Optimalizácia farbenia grafu genetickým algoritmom

Bc. Jakub Kočalka

Vedoucí: doc. Ing. Jméno Příjmení, Ph.D.



Zadanie



Problémem barvení grafu (Graph Coloring Problem) je problém jak obarvit množinu vrcholů spojených hranami co nejmenším počtem barev tak, aby žádné dva sousední vrcholy neměly stejnou barvu. Tento problém je NP-úplný (neexistuje způsob jak efektivně najít jeho optimální řešení) a je proto úlohou vhodnou pro optimalizaci pomocí evolučních algoritmů.

Implementácia



- Genetický algoritmus bol implementovaný pomocou knižnice PyGad.
- ② Graf bol implemntovaný v jazyku Python, s využitím matice susednosti
- 3

Fitness



- Dve fitness funkcie
 - 1 Fit = $1 |\{v | v \in V, v \text{ is in conflict}\}|/|V|$
 - Použitá s obmedzeným počtom farieb (napríklad ak poznáme chromatické číslo grafu)
 - 2

$$\textit{Fit} = \begin{cases} 1 - |\{v|v \in V, v \text{ is in conflict}\}|/|V| & \textit{numConflicts} = 0\\ 1 + \textit{numVertices} - \textit{numColors} & \textit{otherwise} \end{cases}$$

- Použitá v optimalizačnom móde, s počtom farieb obmedzeným počtom vrcholov
- Po nájdení riešenia

Mutácia



- Mutovať môžme priamo genotyp.
- Farby nemá zmysel meniť inkrementálne; nie je na nich definované žiadne zoradenie
- Nemá zmysel meniť vrcholy/hrany ktoré nie sú v konflikte (mutácia pomocou fenotypu).

Kríženie



- Gény nemajú žiadnu lokálnu závislosť: nemôžme krížiť iba genotyp (napr. Single-Point)
- Musíme využiť vzťahy vo fenotype:
 - Všetky vrcholy/hrany z jedného rodiča vymeníme za príslušné vrcholy/hrany z druhého rodiča

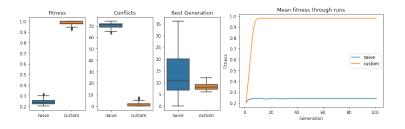
Experiment - Bez optimalizácie



- Obmedzený počet farieb (5)
- Žiadna optimalizácia počtu farieb

	Mean Fitness	Mean Conflict Ratio (%)	Solutions Found (%)	Mean Best Generation
Naive	0.24	70.62	0%	12.99
Custom	0.98	1.84	34%	8.17

Tabulka: Agregované výsledky 100 behov na grafe 1-FullIns4¹



¹Link to Graph

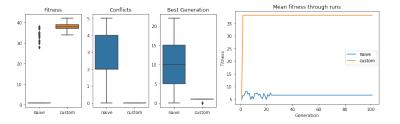
Experiment - Optimalizačný Mód



- Počet farieb obmedzený počtom vrcholov
- Fitness funkcia optimalizuje počet farieb po nájdení riešenia

	Mean Fitness	Mean Conflict Ratio	Solutions Found (%)	Mean Best Generation
Naive	6.54	2.23	0.17	10.52
Custom	38.15	0.00	1.00	0.99

Tabulka: Agregované výsledky 100 behov na grafe 1-FullIns4²



²Link to Graph

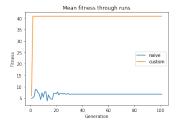
Experiment - Farbenie Hrán

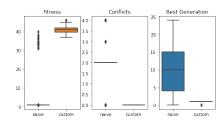


- Počet farieb obmedzený počtom vrcholov
- Fitness funkcia optimalizuje počet farieb po nájdení riešenia

	Mean Fitness	Mean Conflict Ratio	Solutions Found (%)	Mean Best Generation
Naive	6.75	1.95	0.0	10.13
Custom	40.15	0.00	1	0.99

Tabulka: Agregované výsledky 100 behov na grafe 1-FullIns3³





³Link to Graph



- Výsledky dokazujú že genetický algoritmus je schopný ofarbovať grafy. Evolučné riešenie nachádza riešenia v rádovo nižšom čase ako tradičné metódy, ale riešenia nie sú optimálne.
- Algoritmus rýchlo saturuje, nevykazuje schopnosť prekročiť lokálne minimá.
- Čo nebolo skúmané:
 - Vpliv výberu rodičov