=pr;
22     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)
23         if(!vis[G[x][i]]){
24             d[G[x][i]][k]=W[x][i];
25             p[G[x][i]]=x;
26             getdis(G[x][i],k,G[x][i]);
27         }
28     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)
29         if(!vis[G[x][i]])build(G[x][i],k+1,size[G[x]
  // [i]],x);
30 }
31
32 //找重心  $O(n)$ 
33 int getcenter(int x,int s){
34     int head=0,tail=0;
35     q[tail++]=x;
36     while(head!=tail){
37         x=q[head++];
38         size[x]=1;
39         son[x]=0;
40         for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)
41             if(!vis[G[x][i]]&&G[x][i]!=p[x]){
42                 p[G[x][i]]=x;
43                 q[tail++]=G[x][i];
44             }
45     }
46     for(int i=tail-1;i--){
47         x=q[i];
48         size[p[x]]+=size[x];
49         if(size[x]>size[son[p[x]]])son[p[x]]=x;
50     }
51     x=q[0];
52     while(son[x]&&(size[son[x]]<<1)>=s)x=son[x];

```



```

53     return x;
54 }
55 //预处理距离  $O(n)$ 
56 //方便起见这里直接用了笨一点的方法  $O(n \log n)$  全存下来
57 void getdis(int x, int k, int rt){
58     int head=0, tail=0;
59     q[tail++] = x;
60     while(head != tail){
61         x = q[head++];
62         size[x] = 1;
63         id[x][k] = rt;
64         for(int i=0; i<(int)G[x].size(); i++){
65             if(!vis[G[x][i]] && G[x][i] != p[x]){
66                 p[G[x][i]] = x;
67                 d[G[x][i]][k] = d[x][k] + W[x][i];
68                 q[tail++] = G[x][i];
69             }
70         }
71     }
72     for(int i=tail-1; i--){
73         size[p[q[i]]] += size[q[i]];
74     }
75 //修改  $O(\log n)$ 
76 void modify(int x){
77     if(col[x]) ca[x]--;
78     else ca[x]++; //记得先特判自己作为重心的那层
79     for(int u=p[x], k=depth[x]-1; u=p[u], k--){
80         if(col[x]){
81             a[u] -= d[x][k];
82             ca[u]--;
83             b[id[x][k]][k] -= d[x][k];
84             cb[id[x][k]][k]--;
85         }
86         else{
87             a[u] += d[x][k];
88             ca[u]++;
89             b[id[x][k]][k] += d[x][k];
90             cb[id[x][k]][k]++;
91         }
92     }
93     col[x] ^= true;
94 }
95 }
96 //询问  $O(\log n)$ 
97 int query(int x){
98     int ans = a[x]; //特判自己是重心的那层
99     for(int u=p[x], k=depth[x]-1; u=p[u], k--){
100         ans += a[u] - b[id[x][k]][k] + d[x][k] * (ca[u] - cb[id[x][k]][k]);
101     }
102     return ans;
103 }

```

### 5.5.2 紫荆花之恋

```

1  #include<cstdio>
2  #include<cstring>
3  #include<algorithm>
4  #include<vector>
5  using namespace std;
6  const int maxn=100010;
7  const double alpha=0.7;
8  struct node{
9      static int randint(){
10         static int
11         ↪ a=1213, b=97818217, p=998244353, x=751815431;
12         x=a*x+b; x%=p;
13         return x<0?(x+=p):x;

```

```

14     int data, size, p;
15     node *ch[2];
16     node(int d):data(d), size(1), p(randint()){
17         inline void refresh()
18         ↪ {size=ch[0]->size+ch[1]->size+1;}
19     } *null=new node(0), *root[maxn], *root1[maxn][50];
20     void addnode(int, int);
21     void rebuild(int, int, int, int);
22     void dfs_getcenter(int, int, int&);
23     void dfs_getdis(int, int, int, int);
24     void dfs_destroy(int, int);
25     void insert(int, node*&);
26     int order(int, node*);
27     void destroy(node*&);
28     void rot(node*&, int);
29     vector<int> G[maxn], W[maxn];
30     int size[maxn]={0}, siz[maxn][50]={0}, son[maxn];
31     bool vis[maxn];
32     int depth[maxn], p[maxn], d[maxn][50], id[maxn][50];
33     int n, m, w[maxn], tmp;
34     long long ans=0;
35     int main(){
36         freopen("flowera.in", "r", stdin);
37         freopen("flowera.out", "w", stdout);
38         null->size=0;
39         null->ch[0]=null->ch[1]=null;
40         scanf("%d%d", &n);
41         fill(vis, vis+n+1, true);
42         fill(root, root+n+1, null);
43         for(int i=0; i<=n; i++) fill(root1[i], root1[i]+50, null);
44         scanf("%d%d", &w[1]);
45         insert(-w[1], root[1]);
46         size[1]=1;
47         printf("0\n");
48         for(int i=2; i<=n; i++){
49             scanf("%d%d", &p[i], &tmp, &w[i]);
50             p[i] ^= (ans%(int)1e9);
51             G[i].push_back(p[i]);
52             W[i].push_back(tmp);
53             G[p[i]].push_back(i);
54             W[p[i]].push_back(tmp);
55             addnode(i, tmp);
56             printf("%lld\n", ans);
57         }
58     }
59     void addnode(int x, int z){ //w_j-d_j >= d_i-w_i
60         depth[x]=depth[p[x]]+1;
61         size[x]=1;
62         insert(-w[x], root[x]);
63         int rt=0;
64         for(int u=p[x], k=depth[p[x]]; u=p[u], k--){
65             if(u==p[x]){
66                 id[x][k]=x;
67                 d[x][k]=z;
68             }
69             else{
70                 id[x][k]=id[p[x]][k];
71                 d[x][k]=d[p[x]][k]+z;
72             }
73             ans+=order(w[x]-d[x][k], root[u])-order(w[x]-d[x][k],
74             ↪ [k], root1[id[x][k]][k]);
75             insert(d[x][k]-w[x], root[u]);
76             insert(d[x][k]-w[x], root1[id[x][k]][k]);
77             size[u]++;
78             siz[id[x][k]][k]++;
79             if(siz[id[x][k]][k]>size[u]*alpha+5) rt=u;
80             id[x][depth[x]]=0;

```

```

81     d[x][depth[x]]=0;
82     if(rt){
83         dfs_destroy(rt,depth[rt]);
84         rebuild(rt,depth[rt],size[rt],p[rt]);
85     }
86 }
87 void rebuild(int x,int k,int s,int pr){
88     int u=0;
89     dfs_getcenter(x,s,u);
90     vis[x]=true;
91     p[x]=pr;
92     depth[x]=k;
93     size[x]=s;
94     d[x][k]=id[x][k]=0;
95     destroy(root[x]);
96     insert(-w[x],root[x]);
97     if(s<=1)return;
98     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)if(!vis[G[x][i]]){
99         p[G[x][i]]=0;
100        d[G[x][i]][k]=w[x][i];
101        siz[G[x][i]][k]=p[G[x][i]]=0;
102        destroy(root1[G[x][i]][k]);
103        dfs_getdis(G[x][i],x,G[x][i],k);
104    }
105    for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)if(!vis[G[x][i]])rebuild(G[x][i],k+1,size[G[x][i]],x);
106 }
107 void dfs_getcenter(int x,int s,int &u){
108     size[x]=1;
109     son[x]=0;
110     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)if(!vis[G[x][i]]&&G[x][i]!=p[x]){
111         p[G[x][i]]=x;
112         dfs_getcenter(G[x][i],s,u);
113         size[x]+=size[G[x][i]];
114         if(size[G[x][i]]>size[son[x]])son[x]=G[x][i];
115     }
116     if(!u||max(s-size[x],size[son[x]])<max(s-size[u],size[son[u]]))u=x;
117 }
118 void dfs_getdis(int x,int u,int rt,int k){
119     insert(d[x][k]-w[x],root[u]);
120     insert(d[x][k]-w[x],root1[rt][k]);
121     id[x][k]=rt;
122     siz[rt][k]++;
123     size[x]=1;
124     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)if(!vis[G[x][i]]&&G[x][i]!=p[x]){
125         p[G[x][i]]=x;
126         d[G[x][i]][k]=d[x][k]+w[x][i];
127         dfs_getdis(G[x][i],u,rt,k);
128         size[x]+=size[G[x][i]];
129     }
130 }
131 void dfs_destroy(int x,int k){
132     vis[x]=false;
133     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)if(depth[G[x][i]]>=k&&G[x][i]!=p[x]){
134         p[G[x][i]]=x;
135         dfs_destroy(G[x][i],k);
136     }
137 }
138 void insert(int x,node *&rt){
139     if(rt==null){
140         rt=new node(x);
141         rt->ch[0]=rt->ch[1]=null;
142         return;
143     }
144     int d=x>=rt->data;
145     insert(x,rt->ch[d]);

```

```

146     rt->refresh();
147     if(rt->ch[d]->p<rt->p)rot(rt,d^1);
148 }
149 int order(int x,node *&rt){
150     int ans=0,d;
151     x++;
152     while(rt!=null){
153         if((d=x>rt->data))ans+=rt->ch[0]->size+1;
154         rt=rt->ch[d];
155     }
156     return ans;
157 }
158 void destroy(node *&x){
159     if(x==null)return;
160     destroy(x->ch[0]);
161     destroy(x->ch[1]);
162     delete x;
163     x=null;
164 }
165 void rot(node *&x,int d){
166     node *y=x->ch[d^1];
167     x->ch[d^1]=y->ch[d];
168     y->ch[d]=x;
169     x->refresh();
170     (x=y)->refresh();
171 }

```

## 5.6 LCT

### 5.6.1 不換根(弹飞绵羊)

```

1 //Link-Cut Trees without Changing Root LCT不換根版本
2 //By ysf
3 //通过题目弹飞绵羊
4 //常数较大,请根据数据范围谨慎使用
5
6 #define isroot(x) ((x)!=(x)->p->ch[0]&&(x)!=(x)->p->ch[1])//判断是不是Splay的根
7 #define dir(x) ((x)==(x)->p->ch[1])//判断它是它父亲的左/右儿子
8
9 struct node{//结点类定义
10     int size;//Splay的子树大小
11     node *ch[2],*p;
12     node():size(1){}
13     void refresh(){size=ch[0]->size+ch[1]->size+1;}//附加信息维护
14 }null[maxn];
15
16 //在主函数开头加上这句初始化
17 null->size=0;
18
19 //初始化结点
20 void initialize(node *x){x->ch[0]=x->ch[1]=x->p=null;}//
21
22 //Access 均摊O(Log n)
23 //LCT核心操作,把结点到根的路径打通,顺便把与重儿子的连边变成轻边
24 //需要调用splay
25 node *access(node *x){
26     node *y=null;
27     while(x!=null){
28         splay(x);
29         x->ch[1]=y;
30         (y=x)->refresh();
31         x=x->p;
32     }
33 }

```

```

34     return y;
35 }
36
37 //Link 均摊 $O(\log n)$ 
38 //把x的父亲设为y
39 //要求x必须为所在树的根节点,否则会导致后续各种莫名其妙的问题
40 //需要调用splay
41 void link(node *x, node *y){
42     splay(x);
43     x->p=y;
44 }
45
46 //Cut 均摊 $O(\log n)$ 
47 //把x与其父亲的连边断掉
48 //x可以是所在树的根节点,这时此操作没有任何实质效果
49 //需要调用access和splay
50 void cut(node *x){
51     access(x);
52     splay(x);
53     x->ch[0]->p=null;
54     x->ch[0]=null;
55     x->refresh();
56 }
57
58 //Splay 均摊 $O(\log n)$ 
59 //需要调用旋转
60 void splay(node *x){
61     while(!isroot(x)){
62         if(isroot(x->p)){
63             rot(x->p, dir(x)^1);
64             break;
65         }
66         if(dir(x)==dir(x->p))rot(x->p->p, dir(x->p)^1);
67         else rot(x->p, dir(x)^1);
68         rot(x->p, dir(x)^1);
69     }
70 }
71
72 //旋转LCT版本 $O(1)$ 
73 //平衡树基本操作
74 //要求对应儿子必须存在,否则会导致后续各种莫名其妙的问题
75 void rot(node *x, int d){
76     node *y=x->ch[d^1];
77     y->p=x->p;
78     if(!isroot(x))x->p->ch[dir(x)]=y;
79     if((x->ch[d^1]=y->ch[d])!=null)y->ch[d]->p=x;
80     (y->ch[d]=x)->p=y;
81     x->refresh();
82     y->refresh();
83 }

```

### 5.6.2 换根/维护生成树(GREALD07加强版)

```

1 #include<cstdio>
2 #include<cstring>
3 #include<algorithm>
4 #include<map>
5 #define isroot(x) ((x)->p==null||((x)->p->ch[0]!
6     ↪ =(x)&&(x)->p->ch[1]!=(x)))
7 #define dir(x) ((x)==(x)->p->ch[1])
8 using namespace std;
9 const int maxn=200010;
10 struct node{
11     int key,mn,pos;
12     bool rev;
13     node *ch[2],*p;
14     node(int
15         ↪ key=(~0u)>>1:key(key),mn(key),pos(-1),rev(false)
16         ↪ {}

```

```

14     inline void pushdown(){
15         if(!rev)return;
16         ch[0]->rev^=true;
17         ch[1]->rev^=true;
18         swap(ch[0],ch[1]);
19         if(pos!=-1)pos^=1;
20         rev=false;
21     }
22     inline void refresh(){
23         mn=key;
24         pos=-1;
25         if(ch[0]->mn<mn){
26             mn=ch[0]->mn;
27             pos=0;
28         }
29         if(ch[1]->mn<mn){
30             mn=ch[1]->mn;
31             pos=1;
32         }
33     }
34 }null[maxn<<1],*ptr=null;
35 node *newnode(int);
36 node *access(node*);
37 void makeroot(node*);
38 void link(node*,node*);
39 void cut(node*,node*);
40 node *getroot(node*);
41 node *getmin(node*,node*);
42 void splay(node*);
43 void rot(node*,int);
44 void build(int,int,int&,int);
45 void query(int,int,int,int);
46 int
47     ↪ sm[maxn<<5]={0},lc[maxn<<5]={0},rc[maxn<<5]={0},root[maxn]={0};
48 map<node*,pair<node*,node*>>mp;
49 node *tmp;
50 int n,m,q,tp,x,y,k,l,r,t,ans=0;
51 int main(){
52     null->ch[0]=null->ch[1]=null->p=null;
53     scanf("%d%d%d%d",&n,&m,&q,&tp);
54     for(int i=1;i<=n;i++)newnode((~0u)>>1);
55     for(int i=1;i<=m;i++){
56         scanf("%d",&x,&y);
57         if(x==y){
58             root[i]=root[i-1];
59             continue;
60         }
61         if(getroot(null+x)!=getroot(null+y)){
62             tmp=newnode(i);
63             k=0;
64         }
65         else{
66             tmp=getmin(null+x,null+y);
67             cut(tmp,mp[tmp].first);
68             cut(tmp,mp[tmp].second);
69             k=tmp->key;
70             tmp->key=i;
71             tmp->refresh();
72         }
73         link(tmp,null+x);
74         link(tmp,null+y);
75         mp[tmp]=make_pair(null+x,null+y);
76         build(0,m-1,root[i],root[i-1]);
77     }
78     while(q--){
79         scanf("%d",&l,&r);
80         if(tp){
81             l^=ans;
82             r^=ans;
83         }
84         ans=n;
85         t=-1;

```

```

85     query(0,m-1,root[r],root[l]);
86     printf("%d\n",ans);
87 }
88 return 0;
89 }
90 node *newnode(int x){
91     *++ptr=newnode(x);
92     ptr->ch[0]=ptr->ch[1]=ptr->p=null;
93     return ptr;
94 }
95 node *access(node *x){
96     node *y=null;
97     while(x!=null){
98         splay(x);
99         x->ch[1]=y;
100         (y=x)->refresh();
101         x=x->p;
102     }
103     return y;
104 }
105 void makeroot(node *x){
106     access(x);
107     splay(x);
108     x->rev^=true;
109 }
110 void link(node *x,node *y){
111     makeroot(x);
112     x->p=y;
113 }
114 void cut(node *x,node *y){
115     makeroot(x);
116     access(y);
117     splay(y);
118     y->ch[0]->p=null;
119     y->ch[0]=null;
120     y->refresh();
121 }
122 node *getroot(node *x){
123     x=access(x);
124     while(x->pushdown(),x->ch[0]!=null)x=x->ch[0];
125     splay(x);
126     return x;
127 }
128 node *getmin(node *x,node *y){
129     makeroot(x);
130     x=access(y);
131     while(x->pushdown(),x->pos!=-1)x=x->ch[x->pos];
132     splay(x);
133     return x;
134 }
135 void splay(node *x){
136     x->pushdown();
137     while(!isroot(x)){
138         if(!isroot(x->p))x->p->p->pushdown();
139         x->p->pushdown();
140         x->pushdown();
141         if(isroot(x->p)){
142             rot(x->p,dir(x)^1);
143             break;
144         }
145         if(dir(x)==dir(x->p))rot(x->p->p,dir(x->p)^1);
146         else rot(x->p,dir(x)^1);
147         rot(x->p,dir(x)^1);
148     }
149 }
150 void rot(node *x,int d){
151     node *y=x->ch[d^1];
152     if((x->ch[d^1]=y->ch[d])!=null)y->ch[d]->p=x;
153     y->p=x->p;
154     if(!isroot(x))x->p->ch[dir(x)]=y;
155     (y->ch[d]=x)->p=y;
156     x->refresh();

```

```

157     y->refresh();
158 }
159 void build(int l,int r,int &rt,int pr){
160     sm[rt=++cnt]=sm[pr]+1;
161     if(l==r)return;
162     lc[rt]=lc[pr];
163     rc[rt]=rc[pr];
164     int mid=(l+r)>>1;
165     if(k<=mid)build(l,mid,lc[rt],lc[pr]);
166     else build(mid+1,r,rc[rt],rc[pr]);
167 }
168 void query(int l,int r,int rt,int pr){
169     if(!rt&&!pr)return;
170     if(t>=r){
171         ans-=sm[rt]-sm[pr];
172         return;
173     }
174     int mid=(l+r)>>1;
175     query(l,mid,lc[rt],lc[pr]);
176     if(t>mid)query(mid+1,r,rc[rt],rc[pr]);
177 }

```

### 5.6.3 维护子树信息

```

1 //Link-Cut Trees with subtree values LCT维护子树信息
  ↳  $O((n+m)\log n)$ 
2 //By ysf
3 //通过题目 LOJ#558 我们的CPU遭到攻击维护黑点到根距离和
4
5 //这个东西虽然只需要抄板子但还是极其难写常数极其巨大没
6 ↳ 必要的时候就不要用
7 //如果维护子树最小值就需要套一个可删除的堆来维护复杂度
8 ↳ 会变成  $O(n\log^2 n)$ 
9 //注意由于这道题与边权有关需要边权拆点变点权
10
11 //宏定义
12 #define isroot(x) ((x)->p==null||((x)!=(x)->p->ch[0]&&(x)!=(x)->p->ch[1]))
13 #define dir(x) ((x)==(x)->p->ch[1])
14
15 //节点类定义
16 struct node{//以维护子树中黑点到根距离和为例
17     int w,chain_cnt,tree_cnt;
18     long long sum,suml,sumr,tree_sum;//由于换根需要子树反
19     ↳ 转需要维护两个方向的信息
20     bool rev,col;
21     node *ch[2],*p;
22     node():w(0),chain_cnt(0),tree_cnt(0),sum(0),suml(0),sumr(0),
23     ↳ {}
24     inline void pushdown(){
25         if(!rev)return;
26         ch[0]->rev^=true;
27         ch[1]->rev^=true;
28         swap(ch[0],ch[1]);
29         swap(suml,sumr);
30         rev=false;
31     }
32     inline void refresh(){//不多解释了.....这毒瘤题恶心的要
33     ↳ 死我骂我自己.png
34         sum=ch[0]->sum+ch[1]->sum+w;
35         suml=(ch[0]->rev?ch[0]->sumr:ch[0]->suml)+(ch[1]->rev?ch[1]->sumr:ch[1]->suml)+
36         ↳ (tree_cnt+ch[1]->chain_cnt)*(ch[0]->sum+w)+tree_sum;
37         sumr=(ch[0]->rev?ch[0]->suml:ch[0]->sumr)+(ch[1]->rev?ch[1]->suml:ch[1]->sumr)+
38         ↳ (tree_cnt+ch[0]->chain_cnt)*(ch[1]->sum+w)+tree_sum;
39         chain_cnt=ch[0]->chain_cnt+ch[1]->chain_cnt+tree_cnt;
40     }
41 }null[maxn<<1];//如果没有边权变点权就不用乘2了
42
43 //封装构造函数
44 node *newnode(int w){

```



```

31     erase(a);
32     long long b=top();
33     push(a);
34     return a+b;
35 }
36 int size(){return q1.size()-q2.size();}
37 bool empty(){return q1.size()==q2.size();}
38 }heap;//全局堆维护每条链的最大子段和
39 struct node{
40     long long sum,maxsum,prefix,suffix;
41     int key;
42     binary_heap heap;//每个点的堆存的是它的子树中到它的
43     // 最远距离,如果是黑点的话还会包括自己
44     node *ch[2],*p;
45     bool rev;
46     node(int k=0):sum(k),maxsum(-INF),prefix(-INF),
47         suffix(-INF),key(k),rev(false){}
48     inline void pushdown(){
49         if(!rev)return;
50         ch[0]->rev^=true;
51         ch[1]->rev^=true;
52         swap(ch[0],ch[1]);
53         swap(prefix,suffix);
54         rev=false;
55     }
56     inline void refresh(){
57         pushdown();
58         ch[0]->pushdown();
59         ch[1]->pushdown();
60         sum=ch[0]->sum+ch[1]->sum+key;
61         prefix=max(ch[0]->prefix,
62             ch[0]->sum+key+ch[1]->prefix);
63         suffix=max(ch[1]->suffix,
64             ch[1]->sum+key+ch[0]->suffix);
65         maxsum=max(max(ch[0]->maxsum,ch[1]->maxsum),
66             ch[0]->suffix+key+ch[1]->prefix);
67         if(!heap.empty()){
68             prefix=max(prefix,
69                 ch[0]->sum+key+heap.top());
70             suffix=max(suffix,
71                 ch[1]->sum+key+heap.top());
72             maxsum=max(maxsum,max(ch[0]->suffix,
73                 ch[1]->prefix)+key+heap.top());
74             if(heap.size()>1){
75                 maxsum=max(maxsum,heap.top2()+key);
76             }
77         }
78     }null[maxn<<1],*ptr=null;
79 void addedge(int,int,int);
80 void deledge(int,int);
81 void modify(int,int,int);
82 void modify_color(int);
83 node *newnode(int);
84 node *access(node*);
85 void makeroot(node*);
86 void link(node*,node*);
87 void cut(node*,node*);
88 void splay(node*);
89 void rot(node*,int);
90 queue<node*>freenodes;
91 tree<pair<int,int>,node*>mp;
92 bool col[maxn]={false};
93 char c;
94 int n,m,k,x,y,z;
95 int main(){
96     null->ch[0]=null->ch[1]=null->p=null;
97     scanf("%d%d%d",&n,&m,&k);
98     for(int i=1;i<=n;i++){
99         newnode(0);
100     }
101     heap.push(0);
102     while(k--){
103         scanf("%d",&x);
104         col[x]=true;
105         null[x].heap.push(0);
106     }
107     for(int i=1;i<=n;i++){
108         scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
109         if(x>y)swap(x,y);
110         addedge(x,y,z);
111     }
112     while(m--){
113         scanf("%c",&c,&x);
114         if(c=='A'){
115             scanf("%d",&y);
116             if(x>y)swap(x,y);
117             deledge(x,y);
118         }
119         else if(c=='B'){
120             scanf("%d%d",&y,&z);
121             if(x>y)swap(x,y);
122             addedge(x,y,z);
123         }
124         else if(c=='C'){
125             scanf("%d%d",&y,&z);
126             if(x>y)swap(x,y);
127             modify(x,y,z);
128         }
129         else modify_color(x);
130         printf("%lld\n", (heap.top()>0?heap.top():-1));
131     }
132     return 0;
133 }
134 void addedge(int x,int y,int z){
135     node *tmp;
136     if(freenodes.empty())tmp=newnode(z);
137     else{
138         tmp=freenodes.front();
139         freenodes.pop();
140         *tmp=node(z);
141     }
142     tmp->ch[0]=tmp->ch[1]=tmp->p=null;
143     heap.push(tmp->maxsum);
144     link(tmp,null+x);
145     link(tmp,null+y);
146     mp[make_pair(x,y)]=tmp;
147 }
148 void deledge(int x,int y){
149     node *tmp=mp[make_pair(x,y)];
150     cut(tmp,null+x);
151     cut(tmp,null+y);
152     freenodes.push(tmp);
153     heap.erase(tmp->maxsum);
154     mp.erase(make_pair(x,y));
155 }
156 void modify(int x,int y,int z){
157     node *tmp=mp[make_pair(x,y)];
158     makeroot(tmp);
159     tmp->pushdown();
160     heap.erase(tmp->maxsum);
161     tmp->key=z;
162     tmp->refresh();
163     heap.push(tmp->maxsum);
164 }
165 void modify_color(int x){
166     makeroot(null+x);
167     col[x]^=true;
168     if(col[x])null[x].heap.push(0);
169     else null[x].heap.erase(0);
170     heap.erase(null[x].maxsum);
171     null[x].refresh();
172     heap.push(null[x].maxsum);
173 }

```



```

174 node *newnode(int k){
175     *(&ptr)=node(k);
176     ptr->ch[0]=ptr->ch[1]=ptr->p=null;
177     return ptr;
178 }
179 node *access(node *x){
180     splay(x);
181     heap.erase(x->maxsum);
182     x->refresh();
183     if(x->ch[1]!=null){
184         x->ch[1]->pushdown();
185         x->heap.push(x->ch[1]->prefix);
186         x->refresh();
187         heap.push(x->ch[1]->maxsum);
188     }
189     x->ch[1]=null;
190     x->refresh();
191     node *y=x;
192     x=x->p;
193     while(x!=null){
194         splay(x);
195         heap.erase(x->maxsum);
196         if(x->ch[1]!=null){
197             x->ch[1]->pushdown();
198             x->heap.push(x->ch[1]->prefix);
199             heap.push(x->ch[1]->maxsum);
200         }
201         x->heap.erase(y->prefix);
202         x->ch[1]=y;
203         (y=x)->refresh();
204         x=x->p;
205     }
206     heap.push(y->maxsum);
207     return y;
208 }
209 void makeroot(node *x){
210     access(x);
211     splay(x);
212     x->rev^=true;
213 }
214 void link(node *x,node *y){//新添一条虚边维护y对应的堆
215     makeroot(x);
216     makeroot(y);
217     x->pushdown();
218     x->p=y;
219     heap.erase(y->maxsum);
220     y->heap.push(x->prefix);
221     y->refresh();
222     heap.push(y->maxsum);
223 }
224 void cut(node *x,node *y){//断开一条实边一条链变成两条
    //链需要维护全局堆
225     makeroot(x);
226     access(y);
227     splay(y);
228     heap.erase(y->maxsum);
229     heap.push(y->ch[0]->maxsum);
230     y->ch[0]->p=null;
231     y->ch[0]=null;
232     y->refresh();
233     heap.push(y->maxsum);
234 }
235 void splay(node *x){
236     x->pushdown();
237     while(!isroot(x)){
238         if(!isroot(x->p))
239             x->p->p->pushdown();
240         x->p->pushdown();
241         x->pushdown();
242         if(isroot(x->p)){
243             rot(x->p,dir(x)^1);
244             break;

```

```

245     }
246     if(dir(x)==dir(x->p))
247         rot(x->p->p,dir(x->p)^1);
248     else rot(x->p,dir(x)^1);
249     rot(x->p,dir(x)^1);
250 }
251 }
252 void rot(node *x,int d){
253     node *y=x->ch[d^1];
254     if((x->ch[d^1]=y->ch[d])!=null)
255         y->ch[d]->p=x;
256     y->p=x->p;
257     if(!isroot(x))
258         x->p->ch[dir(x)]=y;
259     (y->ch[d]=x)->p=y;
260     x->refresh();
261     y->refresh();
262 }

```

## 5.7 长链剖分,梯子剖分

```

1 //Long-chain Subdivision 长链剖分  $O(n)$ 
2 //By ysf
3 //通过题目 vjijos Lxhgww的奇思妙想 板子题、Codeforces
    // 1009F
4
5 //顾名思义长链剖分是取最深的儿子作为重儿子
6 //长链剖分的两个应用
7 // $O(1)$ 在线求一个点的第 $k$ 祖先
8 // $O(n)$ 维护以深度为下标的子树信息
9
10 //-----分割
    // 线-----
11
12 //在线求一个点的第 $k$ 祖先  $O(n \log n) - O(1)$ 
13 //其中 $O(n \log n)$ 预处理是因为需要用到倍增
14 //理论基础任意一个点 $x$ 的 $k$ 级祖先 $y$ 所在长链长度一定 $\geq k$ 
15
16 //全局数组定义
17 vector<int> G[maxn], v[maxn];
18 int d[maxn], mxd[maxn], son[maxn], top[maxn], len[maxn];
19 int f[maxn][19], log_tbl[maxn];
20
21 //在主函数中两遍dfs之后加上如下预处理
22 log_tbl[0]=-1;
23 for(int i=1;i<=n;i++) log_tbl[i]=log_tbl[i>>1]+1;
24 for(int j=1;(1<<j)<n;j++)
25     for(int i=1;i<=n;i++)
26         f[i][j]=f[f[i][j-1]][j-1];
27
28 //第一遍dfs用于计算深度和找出重儿子
29 //递归调用自身
30 void dfs1(int x){
31     mxd[x]=d[x];
32     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)
33         if(G[x][i]!=f[x][0]){
34             f[G[x][i]][0]=x;
35             d[G[x][i]]=d[x]+1;
36             dfs1(G[x][i]);
37             mxd[x]=max(mxd[x],mxd[G[x][i]]);
38             if(mxd[G[x][i]]>mxd[son[x]]) son[x]=G[x][i];
39         }
40 }
41
42 //第二遍dfs用于进行剖分和预处理梯子剖分每条链向上延伸
    // 一倍数组
43 //递归调用自身
44 void dfs2(int x){
45     top[x]=(x==son[f[x][0]])?top[f[x][0]]:x;
46     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++)

```



```

47     if(G[x][i]!=f[x][0])dfs2(G[x][i]);
48 if(top[x]==x){
49     int u=x;
50     while(top[son[u]]==x)u=son[u];
51     len[x]=d[u]-d[x];
52     for(int i=0;i<len[x];i++,u=f[u]
53         ↪ [0])v[x].push_back(u);
54     u=x;
55     for(int i=0;i<len[x]&&u;i++,u=f[u]
56         ↪ [0])v[x].push_back(u);
57 }
58 //在线询问x的k级祖先 O(1)
59 //不存在时返回0
60 int query(int x,int k){
61     if(!k)return x;
62     if(k>d[x])return 0;
63     x=f[x][log_tbl[k]];
64     k^=1<<log_tbl[k];
65     return v[top[x]][d[top[x]]+len[top[x]]-d[x]+k];
66 }
67 //-----分割
68 ↪ 线-----
69 //O(n)维护以深度为下标的子树信息
70 vector<int>G[maxn],v[maxn];
71 int n,p[maxn],h[maxn],son[maxn],ans[maxn];
72 //原题题意求每个点的子树中与它距离是几的点最多相同的取
73 ↪ 最大深度
74 //由于vector只能在后面加入元素为了写代码方便这里反过来
75 ↪ 存
76 void dfs(int x){
77     h[x]=1;
78     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++){
79         if(G[x][i]!=p[x]){
80             p[G[x][i]]=x;
81             dfs(G[x][i]);
82             if(h[G[x][i]]>h[son[x]])son[x]=G[x][i];
83         }
84     }
85     if(!son[x]){
86         v[x].push_back(1);
87         ans[x]=0;
88         return;
89     }
90     //printf("x=%d h=%d son=%d\n",x,h[x],son[x]);
91     h[x]=h[son[x]]+1;
92     swap(v[x],v[son[x]]);
93     if(v[x][ans[son[x]]]==1)ans[x]=h[x]-1;
94     else ans[x]=ans[son[x]];
95     v[x].push_back(1);
96     int mx=v[x][ans[x]];
97     for(int i=0;i<(int)G[x].size();i++){
98         if(G[x][i]!=p[x]&&G[x][i]!=son[x]){
99             for(int j=1;j<=h[G[x][i]];j++){
100                 v[x][h[x]-j-1]+=v[G[x][i]][h[G[x][i]]-j];
101                 int t=v[x][h[x]-j-1];
102                 if(t>mx||(t==mx&&h[x]-j-1>ans[x])){
103                     mx=t;
104                     ans[x]=h[x]-j-1;
105                 }
106             }
107             v[G[x][i]].clear();
108         }
109     }

```

## 5.8 左偏树

(参见k短路)

## 5.9 常见根号思路

### 通用

- 出现次数大于 $\sqrt{n}$ 的数不会超过 $\sqrt{n}$ 个
- 对于带修改问题,如果不方便分治或者二进制分组,可以考虑对操作分块,每次查询时暴力最后的 $\sqrt{n}$ 个修改并更正答案
- 根号分治:如果分治时每个子问题需要 $O(N)$ ( $N$ 是全局问题的大小)的时间,而规模较小的子问题可以 $O(n^2)$ 解决,则可以使用根号分治
  - 规模大于 $\sqrt{n}$ 的子问题用 $O(N)$ 的方法解决,规模小于 $\sqrt{n}$ 的子问题用 $O(n^2)$ 暴力
  - 规模大于 $\sqrt{n}$ 的子问题最多只有 $\sqrt{n}$ 个
  - 规模不大于 $\sqrt{n}$ 的子问题大小的平方和也必定不会超过 $n\sqrt{n}$
- 如果输入规模之和不大于 $n$ (例如给定多个小字符串与大字符串进行询问),那么规模超过 $\sqrt{n}$ 的问题最多只有 $\sqrt{n}$ 个

### 序列

- 某些维护序列的问题可以用分块/块状链表维护
- 对于静态区间询问问题,如果可以快速将左/右端点移动一位,可以考虑莫队
  - 如果强制在线可以分块预处理,但是一般空间需要 $n\sqrt{n}$ 
    - \* 例题 询问区间中有几种数出现次数恰好为 $k$ ,强制在线
  - 如果带修改可以试着想一想带修莫队,但是复杂度高达 $n^{\frac{5}{3}}$
- 线段树可以解决的问题也可以用分块来做到 $O(1)$ 询问或是 $O(1)$ 修改,具体要看哪种操作更多

### 树

- 与序列类似,树上也有树分块和树上莫队
  - 树上带修莫队很麻烦,常数也大,最好不要先考虑
  - 树分块不要想当然
- 树分治也可以套根号分治,道理是一样的

### 字符串

- 循环节长度大于 $\sqrt{n}$ 的子串最多只有 $O(n)$ 个,如果是极长子串则只有 $O(\sqrt{n})$ 个

## 6. 动态规划

### 6.1 决策单调性 $O(n \log n)$

```

1 int a[maxn], q[maxn], p[maxn], g[maxn]; // 存左端点,右端
  ↪ 点就是下一个左端点 - 1
2
3 long long f[maxn], s[maxn];
4
5 int n, m;
6
7 long long calc(int l, int r) {

```

```

8     if (r < 1)
9         return 0;
10
11     int mid = (l + r) / 2;
12     if ((r - l + 1) % 2 == 0)
13         return (s[r] - s[mid]) - (s[mid] - s[l - 1]);
14     else
15         return (s[r] - s[mid]) - (s[mid - 1] - s[l - 1]);
16 }
17
18 int solve(long long tmp) {
19     memset(f, 63, sizeof(f));
20     f[0] = 0;
21
22     int head = 1, tail = 0;
23
24     for (int i = 1; i <= n; i++) {
25         f[i] = calc(1, i);
26         g[i] = 1;
27
28         while (head < tail && p[head + 1] <= i)
29             head++;
30         if (head <= tail) {
31             if (f[q[head]] + calc(q[head] + 1, i) < f[i])
32                 ↪ {
33                     f[i] = f[q[head]] + calc(q[head] + 1, i);
34                     g[i] = g[q[head]] + 1;
35                 }
36             while (head < tail && p[head + 1] <= i + 1)
37                 head++;
38             if (head <= tail)
39                 p[head] = i + 1;
40         }
41         f[i] += tmp;
42
43         int r = n;
44
45         while(head <= tail) {
46             if (f[q[tail]] + calc(q[tail] + 1, p[tail]) >
47                 ↪ f[i] + calc(i + 1, p[tail])) {
48                 r = p[tail] - 1;
49                 tail--;
50             }
51             else if (f[q[tail]] + calc(q[tail] + 1, r) <=
52                 ↪ f[i] + calc(i + 1, r)) {
53                 if (r < n) {
54                     q[++tail] = i;
55                     p[tail] = r + 1;
56                 }
57                 break;
58             }
59             else {
60                 int L = p[tail], R = r;
61                 while (L < R) {
62                     int M = (L + R) / 2;
63
64                     if (f[q[tail]] + calc(q[tail] + 1, M)
65                         ↪ <= f[i] + calc(i + 1, M))
66                         L = M + 1;
67                     else
68                         R = M;
69                 }
70
71                 q[++tail] = i;
72                 p[tail] = L;
73
74                 break;
75             }
76         }
77     }
78     if (head > tail) {
79         q[++tail] = i;
80         p[tail] = i + 1;
81     }

```

```

76     }
77 }
78
79     return g[n];
80 }

```

## 7. Miscellaneous

### 7.1 $O(1)$ 快速乘

```

1 // Long double 快速乘
2 // 在两数直接相乘会爆Long Long时才有必要使用
3 // 常数比直接Long Long乘法+取模大很多,非必要不建议使用
4 long long mul(long long a, long long b, long long p){
5     a%=p; b%=p;
6     return ((a*b-p*(long long)((long
7         ↪ double)a/p*b+0.5))%p+p)%p;
8 }
9 // 指令集快速乘
10 // 试机记得测试能不能过编译
11 inline long long mul(const long long a, const long long
12     ↪ b, const long long p) {
13     long long ans;
14     __asm__ __volatile__ ("\\tmulq %%rbx\\n\\tdivq %%rcx\\n"
15         ↪ : "=d"(ans) : "a"(a), "b"(b), "c"(p));
16     return ans;
17 }

```

### 7.2 $O(n^2)$ 高精度

```

1 // 注意如果只需要正数运算的话
2 // 可以只抄英文名的运算函数
3 // 按需自取
4 // 乘法 $O(n^2)$ 除法 $O(10 * n^2)$ 
5
6 const int maxn = 1005;
7
8 struct big_decimal {
9     int a[maxn];
10     bool negative;
11
12     big_decimal() {
13         memset(a, 0, sizeof(a));
14         negative = false;
15     }
16
17     big_decimal(long long x) {
18         memset(a, 0, sizeof(a));
19         negative = false;
20
21         if (x < 0) {
22             negative = true;
23             x = -x;
24         }
25
26         while (x) {
27             a[++a[0]] = x % 10;
28             x /= 10;
29         }
30     }
31
32     big_decimal(string s) {
33         memset(a, 0, sizeof(a));
34         negative = false;
35     }

```

```

36     if (s == "")
37     |     return;
38
39     if (s[0] == '-') {
40     |     negative = true;
41     |     s = s.substr(1);
42     | }
43     a[0] = s.size();
44     for (int i = 1; i <= a[0]; i++)
45     |     a[i] = s[a[0] - i] - '0';
46
47     while (a[0] && !a[a[0]])
48     |     a[0]--;
49 }
50
51 void input() {
52     string s;
53     cin >> s;
54     *this = s;
55 }
56
57 string str() const {
58     if (!a[0])
59     |     return "0";
60
61     string s;
62     if (negative)
63     |     s = "-";
64
65     for (int i = a[0]; i; i--)
66     |     s.push_back('0' + a[i]);
67
68     return s;
69 }
70
71 operator string () const {
72     return str();
73 }
74
75 big_decimal operator - () const {
76     big_decimal o = *this;
77     if (a[0])
78     |     o.negative ^= true;
79
80     return o;
81 }
82
83 friend big_decimal abs(const big_decimal &u) {
84     big_decimal o = u;
85     o.negative = false;
86     return o;
87 }
88
89 big_decimal &operator <= (int k) {
90     a[0] += k;
91
92     for (int i = a[0]; i > k; i--)
93     |     a[i] = a[i - k];
94
95     for(int i = k; i; i--)
96     |     a[i] = 0;
97
98     return *this;
99 }
100
101 friend big_decimal operator << (const big_decimal &u,
102 | int k) {
103     big_decimal o = u;
104     return o <= k;
105
106     big_decimal &operator >= (int k) {
107     |     if (a[0] < k)
108     |     |     return *this = big_decimal(0);
109
110     |     a[0] -= k;
111     |     for (int i = 1; i <= a[0]; i++)
112     |     |     a[i] = a[i + k];
113
114     |     for (int i = a[0] + 1; i <= a[0] + k; i++)
115     |     |     a[i] = 0;
116
117     |     return *this;
118     }
119
120 friend big_decimal operator >> (const big_decimal &u,
121 | int k) {
122     big_decimal o = u;
123     return o >= k;
124 }
125
126 friend int cmp(const big_decimal &u, const
127 | big_decimal &v) {
128     if (u.negative || v.negative) {
129     |     if (u.negative && v.negative)
130     |     |     return -cmp(-u, -v);
131
132     |     if (u.negative)
133     |     |     return -1;
134
135     |     if (v.negative)
136     |     |     return 1;
137     }
138
139     if (u.a[0] != v.a[0])
140     |     return u.a[0] < v.a[0] ? -1 : 1;
141
142     for (int i = u.a[0]; i; i--)
143     |     if (u.a[i] != v.a[i])
144     |     |     return u.a[i] < v.a[i] ? -1 : 1;
145
146     return 0;
147 }
148
149 friend bool operator < (const big_decimal &u, const
150 | big_decimal &v) {
151     return cmp(u, v) == -1;
152 }
153
154 friend bool operator > (const big_decimal &u, const
155 | big_decimal &v) {
156     return cmp(u, v) == 1;
157 }
158
159 friend bool operator == (const big_decimal &u, const
160 | big_decimal &v) {
161     return cmp(u, v) == 0;
162 }
163
164 friend bool operator <= (const big_decimal &u, const
165 | big_decimal &v) {
166     return cmp(u, v) <= 0;
167 }
168
169 friend bool operator >= (const big_decimal &u, const
170 | big_decimal &v) {
171     return cmp(u, v) >= 0;
172 }

```

```

166
167 friend big_decimal decimal_plus(const big_decimal &u,
    ↳ const big_decimal &v) { // 保证u, v均为正数的话可
    ↳ 以直接调用
168     big_decimal o;
169
170     o.a[0] = max(u.a[0], v.a[0]);
171
172     for (int i = 1; i <= u.a[0] || i <= v.a[0]; i++)
    ↳ {
173         o.a[i] += u.a[i] + v.a[i];
174
175         if (o.a[i] >= 10) {
176             o.a[i + 1]++;
177             o.a[i] -= 10;
178         }
179     }
180
181     if (o.a[o.a[0] + 1])
182         o.a[o.a[0]]++;
183
184     return o;
185 }
186
187 friend big_decimal decimal_minus(const big_decimal
    ↳ &u, const big_decimal &v) { // 保证u, v均为正数的
    ↳ 话可以直接调用
188     int k = cmp(u, v);
189
190     if (k == -1)
191         return -decimal_minus(v, u);
192     else if (k == 0)
193         return big_decimal(0);
194
195     big_decimal o;
196
197     o.a[0] = u.a[0];
198
199     for (int i = 1; i <= u.a[0]; i++) {
200         o.a[i] += u.a[i] - v.a[i];
201
202         if (o.a[i] < 0) {
203             o.a[i] += 10;
204             o.a[i + 1]--;
205         }
206     }
207
208     while (o.a[0] && !o.a[o.a[0]])
209         o.a[0]--;
210
211     return o;
212 }
213
214 friend big_decimal decimal_multi(const big_decimal
    ↳ &u, const big_decimal &v) {
215     big_decimal o;
216
217     o.a[0] = u.a[0] + v.a[0] - 1;
218
219     for (int i = 1; i <= u.a[0]; i++)
220         for (int j = 1; j <= v.a[0]; j++)
221             o.a[i + j - 1] += u.a[i] * v.a[j];
222
223     for (int i = 1; i <= o.a[0]; i++)
224         if (o.a[i] >= 10) {
225             o.a[i + 1] += o.a[i] / 10;
226             o.a[i] %= 10;
227         }
228
229     if (o.a[o.a[0] + 1])
230         o.a[o.a[0]]++;
231
232     return o;
233 }
234
235 friend pair<big_decimal, big_decimal>
    ↳ decimal_divide(big_decimal u, big_decimal v) { //
    ↳ 整除
236     if (v > u)
237         return make_pair(big_decimal(0), u);
238
239     big_decimal o;
240     o.a[0] = u.a[0] - v.a[0] + 1;
241
242     int m = v.a[0];
243     v <<= u.a[0] - m;
244
245     for (int i = u.a[0]; i >= m; i--) {
246         while (u >= v) {
247             u = u - v;
248             o.a[i - m + 1]++;
249         }
250
251         v >>= 1;
252     }
253
254     while (o.a[0] && !o.a[o.a[0]])
255         o.a[0]--;
256
257     return make_pair(o, u);
258 }
259
260 friend big_decimal operator + (const big_decimal &u,
    ↳ const big_decimal &v) {
261     if (u.negative || v.negative) {
262         if (u.negative && v.negative)
263             return -decimal_plus(-u, -v);
264
265         if (u.negative)
266             return v - (-u);
267
268         if (v.negative)
269             return u - (-v);
270     }
271
272     return decimal_plus(u, v);
273 }
274
275 friend big_decimal operator - (const big_decimal &u,
    ↳ const big_decimal &v) {
276     if (u.negative || v.negative) {
277         if (u.negative && v.negative)
278             return -decimal_minus(-u, -v);
279
280         if (u.negative)
281             return -decimal_plus(-u, v);
282
283         if (v.negative)
284             return decimal_plus(u, -v);
285     }
286
287     return decimal_minus(u, v);
288 }
289
290 friend big_decimal operator * (const big_decimal &u,
    ↳ const big_decimal &v) {
291     if (u.negative || v.negative) {
292         big_decimal o = decimal_multi(abs(u),
    ↳ abs(v));

```

```

293     if (u.negative ^ v.negative)
294     |     return -o;
295     return o;
296 }
297
298 return decimal_multi(u, v);
299 }
300
301
302 big_decimal operator * (long long x) const {
303     if (x >= 10)
304     |     return *this * big_decimal(x);
305
306     if (negative)
307     |     return -(*this * x);
308
309     big_decimal o;
310
311     o.a[0] = a[0];
312
313     for (int i = 1; i <= a[0]; i++) {
314         o.a[i] += a[i] * x;
315
316         if (o.a[i] >= 10) {
317             o.a[i + 1] += o.a[i] / 10;
318             o.a[i] %= 10;
319         }
320     }
321
322     if (o.a[a[0] + 1])
323         o.a[0]++;
324
325     return o;
326 }
327
328 friend pair<big_decimal, big_decimal>
329     ↪ decimal_div(const big_decimal &u, const
330     ↪ big_decimal &v) {
331     if (u.negative || v.negative) {
332         pair<big_decimal, big_decimal> o =
333         ↪ decimal_div(abs(u), abs(v));
334
335         if (u.negative ^ v.negative)
336         |     return make_pair(-o.first, -o.second);
337         return o;
338     }
339
340     return decimal_divide(u, v);
341 }
342
343 friend big_decimal operator / (const big_decimal &u,
344     ↪ const big_decimal &v) { // v不能是0
345     if (u.negative || v.negative) {
346         big_decimal o = abs(u) / abs(v);
347
348         if (u.negative ^ v.negative)
349         |     return -o;
350         return o;
351     }
352
353     return decimal_divide(u, v).first;
354 }
355
356 friend big_decimal operator % (const big_decimal &u,
357     ↪ const big_decimal &v) {
358     if (u.negative || v.negative) {
359         big_decimal o = abs(u) % abs(v);
360
361         if (u.negative ^ v.negative)

```

```

357         return -o;
358     return o;
359     }
360
361     return decimal_divide(u, v).second;
362 }
363 };

```

## 7.3 xorshift

```

1  ull k1, k2;
2  const int mod = 10000000;
3  ull xorShift128Plus() {
4      ull k3 = k1, k4 = k2;
5      k1 = k4;
6      k3 ^= (k3 << 23);
7      k2 = k3 ^ k4 ^ (k3 >> 17) ^ (k4 >> 26);
8      return k2 + k4;
9  }
10 void gen(ull _k1, ull _k2) {
11     k1 = _k1, k2 = _k2;
12     int x = xorShift128Plus() % threshold + 1;
13     // do sth
14 }
15
16
17 uint32_t xor128(void) {
18     static uint32_t x = 123456789;
19     static uint32_t y = 362436069;
20     static uint32_t z = 521288629;
21     static uint32_t w = 88675123;
22     uint32_t t;
23
24     t = x ^ (x << 11);
25     x = y; y = z; z = w;
26     return w = w ^ (w >> 19) ^ (t ^ (t >> 8));
27 }

```

## 7.4 STL

### 1. vector

- `vector<int nSize>`:创建一个vector,元素个数为nSize
- `vector<int nSize, const t& t>`:创建一个vector 元素个数为nSize,且值均为t
- `vector(begin, end)`:复制[begin, end)区间内另一个数组的元素到vector中
- `void assign(int n, const T& x)`:设置向量中前n个元素的值为x
- `void assign(const_iterator first, const_iterator last)`:向量中[first, last)中元素设置成当前向量元素

### 2. list

- `assign()` 给list赋值
- `back()` 返回最后一个元素
- `begin()` 返回指向第一个元素的迭代器
- `clear()` 删除所有元素
- `empty()` 如果list是空的则返回true
- `end()` 返回末尾的迭代器
- `erase()` 删除一个元素
- `front()` 返回第一个元素
- `insert()` 插入一个元素到list中

- `max_size()` 返回list能容纳的最大元素数量
- `merge()` 合并两个list
- `pop_back()` 删除最后一个元素
- `pop_front()` 删除第一个元素
- `push_back()` 在list的末尾添加一个元素
- `push_front()` 在list的头部添加一个元素
- `rbegin()` 返回指向第一个元素的逆向迭代器
- `remove()` 从list删除元素
- `remove_if()` 按指定条件删除元素
- `rend()` 指向list末尾的逆向迭代器
- `resize()` 改变list的大小
- `reverse()` 把list的元素倒转
- `size()` 返回list中的元素个数
- `sort()` 给list排序
- `splice()` 合并两个list
- `swap()` 交换两个list
- `unique()` 删除list中重复的元

## 7.5 pb\_ds

## 7.6 rope

# 8. 注意事项

## 8.1 常见下毒手法

- 高精度高低位搞反了吗
- 线性筛抄对了吗
- `sort`比较函数是不是比了个寂寞
- 该取模的地方都取模了吗
- 边界情况(+1-1之类的)有没有想清楚
- 特判是否有必要,确定写对了吗

## 8.2 场外相关

- 安顿好之后查一下附近的咖啡店,打印店,便利店之类的位置,以备不时之需
- 热身赛记得检查一下编译注意事项中的代码能否过编译,还有熟悉比赛场地,清楚洗手间在哪儿,测试打印机(如果可以)
- 比赛前至少要翻一遍板子,尤其要看原理与例题
- 比赛前一两天不要摸鱼,要早睡,有条件最好洗个澡;比赛当天不要起太晚,维持好的状态

- 赛前记得买咖啡,最好直接安排三人份,记得要咖啡因比较足的;如果主办方允许,就带些巧克力之类的高热量零食
- 入场之后记得检查机器,尤其要逐个检查键盘按键有没有坏的;如果可以的话,调一下gedit设置
- 开赛之前调整好心态,比赛而已,不必心急.

## 8.3 做题策略与心态调节

- 拿到题后立刻按照商量好的顺序读题,前半小时最好跳过题意太复杂的题(除非被过穿了)
- 签到题写完不要激动,稍微检查一下最可能的下毒点再交,避免无谓的罚时
  - 一两行的那种傻逼题就算了
- 读完题及时输出题意,一方面避免重复读题,一方面也可以让队友有一个初步印象,方便之后决定开题顺序
- 一个题如果卡了很久又有其他题可以写,那不妨先放掉写更容易的题,不要在一棵树上吊死
  - 不要被一两道题搞得心态爆炸,一方面急也没有意义,一方面你很可能真的离AC就差一步
- 榜是不会骗人的,一个题如果被不少人过了就说明这个题很可能并没有那么难;如果不是有十足的把握就不要轻易开没什么人交的题;另外不要忘记最后一小时会封榜
- 想不出题/找不出毒自然容易犯困,一定不要放任自己昏昏欲睡,最好去洗手间冷静一下,没有条件就站起来踱步
- 思考的时候不要挂机,一定要在草稿纸上画一画,最好说出声来最不容易断掉思路
- 出完算法一定要check一下样例和一些trivial的情况,不然容易写了半天发现写了个假算法
- 上机前有时间就提前给需要思考怎么写的地方打草稿,不要浪费机时
- 查毒时如果最难的地方反复check也没有问题,就从头到脚仔仔细细查一遍,不要放过任何细节,即使是并查集和sort这种东西也不能想当然
- 后半场如果时间不充裕就不要冒险开难题,除非真的无事可做
  - 如果是没写过的东西也不要轻举妄动,在有其他好写的题的时候就等一会再说
- 大多数时候都要听队长安排,虽然不一定最正确但可以保持组织性
- 最好注意一下影响,就算忍不住嘴臭也不要太大声
- 任何时候都不要着急,着急不能解决问题,不要当喆国王
- 输了游戏,还有人生;赢了游戏,还有人生.