

# ode24-25 年秋冬回忆卷

zjulls

2025 年 1 月 8 日

1. (1)  $xydx + (2x^2 + 3y^2 - 20)dy = 0$

(2)  $yy'' - 2(y')^2 + y(y')^3 = 0$   $y(0) = 1, y'(0) = 3$

(3)  $2yy' - x(y')^2 = 4x$  解通解并判断是否有奇解

2. (1)  $y'' + 4y = \cos x - \sin 2x$

(2)  $x^2y'' + 4xy' + 3y = x$

(3) 
$$\begin{cases} x' = -x + 3y - 3z \\ y' = x + y - 2z \\ z' = x - y \end{cases} \quad x(0) = y(0) = z(0) = 1$$

3.(他这里写的很不科学我改了一下) 已知反应



且反应速率与  $A, B$  剩余物质质量之积成正比, 初始  $A$  10g,  $B$  20g  $C$  0g, 且 20min 后  $C$  6g, 求满足的常微分方程特解以及最后  $C$  的量。

4. 判断零解稳定性 (1) 
$$\begin{cases} x' = -(x+1)^2 + y + (z+1)^3 \\ y' = 20x - 6y(y-1)^2 - 5z \\ z' = (x-z)(x+z+1) \end{cases}$$
 第二行好像不是这样, 但线性近似后是

(2) 
$$\begin{cases} x' = -y(-xy+2) - 3x^3 \\ y' = x(-2xy+1) - 4y^3 \end{cases}$$

5.(1) 求奇点, (2) 判断稳定性, (3) 求奇点类型并, 画线性近似相图 
$$\begin{cases} x' = -2x^2 + 4x - y^2 - 3y \\ y' = xy - x \end{cases}$$

6.(1) 将这个换元代入, (2) 问  $w(x)$  有一个首项为 1 的二次多项式特解解出来它, (3) 问  $w(x)$  有多项式解时  $\lambda$  能取到的所有解  $y = e^{-\lambda x} w(x), \lambda > 0, |y(0)| < +\infty, 0 < \int_{x_0}^{+\infty} x^2 y^2 dx < +\infty$

$$\begin{cases} \lambda^2 y = y'' + 2\frac{y'}{x} + \frac{y}{x} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$
 第一个等式右边第二项好像不太对, 如果我没有计算错误的话化简下来把右边第三项系数改成  $1 + 2\lambda$ , 再化简后就是我算得到的式子

7. 求证解在  $[x_0, +\infty)$  上存在且唯一, 已知  $f(y)$  在  $R$  上单调递增且连续 
$$\begin{cases} y' = -f(y) + 2024 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$