

Группа \_\_\_\_\_ Р3210, Р3208

К работе допущен \_\_\_\_\_

Студент \_\_\_\_\_ Караганов Павел,

Работа выполнена \_\_\_\_\_

Рябов Георгий, Кузнецов Андрей

Преподаватель \_\_\_\_\_ Агабабаев В.А

Отчет принят \_\_\_\_\_

## Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.4

«Исследование равноускоренного вращательного движения (маятник Обербека)»

### 1. Цель работы.

1. Проверка основного закона динамики вращения.
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

### 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.
2. Расчет ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити.
3. Расчет момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.
4. Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения. Проверка основного закона динамики вращения.
5. Исследование зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера.

### 3. Объект исследования

Маятник Обербека

### 4. Метод экспериментального исследования.

1. Снять данные установки, которые остаются постоянными.
2. Многократно измерить время прохождения кареткой заданного расстояния.
3. Построить график зависимости Моментов силы от углового ускорения
4. Построить график зависимости момента инерции от положения грузов на маятнике, относительно крестовины

## 5. Рабочие формулы и исходные данные.

- Второй закон Ньютона для опускающегося груза:

$$ma = mg - T \Rightarrow T = m(g - a)$$

- Зависимость высоты от времени падения тела:

$$h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2}$$

- Связь углового ускорения вращения крестовины и с линейным ускорением груза:

$$\epsilon = \frac{2a}{d}$$

- Момент силы натяжения нити:

$$M = \frac{md}{2}(g - a) = \frac{Td}{2}$$

- Основной закон динамики вращения:

$$I_{\epsilon} = M - M_{\text{тр}}$$

- Связь между моментом инерции и теоремой Штейнера:

$$I = I_0 + 4m_{\text{yt}}R^2$$

- Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle t_j \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_{j,i} - \langle t_j \rangle_N)^2}$$

- Доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка расстояния

$$\Delta h = h_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle h \rangle}$$

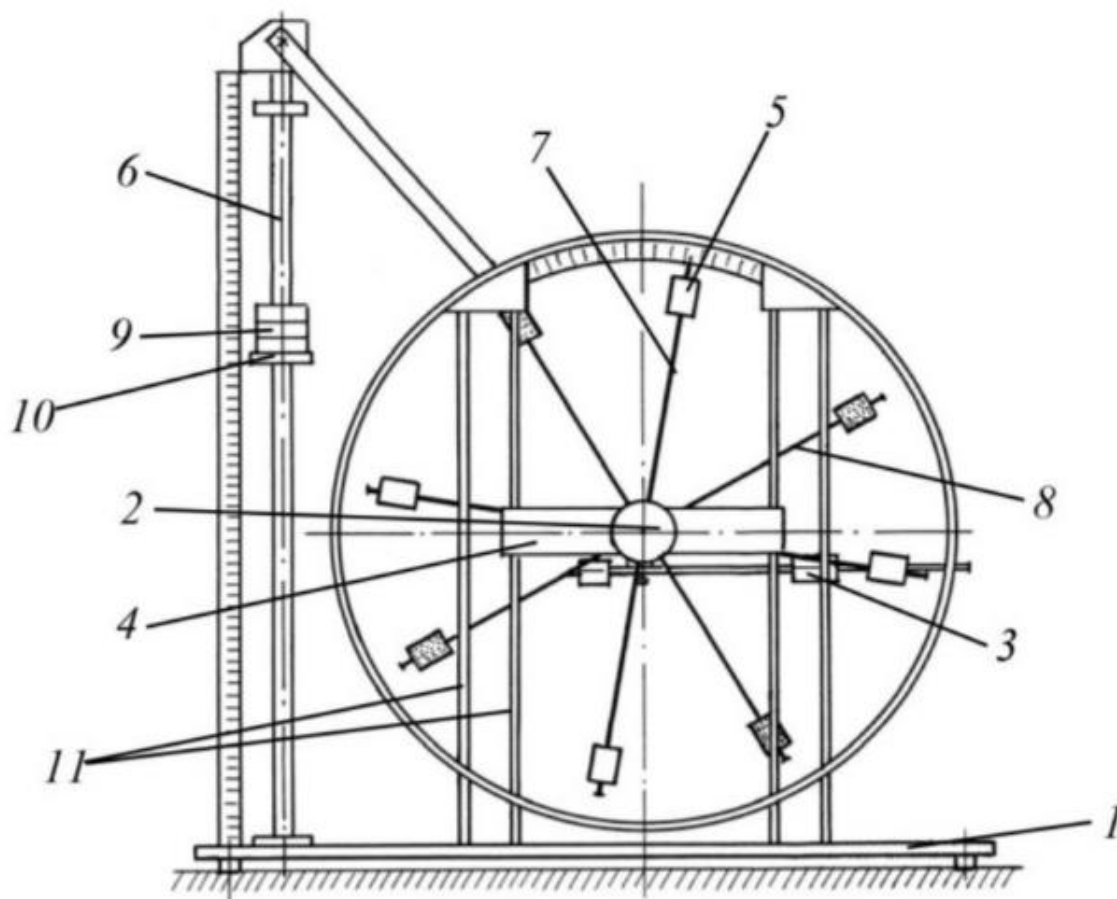
## 6. Измерительные приборы.

Таблица 1. Измерительные приборы.

№	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Цифровой секундомер	цифровой	[0; 10] с	0.005 с
2	Линейка	измерительный	[0; 700] мм	0,5 мм

Параметры установки		
1.	Масса каретки	$(47,0 \pm 0,5) \text{ г}$
2.	Масса шайбы	$(220,0 \pm 0,5) \text{ г}$
3.	Масса грузов на крестовине	$(408,0 \pm 0,5) \text{ г}$
4.	Расстояние первой риски от оси	$(57,0 \pm 0,5) \text{ мм}$
5.	Расстояние между рисками	$(25,0 \pm 0,2) \text{ мм}$
6.	Диаметр ступицы	$(46,0 \pm 0,5) \text{ мм}$
7.	Диаметр груза на крестовине	$(40,0 \pm 0,5) \text{ мм}$
8.	Высота груза на крестовине	$(40,0 \pm 0,5) \text{ мм}$

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).



Маятник Обербека

1. Основание
2. Рукоятка сцепления крестовин
3. Устройства принудительного трения
4. Поперечина
5. Груз крестовины
6. Трубчатая направляющая
7. Передняя крестовина
8. Задняя крестовина
9. Шайбы каретки
10. Каретка
11. Система передних стоек

## 8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

### Задание 1. Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона.

Таблица 2. Результаты прямых измерений

Масса груза, Г	Измерение	Положение утяжелителей					
		1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
267	$t1$	5,94	4,90	5,38	6,68	7,75	8,68
	$t2$	5,83	4,70	5,65	6,66	7,27	8,20
	$t3$	5,96	4,88	5,49	6,67	7,83	8,46
	$tcp$	5,91	4,83	5,51	6,67	7,62	8,45
487	$t1$	3,09	3,42	4,20	4,71	5,68	5,64
	$t2$	3,04	3,57	4,07	4,96	5,47	5,84
	$t3$	2,89	3,54	4,31	4,73	5,78	5,49
	$tcp$	3,01	3,51	4,19	4,80	5,64	5,66
707	$t1$	2,42	2,86	3,45	4,01	4,60	4,98
	$t2$	2,52	2,75	3,52	4,21	4,67	4,95
	$t3$	2,42	2,90	3,38	4,18	4,50	5,23
	$tcp$	2,45	2,84	3,45	4,13	4,59	5,05
927	$t1$	2,12	2,64	3,17	3,49	4,18	4,79
	$t2$	2,31	2,30	2,98	3,68	4,06	4,71
	$t3$	2,40	2,53	3,12	3,51	4,14	4,31
	$tcp$	2,28	2,49	3,09	3,56	4,13	4,60

Для первых значений  $a$ ,  $\varepsilon$  и  $M$  вычислим их погрешности и запишем соответствующие доверительные интервалы.

- $t_{cp} = 5,91 \text{ с}$
- $\sigma_{\langle t_j \rangle} = \sqrt{\frac{1}{3 \cdot 2} \sum_{i=1}^3 (t_i - t_{cp})^2} = 0,04$  – Оценка СКО
- случайная погрешность  $\sigma_{\langle x \rangle} = \sigma_{\langle h \rangle} \cdot t_{\alpha, N} = 0,04 \cdot 4,3 = 0,17 \text{ с}$
- абсолютная погрешность  $\Delta t = \sqrt{(\sigma_{\langle x \rangle})^2 + (0,005)^2} \approx 0,17 \text{ с}$
- относительная погрешность  $\delta_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle_N} \cdot 100\% = \frac{0,17}{5,91} \cdot 100\% \approx 2,9\%$
- $\delta_t = 2,9\%$   $\alpha = 0.95$  - доверительный интервал
- $t = (5,91 \pm 0,17) \text{ с}$

Для каждого измерения подсчитываем *линейное ускорение груза, угловое ускорение крестовины и момент силы тяжести*.

$$a = \frac{2h}{t_{cp}^2} = \frac{2 \cdot 0,7}{5,91^2} = 0,04 \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right]$$

$$\varepsilon = \frac{2a}{d} = \frac{2 \cdot 0,04}{0,05} = 1,74 \left[ \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right]$$

$$M = \frac{md}{2} (g - a) = \frac{0,267 \cdot 0,05}{2} (9,81 - 0,04) = 0,06 [\text{Н} \cdot \text{м}]$$

Таблица 3. Результаты косвенных измерений линейного ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы тяжести.

Масса груза, кг	$t_{cp}$ , с	$a$ , м/с <sup>2</sup>	$\varepsilon$ , с <sup>-2</sup>	$M$ , Н*м
0,27	5,91	0,04	1,74	0,06
	4,83	0,06	2,61	0,06
	5,51	0,05	2,01	0,06
	6,67	0,03	1,37	0,06
	7,62	0,02	1,05	0,06
	8,45	0,02	0,85	0,06
0,49	3,01	0,15	6,73	0,11

	3,51	0,11	4,94	0,11
	4,19	0,08	3,46	0,11
	4,80	0,06	2,64	0,11
	5,64	0,04	1,91	0,11
	5,66	0,04	1,90	0,11
0,71	2,45	0,23	10,11	0,16
	2,84	0,17	7,56	0,16
	3,45	0,12	5,11	0,16
	4,13	0,08	3,56	0,16
	4,59	0,07	2,89	0,16
	5,05	0,05	2,38	0,16
0,93	2,28	0,27	11,74	0,20
	2,49	0,23	9,82	0,20
	3,09	0,15	6,38	0,21
	3,56	0,11	4,80	0,21
	4,13	0,08	3,57	0,21
	4,60	0,07	2,87	0,21

Рассчитаем момент  $I$  инерции крестовины с утяжелителями и момент силы трения  $M_{\text{тр}}$ .

$$M = I\varepsilon + M_{\text{тр}}$$

Пример расчёта момента силы трения (для 1-й риски):

1. Момент силы трения определяется по формуле:

$$M_{\text{тр}} = M - I \times \varepsilon$$

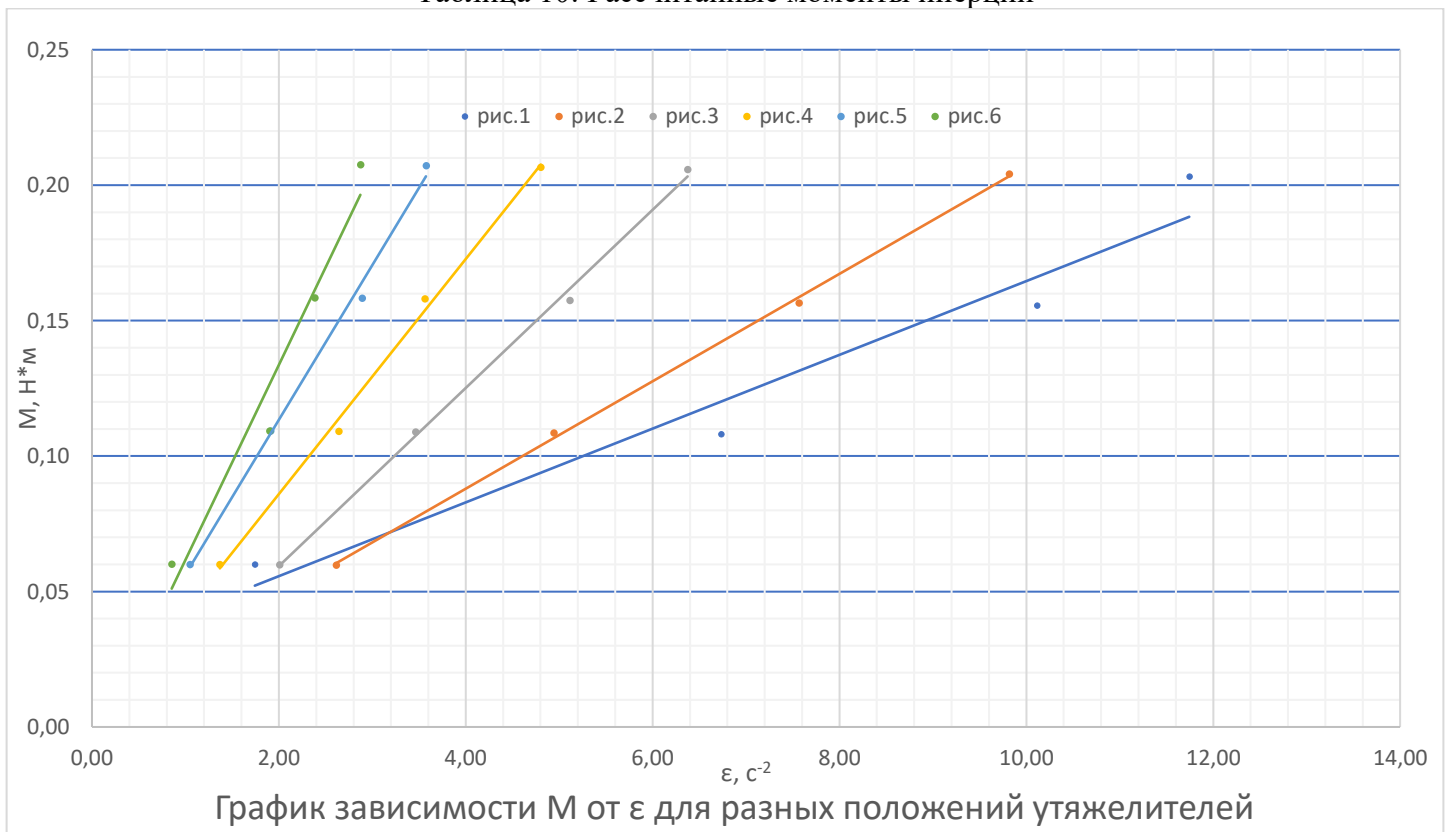
2. Подставляем данные для 1-й риски:

$$M = 0.06 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad I = 0.017 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad \varepsilon = 1.74 \text{ с}^{-2}$$

$$3. M_{tr} = 0.06 - 0.017 \times 1.74 = 0,03 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

	R, м	I, кг*м <sup>2</sup>	ΔI, кг*м <sup>2</sup>	M <sub>тр</sub> , Н*м	ΔM <sub>тр</sub> , Н*м
1 риска	0.077	0.017	0.003	0.001	0.030
2 риска	0.102	0.026	0.013	-0.007	0.076
3 риска	0.127	0.035	0.011	-0.014	0.049
4 риска	0.152	0.043	0.016	-0.002	0.056
5 риска	0.177	0.049	0.018	0.010	0.050
6 риска	0.202	0.070	0.004	0.002	0.009

Таблица 10: Рассчитанные моменты инерции

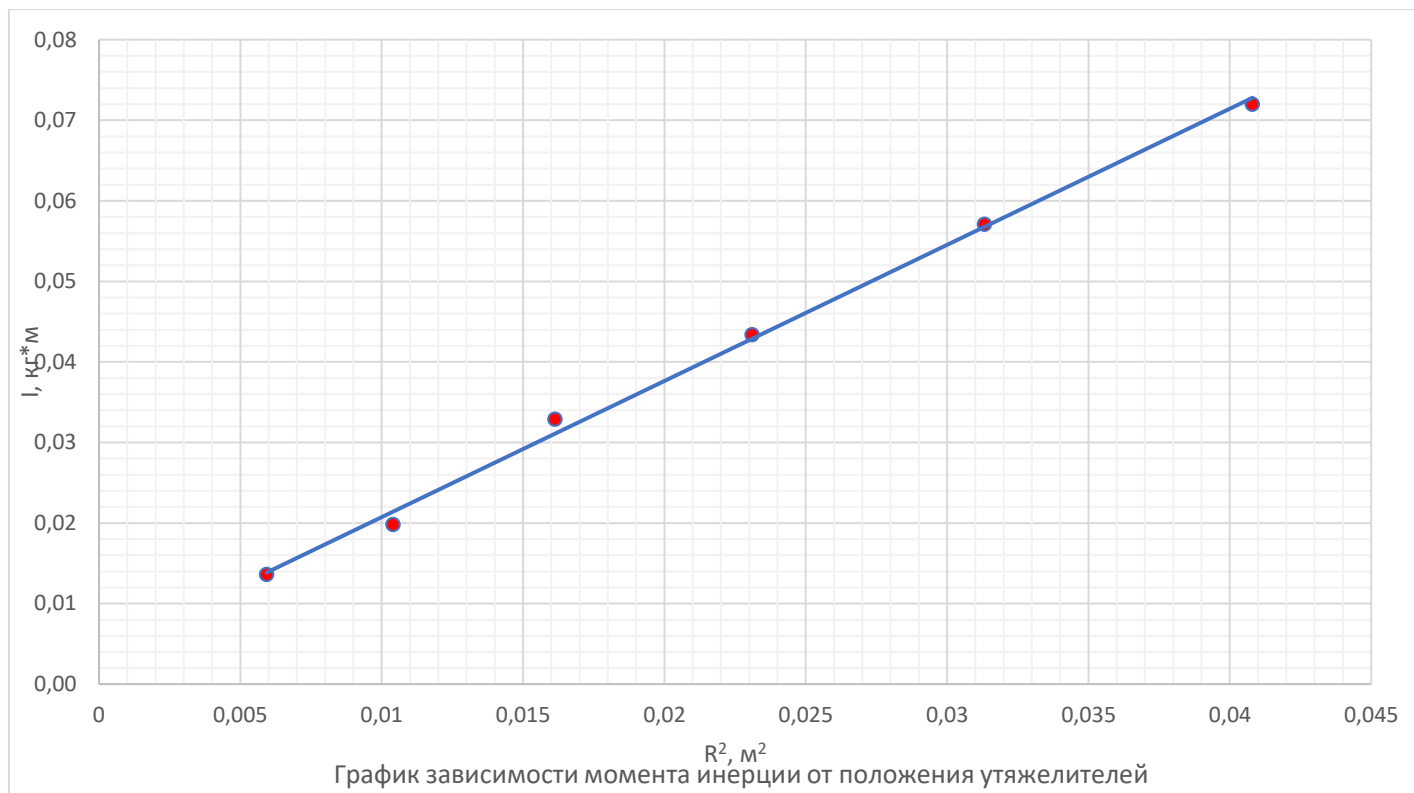




Найдем  $r$  по формуле:

$$R = l_1 + (n - 1) * l_0 + 0,5 * b$$

Номера рисков	1	2	3	4	5	6
$R$	0,077	0,102	0,127	0,152	0,177	0,202
$R^2$	0,005929	0,010404	0,016129	0,023104	0,031329	0,040804
$I$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,07



## 11. Окончательные результаты.

$$a = (0.040 \pm 0.002) \text{ м/с}^2$$

$$\varepsilon = (1.7 \pm 0.1) \text{ с}^{-2}$$

$$M = (0.06 \pm 0.01) \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$m_{\text{ут}} = (0.4 \pm 0.1) \text{ кг}$$

$$I_0 = (0.004 \pm 0.001) \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Относительные погрешности:

$$\delta_a = 5.89 \% \quad \delta_\varepsilon = 5.99 \% \quad \delta M = 1.10 \% \quad \delta_{m(\text{ут})} = 2.85 \% \quad \delta I_0 = 26.0 \%$$

Расчеты выполнены при доверительной вероятности  $\alpha = 0.95$  (доверительная вероятность 95 %, коэффициент Стьюдента  $t(\alpha, N) \approx 4$ ).

## 12. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе выполнения лабораторной работы были достигнуты поставленные цели. Основным законом динамики вращения был проверен, показав, что момент силы натяжения нити линейно зависит от углового ускорения крестовины  $I\varepsilon = M - M_{\text{тр}}$ . Также была подтверждена теорема Штейнера, показавшая, что момент инерции крестовины с утяжелителями увеличивается квадратично с ростом расстояния масс от оси вращения: чем дальше расположены утяжелители, тем больше момент инерции системы.

Обработка результатов, включая измерение времени падения груза и расчет ускорения, углового ускорения и моментов, позволила выполнить все задания. Построенные графики зависимости  $M(\varepsilon)$  и  $I(R^2)$  показали ожидаемые закономерности, а вычисления методом наименьших квадратов помогли определить момент инерции и силу трения. Таким образом, работа наглядно показала, как положение и масса утяжелителей влияют на вращательное движение.