

# Домашнее задание

В-8

УДЗ-18.1

1.8  $A_3^4 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$

2.8  $P(\text{первый раз выбрать розу}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$P(\text{второй раз выбрать розу}) = \frac{3}{5}$

г.к они  
независимые

$P(\text{обе лампы горят}) = P(\text{первая горит})$

$\cdot P(\text{вторая горит}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0,4$

3.8  $P(1 \odot) = 0,7$ ;  $P(2 \odot) = 0,8$ ;  $P(3 \odot) = 0,6$

а)  $P(\text{все высшего качества}) = P(1 \odot) \cdot P(2 \odot) \cdot P(3 \odot)$   
 $= 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 0,336$

б)  $P(2 \text{ высшего качества}) = P(1 \odot) \cdot P(2 \odot) \cdot P(3 \odot) +$   
 $+ P(1 \odot) \cdot P(2 \otimes) \cdot P(3 \odot) + P(1 \otimes) \cdot P(2 \odot) \cdot P(3 \odot) =$   
 $= 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,6 + 0,7 \cdot 0,2 \cdot 0,6 + 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,4 = 0,452$

в)  $P(\text{хотя бы 1 } \odot) = 1 - P(\text{все } \otimes) = 1 - 0,3 \cdot 0,2$   
 $\cdot 0,4 = 0,976$

4.8  $A_1$  - компьютер 1 типа (10 шт)

$A_2$  - компьютер 2 типа (15 шт)

$B$  - сбоя не было

$P(B|A_1) = 0,9$ ;  $P(B|A_2) = 0,7$

а)  $P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) = \frac{10}{25} \cdot 0,9$   
 $+ \frac{15}{25} \cdot 0,7 = 0,78$

б) По формуле Байеса:

$P(A_1|B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B|A_1)}{P(B)} = \frac{\frac{10}{25} \cdot 0,9}{0,78} = \frac{6}{13} \approx$

$\approx 0,4615$

Капаранов Д.Д.; Р3210; Т. 1

5.8  $P(\text{спик}) = p = 0,1$ ;  $P(\text{не спик}) = q = 1 - p = 0,9$   
 $n = 8$ .

$$P(X = k) = C_8^k \cdot (p)^k \cdot q^{8-k}$$

а)  $P(X = 2) = C_8^2 \cdot 0,1^2 \cdot 0,9^6 \approx 0,1488$

б)  $P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - C_8^0 \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^8 - C_8^1 \cdot 0,1^1 \cdot 0,9^7 \approx 1 - 0,8131 \approx 0,1869$

в)  $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \approx 0,8131 + 0,1488 \approx 0,9619$

6.8  $p = 2 \frac{\text{милл}}{\text{мм}}; n = 5 \text{ мм} \Rightarrow a = np = 10 \text{ мм}.$

Поправка Пуассона:  $P_n(X = k) \approx \frac{a^k \cdot e^{-a}}{k!}$

$P_5(X \geq 2) = 1 - P_5(X = 0) - P_5(X = 1) \approx 1 - \frac{10^0 \cdot e^{-10}}{0!} -$

$-\frac{10^1 \cdot e^{-10}}{1!} \approx 1 - e^{-10} - 10 \cdot e^{-10} = 1 - 11 \cdot e^{-10} \approx 0,999501$

У-43-18-2

1.8  $p = 0,4$   
 $n = 4$

$P_4(X = k) = C_4^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{4-k}, k = \overline{0,4}$

$P_4(X = 0) = C_4^0 \cdot 0,4^0 \cdot (1-0,4)^4 = 0,1296$

$P_4(X = 1) = C_4^1 \cdot 0,4^1 \cdot (1-0,4)^3 = 0,3456$

$P_4(X = 2) = C_4^2 \cdot 0,4^2 \cdot (1-0,4)^2 = 0,3456$

$P_4(X = 3) = C_4^3 \cdot 0,4^3 \cdot (1-0,4)^1 = 0,1536$

$P_4(X = 4) = C_4^4 \cdot 0,4^4 \cdot (1-0,4)^0 = 0,0256$

В сумме получилось 1  $\Rightarrow$  условие нормировки выполнено.

X	$X_i$	0	1	2	3	4
		вызоб	вызоб	вызоб	вызоб	вызоб
	$P_i$	0,1296	0,3456	0,3456	0,1536	0,0256

Карачаов П. 7; P3210; стр 10

$$F(x) = P\{\omega : X(\omega) < x\}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,1296, & 0 \leq x < 1 \\ 0,4752, & 1 \leq x < 2 \\ 0,8208, & 2 \leq x < 3 \\ 0,9744, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$

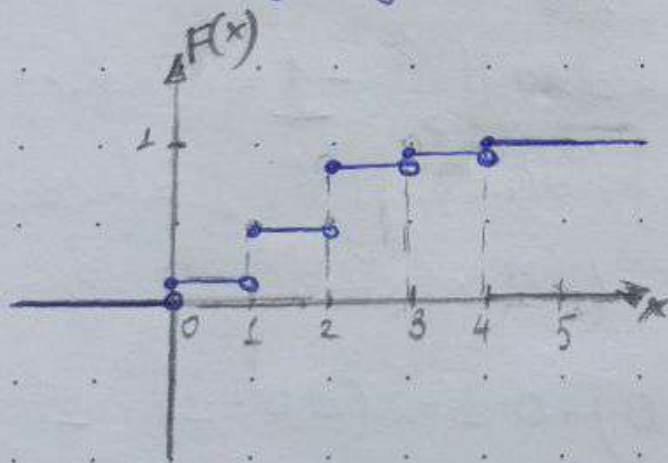
$$M(x) = \sum_{i=0}^4 x_i \cdot p_i = \mu p = 4 \cdot 0,4 = 1,6$$

$$D(x) = M((x - M(x))^2) = \sum_{i=0}^4 (x_i - M(x))^2 \cdot p_i =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{0,96} \approx 0,9798$$

$1 - 0,1296 = 0,8704$

График функции распределения  $F(x)$ :



2.8

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - \cos x, & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}$$

$$\alpha = 0$$

$$\beta = \pi/3$$

Карачаков И. Г., P32(0), ~~Иср~~

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ или } x > \pi/2 \\ \sin(x), & 0 \leq x \leq \pi/2 \end{cases}$$

(NB) В  $x = \pi/2$   
 $F(x)$  не  
 имеет непрерыв-  
 ной, но это не  
 мешает на интервале

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x) = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx + \int_0^{\pi/2} x \cdot \sin x dx + \int_{\pi/2}^{+\infty} x \cdot 0 dx = \int_0^{\pi/2} x d(-\cos x) = (-x \cos x + \int \cos x dx) \Big|_0^{\pi/2} = (-x \cos x + \sin x + C) \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{\pi}{2} \cdot 0 + 1 + 0 \cdot \cos 0 - 0 = 1$$

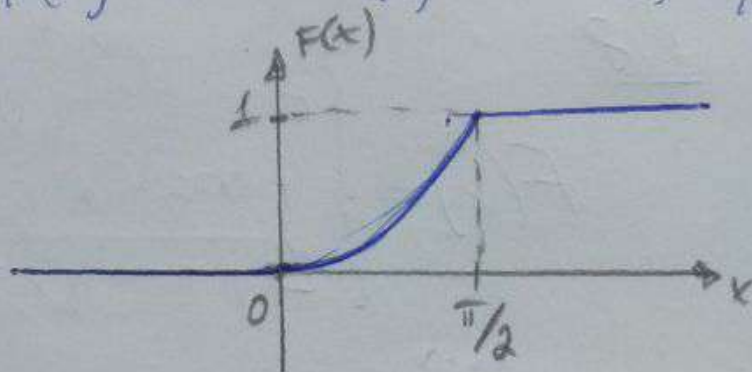
$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-1)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^0 (x-1)^2 \cdot 0 dx + \int_0^{\pi/2} (x-1)^2 \sin x dx + \int_{\pi/2}^{+\infty} (x-1)^2 \cdot 0 dx = \int_0^{\pi/2} (x-1)^2 \sin x dx = \int_0^{\pi/2} (x^2 - 2x + 1) \sin x dx = \int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx - 2 \int_0^{\pi/2} x \sin x dx + \int_0^{\pi/2} \sin x dx$$

$$= \left( \int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx + 2 \int_0^{\pi/2} x \cos x dx + \int_0^{\pi/2} \sin x dx \right) \Big|_0^{\pi/2} = \left( \int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx + 2 \int_0^{\pi/2} x d(\cos x) + \int_0^{\pi/2} \sin x dx \right) \Big|_0^{\pi/2} = \left( -x^2 \cos x + \int \cos x d(x^2) + 2 \int x \cos x dx + \int \sin x dx \right) \Big|_0^{\pi/2} = \left( -x^2 \cos x + 2 \int x d(\sin x) - \int \sin x dx \right) \Big|_0^{\pi/2} = \left( -x^2 \cos x + 2(x \sin x + \cos x) \right) \Big|_0^{\pi/2} - 1$$

$$= -\frac{\pi^2}{4} \cdot 0 + 2\left(\frac{\pi}{2} \cdot 1 + 0\right) + 0 \cdot 1 - 2(0 \cdot 0 + 1) - 1 = \pi - 3$$

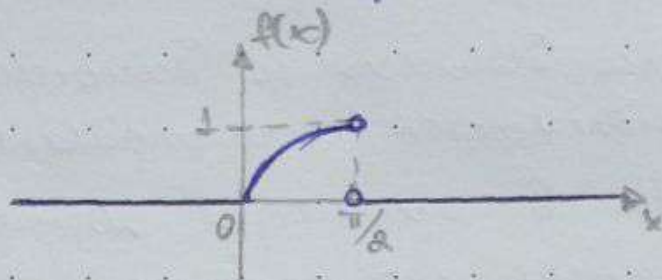
$$P(0 \leq X \leq \pi/3) = F(\pi/3) - F(0) = 1 - \cos(\pi/3) - 1 + \cos(0) = 1/2$$

График функции  
 $F(x)$



Караганов Т.Т., Р3210, П.кф

График функции  
 $f(x)$



Ответ:  $M(x) = 1$

$$D(x) = \pi - 3$$

$$P(0 \leq x \leq \pi/3) = 1/2$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ или } x > \pi/2 \\ \sin x, & 0 \leq x \leq \pi/2 \end{cases}$$

3.8  $X$  - с.в. отклонения рулевого узла  
 $X \sim N(0, 3)$ ;

Узел высшего качества если  $|x| \leq 3,6$ .

Найти вероятность кол-ва высших узлов  
на  $n=100$  шт.

$$P(|x| \leq 3,6) = 2 \Phi\left(\frac{3,6}{\sqrt{3}}\right) = 2 \Phi(1,2) = 2 \cdot 0,3849 = 0,7698$$

$Y$  - число высшего качества среди 100,  $Y \sim$   
 $\sim \text{Bin}(n=100, p=0,7698)$ ;

$$\text{Тогда } M(Y) = np = 100 \cdot 0,7698 \approx 77$$

Ответ: 77

4.8  $P(\text{брака}) = p = 0,1$

Партия не принимается  $\Leftrightarrow$  бракованных  
узлов  $\geq 10$

$X$  - кол-во бракованных узлов в партии

Найти  $n$  такое, что  $P(X \geq 10) = 0,6$ , на  $n$  шт

где  $X \sim \text{Bin}(n, 0,1)$ .

Каратапов Т.Э.; Р3210; Л<sup>100</sup>ар

При больших  $n$  биномиальное распределение принадлежит нормальному  $\Rightarrow X \sim N(0,1n, \sqrt{n \cdot 0,1 \cdot 0,9})$

Мы в параметры нормального распределения кладем мат. ожидание и дисперсию биномиального распределения

Тогда имеем:

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10) \approx 1 - \Phi\left(\frac{10 - 0,1n}{0,3\sqrt{n}}\right) = 0,6$$

$$\Phi\left(\frac{10 - 0,1n}{0,3\sqrt{n}}\right) + 0,5 = \Phi\left(\frac{\omega - 0,1n}{0,3\sqrt{n}}\right) = 0,4$$

$$\Phi\left(\frac{\omega - 0,1n}{0,3\sqrt{n}}\right) = -0,1 \Rightarrow \Phi\left(-\frac{10 - 0,1n}{0,3\sqrt{n}}\right) = 0,1$$

$$\text{Значит, } -\frac{10 - 0,1n}{0,3\sqrt{n}} = 0,26$$

$$\omega - 0,1n = -0,26 \cdot 0,3\sqrt{n}$$

$$n - 0,78\sqrt{n} - 100 = 0.$$

Решив квадратное ур-е получим, что  $n \approx 108,1101 \approx 108$ .

Ответ: **108**