

Караинов Т.Т.; РЗ210

Домашнее задание

Б-8

УДЗ-18.1

1.8 $A_3^4 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$

2.8 $P(\text{первый раз выдается зодиак}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$P(\text{второй раз выдается зодиак}) = \frac{3}{5}$

$\xrightarrow[\text{независимое}]{} P(\text{все три зодиака}) = P(\text{первое зодиак}) \cdot P(\text{второе зодиак})$

$\cdot P(\text{третье зодиак}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0,4$

3.8 $P(1\odot) = 0,7; P(2\odot) = 0,8; P(3\odot) = 0,6$

a) $P(\text{Все высшего качества}) = P(1\odot) \cdot P(2\odot) \cdot P(3\odot)$
 $= 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 0,336$

b) $P(2 \text{ высшего качества}) = P(1\odot) \cdot P(2\odot) \cdot P(3\odot) +$
 $+ P(1\odot) \cdot P(2\odot) \cdot P(3\odot) + P(1\odot) \cdot P(2\odot) \cdot P(3\odot) =$

$= 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,6 + 0,7 \cdot 0,2 \cdot 0,6 + 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,4 = 0,452$

c) $P(X_0 \text{ из } 861 \text{ } \odot) = 1 - P(\text{Все } \odot) = 1 - 0,3 \cdot 0,2$
 $\cdot 0,4 = 0,876$

4.8. A_1 - количество 1 ранга (10 шт)

A_2 - количество 2 ранга (15 шт)

B - сдача в бакно

$P(B|A_1) = 0,9; P(B|A_2) = 0,7$

a) $P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) = \frac{10}{25} \cdot 0,9 + \frac{15}{25} \cdot 0,7 = 0,78$

b) По определению бинома:

$P(A_1|B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B|A_1)}{P(B)} = \frac{\frac{10}{25} \cdot 0,9}{0,78} = \frac{6}{13} \approx$

$\approx 0,4615$

Kaparawob S.T.; P3210; *Tauf*

5.8 $P(\text{spark}) = p = 0,1$; $P(\text{no spark}) = q = 1 - p = 0,9$
 $n = 8$.

$$P(X=k) = C_8^k \cdot (0,1)^k \cdot 0,9^{8-k}$$

$$\text{a)} P(X=2) = C_8^2 \cdot 0,1^2 \cdot 0,9^6 \approx 0,1488$$

$$\text{b)} P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - C_8^0 0,1^0 0,9^8 - C_8^1 0,1^1 0,9^7 \approx 1 - 0,8131 \approx 0,1869$$

$$\text{b)} P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \approx 0,8131 + 0,1488 \approx 0,9619$$

6.8 $p = 2 \frac{\text{max}}{\text{min}}$; $n = 5$ auss. $\Rightarrow \alpha = n! = 10$ aus.
 Помогите пылесосу: $P_n(X=k) \approx \frac{\alpha^k \cdot e^{-\alpha}}{k!}$

$$\text{b)} P(X \geq 2) = 1 - P_5(X=0) - P_5(X=1) \approx 1 - \frac{10 \cdot e^{-10}}{0!} - \frac{10 \cdot e^{-10}}{1!} \approx 1 - e^{-10} - 10 \cdot e^{-10} = 1 - 11 \cdot e^{-10} \approx 0,999501$$

У43-18-2

1.8 $p = 0,4$ $n = 4$ $P(X=k) = C_4^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{4-k}$, $k = \overline{0,4}$

$$P_4(X=0) = C_4^0 \cdot 0,4^0 \cdot (1-0,4)^4 = 0,1296$$

$$P_4(X=1) = C_4^1 \cdot 0,4^1 \cdot (1-0,4)^3 = 0,3456$$

$$P_4(X=2) = C_4^2 \cdot 0,4^2 \cdot (1-0,4)^2 = 0,3456$$

$$P_4(X=3) = C_4^3 \cdot 0,4^3 \cdot (1-0,4)^1 = 0,1536$$

$$P_4(X=4) = C_4^4 \cdot 0,4^4 \cdot (1-0,4)^0 = 0,0256$$

В симметричном случае
 $1 \Rightarrow$
 условие нормиро-
 вки выполнено.

X	X_i	0	1	2	3	4
	P_i	0,1296	0,3456	0,3456	0,1536	0,0256

Карачаев А.Г.; Р3210; ~~стар~~

$$F(x) = P\{\omega : X(\omega) < x\}$$

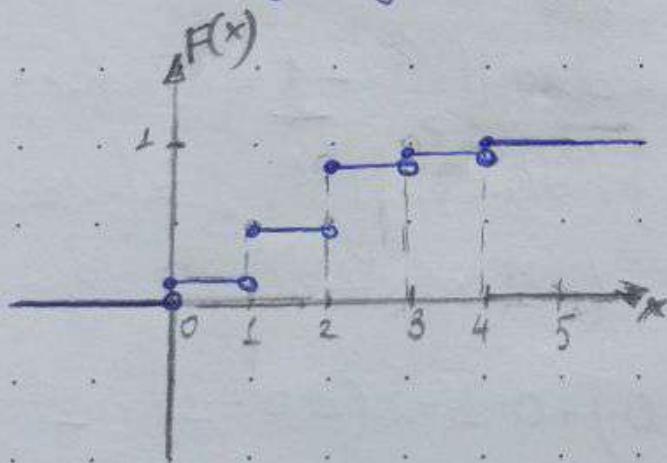
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,1296, & 0 \leq x < 1 \\ 0,4752, & 1 \leq x < 2 \\ 0,8208, & 2 \leq x < 3 \\ 0,9744, & 3 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

$$M(x) = \sum_{i=0}^4 x_i \cdot p_i = np = 4 \cdot 0,4 = 1,6$$

$$D(x) = M((x - M(x))^2) = \sum_{i=0}^4 (x_i - M(x))^2 \cdot p_i =$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{0,96} \approx 0,9798$$

Правильная функция распределения $F(x)$:



2.8

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - \cos x, & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}$$

$$\alpha = 0 \\ \beta = \pi/2$$

Kaparzakov T. T., P32(0), step

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \text{ или } x > \pi/2 \\ \sin(x), & 0 \leq x < \pi/2 \end{cases}$$

NB $B x = \pi/2$
 $F(x)$ не
 имеет изогибов
 но, это ставят
 потому что на интервале

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x) = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx + \int_0^{\pi/2} x \cdot \sin x dx +$$

$$+ \int_{\pi/2}^{+\infty} x \cdot 0 dx = \int_0^{\pi/2} x d(-\cos x) = (-x \cos x + \sin x) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$= (-x \cos x + \sin x + C) \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{\pi}{2} \cdot 0 + 1 + 0 \cdot \cos 0 - 0 = 1$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-1)^2 \cdot f(x) dx = \int_{-\infty}^0 (x-1)^2 \cdot 0 dx + \int_0^{\pi/2} (x-1)^2 \cdot \sin x dx$$

$$+ \int_{\pi/2}^{+\infty} (x-1)^2 \cdot 0 dx = \int_0^{\pi/2} (x-1)^2 \cdot \sin x dx = M(x)$$

$$= \left(\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx + 2 \int_0^{\pi/2} x \sin x dx + \int_0^{\pi/2} \sin x dx \right) \Big|_0^{\pi/2} =$$

$$= \left(\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x d(-\cos x) \right) \Big|_0^{\pi/2} - 2 \cdot 1 + 1 =$$

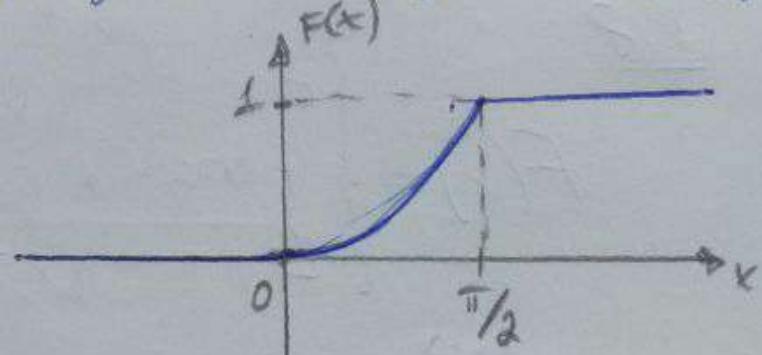
$$= \left(-x^2 \cos x + \int x^2 \sin x d(x^2) \right) \Big|_0^{\pi/2} - 1 = \left(-x^2 \cos x + 2 \int x \sin x dx \right) \Big|_0^{\pi/2} - 1$$

$$- 1 = \left(-x^2 \cos x + 2 \int x d(\sin x) \right) \Big|_0^{\pi/2} - 1 = \left(-x^2 \cos x + 2(x \sin x + \cos x) \right) \Big|_0^{\pi/2} - 1$$

$$= -\frac{\pi^2}{4} \cdot 0 + 2 \left(\frac{\pi}{2} \cdot 1 + 0 \right) + 0 \cdot 1 - 2(0 \cdot 0 + 1) - 1 = \pi - 3$$

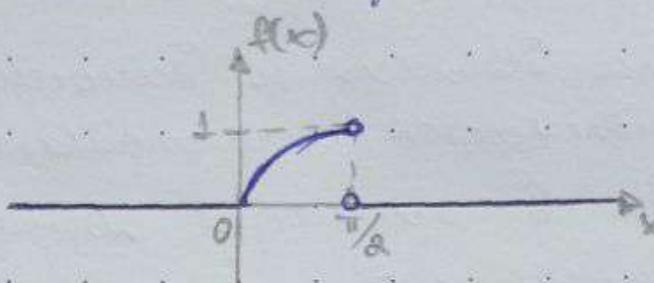
$$P(0 \leq X \leq \pi/3) = F(\pi/3) - F(0) = 1 - \cos(\pi/3) - 1 + \cos(0) = \frac{1}{2}$$

График функции
 $F(x)$



Карачаев Т.Г., РЗ210, $T_{\text{кв}}$

График функции
 $f(x)$



Ответ: $M(x) = 1$

$$D(x) = \pi - 3$$

$$P(0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ или } x > \frac{\pi}{2} \\ \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

3.8 X - с.в. отклонения рулевого механизма
 $X \sim N(0, 3)$;

Изжение высшего критика если $|x| \leq 3,6$.

(Каждый из 100 откликов кон-ва высших судей
на $n=100$ шт.)

$$P(|X| \leq 3,6) = 2 \Phi\left(\frac{3,6}{3}\right) \cancel{=} = 2 \Phi(1,2) \cancel{=} =$$
$$\approx 2 \cdot 0,3849 = 0,7698$$

И \hat{Y} -количество высшего критика среди 100, $\hat{Y} \sim$
 $\sim \text{Bin}(n=100, p=0,7698)$,

$$\text{Тогда } M(Y) = np = 100 \cdot 0,7698 \approx 77$$

Ответ: 77

4.8 $P(\text{брюка}) = p = 0,1$

Работы не проинспектированы \Leftrightarrow бракованых

И X - кон-во бракованых изделий в партии
из n штук, то же, что $P(X \geq 10) = 0,6$, на n шт

$$\text{т.е. } X \sim \text{Bin}(n; 0,1)$$

Караганов Т.Г.; РЗ210; ~~Теор~~

При больших n биномиальное распределение приближается нормальным $\Rightarrow X \sim N(0,1n, \sqrt{n}0,1n)$.
Мы в нормальном распределении
знаем мат. ожидание и дисперсию биномиального
распределения.

Тогда имеем:

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10) \approx 1 - \Phi\left(\frac{10 - 0,1n}{0,3\sqrt{n}}\right) = 0,6$$

$$\Phi_0\left(\frac{10 - 0,1n}{0,3\sqrt{n}}\right) + 0,5 = \Phi\left(\frac{10 - 0,1n}{0,3\sqrt{n}}\right) = 0,4$$

$$\Phi_0\left(\frac{10 - 0,1n}{0,3\sqrt{n}}\right) = -0,1 \Rightarrow \Phi_0\left(-\frac{10 - 0,1n}{0,3\sqrt{n}}\right) = 0,1$$

$$\text{Значит, } -\frac{10 - 0,1n}{0,3\sqrt{n}} = 0,26$$

$$10 - 0,1n = -0,26 \cdot 0,3\sqrt{n}$$

$$n - 0,78\sqrt{n} - 100 = 0.$$

Решим квадратное ур-е получив, что
 $n \approx 108,1101 \approx 108$.

Ответ: 108