

# **Отчет по лабораторной работе №**

**Математическое моделирование**

Амуничников Антон, НПИбд-01-22

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Задание</b>	<b>7</b>
3.1	Определение варианта . . . . .	7
3.2	Задание . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>9</b>
4.1	Модель боевых действий между регулярными войсками . . . . .	9
4.2	Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизан- ских отрядов . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>17</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>18</b>

# Список иллюстраций

3.1	Определение варианта . . . . .	7
4.1	Модель боевых действий между регулярными войсками на Julia . .	11
4.2	Модель боевых действий между регулярными войсками на OpenModelica . . . . .	12
4.3	Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизан- ских отрядов на Julia . . . . .	14
4.4	Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизан- ских отрядов с меньшим интервалом на Julia . . . . .	15
4.5	Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизан- ских отрядов на OpenModelica . . . . .	16
4.6	Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизан- ских отрядов с приближением на OpenModelica . . . . .	16

# 1 Цель работы

Построить математическую модель боевых действий.

## 2 Теоретическое введение

Моделирование боевых действий - метод военно-теоретического или военно-технического исследования объектов (систем, явлений, событий, процессов), участвующих (происходящих) в ходе боевых действий, путём создания и изучения их моделей (аналогов) в целях получения знаний о физич., информац. и иных процессах вооруж. борьбы, а также для сравнения вариантов решений командующих (командиров), планов и прогнозов ведения боевых действий, оценки влияния на них различных факторов.

В зависимости от целей создания и предназначения модели подразделяют на исследовательское, управленч., штабное (адм.), обучающее (учебное). По масштабу моделирование бывает стратегическим, оперативным и тактическим. По природе используемых моделей и сфере их применения различают моделирование материальное (предметное) и идеальное.

Моделирование боевых действий наиболее широко применяется в интересах обоснования принимаемых решений в области управления войсками (силами) при подготовке и ведении боевых действий, строительстве вооруженных сил, разработке программ развития вооружений, а также при оценке эффективности использования новых образцов оружия, оперативной подготовке штабов и др. [enc?].

Законы Ланчестера (законы Осипова — Ланчестера) — математическая формула для расчета относительных сил пары сражающихся сторон — подразделений вооруженных сил. В статье «Влияние численности сражающихся сторон на их потери», опубликованной журналом «Военный сборник» в 1915 году, генерал-

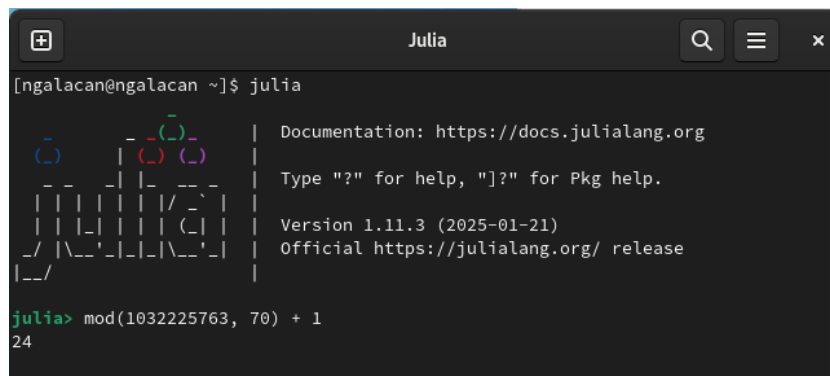
майор Корпуса военных топографов М. П. Осипов описал математическую модель глобального вооружённого противостояния, практически применяемую в военном деле при описании убыли сражающихся сторон с течением времени и, входящую в математическую теорию исследования операций, на год опередив английского математика Ф. У. Ланчестера.

Уравнения Ланчестера — это дифференциальные уравнения, описывающие зависимость между силами сражающихся сторон  $A$  и  $D$  как функцию от времени, причем функция зависит только от  $A$  и  $D$  [wiki?].

## 3 Задание

### 3.1 Определение варианта

Используя формулу для определения варианта задания (рис. 3.1).



```
[ngalacan@ngalacan ~]$ julia

      _       _       _
     / \     / \     / \
    _/ \_   _/ \_   _/ \_
   _/_/_\ _/_/_\ _/_/_\
  |__|  |__|  |__|  |__|

Documentation: https://docs.julialang.org
Type "?" for help, "]"?" for Pkg help.
Version 1.11.3 (2025-01-21)
Official https://julialang.org/ release

julia> mod(1032225763, 70) + 1
24
```

Рис. 3.1: Определение варианта

### 3.2 Задание

#### Вариант 24

Между страной  $X$  и страной  $Y$  идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна  $X$  имеет армию численностью 400 000 человек, а в распоряжении страны  $Y$  армия численностью в 100 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции.

Построить графики изменения численности войск армии  $X$  и армии  $Y$  для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.31x(t) - 0.76y(t) + \sin(3t) \\ \frac{dy}{dt} = -0.8x(t) - 0.21y(t) + \cos(4t) + 2 \end{cases}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.21x(t) - 0.7y(t) + \sin(10t) \\ \frac{dy}{dt} = -0.56x(t)y(t) - 0.15y(t) + \cos(10t) \end{cases}$$



## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Модель боевых действий между регулярными войсками

Модель описывается уравнениями:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.31x(t) - 0.76y(t) + \sin(3t) \\ \frac{dy}{dt} = -0.8x(t) - 0.21y(t) + \cos(4t) + 2 \end{cases}$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены  $-0.31x(t)$  и  $-0.21y(t)$  (коэффициенты при  $x$  и  $y$  - это величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери), члены  $-0.76y(t)$  и  $-0.8x(t)$  отражают потери на поле боя (коэффициенты при  $x$  и  $y$  указывают на эффективность боевых действий со стороны  $y$  и  $x$  соответственно). Функции  $P(t) = \sin(3t)$ ,  $Q(t) = \cos(4t) + 2$  учитывают возможность подхода подкрепления к войскам  $X$  и  $Y$  в течение одного дня.

Построим эту модель на Julia. Подключим библиотеки:

```
using DifferentialEquations, Plots
```

Составим функцию для создания системы уравнений:

```
function sys_reg(u, p, t)
    x, y = u
```

```

a, b, c, h = p
dx = -a*x - b*y + sin(3*t)
dy = -c*x - h*y + cos(4*t) + 2
return [dx, dy]
end

```

Введем параметры:

```

u0 = [400000, 100000]
p = [0.31, 0.76, 0.8, 0.21]
tspan = (0,1)

```

Обозначим и решим задачу:

```

problem1 = ODEProblem(sys_reg, u0, tspan, p)

```

```

sol1 = solve(problem1)

```

Построим график (рис. 4.1):

```

plot(sol1, title = "Модель боевых действий №1", label = ["Армия X" "Армия Y"],
      xaxis = "Время", yaxis = "Численность войск")

```

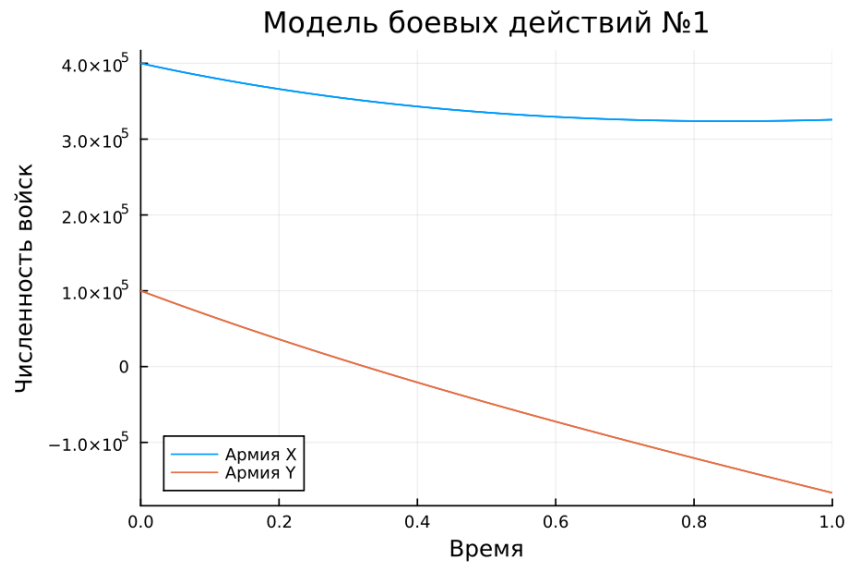


Рис. 4.1: Модель боевых действий между регулярными войсками на Julia

Из графика видно, что численность армии Y стала нулевой, что означает победу армии X. Несмотря на это, после победы численность армии X продолжает сокращаться, однако с меньшей интенсивностью. Это обусловливается наличием не связанных с боевыми действиями факторов (болезни, травмы, дезертирство).

Смоделируем то же самое на OpenModelica:

```
model lab3_1
  parameter Real a = 0.31;
  parameter Real b = 0.76;
  parameter Real c = 0.8;
  parameter Real h = 0.21;
  parameter Real x0 = 400000;
  parameter Real y0 = 100000;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
```

```
equation
```

```

der(x) = -a*x - b*y+sin(3*time);
der(y) = -c*x -h*y+cos(4*time)+2;

```

```
end lab3_1;
```

Получим схожий график изменения численности армий (рис. 4.2):

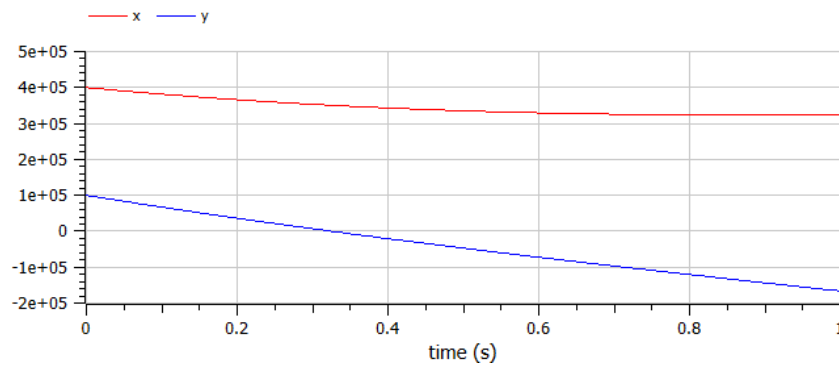


Рис. 4.2: Модель боевых действий между регулярными войсками на OpenModelica

Выводы аналогичны: победу одержала армия X.

## 4.2 Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.21x(t) - 0.7y(t) + \sin(10t) \\ \frac{dy}{dt} = -0.56x(t)y(t) - 0.15y(t) + \cos(10t) \end{cases}$$

В этой системе все величины имеют тот же смысл, что и в первой модели.

Построим эту модель на Julia. Составим функцию для создания системы уравнений:

```
function sys_reg_part(u, p, t)
    x, y = u
    a, b, c, h = p
    dx = -a*x - b*y + sin(10*t)
    dy = -c*x*y - h*y + cos(10*t)
    return [dx, dy]
end
```

Введем параметры:

```
u1 = [400000, 100000]
p = [0.21, 0.7, 0.56, 0.15]
tspan = (0, 1)
```

Обозначим и решим задачу:

```
problem2 = ODEProblem(sys_reg_part, u1, tspan, p)
```

```
sol2 = solve(problem2)
```

Построим график (рис. 4.3):

```
plot(sol2, title = "Модель боевых действий №2", label = ["Армия X" "Армия Y"],
      xaxis = "Время", yaxis = "Численность войск", legend = :topright)
```

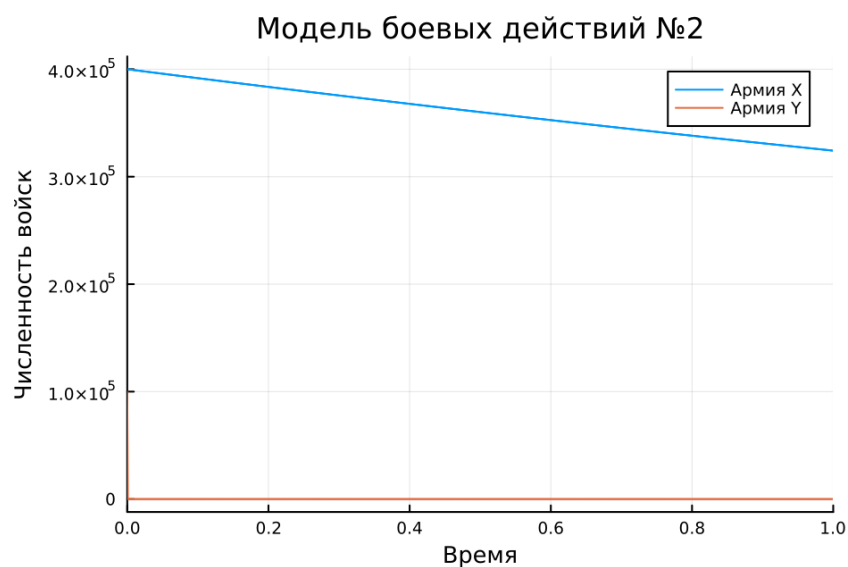


Рис. 4.3: Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов на Julia

Победу одерживает армия X, причем численность армии Y уменьшается до нуля за очень короткий интервал. Армия X после поражения Y так же продолжает терять людей в силу факторов, не зависящих от военных действий. Для более детального отслеживания изменения численности армии Y сократим временной интервал:

```
tspan = (0, 0.001)
```

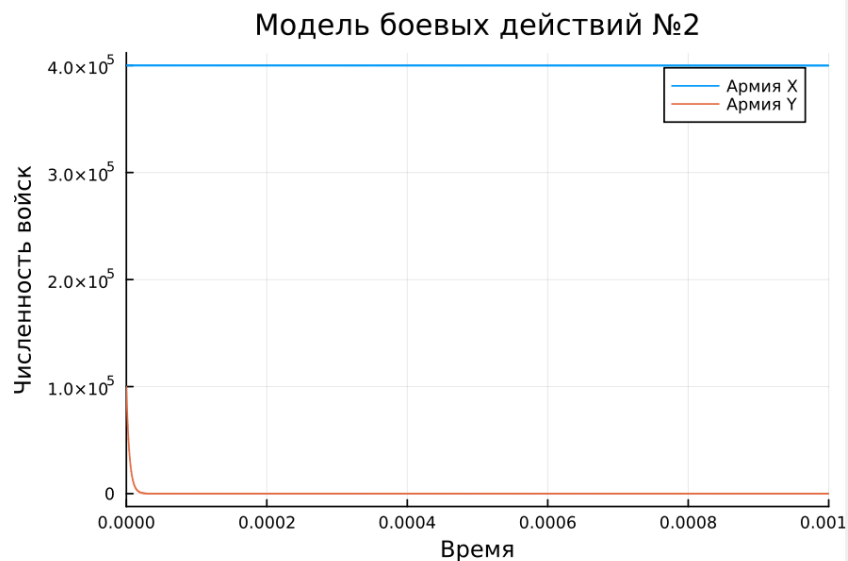


Рис. 4.4: Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов с меньшим интервалом на Julia

За время, когда армия Y вымерла, численность армии X почти не изменилась. Смоделируем то же самое на OpenModelica:

```
model lab3_2
  parameter Real a = 0.21;
  parameter Real b = 0.7;
  parameter Real c = 0.56;
  parameter Real h = 0.15;
  parameter Real x0 = 400000;
  parameter Real y0 = 100000;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);

equation
  der(x) = -a*x - b*y+sin(10*time);
```

```

der(y) = -c*x*y -h*y+cos(10*time);

end lab3_2;

```

Получим схожий график изменения численности армий (рис. 4.5).

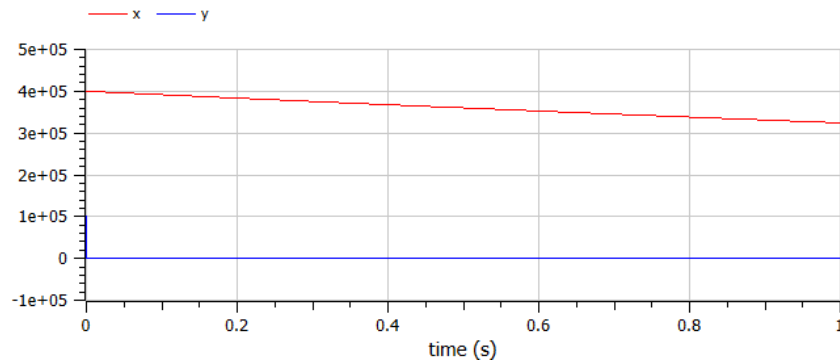


Рис. 4.5: Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов на OpenModelica

Для более детального отслеживания изменения численности армии  $Y$  рассмотрим приближенный график (рис. 4.6).

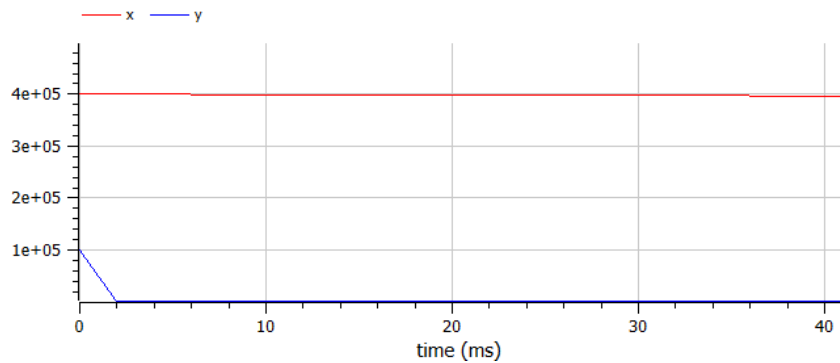


Рис. 4.6: Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов с приближением на OpenModelica

На графике теперь видно, как происходит вымирание людей в армии  $Y$ . За этот интервал армия  $X$  почти не потеряла людей.

Сравнивая графики на Julia и OpenModelica можно заметить, что линии в Julia более плавные. Это связано с точностью вычислений: в Julia она выше.



## 5 Выводы

В результате выполнения работы построена математическая модель боевых действий с использованием Julia и OpenModelica.

## **Список литературы**