

# Relazione progetto BISF - appello del 05/02/2026

## Table of contents:

<u>Breve descrizione di ciascun ETF e motivazione della scelta.....</u>	2
<u>Funzioni utilizzate per scaricare i dati da Yahoo! Finance.....</u>	3
<u>Prime/ultime righe dei dati scaricati:.....</u>	4
<u>Presentazione dei dati (su adj close in 10 anni) con un grafico:.....</u>	5
<u>Rendimento cumulato e composto annuo di ciascun titolo nel periodo:.....</u>	5
<u>Rendimenti semplici e logaritmici e visualizzazione su un grafico:.....</u>	6
<u>istogramma e kernel density, boxplot, qq-plot per ciascuna serie di rendimenti mensili.....</u>	8
<u>Statistiche descrittive univariate annualizzate (media, varianza, deviazione standard, asimmetria, curtosi).....</u>	10
<u>Evoluzione nel tempo di rendimento medio annuo e volatilità (rolling a 12 mesi: ogni punto è calcolato sui 12 mesi precedenti).....</u>	11
<u>Matrice di varianze/covarianze e di correlazione dei rendimenti mensili.....</u>	11
<u>Grafico dell'andamento nel tempo delle correlazioni fra i titoli.....</u>	12
<u>Grafici di dispersione (scatter plots) dei rendimenti di ciascun ETF con l'indice di mercato (^GSPC).....</u>	13
<u>Analisi di previsione con ARIMA.....</u>	14
<u>Strategia Moving Simple Average 20-120 VS Strategia Buy &amp; Hold.....</u>	16
<u>Beta CAPM di ciascun ETF(2014–2024) rispetto al mercato (indice S&amp;P 500, ticker ^GSPC).....</u>	20
<u>Utilizzare <math>\beta</math> per calcolare il rendimento atteso annuo degli ETF utilizzando una propria previsione o stima del rendimento dell'indice S&amp;P500 e rendimento di mercato del T-Bill a 1 anno.....</u>	21
<u>Esposizione di ciascun ETF ai fattori di rischio Fama-French a 3 fattori.....</u>	22
<u>Costruzione del portafoglio ottimale sui primi 108 mesi tramite simulazione Monte Carlo.....</u>	25
<u>Costruzione del portafoglio ottimale sui primi 108 mesi tramite metodo analitico (Markowitz).....</u>	26
<u>Performance portafogli: MVP e MSR (Monte Carlo) vs MVP e MSR (Markowitz) vs Equal-Weight-Portfolio.....</u>	27

# Breve descrizione di ciascun ETF e motivazione della scelta

Gli ETF analizzati sono **ETF settoriali sull'indice S&P 500** (GSPC), ognuno dei quali replica un sottoinsieme dell'S&P 500:

- **XLK – Technology:** aziende tecnologiche (software, hardware, semiconduttori). Settore ad alta crescita e alta volatilità. (Apple, Microsoft, NVIDIA)
- **XLF – Financials:** banche, assicurazioni e servizi finanziari. Molto sensibile ai tassi di interesse e ai cicli economici. (JPMorgan Chase)
- **XLI – Industrials:** industria manifatturiera, trasporti, infrastrutture. Riflette l'andamento dell'economia reale. (Boeing)
- **XLP – Consumer Staples:** beni di prima necessità, settore difensivo con rendimenti più stabili. (Coca-Cola)
- **XLE – Energy:** petrolio, gas ed energia. Fortemente legato ai prezzi delle materie prime e a shock geopolitici. (Chevron)
- **XLY – Consumer Discretionary:** beni e servizi non essenziali. Cresce nei periodi di espansione economica, soffre nelle recessioni. (Amazon, Tesla)

Sono stati scelti per avere settori molto diversi tra loro, alcuni più ciclici e altri più difensivi. Questo consente di osservare come rendimento e volatilità cambiano da un settore all'altro e di confrontare comportamenti differenti all'interno dello stesso mercato, senza uscire dall'universo S&P 500

# Funzioni utilizzate per scaricare i dati da Yahoo! Finance

```
import os
import pandas as pd
import yfinance as yf

tickers = ["XLK", "XLF", "XLI", "XLP", "XLE", "XLY", "GSPC"]
start = "2014-05-31"
end = "2024-05-31"

out_dir = "data"
os.makedirs(out_dir, exist_ok=True)

df = yf.download(
    tickers,
    start=start,
    end=end,
    interval="1d",
    group_by="ticker",
    auto_adjust=False,
    actions=True
)

for t in tickers:
    one = df[t].copy()
    one.index.name = "Date"
    one = one[["Open", "High", "Low", "Close", "Adj Close", "Volume", "Dividends"]]
    one.reset_index().to_csv(os.path.join(out_dir, f"{t}_daily.csv"), index=False)

print("CSV salvati in:", os.path.abspath(out_dir))
```

I dati sono scaricati da Yahoo Finance tramite la libreria 'yfinance', e salvati in formato CSV sotto la cartella 'data'

# Prime/ultime righe dei dati scaricati:

XLF\_daily.csv

	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
0	2014-06-02	18.123478	18.172218	18.034119	18.155972	14.590689	24982776	0.0
1	2014-06-03	18.107229	18.180342	18.074736	18.180342	14.610275	19306758	0.0
2	2014-06-04	18.123478	18.245329	18.123478	18.229082	14.649441	24081684	0.0
	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
2514	2024-05-28	41.520000	41.520000	41.000000	41.150002	40.107937	31004900	0.0
2515	2024-05-29	40.820000	40.950001	40.700001	40.820000	39.786289	40620200	0.0
2516	2024-05-30	40.860001	41.130001	40.759998	41.040001	40.000721	32769300	0.0

XLI\_daily.csv

	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
0	2014-06-02	54.080002	54.360001	53.869999	54.279999	43.856045	7070700	0.0
1	2014-06-03	54.139999	54.320000	54.009998	54.220001	43.807571	4007000	0.0
2	2014-06-04	54.099998	54.259998	54.060001	54.209999	43.799496	3792100	0.0
	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
2514	2024-05-28	124.410004	124.410004	122.529999	122.940002	119.864052	8525400	0.0
2515	2024-05-29	121.900002	121.989998	121.099998	121.199997	118.167564	16725400	0.0
2516	2024-05-30	121.360001	122.120003	121.330002	122.029999	118.976807	7816300	0.0

XLE\_daily.csv

	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
0	2014-06-02	47.700001	47.869999	47.459999	47.595001	30.291199	10151400	0.0
1	2014-06-03	47.485001	47.820000	47.480000	47.759998	30.396204	11997200	0.0
2	2014-06-04	47.680000	47.785000	47.535000	47.735001	30.380299	7373200	0.0
	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
2514	2024-05-28	45.845001	46.275002	45.730000	46.154999	43.578838	28904200	0.0
2515	2024-05-29	46.025002	46.064999	45.134998	45.340000	42.889326	30053600	0.0
2516	2024-05-30	45.240002	45.634998	45.224998	45.470001	42.932072	22731400	0.0

XLK\_daily.csv

	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
0	2014-06-02	18.940001	18.955	18.799999	18.879999	16.335110	10923000	0.0
1	2014-06-03	18.850000	18.895	18.790001	18.850000	16.309156	11338600	0.0
2	2014-06-04	18.820000	18.910	18.770000	18.885000	16.339426	6998400	0.0
	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
2514	2024-05-28	108.205002	108.290001	107.375000	108.050003	106.825783	8786400	0.0
2515	2024-05-29	106.910004	107.879997	106.910004	107.364998	106.148537	8569000	0.0
2516	2024-05-30	106.169998	106.330002	104.589996	104.915001	103.726295	10450600	0.0

XLY\_daily.csv

	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
0	2014-06-02	32.900002	32.974998	32.755001	32.950001	28.854906	6097400	0.0
1	2014-06-03	32.830002	32.950001	32.810001	32.889999	28.802359	4486600	0.0
2	2014-06-04	32.790001	33.084999	32.744999	33.049999	28.942480	4322200	0.0
	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
2514	2024-05-28	87.449997	87.739998	87.084999	87.555000	86.275787	5344200	0.0
2515	2024-05-29	86.900002	87.320000	86.900002	86.980003	85.709183	4344000	0.0
2516	2024-05-30	87.235001	87.739998	87.065002	87.495003	86.216660	4496600	0.0

XLP\_daily.csv

	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
0	2014-06-02	44.959999	45.009998	44.880001	44.93	32.842159	3273000	0.0
1	2014-06-03	44.869999	44.900002	44.750000	44.77	32.725212	2674000	0.0
2	2014-06-04	44.740002	44.990002	44.720001	44.93	32.842159	3149000	0.0
	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Dividends
2514	2024-05-28	76.849998	77.059998	76.220001	76.500000	72.963646	8840700	0.0
2515	2024-05-29	76.089996	76.360001	75.919998	75.949997	72.439064	10402400	0.0
2516	2024-05-30	76.169998	76.360001	75.970001	76.150002	72.629814	7404400	0.0

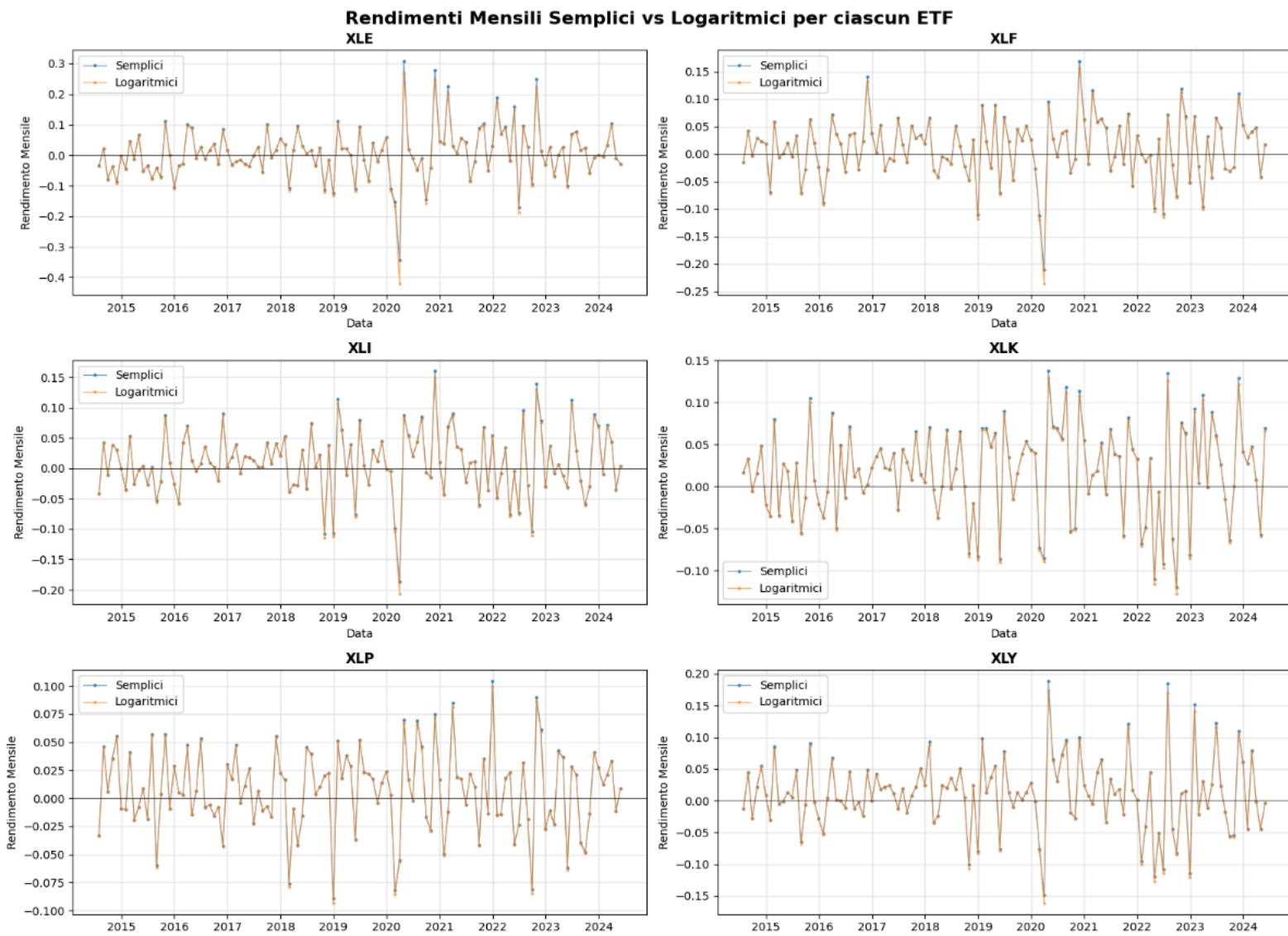
# Presentazione dei dati (su adj close in 10 anni) con un grafico:



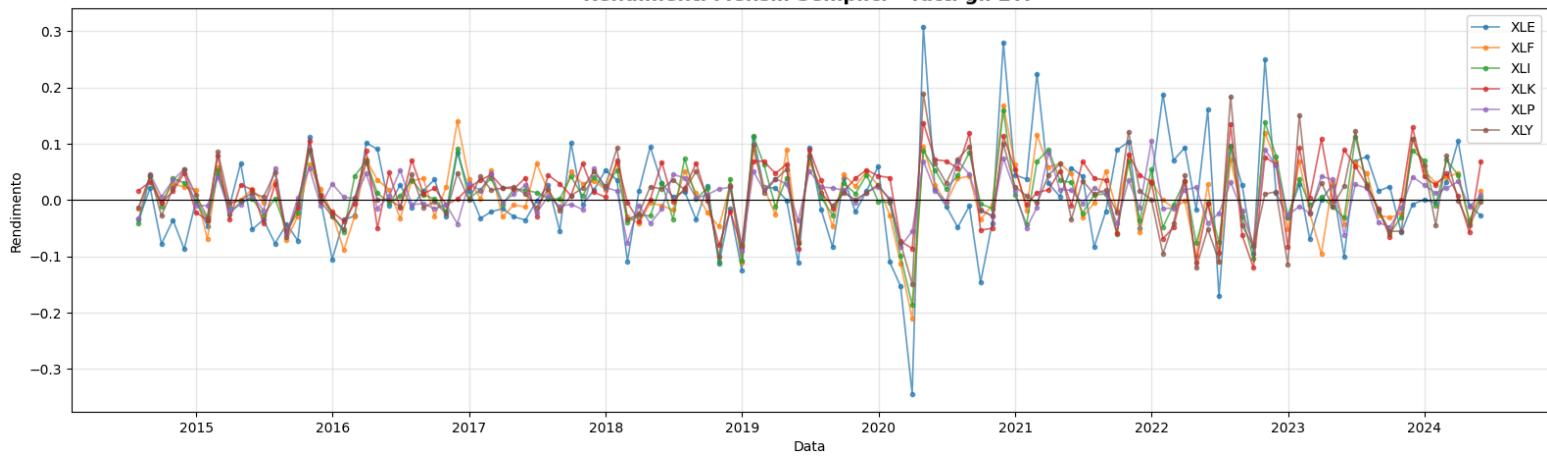
Rendimento cumulato e composto annuo di ciascun titolo nel periodo:

Ticker	Data Iniziale	Data Finale	Prezzo Iniziale	Prezzo Finale	Rendimento Cumulato (%)	CAGR (%)	Anni
XLE	2014-06-02	2024-05-30	30.291199	42.932072	41.731174	3.551624	10.0
XLF	2014-06-02	2024-05-30	14.590689	40.000721	174.152384	10.618866	10.0
XLI	2014-06-02	2024-05-30	43.856045	118.976807	171.289414	10.502721	10.0
XLK	2014-06-02	2024-05-30	16.335110	103.726295	534.989892	20.318294	10.0
XLP	2014-06-02	2024-05-30	32.842159	72.629814	121.148109	8.265960	10.0
XLY	2014-06-02	2024-05-30	28.854906	86.216660	198.793762	11.575724	10.0

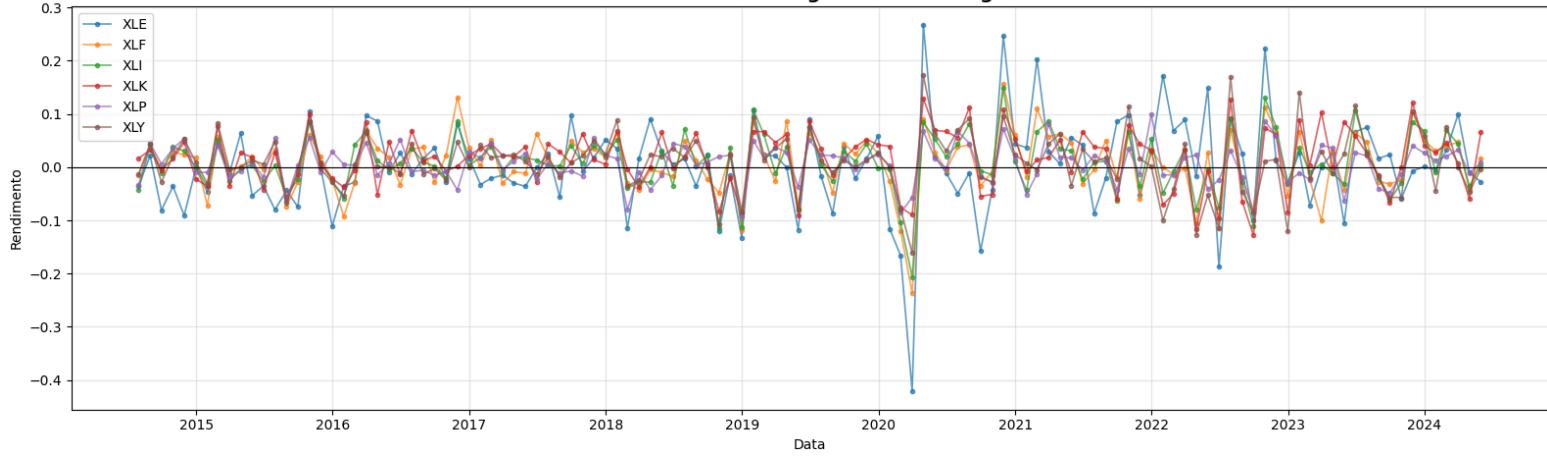
# Rendimenti semplici e logaritmici e visualizzazione su un grafico:



### Rendimenti Mensili Semplici - Tutti gli ETF



### Rendimenti Mensili Logaritmici - Tutti gli ETF



**Q:** che cosa hanno in comune le serie storiche

**A:** Molti movimenti rilevanti avvengono negli stessi intervalli temporali per tutti gli ETF, segnalando la presenza di shock comuni legati a fattori macroeconomici piuttosto che a eventi specifici dei singoli settori. In particolare, tutti gli ETF mostrano una forte instabilità dei rendimenti a causa del COVID (anno 2020)

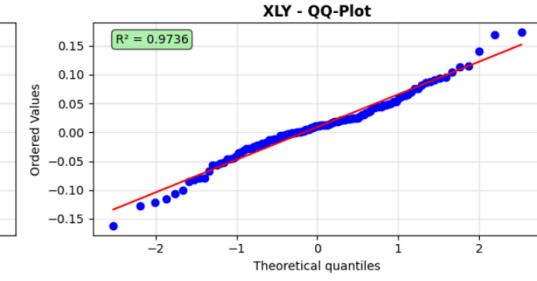
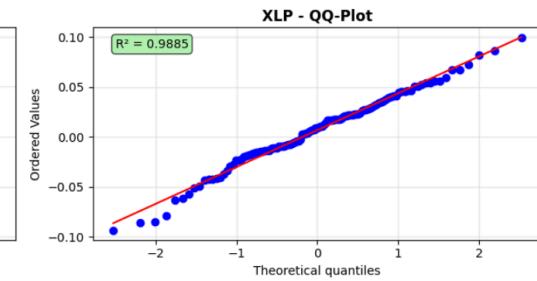
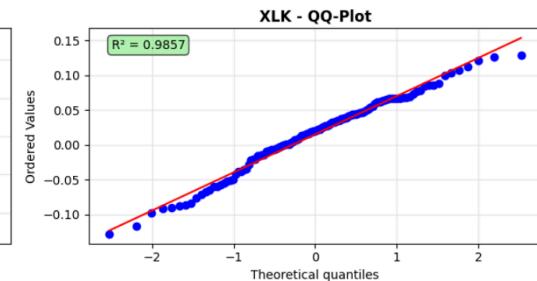
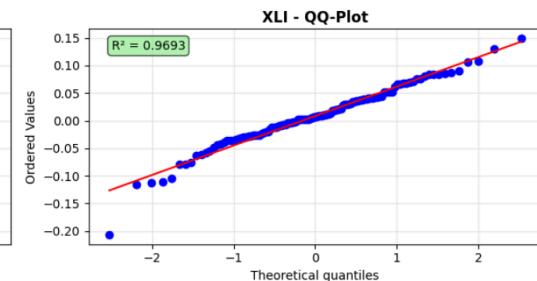
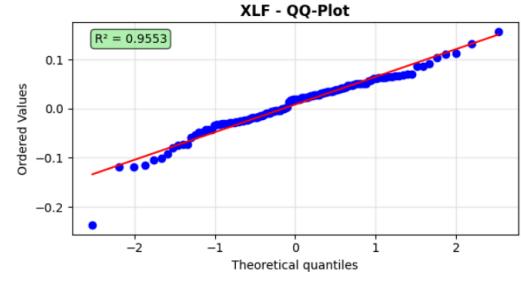
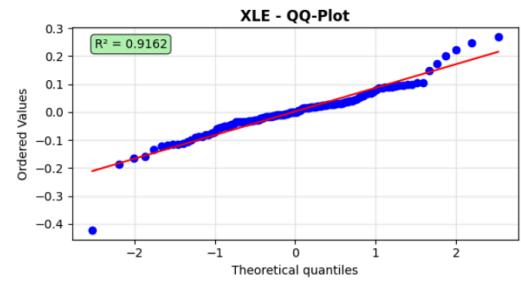
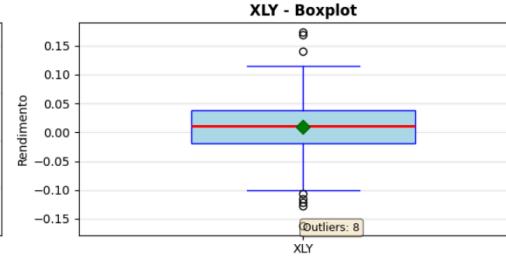
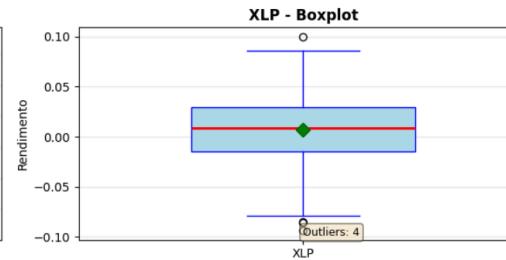
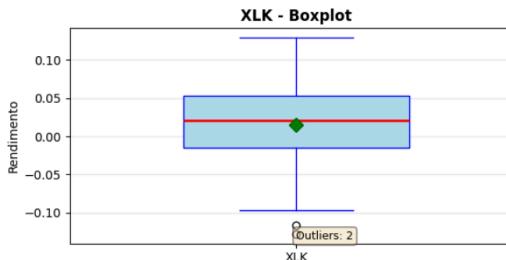
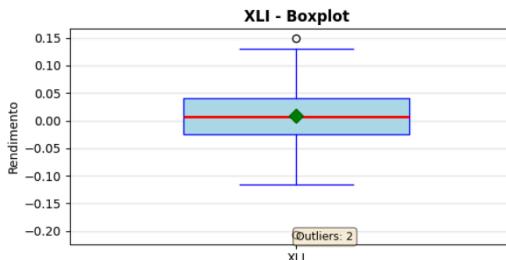
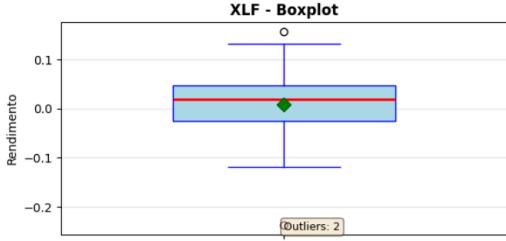
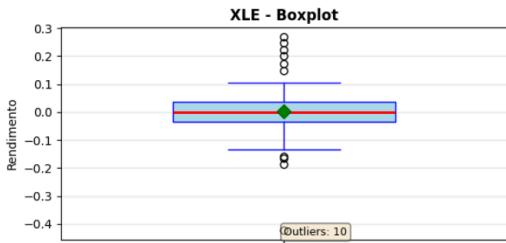
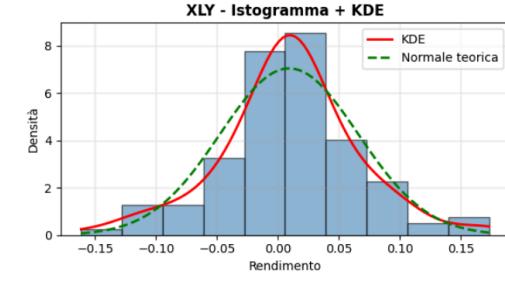
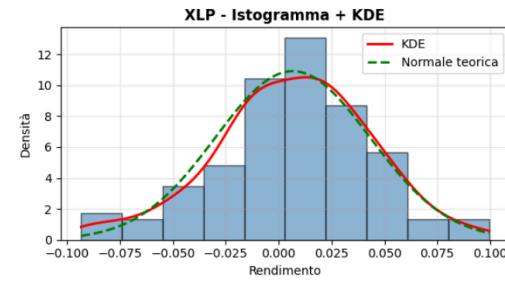
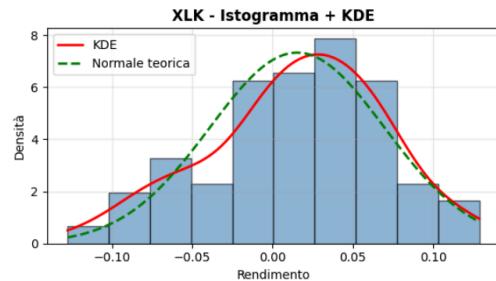
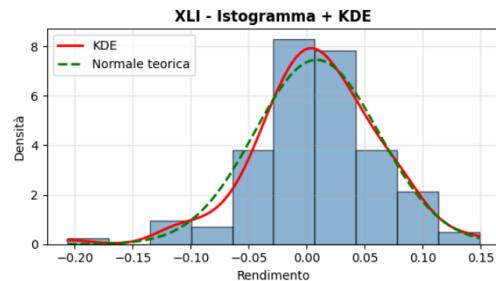
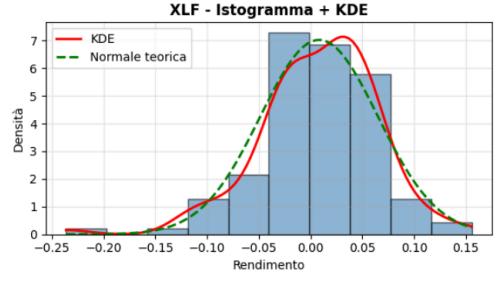
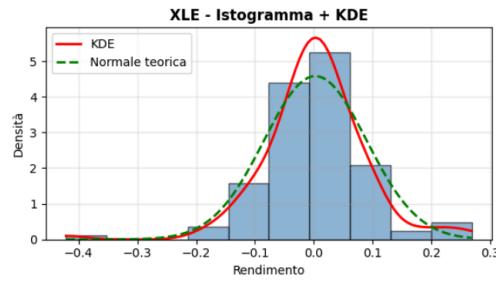
**Q:** c'è una correlazione positiva tra i settori?

**A:** sì, chiaramente positiva. Tutti rappresentano il mercato azionario statunitense e reagiscono agli stessi fattori macroeconomici, come l'andamento dei tassi di interesse, le aspettative di crescita e le fasi di crisi. Nei periodi normali la correlazione è moderata, mentre nei periodi di crisi la correlazione si avvicina verso 1(più correlazione nell'andamento).

**Q:** ci sono momenti di rendimenti molto lontani dalla media?

**A:** sì, anno 2020: COVID, lockdown globali, stop produzione, panico sui mercati. Anno 2022: movimenti forti e negativi causati da inflazione alta e guerra Russia-Ucraina

# istogramma e kernel density, boxplot, qq-plot per ciascuna serie di rendimenti mensili



## STATISTICHE DESCRITTIVE

---

Ticker	N° Outliers	QQ-Plot R <sup>2</sup>
XLE	10	0.916197
XLF	2	0.955279
XLI	2	0.969282
XLK	2	0.985710
XLP	4	0.988493
XLY	8	0.973613

---

- QQ-Plot R<sup>2</sup>: vicino a 1 → distribuzione più normale

**Q1:**Ci sono outliers?

**Q2:** i rendimenti sono distribuiti normalmente?

**A1:** Il metodo più veloce per capire quali e quanti sono gli outliers è osservare il boxplot;

Dunque sì, ogni ETF ha degli outliers, come riportato nell'immagine sopra. Ricordiamo che:

- Q1 = 25° percentile
- Q3 = 75° percentile
- IQR = Q3 – Q1
- Limite inferiore = Q1 – 1.5 · IQR
- Limite superiore = Q3 + 1.5 · IQR

Gli outliers sono qualsiasi osservazioni fuori i limiti.

**A2:** Il metodo più veloce per valutare se i rendimenti si avvicinano a una distribuzione normale è osservare il QQ-plot e l'R<sup>2</sup> della regressione lineare;

Nel QQ-plot:

- X = quantili teorici
- Y = rendimenti mensili ordinate

Ricordiamo che:

R<sup>2</sup> misura quanto i punti del QQ-plot stanno su una retta, dove la retta è la relazione lineare ideale tra quantili teorici e dati osservati

**R<sup>2</sup> = 1** → tutti i punti sono perfettamente sulla retta → distribuzione normale

Più il valore di R<sup>2</sup> si avvicina a 1, più i rendimenti del ETF risultano allineati alla retta del QQ-plot e quindi più si avvicina a una distribuzione normale. **L'ETF che segue di meno una distribuzione normale è XLE**, avendo l'R<sup>2</sup> più lontano da 1 tra tutti gli ETF, infatti è anche quello che ha più outliers.

# Statistiche descrittive univariate annualizzate (media, varianza, deviazione standard, asimmetria, curtosi)

Ticker	Rendimento logaritmico medio annuo	Varianza Annua	Dev. Std. Annua	Asimmetria	Curtosi
XLY	0.108779	0.038475	0.196151	-0.040992	1.125393
XLP	0.080042	0.016060	0.126727	-0.280527	0.299083
XLK	0.184370	0.035560	0.188574	-0.362401	-0.194356
XLI	0.100591	0.034371	0.185394	-0.494755	1.760694
XLF	0.099556	0.038715	0.196762	-0.744394	2.346826
XLE	0.029630	0.091090	0.301812	-0.503216	4.945701

**Q1:** Quali azioni (ETF) hanno il rendimento più basso e più alto?

**Q2:** Quali azioni (ETF) hanno la deviazione standard più alta o più bassa?

RENDIMENTI:

ETF con rendimento più ALTO: XLK (0.1844)

ETF con rendimento più BASSO: XLE (0.0296)

VOLATILITÀ:

ETF con volatilità più ALTA: XLE (0.3018)

ETF con volatilità più BASSA: XLP (0.1267)

**Q:** Quale azione(ETF) ha la distribuzione di rendimenti più vicina o lontana dalla normale?

**A:** Ricordiamo che:

$$Distanza = \sqrt{(Asimmetria)^2 + (Curtosi)^2}$$

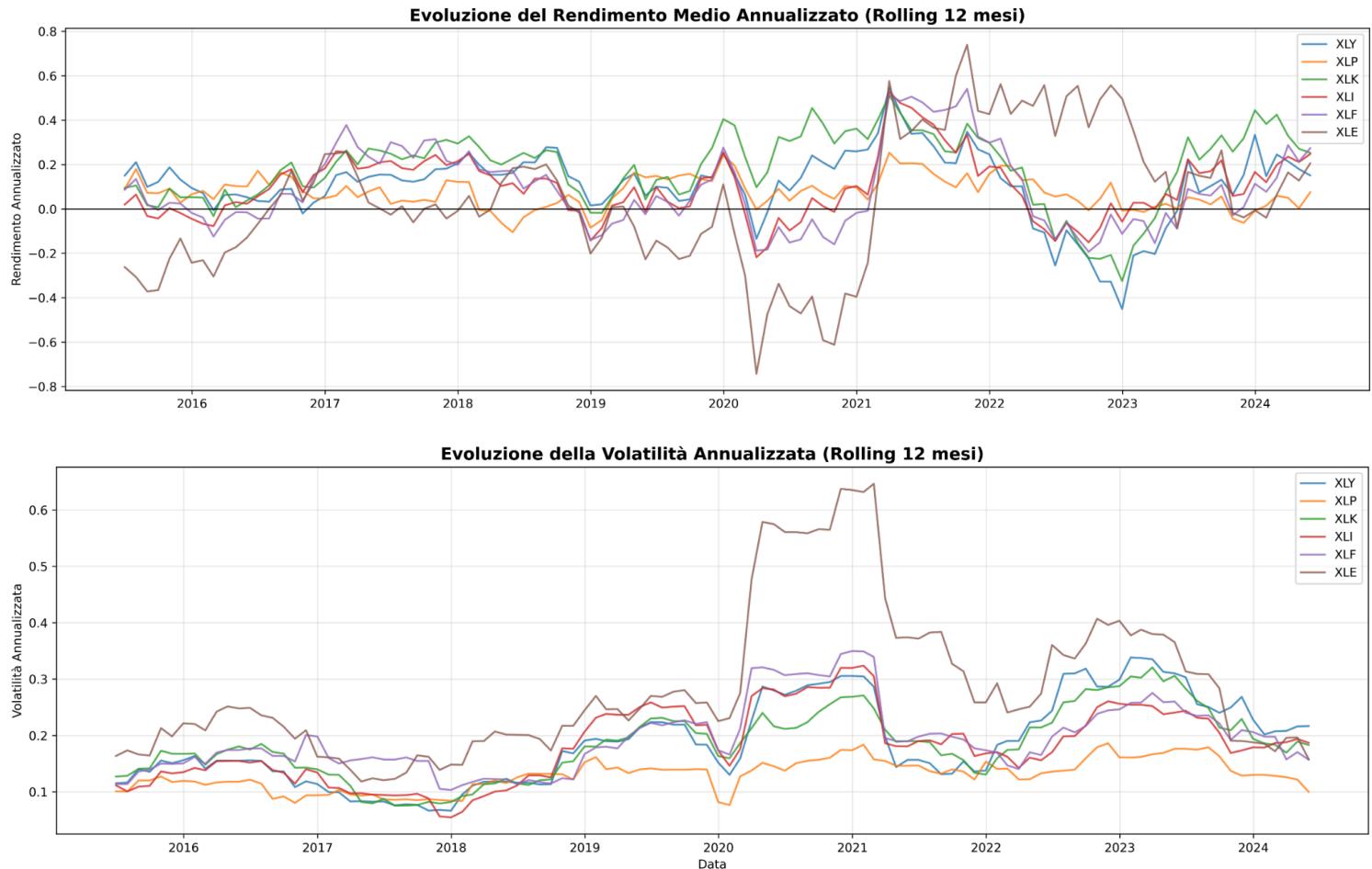
Facendo i calcoli:

NORMALITÀ:

ETF più vicino alla normale: XLP (distanza = 0.4101)

ETF più lontano dalla normale: XLE (distanza = 4.9712)

# Evoluzione nel tempo di rendimento medio annuo e volatilità (rolling a 12 mesi: ogni punto è calcolato sui 12 mesi precedenti)



## Matrice di varianze/covarianze e di correlazione dei rendimenti mensili.

### MATRICE DI VARIANZE/COVARIANZE (Rendimenti Mensili)

	XLE	XLF	XLI	XLK	XLP	XLY
XLE	0.007591	0.003512	0.003090	0.002001	0.001238	0.002470
XLF	0.003512	0.003226	0.002658	0.002002	0.001162	0.002305
XLI	0.003090	0.002658	0.002864	0.002205	0.001347	0.002427
XLK	0.002001	0.002002	0.002205	0.002963	0.001152	0.002639
XLP	0.001238	0.001162	0.001347	0.001152	0.001338	0.001165
XLY	0.002470	0.002305	0.002427	0.002639	0.001165	0.003206

### MATRICE DI CORRELAZIONE (Rendimenti Mensili)

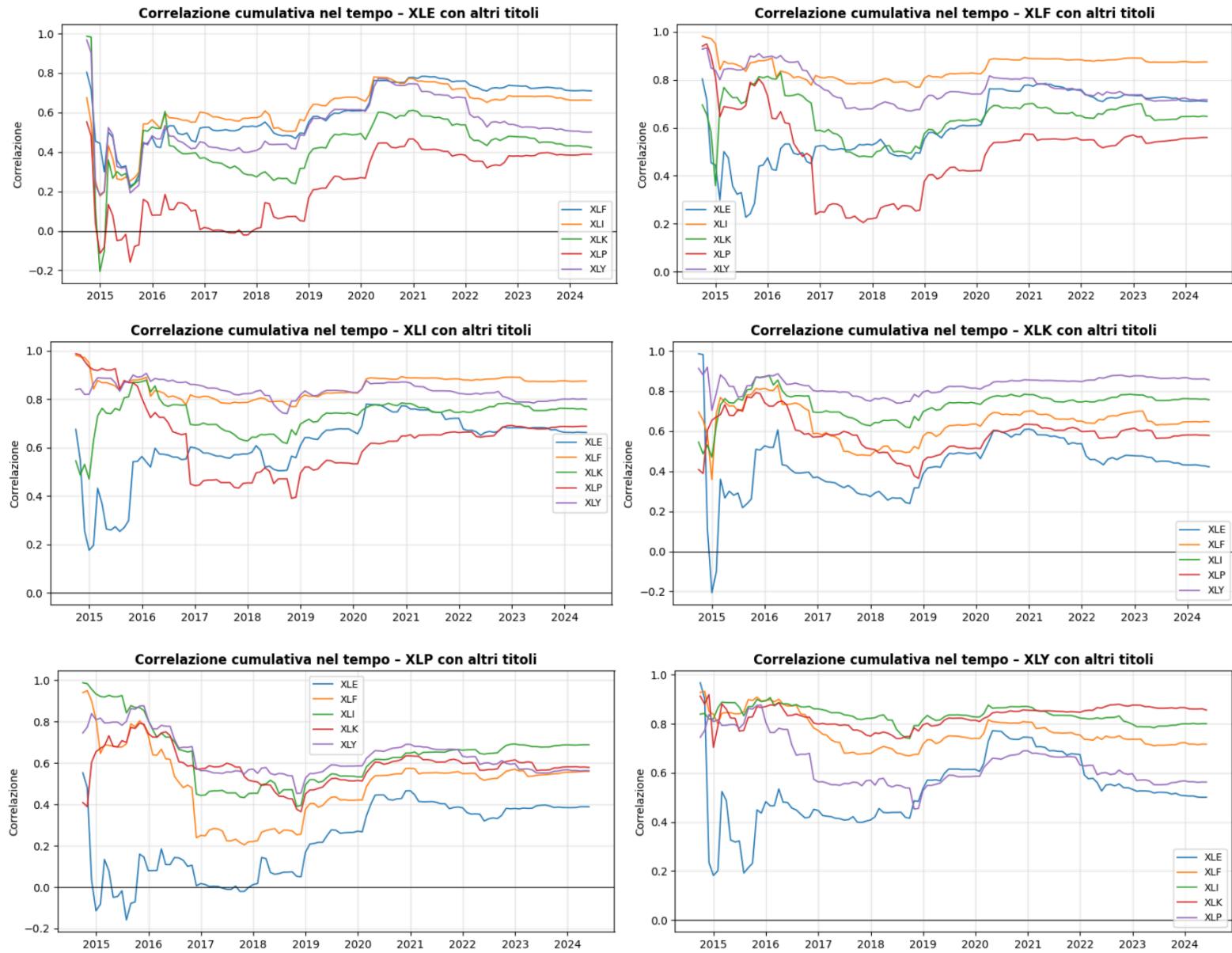
	XLE	XLF	XLI	XLK	XLP	XLY
XLE	1.000000	0.709629	0.662624	0.421964	0.388288	0.500671
XLF	0.709629	1.000000	0.874440	0.647408	0.559322	0.716590
XLI	0.662624	0.874440	1.000000	0.756967	0.688141	0.800719
XLK	0.421964	0.647408	0.756967	1.000000	0.578514	0.856079
XLP	0.388288	0.559322	0.688141	0.578514	1.000000	0.562566
XLY	0.500671	0.716590	0.800719	0.856079	0.562566	1.000000

Q: Quali sono i titoli più correlati? Quali i meno correlati?

TITOLI PIÙ CORRELATI:  
XLF e XLI: 0.8744

TITOLI MENO CORRELATI:  
XLE e XLP: 0.3883

# Grafico dell'andamento nel tempo delle correlazioni fra i titoli



## Commento su correlazione tra ETF e il loro andamento nel tempo

- **2014–2016:** poche osservazioni → correlazioni estreme e non accurate.
- **Dal 2017** in poi: le curve diventano lisce, relazioni strutturali.
- **Post-2020:** aumento netto delle correlazioni (panico comune: Covid).
- **Ultimi anni:** le correlazioni restano alte. Si muovono un po', ma i settori continuano ad andare quasi tutti nella stessa direzione.

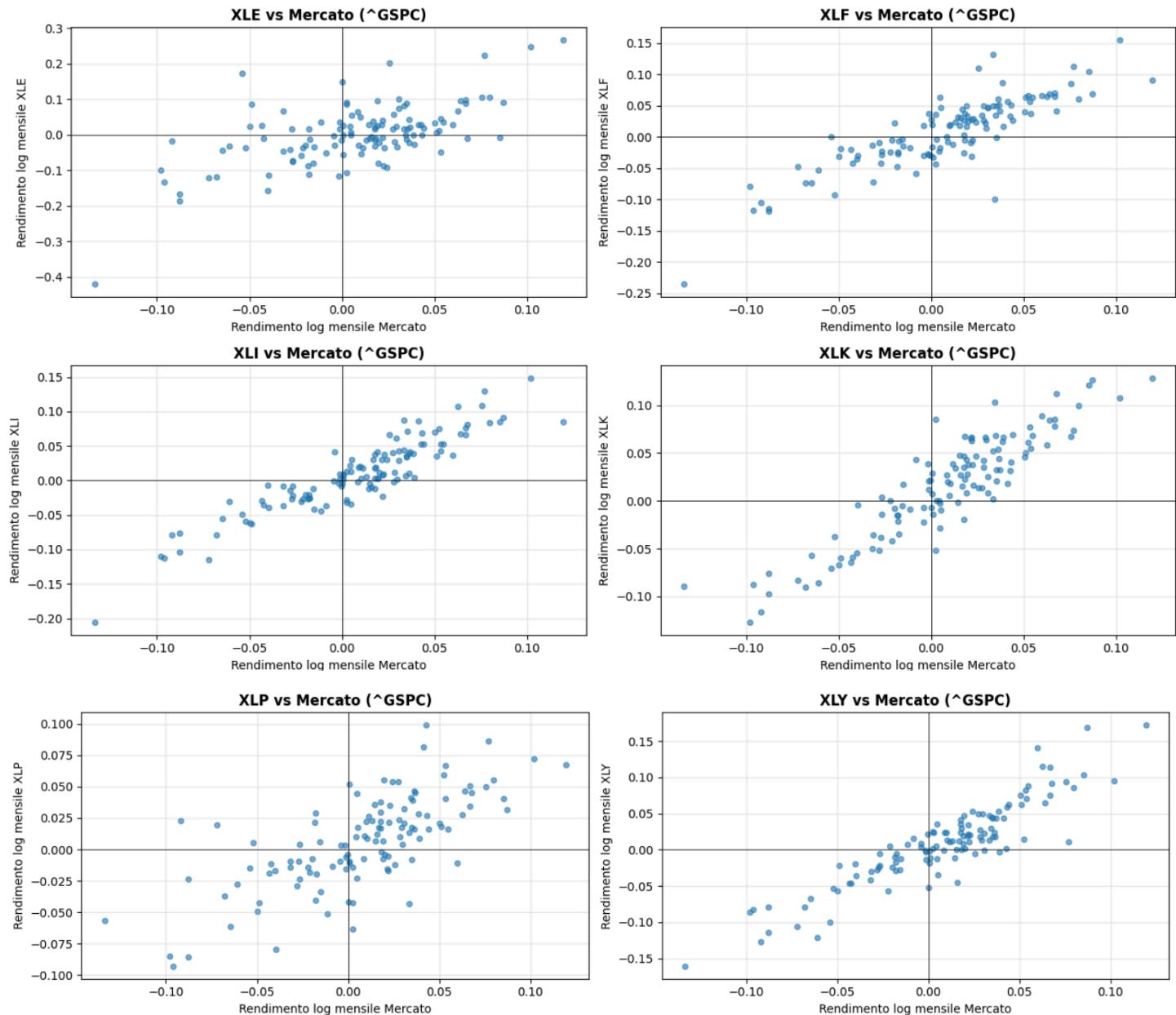
Notiamo inoltre che il settore **XLE (Energy)** risulta il meno correlato con gli altri settori, poiché segue dinamiche autonome, legate al prezzo del petrolio e a fattori geopolitici.

**Q:** Come cambiano le correlazioni in funzione dei rendimenti?

**A:**

- Se i rendimenti mensili degli ETF crescono/scendono nella stessa direzione → correlazione si avvicina a 1
- Se i rendimenti non hanno un movimento comune chiaro → correlazione vicino 0
- Se i rendimenti si muovono in direzioni opposte → correlazione si avvicina -1

# Grafici di dispersione (scatter plots) dei rendimenti di ciascun ETF con l'indice di mercato (^GSPC)



**Q:** La dispersione dei punti negli scatter plot conferma o no la relazione lineare fra i due rendimenti?

**A:** in gran parte sì,

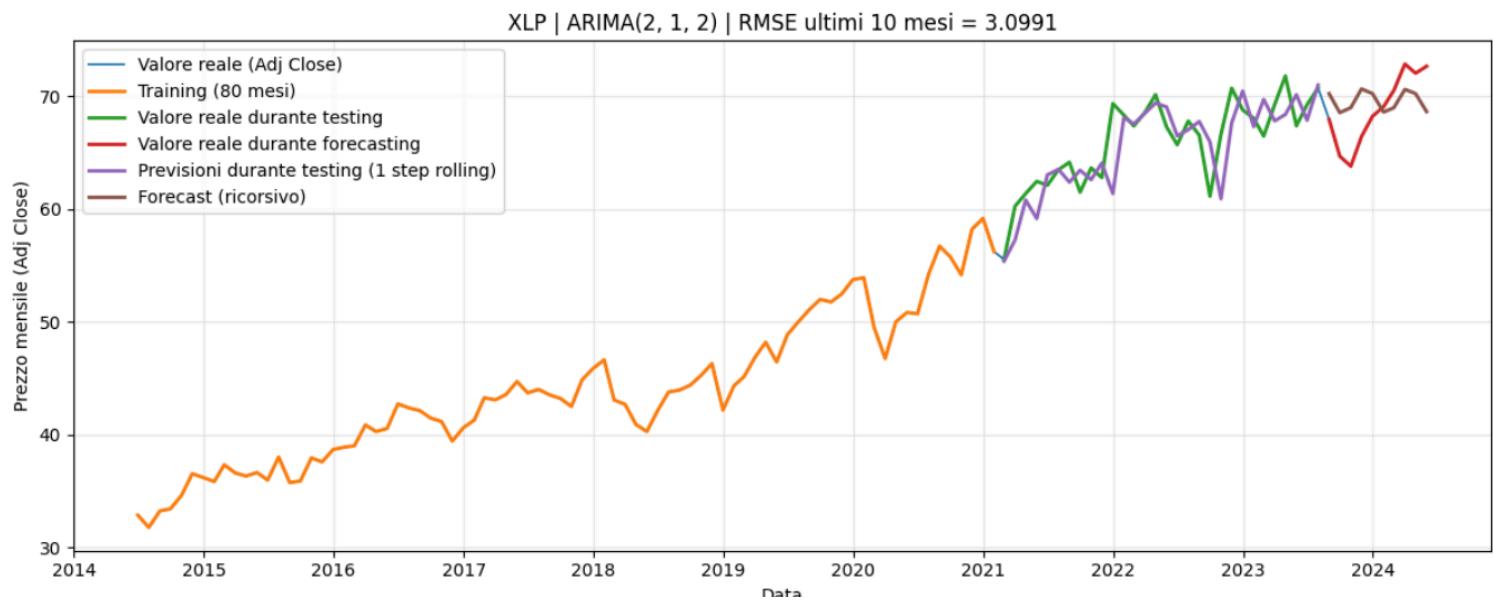
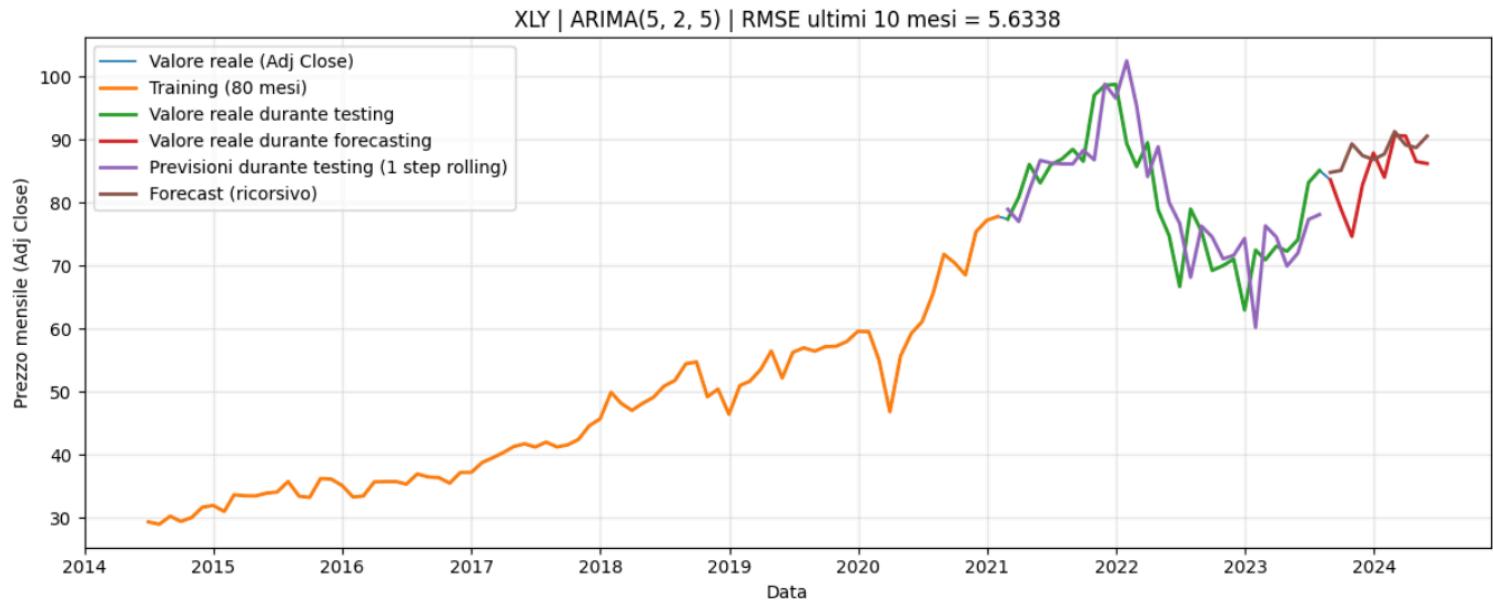
- In tutti gli scatter plot i punti stanno **attorno a una retta crescente** → quando il mercato sale, l'ETF tende a salire; quando scende, tende a scendere.
- Dove è **più sparsa** (XLE, XLP) la relazione è **più debole**, ma comunque presente

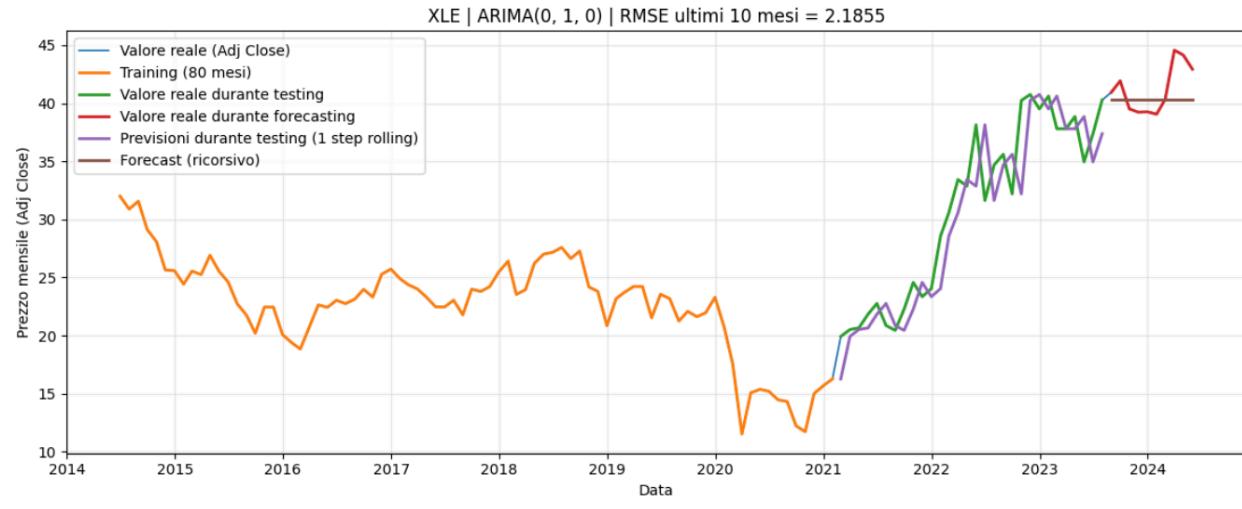
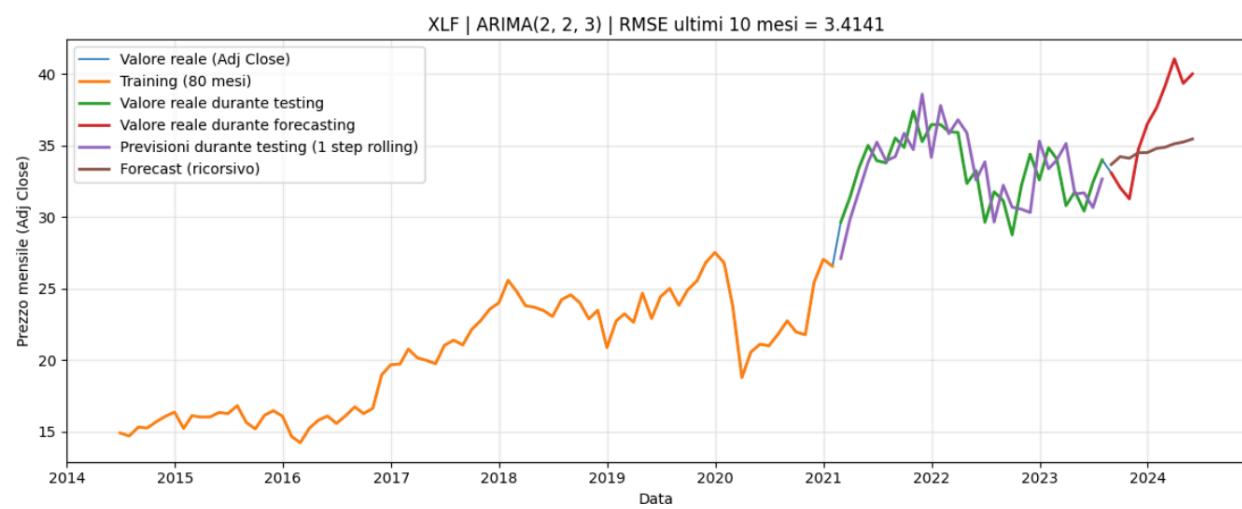
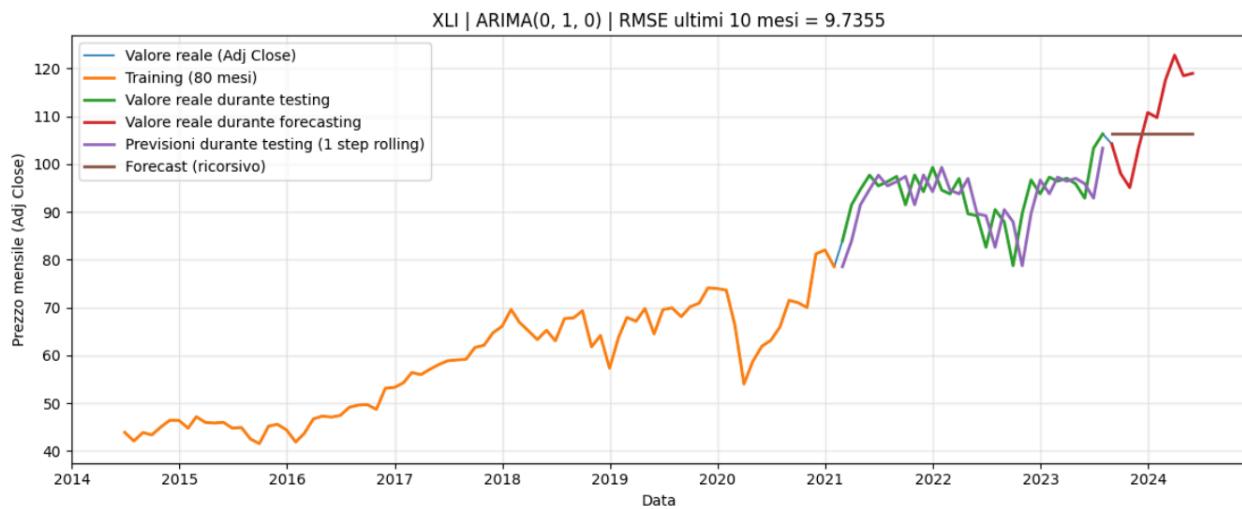
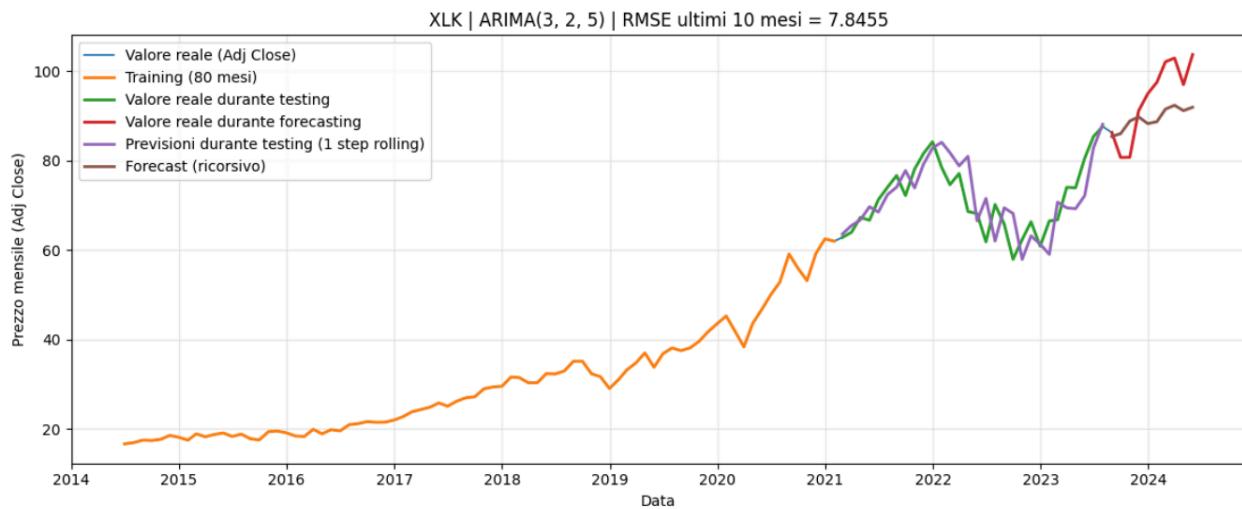
# Analisi di previsione con ARIMA

80 mesi di training, 30 mesi di testing, 10 mesi di forecasting.

Durante il training si prevede l'81° mese, poi si aggiorna il modello con il valore reale dell'81°.

Durante il forecasting la previsione è ricorsiva: si prevede il 111°, si aggiorna con la previsione del 111° e si passa a prevedere il 112°, fino al 120°. I migliori valori  $p,d,q$  del modello ARIMA sono stati trovati tramite grid search, si sceglie quello con AIC minimo.





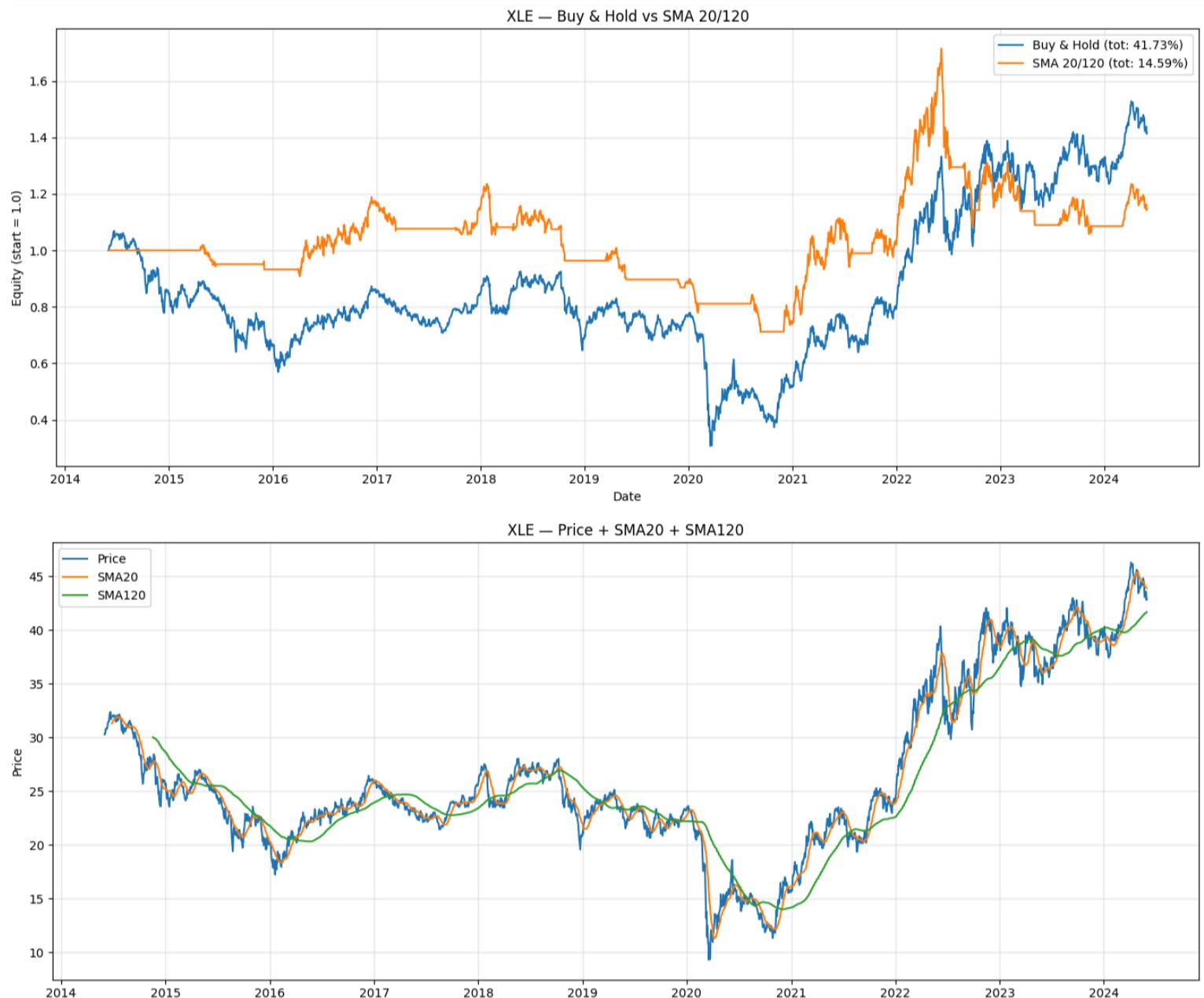
# Strategia Moving Simple Average 20-120 VS Strategia Buy & Hold

Regole operative di strategia SMA 20-120

- **Segnale di acquisto (BUY):** la SMA corta (20) incrocia dal basso verso l'alto la SMA lunga (120).
- **Segnale di vendita (SELL):** la SMA corta incrocia dall'alto verso il basso la SMA lunga.

Regole operative di strategia Buy & Hold

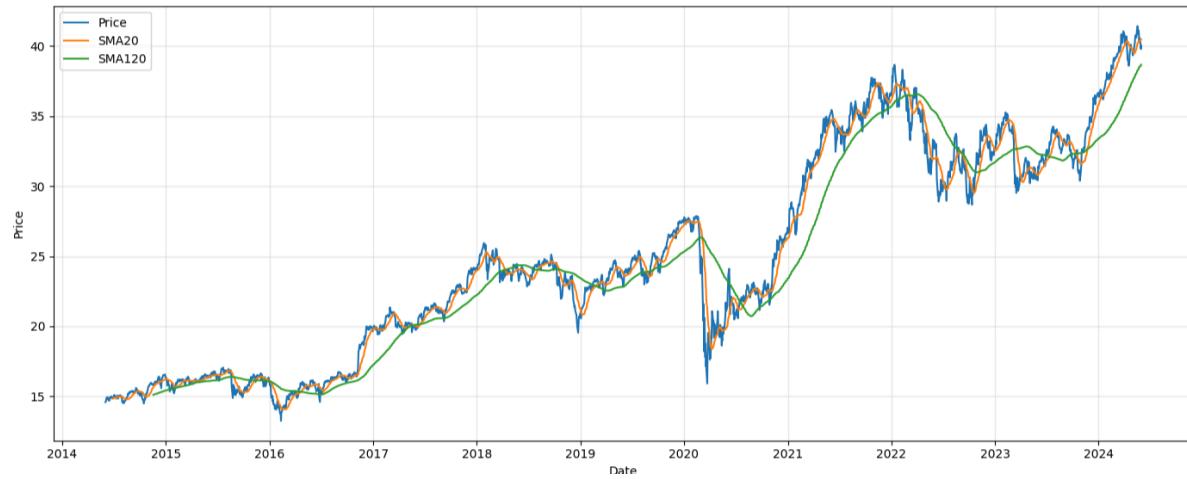
- **BUY:** compri l'asset all'inizio del periodo.
- **HOLD:** lo tieni sempre, e vendi solo alla fine del periodo di analisi.



XLF — Buy &amp; Hold vs SMA 20/120



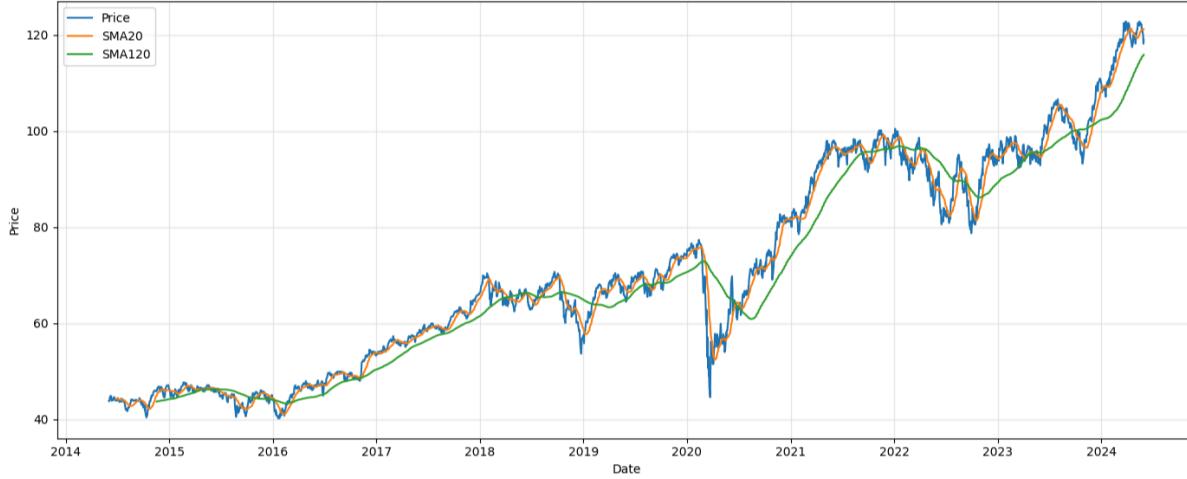
XLF — Price + SMA20 + SMA120



XLI — Buy &amp; Hold vs SMA 20/120



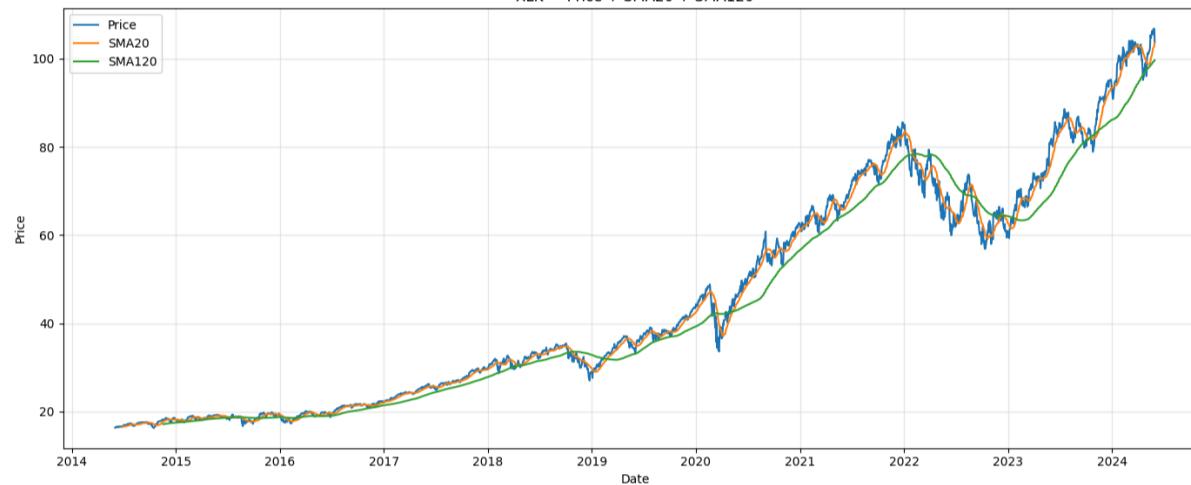
XLI — Price + SMA20 + SMA120



XLK — Buy &amp; Hold vs SMA 20/120



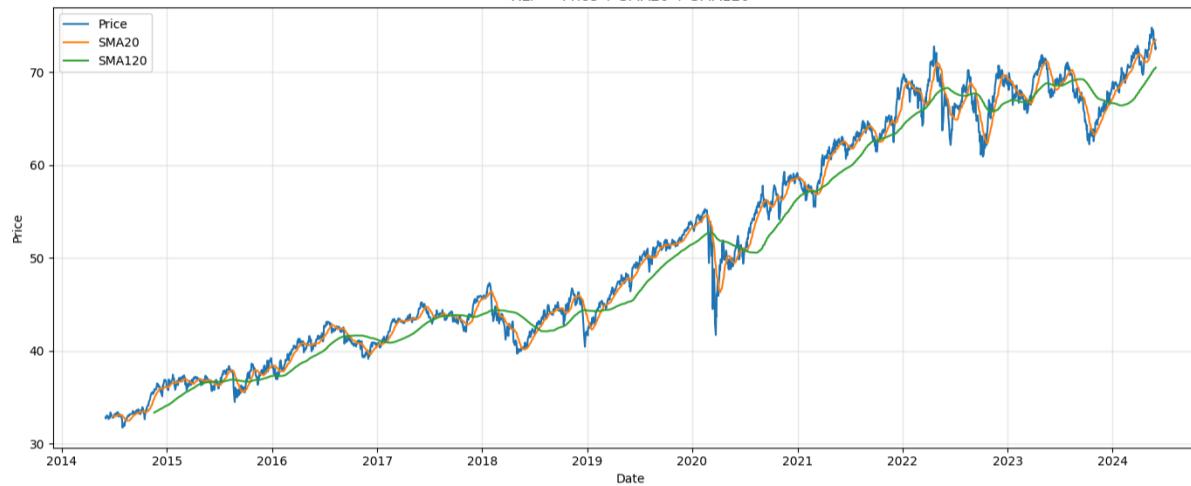
XLK — Price + SMA20 + SMA120

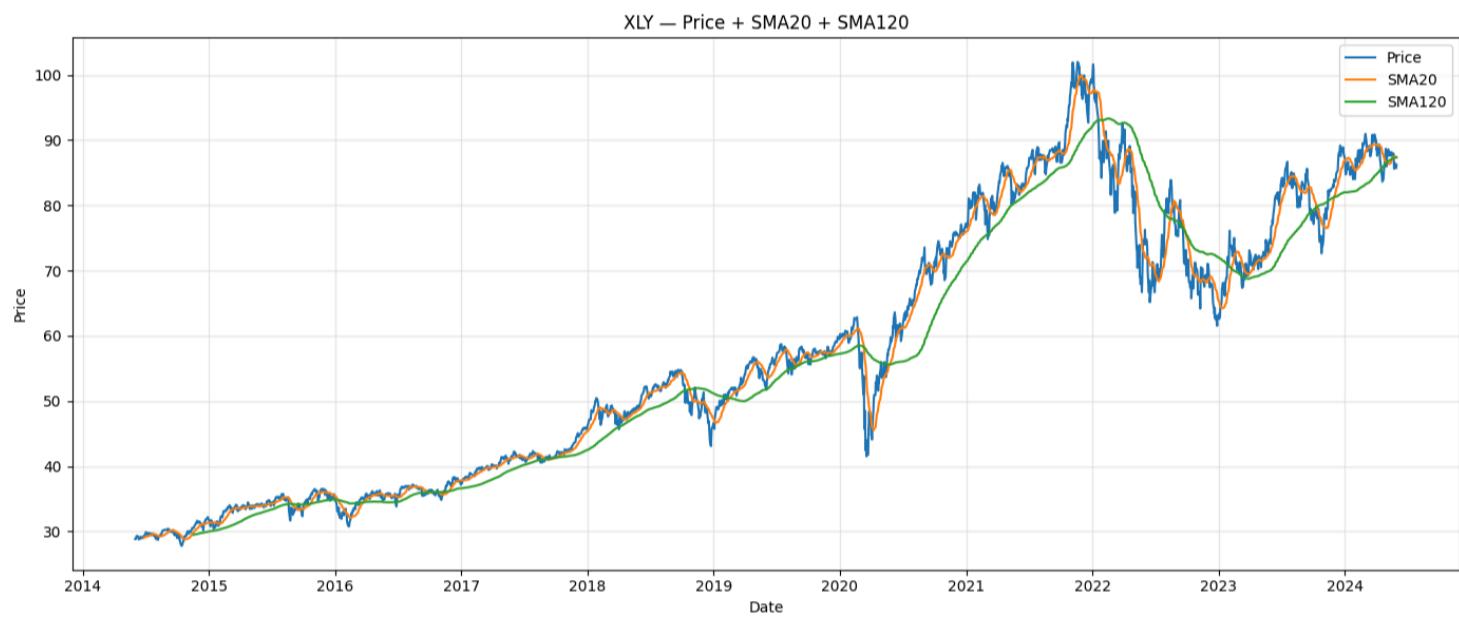


XLP — Buy &amp; Hold vs SMA 20/120



XLP — Price + SMA20 + SMA120





Vediamo che per tutti gli ETF, la strategia **Buy & Hold** batte la **SMA 20–120**, il che implica che nel periodo analizzato il mercato è stato prevalentemente rialzista e che restare sempre investiti ha consentito di beneficiare pienamente della crescita cumulata nel tempo. La strategia SMA, uscendo dal mercato nelle fasi in cui la media lunga supera la corta ( $120 > 20$ ), ha perso parte dei rendimenti, riducendo così il rendimento complessivo rispetto al Buy & Hold.

# Beta CAPM di ciascun ETF(2014–2024) rispetto al mercato (indice S&P 500, ticker ^GSPC)

ETF	Beta
XLE	1.070597
XLF	1.067335
XLI	0.986637
XLK	1.196581
XLP	0.622261
XLY	1.060906

$\beta$  misura quanto un titolo si muove rispetto al mercato

- $\beta \approx 0$  → non ha correlazione col mercato
- $\beta < 1$  → il titolo si muove meno del mercato
- $\beta < 0$  → si muove in senso opposto al mercato
- $\beta \approx 1$  → il titolo si muove come il mercato
- $\beta > 1$  → il titolo amplifica i movimenti del mercato

Come si calcola:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)}$$

Dove:

- $R_i$ : rendimento del titolo i
- $R_m$ : rendimento del mercato (es. S&P 500)
- $\text{Cov}(R_i, R_m)$ : quanto titolo e mercato si muovono insieme
- $\text{Var}(R_m)$ : volatilità del mercato

Utilizzare  $\beta$  per calcolare il rendimento atteso annuo degli ETF utilizzando una propria previsione o stima del rendimento dell'indice S&P500 e rendimento di mercato del T-Bill a 1 anno

**Beta E[R<sub>i</sub>] annuo (CAPM)**

**ETF**

XLK	1.196106	0.087844
XLE	1.070172	0.082807
XLF	1.066911	0.082676
XLY	1.060485	0.082419
XLI	0.986244	0.079450
XLP	0.622014	0.064881

**Come è stato calcolato:**

**Stima propria di:**

Expected market return = 0.08% =  $E(R_M)$

risk\_free\_rate = 0.04% =  $r_f$

**Formula:**

$$E(R_i) = r_f + \beta_i(E(R_M) - r_f)$$

Dove:

- $E(R_i)$ : rendimento atteso del titolo i
- $r_f$ : risk free rate
- $\beta_i$ : sensibilità del titolo al mercato
- $E(R_M)$ : rendimento atteso del mercato
- $E(R_M) - r_f$ : premio per il rischio

# Esposizione di ciascun ETF ai fattori di rischio Fama-French a 3 fattori

Idea base di FF3: i rendimenti non dipendono solo dal mercato, ma anche da:

- dimensione dell'azienda (small vs big, variabile 'SMB' = Small Minus Big)
- stile dell'azienda (valore vs crescita, variabile 'HML'= High Minus Low)

**SMB:**

- $> 0 \rightarrow$  comportamento da small cap
- $\approx 0 \rightarrow$  neutro
- $< 0 \rightarrow$  comportamento da large cap

Se avessimo  $SMB = 0,7$  per esempio, allora in questo caso il titolo ha una esposizione alla small cap: quando le aziende piccole fanno meglio delle grandi, il rendimento di tale titolo tende a beneficiarne

**HML:**

- $> 0 \rightarrow$  stile value
- $\approx 0 \rightarrow$  neutro
- $< 0 \rightarrow$  stile growth

Se avessimo  $HML = -0,8$  per esempio, allora in questo caso il titolo ha una esposizione allo stile growth: quando le aziende growth fanno meglio delle value, il rendimento di tale titolo tende a beneficiarne.

## XLE

XLE

### OLS Regression Results

Dep. Variable:	excess_rtn	R-squared:	0.664
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.655
Method:	Least Squares	F-statistic:	75.80
Date:	Wed, 28 Jan 2026	Prob (F-statistic):	4.00e-27
Time:	16:28:05	Log-Likelihood:	187.39
No. Observations:	119	AIC:	-366.8
Df Residuals:	115	BIC:	-355.7
Df Model:	3		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	-0.0030	0.005	-0.625	0.533	-0.013	0.007
mkt	1.1231	0.107	10.478	0.000	0.911	1.335
smb	0.1921	0.180	1.067	0.288	-0.164	0.549
hml	1.1911	0.125	9.500	0.000	0.943	1.439

Omnibus:	5.181	Durbin-Watson:	1.851
Prob(Omnibus):	0.075	Jarque-Bera (JB):	4.687
Skew:	0.392	Prob(JB):	0.0960
Kurtosis:	3.575	Cond. No.	39.5

## XLF

XLF

### OLS Regression Results

Dep. Variable:	excess_rtn	R-squared:	0.887
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.884
Method:	Least Squares	F-statistic:	300.0
Date:	Wed, 28 Jan 2026	Prob (F-statistic):	3.39e-54
Time:	16:28:05	Log-Likelihood:	303.46
No. Observations:	119	AIC:	-598.9
Df Residuals:	115	BIC:	-587.8
Df Model:	3		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	-2.318e-05	0.002	-0.013	0.990	-0.004	0.004
mkt	1.0412	0.040	25.765	0.000	0.961	1.121
smb	-0.0065	0.068	-0.096	0.924	-0.141	0.128
hml	0.5848	0.047	12.371	0.000	0.491	0.678

Omnibus:	7.399	Durbin-Watson:	2.204
Prob(Omnibus):	0.025	Jarque-Bera (JB):	9.505
Skew:	-0.331	Prob(JB):	0.00863
Kurtosis:	4.216	Cond. No.	39.5

# XLI

XLI

## OLS Regression Results

Dep. Variable:	excess_rtn	R-squared:	0.874
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.871
Method:	Least Squares	F-statistic:	266.5
Date:	Wed, 28 Jan 2026	Prob (F-statistic):	1.35e-51
Time:	16:28:05	Log-Likelihood:	303.55
No. Observations:	119	AIC:	-599.1
Df Residuals:	115	BIC:	-588.0
Df Model:	3		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	-0.0010	0.002	-0.534	0.594	-0.005	0.003
mkt	1.0644	0.040	26.356	0.000	0.984	1.144
smb	-0.0124	0.068	-0.183	0.855	-0.147	0.122
hml	0.2621	0.047	5.548	0.000	0.168	0.356

Omnibus:	0.947	Durbin-Watson:	2.385
Prob(Omnibus):	0.623	Jarque-Bera (JB):	0.560
Skew:	-0.135	Prob(JB):	0.756
Kurtosis:	3.201	Cond. No.	39.5

# XLK

XLK

## OLS Regression Results

Dep. Variable:	excess_rtn	R-squared:	0.883
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.880
Method:	Least Squares	F-statistic:	290.2
Date:	Wed, 28 Jan 2026	Prob (F-statistic):	1.84e-53
Time:	16:28:05	Log-Likelihood:	305.04
No. Observations:	119	AIC:	-602.1
Df Residuals:	115	BIC:	-591.0
Df Model:	3		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	0.0040	0.002	2.226	0.028	0.000	0.008
mkt	1.1291	0.040	28.312	0.000	1.050	1.208
smb	-0.2505	0.067	-3.739	0.000	-0.383	-0.118
hml	-0.3334	0.047	-7.148	0.000	-0.426	-0.241

Omnibus:	1.202	Durbin-Watson:	2.435
Prob(Omnibus):	0.548	Jarque-Bera (JB):	0.755
Skew:	0.144	Prob(JB):	0.686
Kurtosis:	3.262	Cond. No.	39.5

# XLP

XLP

## OLS Regression Results

Dep. Variable:	excess_rtn	R-squared:	0.573
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.562
Method:	Least Squares	F-statistic:	51.44
Date:	Wed, 28 Jan 2026	Prob (F-statistic):	3.68e-21
Time:	16:28:05	Log-Likelihood:	275.29
No. Observations:	119	AIC:	-542.6
Df Residuals:	115	BIC:	-531.5
Df Model:	3		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	-0.0004	0.002	-0.183	0.855	-0.005	0.004
mkt	0.6247	0.051	12.199	0.000	0.523	0.726
smb	-0.4876	0.086	-5.669	0.000	-0.658	-0.317
hml	0.0665	0.060	1.111	0.269	-0.052	0.185

Omnibus:	5.225	Durbin-Watson:	2.321
Prob(Omnibus):	0.073	Jarque-Bera (JB):	5.241
Skew:	0.321	Prob(JB):	0.0728
Kurtosis:	3.804	Cond. No.	39.5

# XLY

XLY

## OLS Regression Results

Dep. Variable:	excess_rtn	R-squared:	0.855
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.852
Method:	Least Squares	F-statistic:	226.7
Date:	Wed, 28 Jan 2026	Prob (F-statistic):	4.14e-48
Time:	16:28:05	Log-Likelihood:	286.90
No. Observations:	119	AIC:	-565.8
Df Residuals:	115	BIC:	-554.7
Df Model:	3		
Covariance Type:	nonrobust		

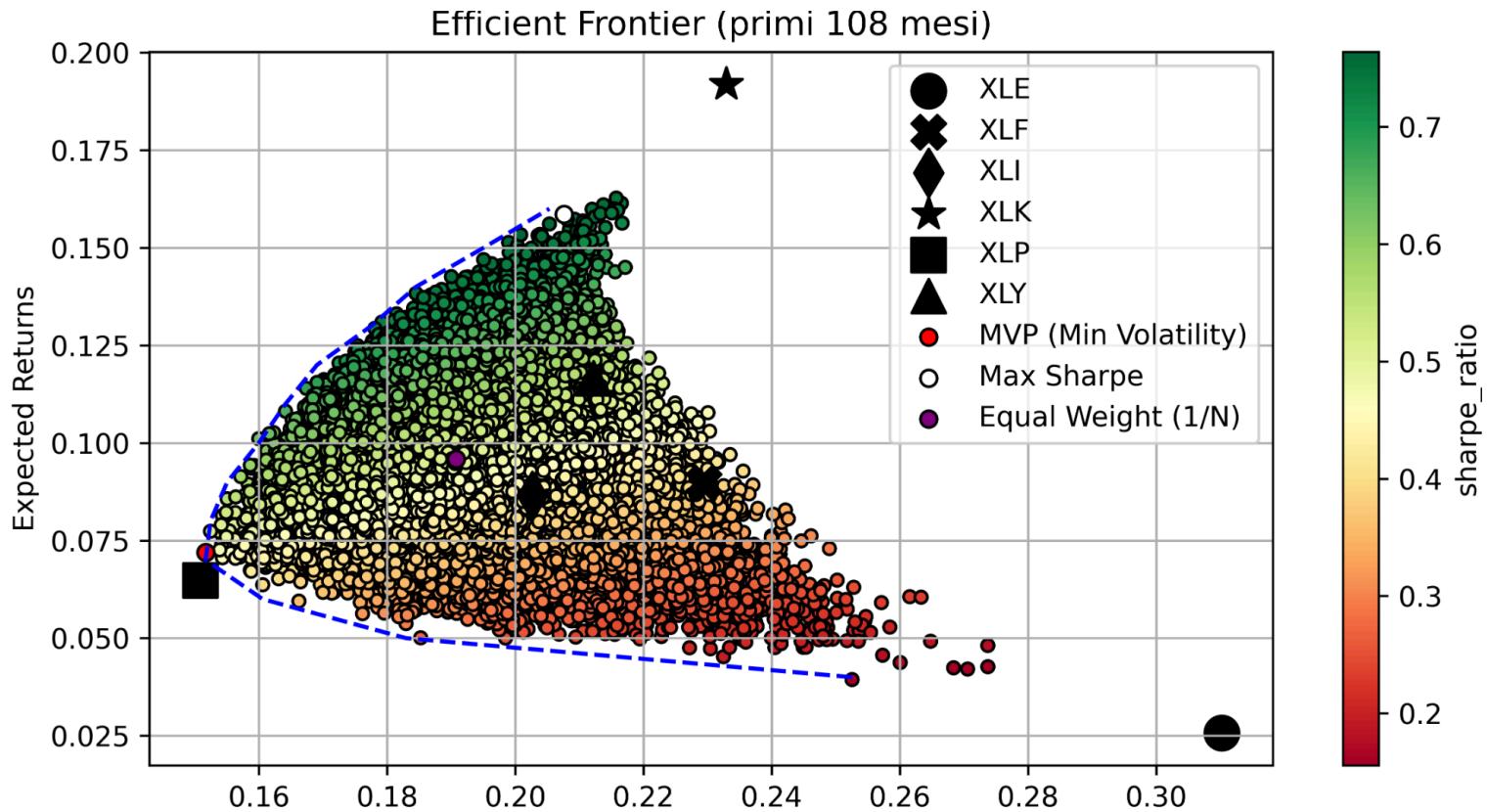
  

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	-0.0015	0.002	-0.742	0.460	-0.006	0.003
mkt	1.1295	0.046	24.319	0.000	1.038	1.222
smb	0.0791	0.078	1.013	0.313	-0.075	0.234
hml	0.2396	0.054	-4.411	0.000	-0.347	-0.132

Omnibus:	3.503	Durbin-Watson:	2.002
Prob(Omnibus):	0.174	Jarque-Bera (JB):	3.996
Skew:	0.002	Prob(JB):	0.136
Kurtosis:	3.898	Cond. No.	39.5

# Costruzione del portafoglio ottimale sui primi 108 mesi tramite simulazione Monte Carlo



Metodo Monte Carlo: viene simulato tantissime volte portafogli casuali per capire quali sono migliori.  
Ogni punto (pallina) nel grafico rappresenta un portafoglio simulato, costruito assegnando pesi casuali ai 6 asset, con il vincolo che la somma dei pesi è pari a 1.  
Nel grafico sono stati simulati 500000 portafogli.

L'efficient frontier è costruita prendendo per ogni livello di rendimento, il portafoglio simulato con il rischio più basso.

Gli MVP e MSR mostrati nel grafico sono quelli individuati durante la simulazione dei 500.000 portafogli casuali, non gli MVP e MSR teorici, che verrà trovato con Markowitz (metodo analitico)

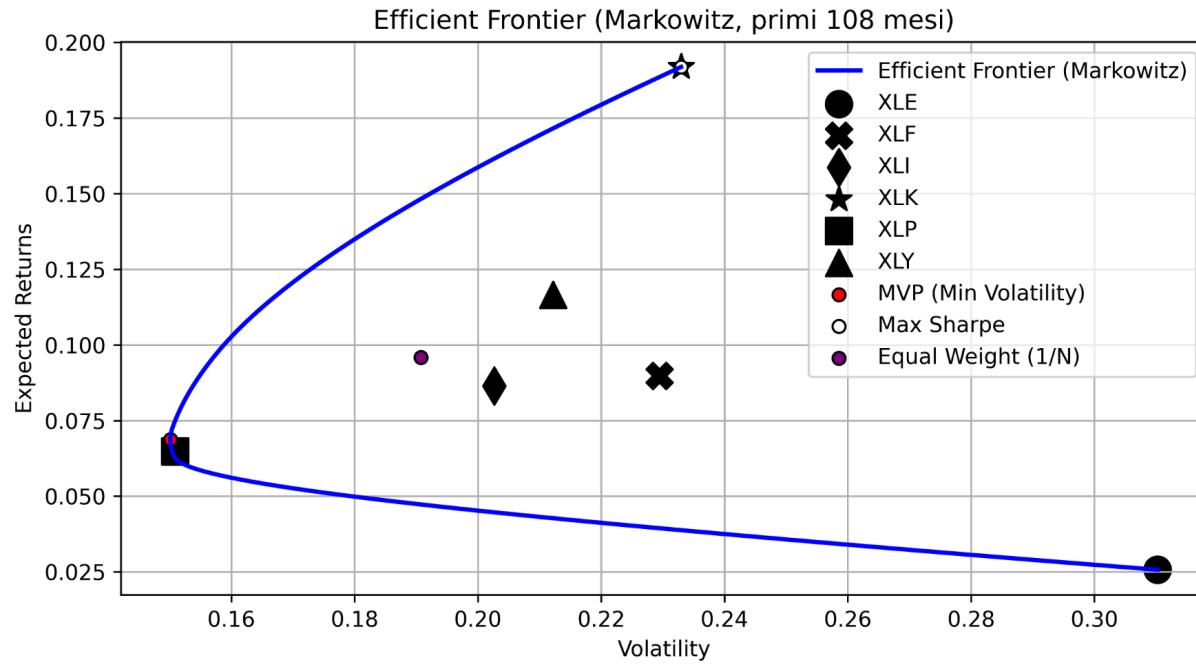
**La pallina viola** è la performance del equal weight PF (%) di peso su ogni asset

I **simboli** (triangolo ecc) rappresentano i portafogli che fanno all in su un ETF (marchiato a parte, non prodotto dalla simulazione)

## Beta del portafoglio MSR rispetto al mercato:

Beta del portafoglio MSR rispetto al mercato (S&P500): 1.1060

# Costruzione del portafoglio ottimale sui primi 108 mesi tramite metodo analitico (Markowitz)



Formula utilizzata per costruire la efficient frontier teorica:

$$\min_w w^\top C w \quad \text{soggetto a} \quad w^\top \mu = r^*, \sum_{i=1}^N w_i = 1$$

Dove:

- $w$  : vettore dei pesi dei portafogli
- $C$  : matrice di covarianza dei rendimenti
- $w^\top C w$  : varianza del portafoglio
- $\mu$  : vettore dei rendimenti attesi dei singoli asset
- $w^\top \mu$  : rendimento atteso del portafoglio
- $r^*$  : target return
- $N$  : numero totale di asset
- $w_i$  : peso dell'asset  $i$

La frontiera efficiente si ottiene variando  $r^*$  e risolvendo per ciascun valore di  $r^*$  il problema di minimizzazione associato.

Con il metodo analitico otteniamo il MVP e il MSR teorici. Notiamo che il MVP risulta molto vicino a quello ottenuto con il metodo Monte Carlo, mentre la MSR è significativamente diversa: la MSR teorica è un portafoglio che fa All in su ETF XLK, che ha avuto un rendimento cumulato di circa 535% in 10 anni, risultato coerente con quanto osservato.

Beta del portafoglio MSR rispetto al mercato:

Beta del portafoglio MSR rispetto al mercato (S&P500): 1.1910

# Performance portafogli: MVP e MSR (Monte Carlo) vs MVP e MSR (Markowitz) vs Equal-Weight-Portfolio

## Monte Carlo:

```
Minimum Volatility portfolio (MVP)
Statistiche
returns: 7.20% volatility: 15.17% sharpe_ratio: 0.4745
Pesi
XLE: 4.88% XLF: 0.51% XLI: 3.36% XLK: 2.27% XLP: 78.62% XLY: 10.36%
```

```
Maximum Sharpe Ratio portfolio (MSR)
Statistiche
returns: 15.86% volatility: 20.76% sharpe_ratio: 0.7639
Pesi
XLE: 0.19% XLF: 9.85% XLI: 8.23% XLK: 69.54% XLP: 9.78% XLY: 2.41%
```

## Markowitz:

```
Minimum Volatility portfolio (MVP)
Statistiche
returns: 6.87% volatility: 15.01% sharpe_ratio: 0.4577
Pesi
XLE: 1.17% XLF: 0.00% XLI: 0.00% XLK: 0.00% XLP: 90.40% XLY: 8.43%
```

```
Maximum Sharpe Ratio portfolio (MSR)
Statistiche
returns: 19.19% volatility: 23.30% sharpe_ratio: 0.8237
Pesi
XLE: 0.00% XLF: 0.00% XLI: 0.00% XLK: 100.00% XLP: 0.00% XLY: 0.00%
```

## Equal weight:

```
Portafoglio con pesi equi (1/6) per ogni asset
Statistiche
returns: 9.59% volatility: 19.08% sharpe_ratio: 0.5025
Pesi
XLE: 16.67% XLF: 16.67% XLI: 16.67% XLK: 16.67% XLP: 16.67% XLY: 16.67%
```