Table des matières

1 Expérience aléatoires, probabilités et probabilités conditionnelles. 2
1.1 Vocabulaire, définitions et exemples : 2
1.2 Probabilités 3
1.3 Exemples ? ? ? 4

Chapitre 1

Expérience aléatoires, probabilités et probabilités conditionnelles.

Mots clés : Expérience aléatoire, probabilités,... .

1.1 Vocabulaire, définitions et exemples :

Définition 1.1 (Expérience aléatoire)
*On appelle **expérience aléatoire** une expérience dont on ne peut prévoir le résultat avec certitude. On appelle **issue** d'une expérience aléatoire un résultat possible de celle-ci. On appelle **univers** l'ensemble de toutes les issues. Un **evénement élémentaire** est une partie de l'univers composé d'une seule issue tandis qu'un **événement** est une partie de l'univers composée de plusieurs issues.*

Exemple 1: Lancé d'un dé à 6 faces
Dans cette expérience on jette un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6 et l'on observe le numéro obtenu. Cette exprérience sera modélisée par **l'univers** $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 6\}$. Ainsi :

- "1", "2", "3", "4", "5" et "6" sont l'ensemble des issues possibles.
- A : "Obtenir un nombre pair" est un **événement** que l'on peut aussi modéliser par l'ensemble $\{2, 4, 6\}$
- B : "Obtenir le nombre 5" est un **événement élémentaire** que l'on peut aussi modéliser par l'ensemble $\{5\}$

Exemple 2: Lancé d'une pièce de monnaie
Dans cette expérience on lance une pièce de monnaie à 2 faces "Pile" et "Face" et on note la face exposée. Ici **l'univers** $\Omega = \{P, F\}$ n'est composé que de deux issues : "Pile" et "Face".

- A : "Le résultat est pile" et B : "Le résultat est face" sont les deux **événements éléméntaires** de l'expérience. On peut aussi les noter en langage ensembliste de la manières suivante : A=$\{P\}$ et B=$\{F\}$.

Exemple 3: Tirage d'une carte dans un jeu de 52.
Ici on tire une carte dans un jeu de 52 (sans joker). Dans ce jeu il y a deux couleurs, rouge et noire, quatre familles : Pique, Coeur, Carreau et Trêfle et chaque famille est composée de 13 cartes numérotées de 1 à 10 et comprenant 3 figures : Valet, Dame, Roi.

- Il y a 52 **issues** possibles.
- **L'univers** Ω est composé des 52 cartes.
- A : "La carte tirée est un As" est un **événement** composé de 4 **issues** (les 4 as du jeu).
- B : "La carte tirée est une figure" est un **événement** composé de 12 **issues**
- C : "La carte tirée est un 3 de coeur" est un **événement élémentaire** composé de une **issue**

Analogie du vocabulaire probabiliste avec le langage ensembliste

Langage probabiliste	Langage des ensembles	Notation	Exemple : lancé d'un dé
A et un **événement**	A est une partie de Ω	$A \subset \Omega$	A : "Obtenir un nombre pair" : $A = \{2, 4, 6\}$
$A = \{\omega\}$ est un **événement élementaire**	ω appartient à Ω	$\omega \in \Omega$	A : "Obtenir le chiffre 6" : A={6}
A est un **événement certain**	A est l'ensemble Ω	$A = \Omega$	A : " Obtenir un chiffre entre 1 et 6" : A = Ω
A est un **évenement impossible**	A est l'ensemble vide	$A = \emptyset$	A : "Obtenir le chiffre 7"
B est **l'événement contraire** de A	B et A sont complémentaires	$B=\overline{A}=\Omega\setminus A$	A : "Obtenir un nombre pair", B : "Obtenir un nombre impair"
A implique B	A est inclus dans B	$A \subset B$	A :"Obtenir le chiffre 2", B : "Obtenir un chiffre pair"
E est l'évenement A ou B	E est l'union de A et B	E=$A \cup B$	A : "Obtenir un nombre pair" B : "Obtenir 1" E : "Obtenir un nombre pair ou le chiffre 1"
E est l'événement A et B	E est l'intersection de A et B	$E = A \cap B$	A : "Obtenir un nombre pair", B : "Obtenir un multiple de 3" E : "Obtenir un nombre pair et un un multiple de 3" = "Obtenir 6"
A et B sont incompatibles	l'intersection de A et B est vide	$A \cap B = \emptyset$	A : "Obtenir un chiffre pair", B : "Obtenir un chiffre impair"

1.2 Probabilités

Version lycée

Définition 1.2

*Pour certaines expériences aléatoires on peut, sous certaines conditions, déterminé la "chance" qu'un événement A à pour se réaliser. C'est ce que l'on appelle la **probabilité** ou **probabilité théorique** de l'événement A.*

*De manière plus générale, si on note $\Omega = \{e_1, \dots, e_n\}$ l'univers d'une expérience aléatoire alors chaque issue possible e_i est affectée d'une **probabilité**, c'est à dire un nombre p_i tel que :*

$$0 < p_i < 1 \quad \textit{et} \quad p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$$

Exemple 4:

Reprenons l'exemple du lancé d'un dé parfaitement équilibré, c'est à dire que chaque face à la même chance d'apparaître. On dit dans ce cas que le dé est non pipé ou encore non truqué. L'univers de l'expérience est Ω : $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Chaque face à donc la même **probabilité théorique** d'apparaître, à savoir 1 chance sur 6.

Si on note E_1 := "Obtenir la face 1", on a $E_1 = \{1\}$ et si on note $\mathbb{P}$ l'application de Ω dans $\mathbb{R}+$ qui associe à chaque événement de $Omega$ sa **probabilité théorique** on a :$\mathbb{P}(E_1) = \frac{1}{6}$

Remarque
La probabilité d'un événement A est un nombre réel compris entre 0 et 1 que l'on note généralement :

- *Sous la forme fractionnaire.*
- *Sous la forme d'un pourcentage.*
- *Sous la forme d'un nombre décimal (généralement arrondi)*

Définition 1.3
*On est dans une situation **d'équiprobabilité** si toutes les issues de l'expérience aléatoire ont la même probabilité.*

Proposition 1.1
*Dans une **situation d'équiprobabilité** avec un univers à n éléménts, la **probabilité** de chaque événément élémentaire est $p_i = \frac{1}{n},\ i \in \{1, \ldots, n\}$*

Définition 1.4
Soit Ω un univers La probabilité d'un événement A inclus dans Ω, noté $\mathbb{P}(A)$ est la somme des probabilités des événemets élémentaires qui le constitue. Ainsi si $\Omega = \{e_1, \ldots, e_n\}$ et $A = \{e_1, e_3, e_{n-1}\}$ alors

$$\mathbb{P}(A) = p_1 + p_3 + p_{n-1}$$

où p_i est la probabilité de l'événement éléméntaire $\{e_i\}$

1.3 Exemples ? ? ?