Карачанов Павел Эдуардович; P3210; ~~Пред~~

Домашнее задание

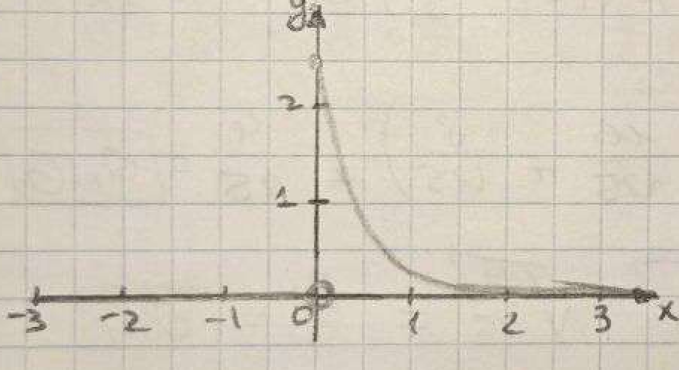
В - 8

7. Тип распределения: Показательный

$\lambda = 2,5$; $\alpha = 0$; $\beta = 0,2$

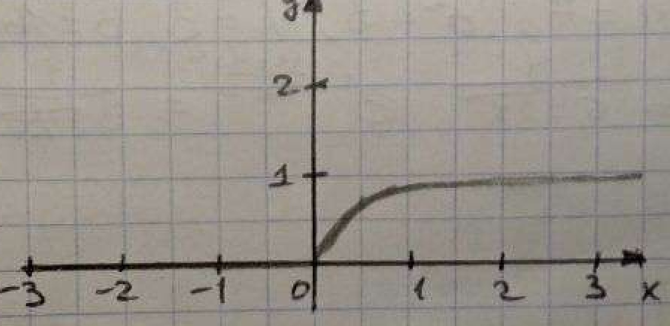
1). Функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 2,5\, e^{-2,5x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$



2) Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2,5x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$



Карагалов П.Я.; Р3210; П кор

3) $MX = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx = 2,5\int_0^{+\infty} x\cdot e^{-2,5x}\, dx =$

$2,5\left(\int_0^{+\infty} x\, d(e^{-2,5x})\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right) = -\int_0^{+\infty} x\, d(e^{-2,5x}) =$

$= -\left(x\cdot e^{-2,5x} - \int_0^{+\infty} e^{-2,5x}\, dx\right) = \left(-x e^{-2,5x} - \frac{2}{5}e^{-2,5x}\right)\Big|_0^{+\infty}$

$= \frac{2}{5} = \boxed{0,4}$

$DX = \int_{-\infty}^{\infty}(x-\overset{=MX}{0,4})^2 f(x)\, dx = \int_0^{+\infty}(x-0,4)^2\cdot 2,5\cdot e^{-2,5x}\, dx$

$= 2,5\left(\underbrace{\int_0^{+\infty} e^{-2,5x}\cdot x^2\, dx}_{=16/125} - \frac{4}{5}\underbrace{\int_0^{+\infty} e^{-2,5x}\cdot x\, dx}_{=4/25} + \frac{4}{25}\underbrace{\int_0^{+\infty} e^{-2,5x}\, dx}_{=2/5}\right)$

$= 2,5\left(\frac{16}{125} - \frac{16}{125} + \frac{8}{125}\right) = \frac{4}{25} = \boxed{0,16}$

$\sigma = \sqrt{DX} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5} = \boxed{0,4}$

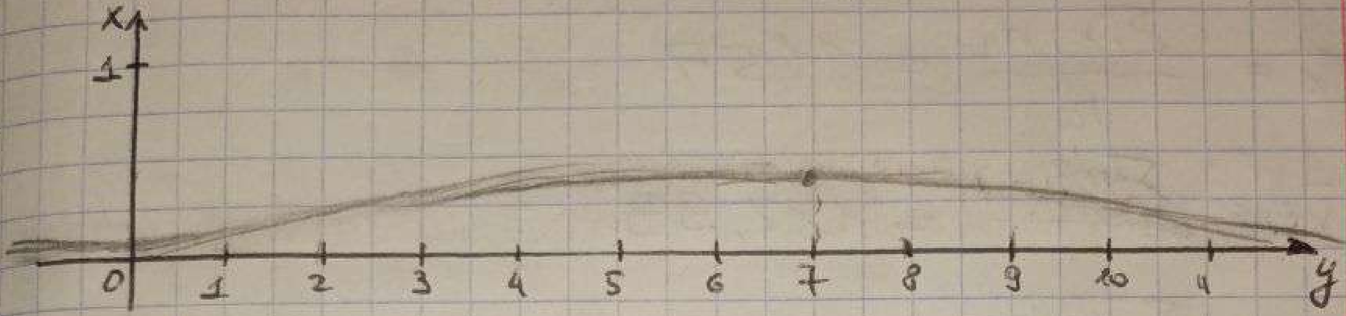
4) $P(0 < X < 0,2) = F(0,2) - F(0) =$

$= 1 - e^{-2,5\cdot 0,2} - 1 + e^{-2,5\cdot 0} = 1 - e^{-0,5} \approx \boxed{0,3935}$

8 №208 $a = 7;\ \sigma = 3;\ \alpha = 3;\ \beta = 16;\ \delta = 6$

1) $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-7)^2}{18}}$

Карачанов Павел Эдуардович; Р3210, ~~Ilag~~



2) $P(3 < X < 16) = \Phi_0\left(\frac{16-7}{3}\right) - \Phi_0\left(\frac{3-7}{3}\right) =$

$= \Phi_0(3) + \Phi\left(\frac{4}{3}\right) \approx 0{,}4987 + 0{,}4082 \approx \boxed{0{,}9069}$

3) $P(|X-a|<\delta) = P(|X-7|<6) =$

$2 \cdot \Phi_0\left(\frac{\delta}{\sigma}\right) = 2 \cdot \Phi_0\left(\frac{6}{3}\right) = 2 \cdot \Phi_0(2)$

$= 2 \cdot 0{,}4773 = \boxed{0{,}9546}$

9 №233

n_{ij}		Y						
		15	20	25	30	35	40	Σ
X	5	4	2					6
	8		6	4				10
	11		5	6	45	2		58
	14			2	3	6		11
	17				4	7	4	15
Σ		4	13	12	52	15	4	100

Кирачанов П.Э.; P3210; ~~П~~

$$\overline{x} = \frac{\sum' x_i n_i}{n} = 11,57$$

$$\overline{x^2} = \frac{\sum x_i^2 n_i}{n} = 142,99$$

$$\overline{y} = \frac{\sum' y_j n_j}{n} = 28,65$$

$$\overline{y^2} = \frac{\sum' y_j^2 n_j}{n} = 851,75$$

$$\overline{xy} = \frac{\sum' x_i y_j n_{ij}}{n} = 344,55$$

$$\sigma_x^2 = (\overline{x^2}) - (\overline{x})^2 = 9,1251; \quad \sigma_x \approx 3,02078$$

$$\sigma_y^2 = (\overline{y^2}) - (\overline{y})^2 = 30,9275; \quad \sigma_y \approx 5,56125.$$

$$\rho_r = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \approx 0,776174$$

Получилась сильная линейная связь.

Найдем ур-я регрессии:

X на Y: $y - \overline{y} = \rho_r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x})$, подставляя значения, получим: $y = 1,4289x + 12,1172$

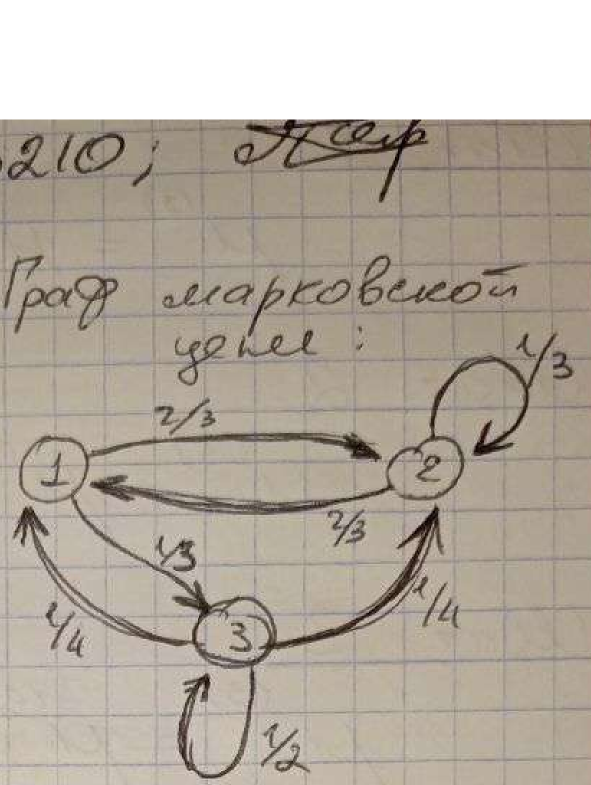
Y на X: $x - \overline{x} = \rho_r \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}(y - \overline{y})$, подставляя значения, получим: $x = 0,4216y - 0,50898$

Карачанов А.Э.; Р3210;

1.8

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 2/3 & 1/3 \\ 2/3 & 1/3 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Граф марковской цепи:



Найдём вероятности переходов между состояниями за 2 шага:

$$P^2 = P \cdot P = \begin{pmatrix} 19/36 & 11/36 & 1/6 \\ 2/9 & 5/9 & 2/9 \\ 7/24 & 3/8 & 1/3 \end{pmatrix}$$

Чтобы найти распределение вероятностей за 1, 2, 3, 4 и 8 шагов, возьмём начальное распределение $\mu^{(0)} = (1, 0, 0)$

Распределение вероятностей на n-ом шаге вычисляется по формуле:

$$\mu^{(n)} = \mu^{(0)} P^n$$

Карагалов П.Э., P3210

Шаг 1

$$\mu^{(1)} = \mu^{(0)} \cdot P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Шаг 2

$$\mu^{(2)} = \mu^{(0)} \cdot P^2 = \begin{pmatrix} \frac{19}{36} & \frac{11}{36} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Шаг 3

$$\mu^{(3)} = \mu^{(0)} \cdot P^3 = \begin{pmatrix} \frac{53}{216} & \frac{107}{216} & \frac{7}{27} \end{pmatrix}$$

Шаг 4

$$\mu^{(4)} = \mu^{(0)} \cdot P^4 = \begin{pmatrix} \frac{32}{81} & \frac{85}{216} & \frac{137}{648} \end{pmatrix}$$

Шаг 8

$$\mu^{(8)} = \mu^{(0)} \cdot P^8 = \begin{pmatrix} \frac{582883}{1679616} & \frac{26485}{62208} & \frac{190819}{839808} \end{pmatrix}$$

$$\approx \begin{pmatrix} 0{,}34703 & 0{,}42575 & 0{,}22722 \end{pmatrix}$$

Найдем стационарное распределение:

$\exists$ $\pi = (\pi_1 \;\; \pi_2 \;\; \pi_3)$ – это наше стационарное распределение с его вероятностями

Решим ур-е, которому удовлетворяет стационарное распределение

$$\pi = \pi P \quad , \quad \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$$

$$\begin{cases} \pi_1 = \frac{2}{3}\pi_2 + \frac{1}{4}\pi_3 & (1) \\ \pi_2 = \frac{2}{3}\pi_1 + \frac{1}{3}\pi_2 + \frac{1}{4}\pi_3 & (2) \\ \pi_3 = \frac{1}{3}\pi_1 + \frac{1}{2}\pi_3 . & (3) \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1 & (4) \end{cases}$$

Из (3): $\pi_3 = \frac{2}{3}\pi_1$ (5)

Теперь получившееся ~~[illegible]~~ значение подставим в (2):

$$\pi_2 = \frac{2}{3}\pi_1 + \frac{1}{3}\pi_2 + \frac{1}{6}\pi_1$$

$$\pi_2 = \frac{5}{4}\pi_1 \quad (6)$$

Найдём π_1, подставив (5) и (6) в (4):

$$\pi_1 + \frac{5}{4}\pi_1 + \frac{2}{3}\pi_1 = 1$$

$$\pi_1 = \frac{12}{35}.$$

$$\Downarrow$$

$$\pi_2 = \frac{5}{4} \cdot \frac{12}{35} = \frac{3}{7} = \frac{15}{35}$$

$$\pi_3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{35} = \frac{8}{35}.$$

А, значит, :

$$\pi = \left(\frac{12}{35} \; \frac{15}{35} \; \frac{8}{35} \right) \approx \left(0{,}34285 \;\; 0{,}42857 \;\; 0{,}22857 \right)$$

Караганов П.Э.; Р3210

Кирагалов П.Э., Р3210

Сравнение получившихся распределений

$$\pi \approx (0{,}34285 \quad 0{,}42857 \quad 0{,}22857)$$

$$\mu^{(8)} \approx (0{,}34703 \quad 0{,}42575 \quad 0{,}22722)$$

Эти вектора очень близки: уже через 8 шагов распределение, начав из состояния $(1, 0, 0)$, практически сошлось к стационарному.