

〔综合实验〕 基于示波器的信号拍频探究

【科技前沿】

美国科学家在最新一期《自然·光子学》杂志撰文指出，他们开发出世界上第一台光学示波器，一种能够测量光电场的仪器。该设备能将光振荡转换为电信号，就像医院监视器将患者的心跳转换为电振荡一样。这款先进的新设备有望提升光纤通信的效率。

【关键词】

拍频；相位差；李萨如图；示波器

【探究目的】

1. 掌握示波器的结构和功能。
2. 拍现象与拍频测量。
3. 信号的相位差测量。

【教学目标】

1. 能力——熟练使用示波器。
2. 知识——熟悉“波”的相关理论。
3. 素质——精调细做，科学试验。

【实验仪器】

示波器，信号发生器。

【背景知识】

1. 示波器

示波器是一种用途广泛的电信号测量仪器，利用示波器可以直观地观察电信号的波形，并测量电信号的电压、频率和周期等参数。示波器也能对非电量信号进行观察和定量分析，比如压力、振动、声音、光、热通过各类传感器转换成电量，就可以通过示波器观察和测量了。示波器不仅能象电流表、电压表那样测量信号的大小，而且可以测量信号的位移、相位等多种参数。示波器可以用来观察快速变化信号的瞬时过程，也能显示和分析二维点阵图形。

本实验主要通过示波器观察拍现象，并测量拍频；通过示波器观察李萨如图形现象，并测量两输入信号的相位差。

2. “波”动历程

“波”是自然界中最重要的物理现象之一。波在许多物理过程中起着非常重要的作用，比如热、光、广播和地震等。许多科学家最伟大的成就是来源于对波的研究。

迈克尔逊和莫雷与“以太说”：水波的传播要靠水，声波的传播要靠空气。受经典力学的影响，科学家们假设宇宙中到处都有一种叫做以太的物质，用来传播光。早在 1887 年，美国科学家迈克尔逊和莫雷设计了一个实验来探测以太物质。由于地球以每秒 30 公里左右的速度绕太阳运行，因此必须遭遇每秒 30 公里左右的“天风”，这将对光的传播产生影响，地球运动方向的光速应与直角方向的光速不同。但他们的发现并没有揭示任何以太效应。后来爱因斯坦也提出根本没有以太体。

托马斯·杨与光波：光的本质是什么？在 18 世纪，艾萨克牛顿曾经主张光由非常小的粒子组成。克里斯蒂安·惠更斯却认为光是以波的形式传播。一个世纪后，英国物理学家托马斯·杨解决了关于光的性质的长期争论。在一次实验中，托马斯·杨在一张厚纸上戳了两个孔，发现光线穿过两个孔后，在纸张后面的另一张纸表面形成了一系列明暗相间的条纹。这是因为光通过两个孔的干涉会像水波一样干涉。如果光是由粒子组成的，则只会形成两个亮点。

但是爱因斯坦发现光实际上是由一种叫做光子的粒子组成。最后，物理学家们认识到光同时具有波和粒子的性质，这就是所谓的“波粒二象性”。

詹姆斯·克拉克·麦克斯韦与电磁波：英国物理学家詹姆斯·克拉克·麦克斯韦认识到，在介质中，一个振荡场产生振荡磁场，一个振荡场产生振荡电场，振荡电场与连续恒相振荡电场和磁场一起形成电磁波。根据他自己的方程（麦克斯韦方程组），电磁波的速度可以达到每秒3.1亿米，这与实测的光速非常接近。麦克斯韦认为世界上没有巧合，所以他得出结论，光是一种电磁波。

海因里希·赫兹与无线电波：1887年，德国物理学家海因里希·赫兹成功地产生并探测到了无线电波。他发现的无线电波被用于无线通信、无线电、雷达、通信卫星、导航系统、计算机网络等领域。因此成就，国际单位赫兹的电磁频率是以他的名字命名的。

威廉·伦琴与X射线：赫兹发现的无线电波是麦克斯韦方程预测的长波电磁波。1895年，德国物理学家威廉·伦琴意外地发现了一种短波电磁波。当伦琴让阴极射线（电子束）通过玻璃管时，有一种未知的神秘射线，因此被伦琴命名为X射线。多年以后伦琴发现的X射线最终成为了一个革命性的医疗技术基础。除了能够诊断医学影像外，X射线已成为天文学、生物学等领域的基础研究工具。当然，X射线不是电磁波中最短的波长，伽马射线的波长也比它们还要短。

路易·德布罗意与物质波：20世纪20年代初，法国物理学家路易·德布罗意根据类比法将光的波粒二象性推广到所有粒子。他提出了物质波假说，认为每一个微粒都具有与光相同的波粒二象性。1927年，美国物理学家克顿·戴维森和莱斯特·戈默用100电子伏的电子束穿过镍单晶表面，观察到了电子衍射现象。绕射是波遇到障碍物时偏离原直线的物理现象。所以他们的实验表明电子也有波动性。几乎与此同时，英国物理学家乔治·汤姆森用两万束电子束穿过多晶薄膜，观察到了电子衍射现象。20世纪30年代，德国物理学家恩斯特·罗斯卡还利用电子的波动特性设计了电子显微镜。

约翰·米歇尔——地震波：1755年，葡萄牙首都里斯本发生地震，这是人类历史上破坏力最大、遇难人数最多的地震之一，估计遇难人数为6万至10万。同年，英国地质学家和天文学家约翰·米歇尔开始调查里斯本地震的原因。1760年，他得出结论，“地下火山”是地震的罪魁祸首。米歇尔还首次提出，地震是以波的形式传递的。后来，地震学家对震动地球的地震波有了更准确的了解，他们可以推断出地球的内部结构。

LIGO与引力波：在爱因斯坦完成广义相对论之后，他认识到了引力波的可能性——一种由空间和空间本身的振动引起的涟漪。2015年9月，分别位于路易斯安那州和华盛顿州的两个激光干涉引力波天文台（LIGO）首次观测到一对黑洞合并产生的引力波。这无疑是科学史上最重要的发现之一。由于引力波是空间和空间本身的涟漪，它们几乎可以穿过宇宙的任何区域，因此天文学家可以利用引力波观测其他传统方法无法探测到的天文事件，如观测超新星核心或大爆炸一秒钟的前半部分。所以引力波为我们了解宇宙打开了一扇新的窗口。

3. 育人元素

卡尔·费迪南德·布劳恩（Karl Ferdinand Braun, 1850年6月6日—1918年4月20日），德国物理学家，1909年诺贝尔物理学奖获得者，阴极射线管的发明者。19世纪后半叶，电学发展到了鼎盛时期。1858年，德国物理学家尤利乌斯·普吕克观察到一种阴极荧光现象，1876年，德国物理学家哥尔茨坦确认这一种阴极射线。在追踪阴极射线的过程中，1895年，德国物理学家伦琴意外地发现了X光。1897年，英国物理学家汤姆孙对阴极射线进行了精确的实验研究，并将其命名为“电子”。就是在这个背景下，19世纪90年代，当布劳恩得知人们正在研究阴极射线时，立即投身于这一新领域。布劳恩制造了第一个阴极射线管（缩写CRT，俗称显像管）示波器。CRT被广泛应用在电视机和计算机的显示器上。1874年，他还发现某些金属硫化物具有使电流单方向通过的特性，并利用半导体的这个特性制成了无线通信技术中不可或缺的检波器，开创了人类研究半导体的先例。——科学成果从来都不是一蹴而就的，需要几代人的努力才能见效。科学研究需要像布劳恩一样有敏锐的观察力，找到正确的研究方向，一往无前地走下去，才能到达成功彼岸。

【基本知识】

1. 知识点

1.1 波

波是指在空间以特定形式传播的物理量。波是振动的传播。按性质来分，主要有四种波：机械波、电磁波、引力波和物质波。按振动方向与传播方向的关系来分，主要有三种波：横波、纵波和球面波。质点振动的方向跟波的传播方向垂直的波叫做横波，质点振动的方向跟波的传播方向平行的波叫做纵波。按波的形状来分，一般有：方波（也叫矩形波）、锯齿波、脉冲波、正弦波、余弦波等。按波长来分，一般有：长波、中波、中短波和微波。按波的强度来分，一般有：常波（普通波）和冲击波。

1.2 波的周期性

各种形式的波的主要特征就是具有周期性。受扰动物理量变化时具有时间周期性：同一点的物理量在经过一个周期后完全恢复为原来的值；在空间传递时又具有空间周期性：沿波的传播方向经过某一空间距离后会出现同一振动状态（例如质点的位移和速度）。因此，受扰动物理量 u 既是时间 t ，又是空间位置 r 的周期函数，函数 $u(t, r)$ 称为波函数，是定量描述波动过程的数学表达式。广义地说，凡是描述运动状态的函数具有时间周期性和空间周期性特征的都可称为波，比如引力波、微观粒子的概率波等。

1.3 波的特性

各种形式的波的共同特性还有：①在不同介质的界面上能产生反射和折射，对各向同性介质的界面，遵守反射定律和折射定律；②通常的线性波叠加时遵守波的叠加原理；③两束或两束以上的波在一定条件下叠加时能产生干涉现象；④波在传播路径上遇到障碍物时能产生衍射现象；⑤横波还能产生偏振现象。

1.4 简谐波

简谐振动在空间传递时形成的波动称为简谐波，其波函数为正弦或余弦函数形式。各点的振动具有相同的频率 f ，称为波的频率，频率的倒数为周期，即 $T=1/f$ 。在波的传播方向上振动状态完全相同的相邻两个点间的距离称为波长，用 λ 表示，波长的倒数称波数。单位时间内扰动所传播的距离 u 称为波速。波速、频率和波长三者间的关系为 $u=f\lambda$ 。波速与波的种类和传播介质的性质有关。波的振幅和相位一般是空间位置 r 的函数。空间等相位各点连结成的曲面称波面，波所到达的前沿各点连结成的曲面必定是等相面，称波前或波阵面。常根据波面的形状把波动分为平面波、球面波和柱面波等，它们的波面依次为平面、球面和圆柱面。实际的波所传递的振动不一定是简谐振动，而是较复杂的周期运动，称为非简谐波，任何非简谐波都可看成是由许多频率各异的简谐波叠加而成。

1.5 波形相加

示波器两个通道输入信号相加就是算术和，在示波器里，当选择 $Y1+Y2$ 时，就是把两个输入信号 $Y1$ 和 $Y2$ 按上述方法进行相加，在屏幕上显示相加后的波形。

根据傅立叶级数理论和狄里赫利条件，周期信号是由一个或几个，乃至无穷多个不同频率、不同幅值和不同相位的谐波叠加而成的，因此可以用谐波信号叠加合成出复杂的周期信号。信号叠加方式为对应时刻的信号幅值叠加。如图 1 中的两例，波形 1 和波形 2 是两个原始信号波形，波形 3 为相加后的合成波形，就是说把两个原始波形在每个时点的幅度逐一进行算术相加（同方向的相加、不同方向的就相减），就生成了一个新的波形。

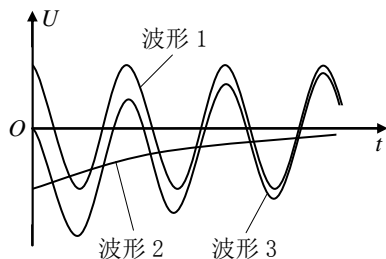


图 1 波形相加

2. 基本原理

2.1 拍频形成原理

当同方向的两个频率相差不大的简谐波叠加时，叠加后的波形的幅值将随时间作强弱的周期性的变化，这种现象称之为“拍”，如图2所示，图中有三个拍，幅值出现忽强忽弱的变化。我们将单位时间内出现的拍数称之为拍频（也就是拍的频率），是两频率相差不大的简谐波信号叠加后波形的幅值变化的频率。

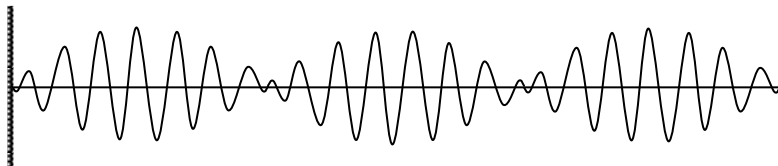


图 2 拍现象图

虽然原始的两个简谐波的振动频率较高，叠加后的波形的频率也较高，但拍的频率却很低，远小于原始简谐波的振动频率，所以，当出现“拍”现象时，它把高频信号中的频率信息和相位信息转移到低频信号（拍）之中，使难以测量的高频信号变得容易测量了。

2.1.1 两个同方向同频率的简谐波叠加形成拍的原理

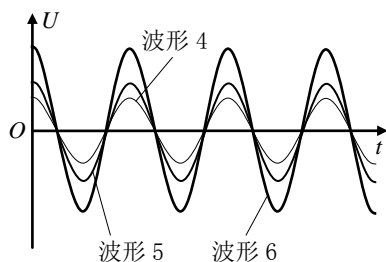


图 3 简谐波叠加

假设两个同方向、频率相同的谐振动方程式为：

$$y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

则，合振动为：

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

其中

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

从上式可以看出，两个同方向同频率的简谐波叠加后的信号仍为简谐波，如图 3，波形 4 与 5 叠加后，得到波形 6。

两个原始信号的相位关系：同相位和反相位。

(1) 同相位

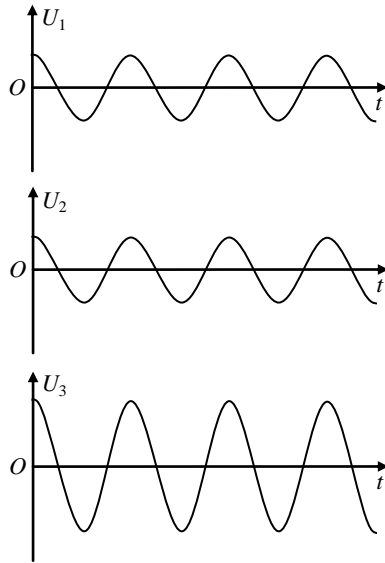


图 4 同相位简谐波叠加

如果原始的两个简谐波的相位相同，即 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$ ($k=0,\pm1,\pm2,\dots$)，那么有

$$y(t) = (A_1 + A_2) \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\varphi = \varphi_2 = \varphi_1 + 2k\pi$$

所以，当原始两个简谐波幅值相等，那么叠加后的简谐波的幅值为原始波形幅值的 2 倍，频率与相位不变。即使两个信号的幅值不相等，叠加后的波形的幅值为两个原始波形幅值直接相加。因而，相位相同时，叠加后的信号幅值相互加强。

(2) 反相位

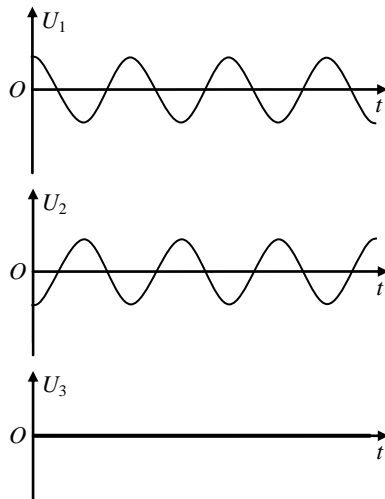


图 5 反相位简谐波叠加

如果原始的两个简谐波反相位，即 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi$ ($k=0,\pm1,\pm2,\dots$)，那么有

$$y(t) = |A_1 - A_2| \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\varphi = \varphi_2 = \varphi_1 + (2k+1)\pi$$

对于两个相位相反的同频率简谐波而言，叠加后的波形的幅值为两个原始波形幅值直接相减的绝对值。因而，相位相反时，叠加后的信号幅值相互减弱。

2.1.2 两个同方向不同频率的简谐波叠加形成拍的原理

假设两个振幅和初相位相同、频率相近的谐振动方程式为：

$$y_1 = A \cos(\omega_1 t + \varphi)$$

$$y_2 = A \cos(\omega_2 t + \varphi)$$

则，合振动为：

$$\begin{aligned} y(t) &= y_1(t) + y_2(t) \\ &= 2A \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t + \varphi\right) \\ &= 2A \cos\left(2\pi \frac{\nu_2 - \nu_1}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t + \varphi\right) \end{aligned}$$

式中， $2A \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right)$ 为叠加以后拍的幅值。因为 $\omega_2 - \omega_1$ 很小，所以 A 表示缓慢周期变化的幅值。因为 $0 \leq |\cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right)| \leq 1$ ，所以有， $A_{\max} = 2A$ ， $A_{\min} = 0$

所以，拍频为：

$$\nu_{\text{拍频}} = |\nu_2 - \nu_1|$$

拍频周期为：

$$T_{\text{拍频}} = \frac{1}{|\nu_2 - \nu_1|}$$

这就使得拍的幅值作周期性变化：加强与减弱，如图 6 所示。合成后的波形的振动频率为

$$\nu_{\text{合}} = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$$

合成后的拍除了上述两个频率成分之外，还有一个频率成分，即包络线的频率成分，该频率成分为拍频的一半，即

$$\nu_{\text{包}} = \frac{|\nu_2 - \nu_1|}{2}$$

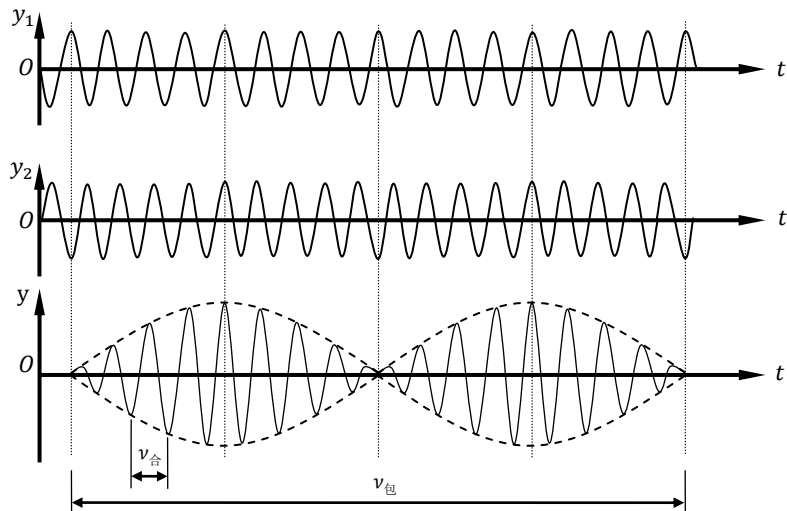


图 6

2.2 李萨如图形法测量相位差

当两个信号的相位差为 0° 时，波形为一条直线；当两个信号的相位差为 90° 时，波形为一个圆；当两个信号的相位差为 $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ 时，波形为椭圆。

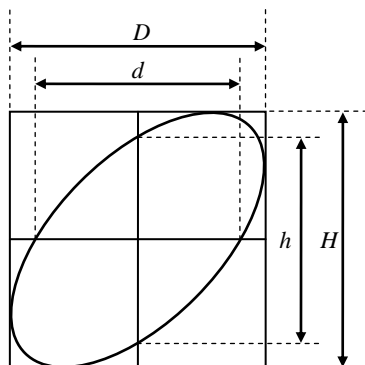


图 7 李萨如图形

当示波器CH1和CH2通道输入两个频率相等的正弦波信号，就能显示一个椭圆形的李萨如图形，如图7所示。设 d 为椭圆与X轴相交点的间距值， D 为椭圆X轴方向最大值， h 为椭圆与Y轴相交点的间距值， H 为椭圆Y轴方向最大值。

输入示波器CH1和CH2通道的两个频率相同的简谐振动方程式如下：

$$x = A \sin \omega t$$

$$y = B \sin (\omega t + \varphi)$$

则，当 $\omega t = 0$ 时，有：

$$x = 0$$

$$y = B \sin \varphi$$

所以，有：

$$\sin \varphi = \frac{y}{B}$$

设 $h=2y$ ， $H=2B$ ，则：

$$\sin \varphi = \frac{h}{H}$$

当 $\omega t = \pi - \varphi$ 时，有：

$$\begin{aligned}x &= A \sin \varphi \\y &= 0\end{aligned}$$

所以,有:

$$\sin \varphi = \frac{x}{A}$$

设 $d=2x$, $D=2A$, 则:

$$\sin \varphi = \frac{d}{D}$$

所以,只要测量 d 、 D , 或 h 、 H 就能求得两输入信号的相位差。

为了减小误差,用取上述两个值的平均值的方法,所以实验用如下公式:

$$\varphi = \frac{\arcsin \frac{h}{H} + \arcsin \frac{d}{D}}{2}$$

【实验仪器】

1. 示波器

详见“示波器的使用”实验。

2. 信号发生器

详见“示波器实验室”桌面仪器说明书。

【探究实验】

1. 同相位与反相位

(1) 将两个振幅相同、频率相等、反相位的正弦波信号输入示波器,观察叠加的波形,并拍摄图像。

(2) 将两个振幅相同、频率相等、同相位的正弦波信号输入示波器,观察叠加的波形,并拍摄图像。最后计算叠加后的波形的电压值。数据记录在下表 1。

表 1

V_{CH1} (信号发生器读数)	V_{CH2} (信号发生器读数)	$V_{\text{叠加}}$ (示波器读数)	$V = V_{CH1} + V_{CH2}$	$\Delta V = V - V_{\text{叠加}} $

2. 测量拍频

(1) 信号发生器输出两个信号,分别接入示波器,需通过“双踪”示波器观察拍频现象。

(2) 先调节信号发生器输出的两信号:波形相同,都为正弦波;起始相位相同;幅度相同,都为5V;频率相同,都为1 kHz。并通过示波器观察和调节两信号的正确波形。

(3) 然后调节两信号频率,比如一个信号频率为 $\nu_1=1$ kHz,另一个信号频率 ν_2 大于或小于1 kHz,使得 $|\nu_2 - \nu_1| > 30$ Hz。

(4) 最后,调节示波器,将两个信号“叠加”,并调节 ν_2 大小(自定,6次实验都不一样值),调节示波器找到最稳定的“拍”图像。

(5) 需利用手机拍摄图像(计算机相关软件获取拍频值。需打印原图片,并粘贴在实验报告纸最后一页),获取 $\nu_{\text{拍频}}$ 值,并记录实验数据。(小知识:手机可以设置在夜景模式,或专业模式(ISO=50、S=1/8、EV=0))

(6) 设 $\nu_1=1$ kHz,记录数据在下表 2。

表 2

实验次数	ν_2	$\nu = \nu_2 - \nu_1 $	$\nu_{\text{拍频}}$	$\Delta \nu = \nu - \nu_{\text{拍频}} $
1				
2				
3				
4				

求拍频相对误差。

3. 李萨如图形法测量两信号的相位差

(1) 将信号发生器产生的两个信号通过 out1 和 out2 分别输入到示波器的 CH1、CH2, 将示波器的 XY 键按下, 示波器自动将 CH1 加在 X 通道, 将 CH2 加在 Y 通道, 垂直方式置于 CH2, 示波器上就会显示互相垂直的两个信号的合成李萨如图形。

(2) 调节信号发生器两个频率输出相同, 示波器上观察到的李萨如图形可能为椭圆。

(3) 调节信号发生器 CH1 初始相位为 0° 输出信号 (也可以其它值), 调节信号发生器 CH2 初始相位, 使示波器显示图形为一条直线, 则 CH1 和 CH2 两信号的相位差为 $k\pi$ ($k = 0、1、2、3\dots$)。

(4) 改变 CH2 相位 (自定某个值, 6 次实验可以都不一样值), 使示波器显示一个椭圆, 且几乎静止不动, 此时记录 $h、H、d、D$ 数据。(可以直接从示波器读数, 也可以利用手机拍摄图像后利用计算机相关软件获取这四个值,)

(5) 重复 (3) 和 (4) 做实验。

(6) 数据记录在表 3 和表 4。

表 3

CH1 初始相位	CH2 初始相位 (φ_1)

表 4

实验次数	CH2 改变相位 (φ_2)	$\varphi' = \varphi_1 - \varphi_2 $	h	H	d	D	φ	$\Delta\varphi = \varphi - \varphi' $
1								
2								
3								
4								
5								
6								

由实验公式求出相位差 φ , 并计算相对误差。

【思考题】

1. 举一个拍频原理的实际应用事例。
2. 设计一个拍摄示波器显示的拍频图像的方法。