Отчет по лабораторной работе №2

Математическое моделирование

Амуничников Антон, НПИбд-01-22

Содержание

Список иллюстраций

# 1 Цель работы

Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи поиска.

# 2 Теоретическое введение

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка A равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки P такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки А. Задача о кривой погони поставлена Леонардо да Винчи и решена Бугером в 1732 году.

Задача построения кривой погони впервые встала при выборе курса судна с учётом внешних факторов (боковых ветров, течения) для оптимального достижения точки цели путешествия.

Вновь эта проблема возникла при использовании в военных целях подводных лодок, торпед, а позднее и управляемых ракет с целью достижения и поражения движущихся целей. Кроме того, кривая погони применяется в космической навигации [**wiki?**].

# 3 Задание

## 3.1 Определение варианта

Использую формулу для определения варианта задания (рис. 1).

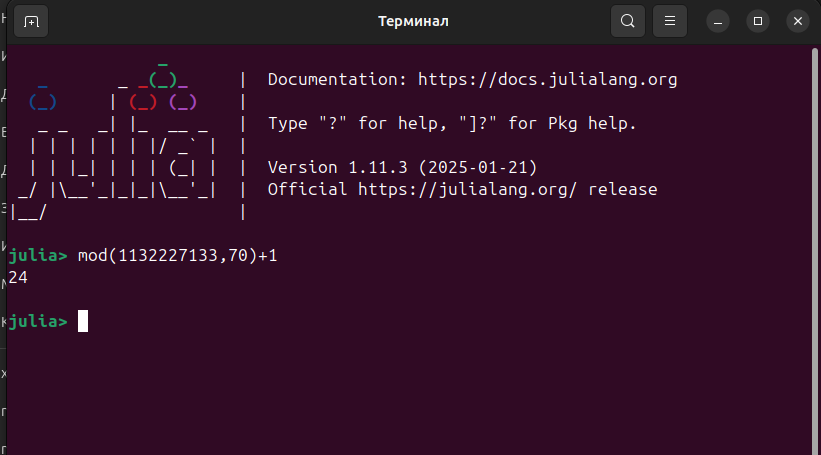


Рис. 1: Определение варианта

## 3.2 Задание

**Вариант 24**

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,1 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

# 4 Выполнение лабораторной работы

## 4.1 Вывод уравнения

Запишем уравнение описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).

1. Примем за , – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров (), а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянииx от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояниеx можно найти из следующего уравнения:

Отсюда мы найдем два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

1. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем .

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , .

Получаем:

Из чего можно вывести:

1. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

С начальными условиями для первого случая:

Или для второго:

Исключая из полученной системы производную по , можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

## 4.2 Построение модели

Построим математическую модель на языке Julia. Воспользуемся библиотеками OrdinaryDiffEq, Plots

Введем известные данные:

k = 11.4 // расстояние от лодки до катера  
  
// данные для лодки браконьеров  
fi = 3\*pi/4   
t = 0:0.01:15  
fl(t) = tan(fi)\*t //функция, описывающая движение лодки браконьеров  
  
f(u, p, t) = u/sqrt(15.81) // функция, описывающая движение катера береговой охраны  
  
// начальные условия для двух случаев  
x1 = k/5.1   
x2 = k/3.1  
  
tetha1 = (0.0, 2\*pi)  
tetha2 = (-pi, pi)

Обозначим и решим задачу для первого случая:

s1 = ODEProblem(f, x1, tetha1)  
  
sol1 = solve(s1, Tsit5(), saveat=0.01)

Построим график с траекторией движения катера и лодки (рис. 2):

plot(sol1.t, sol1.u, proj=:polar, lims=(0,15), label="траектория катера")  
  
plot!(fill(fi, length(t)), fl.(t), label="траектория лодки")

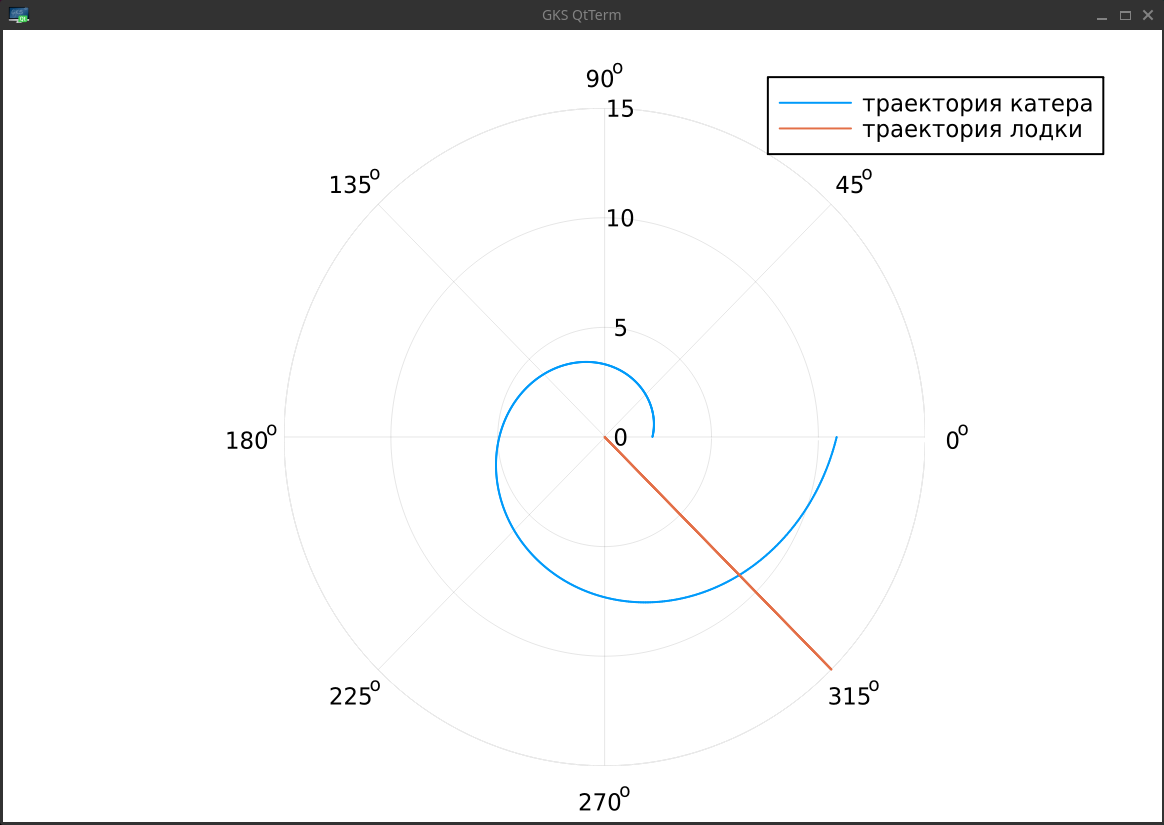


Рис. 2: Траектория движения катера и лодки для первого случая

Обозначим и решим задачу для второго случая:

s2 = ODEProblem(f, x2, tetha2)  
  
sol2 = solve(s2, Tsit5(), saveat=0.01)

Построим график с траекторией движения катера и лодки (рис. 3):

plot(sol2.t, sol2.u, proj=:polar, lims=(0,15), label="траектория катера")  
  
plot!(fill(fi, length(t)), fl.(t), label="траектория лодки")

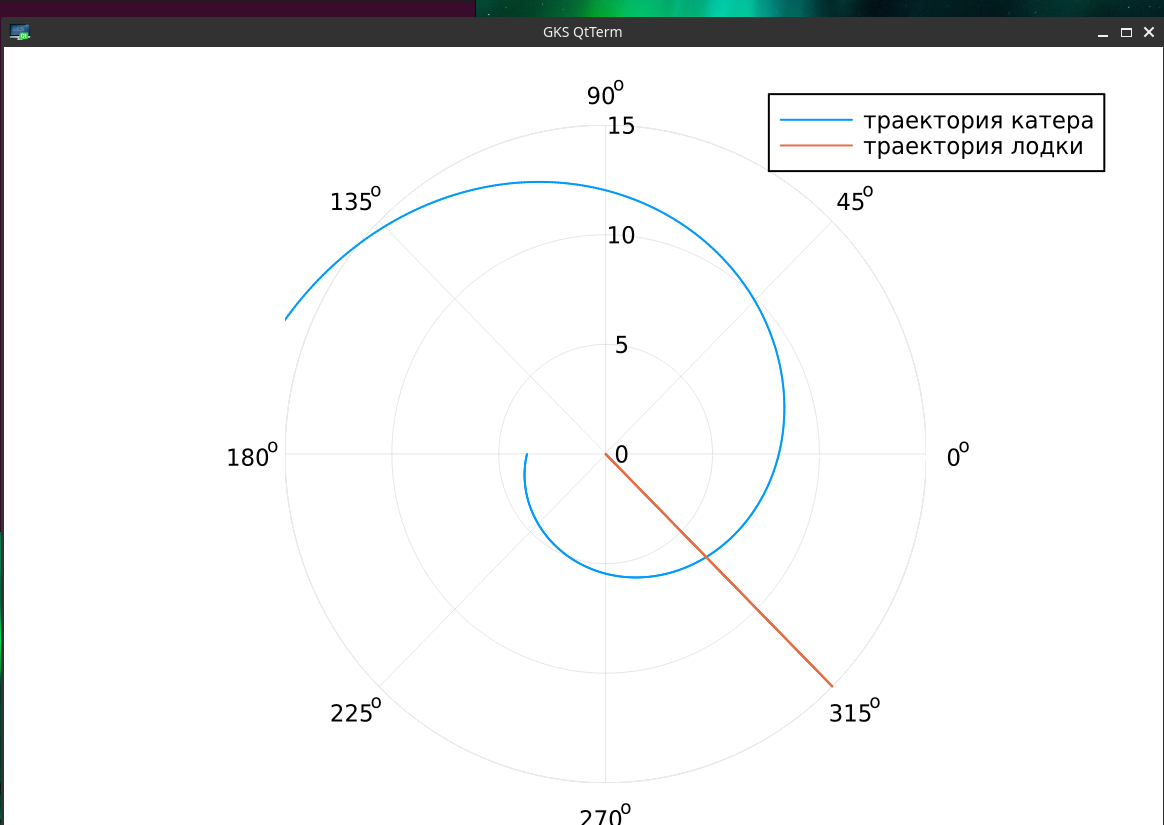


Рис. 3: Траектория движения катера и лодки для второго случая

## 4.3 Вывод точки пересечения

Найдем точку пересечения траектории катера и лодки. Для этого найдем аналитическое решение дифференциального уравнения, задающего траекторию движения катера. Решив задачу Коши, получим для первого случая

и для второго случая

Найдем точку пересечения для первого случая:

y(x)=(38\*exp(10\*x)/(sqrt(1581)))/(17)  
y(fi)  
// точка пересечения лодки и катера для 1 случая  
9.609292077117887e8

Найдем точку пересечения для второго случая:

y2(x)=(114\*exp((10\*x/sqrt(1581))+(10\*pi/sqrt(1581))))/(31)  
y2(fi-pi)  
// точка пересечения лодки и катера для 2 случая  
6.651143558300665

# 5 Выводы

Изучена задача погони. Была построена математическая модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи поиска.