



# AUTOMATIQUE 2

---

TD, Etudes de cas

Formation par apprentissage Mécatronique

Commande par calculateur

## Table des matières

TD MODELISATION D'UN ASSERVISSEMENT NUMERIQUE.....	3
TD SYNTHESE D'UN CORRECTEUR RS .....	4
ETUDES DE CAS .....	6
1 Unité de broyage : .....	7
2 Réservoirs.....	7
3 Système mécanique 1.....	8
5 Ballon à air chaud.....	8
6 Positionnement d'un panneau photovoltaïque.....	9
7 Asservissement de position d'un chariot sur une vis à bille .....	9
8 Mélangeur .....	10
9 Enceinte thermique.....	10
10 Contrôle de direction d'un véhicule .....	11
11 Suspension magnétique.....	11
12 Bac chauffant .....	12
13 Système masses ressorts.....	12
Systèmes du second ordre (réponse pseudo-périodique).....	13

## TD MODELISATION D'UN ASSERVISSEMENT NUMERIQUE

### Synthèse d'un correcteur pour un procédé du second ordre

Un asservissement de position correspond à la fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{K}{Tp(1 + Tp)}$$

Avec :

$T = 5s$  et  $K = 2$ ,

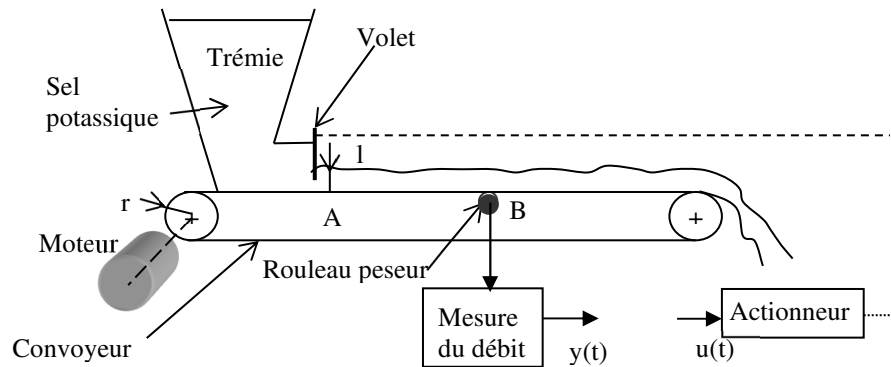
La période d'échantillonnage est fixée à  $T_e = 5s$ .

1. Calculer la fonction de transfert  $G(z)$  et les pôles discrets ( $A1.A2 = 1$ ).
2. Déterminer l'erreur de trainage de système par retour unitaire.
3. On désire obtenir une erreur statique en poursuite nulle.
  - a. Proposer un correcteur  $C(z)$  qui assure la condition sur l'erreur, qui compense le pôle et zéro stable du procédé ( $|z_p| < 1$ ) et  $K_c$  le gain du correcteur.
  - b. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée HBF ( $z$ ). Discuter la stabilité.
4. On complète  $C(z)$  par la présence d'un zéro qui apportera sa contribution afin de régler la stabilité. Pour cela on s'impose HBF( $z$ ) se comporte comme un second ordre  $HBF(z) = \frac{N(z)}{z^2 + a_1 z + a_0}$  avec comme paramètre un amortissement  $\xi = 0.5$  et une pulsation propre  $\omega_n = 0.2rd/s$ .

Calculer les paramètres du correcteur et écrire l'expression de la loi de commande.

## TD SYNTHESE D'UN CORRECTEUR RS

On s'intéresse à la régulation du débit de sel potassique sur un convoyeur :



### Schéma de principe de la régulation de débit

La régulation de débit massique est obtenue par variation de la hauteur  $l$  de produit sur le convoyeur. Cette variation de hauteur résulte du déplacement d'un volet mu par un actionneur électropneumatique.

**Rayon des rouleaux d'entraînement :  $r = 0,1$  m**

Vitesse du moteur d'entraînement :  $\omega = 20$  rd/s

Hauteur de produit sur la bande transporteuse :  $0 < l < 0,2$  m

Débit mesuré :  $y$  exprimé en volt (V).

Distance  $AB = 3$  m

Fonction de transfert entre la hauteur de produit sur le tapis en A et la commande de l'actionneur :

$$F_1(p) = \frac{L(p)}{U(p)} = \frac{k_1}{1 + \tau p}$$

avec  $k_1 = 0,01$  m/V et  $\tau = 1$  s

Fonction de transfert entre le débit massique mesuré et la hauteur de produit sur le convoyeur en sortie de trémie

$$F_2(p) = \frac{Y(p)}{L(p)} = k_2 e^{-\theta p}$$

avec  $k_2 = 100$  V/m. Le retard pur correspond au temps qui s'écoule entre l'instant où le débit varie en sortie de trémie (point A) et l'instant où cette variation est prise en compte au niveau de la mesure (en B). La valeur du retard pur dépend donc de la distance AB et de la vitesse linéaire du convoyeur.

### Cahier des charges de l'asservissement numérique à réaliser :

#### Poursuite :

Lors d'un changement de consigne de débit massique  $y^c$  en échelon, l'allure de la réponse indicielle doit être celle d'un système du second ordre, de coefficient d'amortissement égal à 1, de fréquence de coupure (à -3dB) de 0.1 Hz. La valeur de consigne constante doit être exactement atteinte.

#### Régulation :

En cas de perturbation constante sur le débit en B, celle-ci doit être parfaitement compensée après un régime transitoire correspondant à celui d'un système du second ordre, de coefficient d'amortissement égal à 1 et de fréquence de coupure (à -3dB) de 0.1 Hz.

Les caractéristiques des convertisseurs utilisés sont :

Convertisseur Numérique Analogique : 10 bits avec un bit de signe, tension de référence 10 V.

(+10V obtenu pour une valeur d'entrée de 511)

Convertisseur Analogique Numérique : 10 bits dont un bit de signe, tension de référence 10 V

(code de 511 obtenu pour une valeur d'entrée de + 10 V).

1 Proposer un schéma fonctionnel de commande RS permettant de satisfaire le cahier de charges.  
La suite du problème consiste à calculer les coefficients des polynômes R,S.

2 Vérifier qu'une **période d'échantillonnage**  $T_e = 1$  seconde n'est pas trop grande pour assurer le contrôle de la boucle de régulation.

3 On donne l'expression  $H(z)$  de la fonction de transfert échantillonnée d'un système continu du premier ordre avec retard et précédé d'un bloqueur d'ordre zéro :

Soit  $F(p)$  la fonction de transfert du processus du premier ordre avec retard ,

$$F(p) = \frac{K.e^{-\theta.p}}{(1 + \tau.p)}$$

alors

$$H(z) = \frac{z^{-d} \cdot (b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2})}{1 + a_1 \cdot z^{-1}} = \frac{(z-1)}{z} \mathcal{T}_Z \left( \frac{F(p)}{p} \right)$$

avec

$$a_1 = -e^{-\frac{T_e}{\tau}} \quad b_1 = K \cdot (1 - e^{-\frac{L-T_e}{\tau}}) \quad b_2 = K \cdot e^{-\frac{T_e}{\tau}} \cdot (e^{\frac{L}{\tau}} - 1)$$

$$\theta = d \cdot T_e + L \text{ et } 0 < L < T_e ; d \text{ est un entier.}$$

Calculer les coefficients de la fonction de transfert échantillonnée  $Y(z)/U(z)$ .

4 Poser, sans la résoudre, l'équation que doivent vérifier  $R(z^{-1})$  et  $S(z^{-1})$  pour satisfaire les exigences en régulation.  
Pourquoi  $S(z^{-1})$  doit-il contenir  $(1-z^{-1})$  en facteur ?

5 On pose  $R(z^{-1}) = r_0 + r_1 \cdot z^{-1}$ ;  $S(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(1 + s_1 \cdot z^{-1} + s_2 \cdot z^{-2})$ .

Ecrire le système d'équations linéaires qui permet de calculer les coefficients des polynômes  $R(z^{-1})$  et  $S(z^{-1})$ . En combien de temps une perturbation constante apparaissant sur le débit de sortie est-elle compensée à 5% près ?

(pour un système linéaire du second ordre de coefficient d'amortissement 1:  $\omega_c = 0.65 \cdot \omega_0$  où  $\omega_c$  est la pulsation de coupure à 3dB et  $\omega_0$  la pulsation naturelle du système, le temps de réponse à 5% est  $tr = 2 \cdot \pi \cdot 0.7 / \omega_0$ ).

6 Exprimer  $U(z)$  en fonction de  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$ ,  $Y(z)$ ,  $Y^c(z)$ . Ecrire sous forme littérale l'algorithme complet de calcul de la loi de commande, qui permet à partir des valeurs de  $y^c$  et de  $y^*$  de calculer les valeurs de  $u^*$ .

# ETUDES DE CAS

## Objectifs

- Etablir les fonctions de transfert de systèmes continus et de systèmes échantillonnés.
- Analyser la réponse dynamique d'un système linéaire continu invariant
- Etablir un schéma d'asservissement numérique.
- Calculer la loi de commande pour répondre à un cahier des charges, simuler et interpréter les résultats.

**Travail demandé (vous utiliserez le logiciel Matlab, voir sur CAMPUS le script d'un exemple à adapter) :**

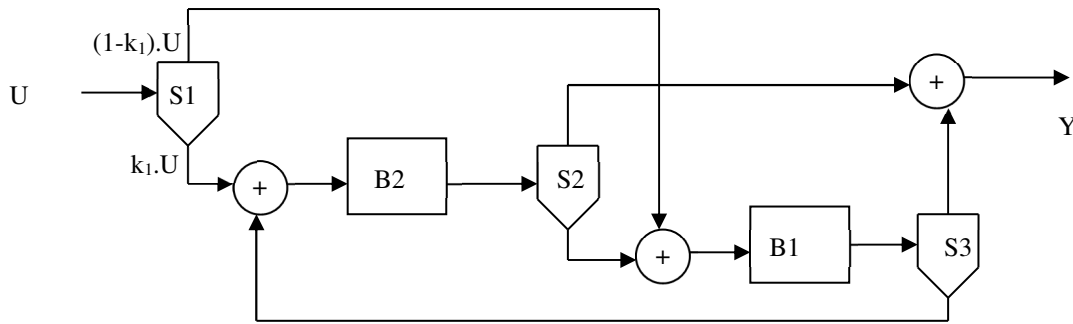
### **I Partie A : Modélisation et analyse du SLCI**

- 1) Etablir la ou les fonctions de transfert traduisant les influences de l'entrée et/ou de la perturbation sur la sortie du système continu étudié. Qualifier, à partir de la fonction de transfert entre l'entrée et la sortie, les caractéristiques dynamiques du système continu (stabilité, allure du régime transitoire, gain statique s'il est défini, pôles). Tracer alors les réponses impulsionnelles et indicielles ainsi que le diagramme de Bode du système. Interpréter les différents tracés en faisant le lien avec les caractéristiques dynamiques précédentes.
- 2) Donner l'expression permettant de calculer la fonction de transfert du système échantillonné en tenant compte des convertisseurs. Donner la fonction de transfert échantillonnée entre l'entrée et la sortie du système. Tracer les réponses impulsionnelles et indicielles de ce système. Interpréter les réponses obtenues par rapport aux pôles de la fonction de transfert échantillonnée. Les réponses sont-elles cohérentes avec celles obtenues au 1) : analyse qualitative et quantitative.

### **II Partie B : Asservissement du SLCI**

- 3) Proposer un schéma d'asservissement numérique qui répond aux exigences du cahier des charges (à télécharger depuis Campus) en termes d'allure transitoire, de précision, et de rapidité. Quelles sont les contraintes à appliquer aux polynômes R et S. Calculer le correcteur et vérifier en simulation que les performances attendues sont atteintes. Donner l'algorithme de calcul de la commande à appliquer au système.

## 1 Unité de broyage :



Entrée du processus : débit massique  $u(t)$ , sortie : débit massique  $y(t)$

Une unité de traitement mécanique est constituée de deux broyeurs B et de trois séparateurs de particules S (un séparateur trie les particules en deux classes, l'une constituée de grains fins, l'autre de grains grossiers en général réorientés dans un broyeur).

Les variables considérées dans le processus sont les débits matière (kg/mn) en sortie des broyeurs et des séparateurs.

Le débit d'entrée de l'unité est noté  $U$ , le débit de sortie est noté  $Y$ .

Modélisation d'un broyeur :

Si  $Q_e$  et  $Q_s$  sont les débits (en kg/mn) entrant et sortant, on admet que  $Q_s(p) / Q_e(p) = [1 / (1 + p.T)]$ .

Modélisation d'un séparateur :

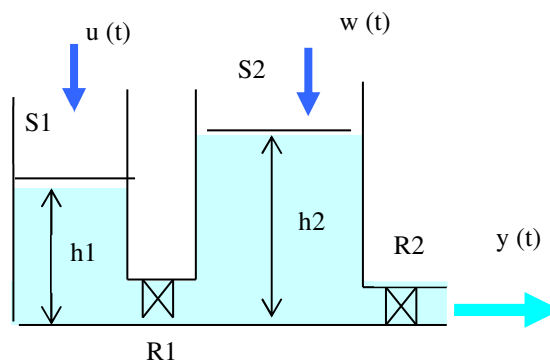
Le coefficient de séparation  $k$  définit le partage du débit entrant  $Q_e$  en deux débits sortant  $Q_{s1}$  et  $Q_{s2}$  avec:

$Q_{s1} = k.Q_e$  et  $Q_{s2} = (1-k).Q_e$

On note  $T_1$ ,  $T_2$  les constantes de temps des broyeurs B1 et B2 et  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  les différents coefficients des séparateurs.

On prendra par exemple :  $T_1 = 5$  mn,  $T_2 = 10$  mn,  $k_1 = 0.1$ ,  $k_2 = 0.3$ ,  $k_3 = 0.2$ , produit des gains des convertisseurs CAN, CNA, de l'amplification et du capteur = 1.

## 2 Réservoirs



Entrée du processus : débit volumique  $u(t)$ , perturbation : débit volumique  $w(t)$ , Sortie : débit volumique  $y(t)$ .

Les sections  $S_1$ ,  $S_2$  des réservoirs sont différentes.

Le débit volumique entre deux réservoirs est supposé proportionnel à la différence de hauteur  $h$  de liquide dans ces deux réservoirs (hypothèse des petites variations autour d'une position d'équilibre) :

On prendra :

$S_1 = 1.5 \text{ m}^2$ ,  $S_2 = 1 \text{ m}^2$

$R_1 = 1 \text{ s.m}^{-2}$ ,  $R_2 = 20 \text{ s.m}^{-2}$

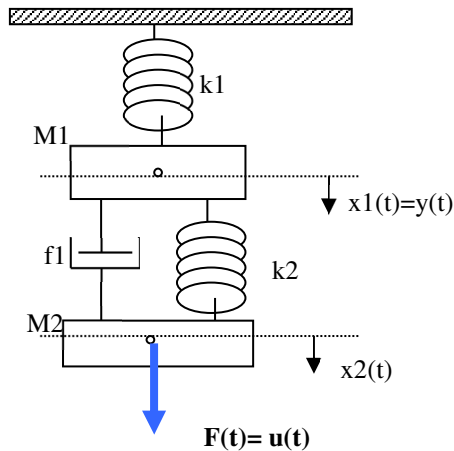
$S_1 dh_1/dt = -(h_1 - h_2)/R_1 + u(t)$

$S_2 dh_2/dt = w(t) - (h_2 - h_1)/R_1 - h_2/R_2$  ;

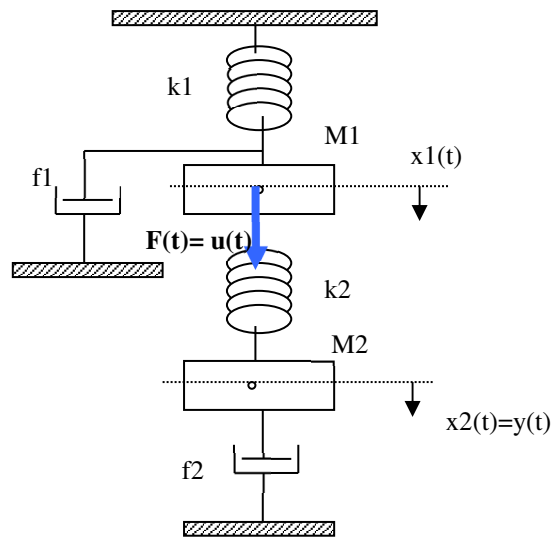
Produit des gains des convertisseurs CAN, CNA, de l'amplification et du capteur = 2

### 3 Système mécanique 1

(Script sur Campus)



### 4 Système mécanique 2



Entrée des processus : Force appliquée  $u(t)$ ,  
sortie : déplacement  $y(t)$ .

Convertisseurs :

On donne :  $M_1 = 25 \text{ kg}$ ,  $M_2 = \text{négligeable}$ ,  $k_1 = k_2 = 0.2 \text{ Nm}^{-1}$ ,  $f_1 = 1 \text{ Nsm}^{-1}$ ,  $f_2 = 0.1 \text{ N.s m}^{-1}$

Etude 3 (Système mécanique 1):

$$F = M_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + k_2(x_2 - x_1) + f_1 \frac{d(x_2 - x_1)}{dt}$$

$$0 = M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + k_1 x_1 + f_1 \frac{d(x_1 - x_2)}{dt} + k_2(x_1 - x_2)$$

Etude 4 (Système mécanique 2) :

$$0 = M_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + k_2(x_2 - x_1) + f_2 \frac{dx_2}{dt}$$

$$F = M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + k_1 x_1 + f_1 \frac{dx_1}{dt} + k_2(x_1 - x_2)$$

Produit des gains des convertisseurs CAN, CNA, de l'amplification et du capteur = 2.

### 5 Ballon à air chaud

On donne le modèle approché d'un ballon à air chaud :

$$\dot{\theta} = -\frac{1}{\tau_1} \theta + u$$

$$\ddot{h} = -\frac{1}{\tau_2} \dot{h} + \sigma \theta + \frac{1}{\tau_2} w$$

Entrée du processus :  $u(t)$ , sortie : vitesse de translation  $v = dh/dt$

$h$  est l'écart d'altitude par rapport à une altitude de référence (sortie du système)

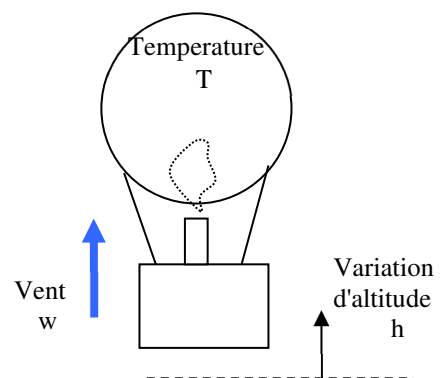
$\theta$  la variation de température dans le ballon

$u$  est une grandeur proportionnelle à l'apport de chaleur dans le ballon (grandeur de commande)

$w$  vitesse du vent (perturbation agissant sur le système)

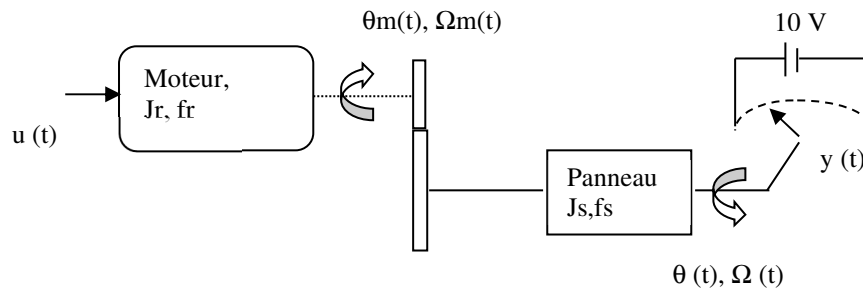
$\tau_1 = 5 \text{ s}$ ,  $\tau_2 = 120 \text{ s}$  deux constantes de temps,  $\sigma = 0.2$  constante.

Produit des gains des convertisseurs CAN, CNA, de l'amplification et du capteur = 1.





## 6 Positionnement d'un panneau photovoltaïque



Entrée du processus : tension  $u(t)$ , sorties : déplacement mesurée  $y(t)$

La fonction de transfert  $[\Omega_m(p)/U(p)]$  du moteur d'entraînement et de son électronique de puissance est celle d'un système du premier ordre de gain statique 1 et de constante de temps  $J/f$  où  $J$  est le moment d'inertie total ramené à l'arbre moteur, et  $f$  le coefficient de frottement supposé visqueux également ramené à l'arbre moteur.

$$J = J_r + J_s/n^2 \quad f = f_r + f_s/n^2$$

Le coefficient de réduction  $n$  est de 5.

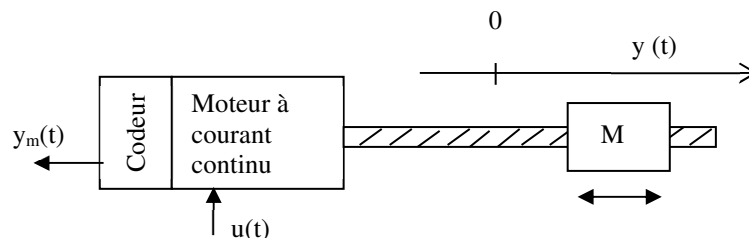
On donne :  $J_r = 0,01 \text{ kg.m}^2$ ,  $J_s = 100 \text{ kg.m}^2$ ,  $f_s = 25 \text{ Ns/m}$ ,  $f_r = 0 \text{ Ns/m}$ .

Pour une rotation de  $180^\circ$  du panneau, la tension fournie par le potentiomètre varie de 5V.

Convertisseurs : CNA 10 bits, dynamique 10V

CAN : 12 bits dont 1 de signe, dynamique +/-5V

## 7 Asservissement de position d'un chariot sur une vis à bille



Entrée du processus : tension  $u(t)$ , sorties : déplacement du chariot  $y(t)$  et angle de rotation du moteur  $\theta(t)$

On rappelle les équations qui régissent le fonctionnement du moteur :

$$v(t) = R.i(t) + L di/dt + e(t) \quad (\text{on négligera l'influence du terme } L di/dt)$$

$$e(t) = k_e.d\theta(t)/dt$$

$$C(t) = k_c.i(t) = J.d^2\theta(t)/dt^2 + f.d\theta(t)/dt \quad (\text{on négligera l'influence du terme } f.d\theta(t)/dt)$$

Avec :  $C$  couple moteur,  $f$  coefficient de frottement visqueux.

$M$  masse du mobile :  $M = 2 \text{ kg}$

$J$  moment d'inertie du rotor :  $J = 10^{-4} \text{ kg.m}^2$

$k_r$  constante de couple du moteur  $k_r = 0.5 \text{ Nm/A}$

$k_e$  constante de  $f_{cm}$   $k_e = 0.5 \text{ V/rad/s}$

$r$  résistance d'induit  $r = 5 \Omega$

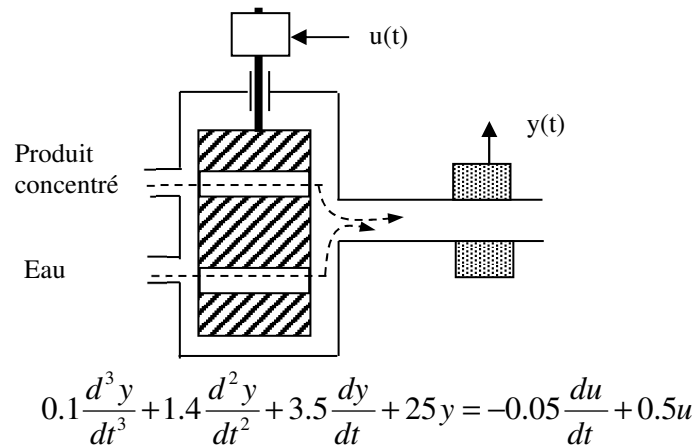
$L$  coefficient de self induction  $L = 10 \text{ mH}$

$n$  pas de la vis à bille  $n = 2 \text{ cm/tour}$

codeur incrémental : 2000 impulsions par tour

Convertisseur : CNA 10 bits, dynamique 10V

## 8 Mélangeur



Entrée du processus tension de commande  $u(t)$ , sortie : tension proportionnelle à la concentration  $y(t)$

La concentration du mélange est réglée par la position de l'électrovanne.

La concentration est mesurée par un détecteur optique qui délivre une tension électrique  $u$  proportionnelle à la concentration.

Convertisseurs à choisir sachant que la plage d'utilisation du mélangeur correspond à  $y$  variant entre  $-0.5$  V et  $+0.5$  V et que la précision demandée sur la concentration doit être inférieure à  $10^{-3}$  v. La sortie du CNA est amplifiée par un gain de 20.

Vous avez le choix sur les dynamiques des tensions d'entrée du CAN ou de sortie du CNA :  $\pm 5$  V,  $\pm 10$  V,  $\pm 1$  V et sur le nombre de bits (dont un bit de signe) des convertisseurs : 8bits, 10bits, 12 bits, 16 bits.

## 9 Enceinte thermique

La température intérieure de chacune des enceintes ( $T_1$  et  $T_2$ ) est considérée comme uniforme. La température extérieure  $T_3$  est supposée constante. Des échanges de chaleur se produisent entre enceintes et avec l'extérieur selon les lois suivantes :

$$P_{12} = \alpha_{12}(T_1 - T_2)$$

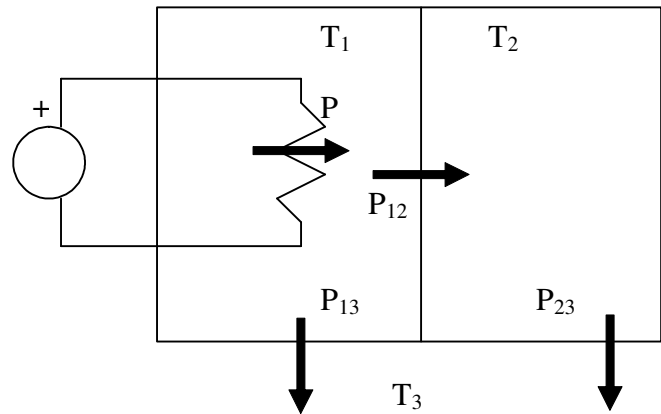
$$P_{13} = \alpha_{13}(T_1 - T_3) \text{ où } P_{ij} \text{ représente la puissance}$$

$$P_{23} = \alpha_{23}(T_2 - T_3)$$

calorifique échangée entre les milieux  $i$  et  $j$ .

$$M_1 \frac{dT_1}{dt} = P - P_{12} - P_{13}$$

$$M_2 \frac{dT_2}{dt} = P_{12} - P_{23}$$



On considère  $M_1 = 87000 \text{ J.K}^{-1}$ ,  $M_2 = 30700 \text{ J.K}^{-1}$ ,  $\alpha_{12} = 100 \text{ W.K}^{-1}$ ,  $\alpha_{13} = 105 \text{ W.K}^{-1}$ ,  $\alpha_{23} = 85 \text{ W.K}^{-1}$

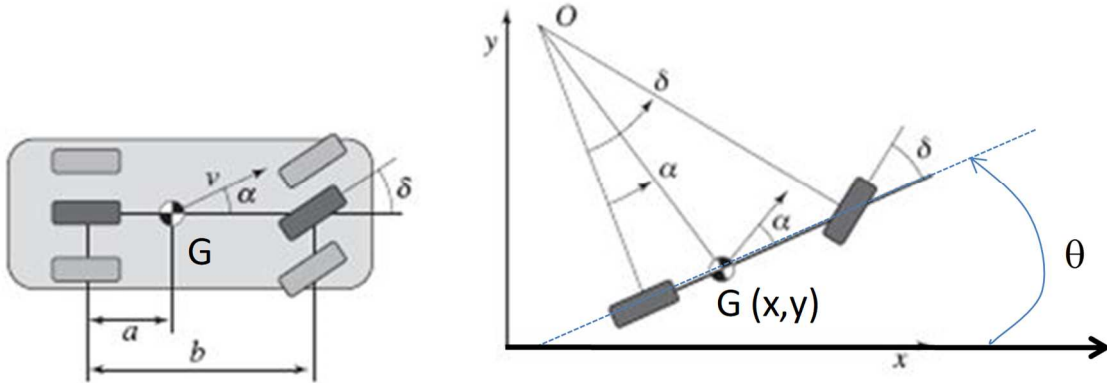
Entrée du processus : puissance de chauffe  $P(W)$ , sortie : température  $T_2$  ( $^{\circ}K$ ).

Produit des gains des convertisseurs CAN, CNA, de l'amplification et du capteur =  $1/2$ .

## 10 Contrôle de direction d'un véhicule

G désigne le centre de gravité du véhicule,  $\delta$  est l'angle d'orientation de la roue avant,  $\alpha$  est l'angle que fait le vecteur vitesse avec l'axe de la voiture,  $\theta$  est l'angle de l'axe du véhicule avec l'axe x.  $V_0$  est la vitesse de la roue arrière.

On considère un déplacement du véhicule à vitesse  $V_0$  (90 km/h) selon l'axe des x ( $\theta \approx 0$ ). Le développement limité



au premier ordre du système d'équation de ce modèle autour du point de fonctionnement ( $dx/dt=cste$ ,  $y=cste$ ,  $\delta=\theta=0$ ) permet d'écrire la fonction de transfert en p entre l'angle  $\delta$  d'orientation de la roue avant et l'écart y du véhicule par rapport à l'axe de la route (l'axe des x).

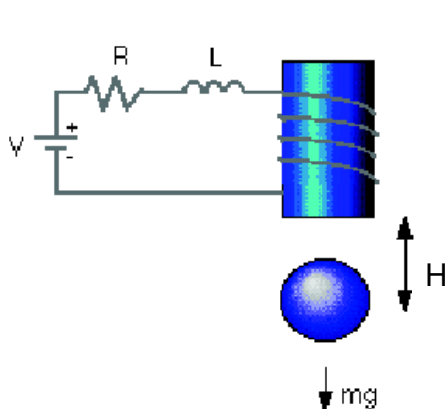
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= V_0 \\ \frac{dy}{dt} &= V_0 \left( \theta + \frac{a}{b} \delta \right) \\ \frac{d\theta}{dt} &= V_0 \frac{\delta}{b}\end{aligned}$$

On souhaite, autour de ce point de fonctionnement, piloter par ordinateur l'écart y de ce véhicule par rapport à la trajectoire. Pour cela on dispose de cartes de conversion numérique analogique et analogique numérique. Les convertisseurs sont des convertisseurs 10 bits et ont une dynamique de  $\pm 10V$ . Vous trouverez les valeurs a et b sur internet pour le véhicule de votre choix.

## 11 Suspension magnétique

V est la tension appliquée au circuit électrique et I le courant électrique.

Les valeurs numériques sont:  $m = 0,01kg$ ,  $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$ ,  $L = 0,01H$ ,  $R = 0,8 \text{ Ohm}$ ,  $K=0,01 \text{ S.I.}$



$$\begin{aligned}m \frac{d^2 H}{dt^2} &= mg - \frac{KI^2}{H} \\ L \frac{dI}{dt} &= V - RI\end{aligned} \quad [1]$$

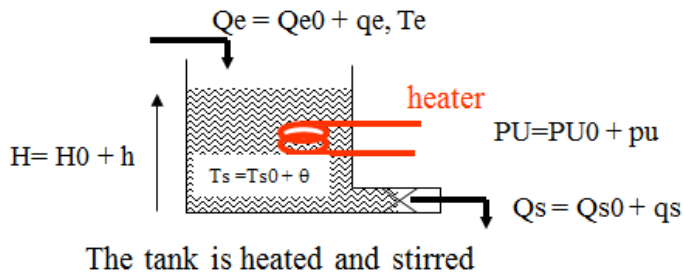
On considère l'équilibre du système pour lequel :  $I=I_0=3A$ ,  $V=V_0$ ,  $H=H_0$ . On considère alors des petites variations autour de cet équilibre :  $I=I_0 + i$ ,  $V=V_0+u$ ,  $H=H_0+h$ . Par développement limité au premier ordre de l'expression [1] on peut écrire.

$$m \cdot \frac{d^2 h}{dt^2} = \frac{KI_0^2}{H_0^2} h - \frac{2 * KI_0}{H_0} i \quad [2]$$

On souhaite piloter la position de la sphère en imposant le courant i.

Le produit des gains des convertisseurs CNA et CAN est égal à 2.

## 12 Bac chauffant



$c$  (J/m<sup>3</sup>.K): the specific heat of the flow

$S$  (m<sup>2</sup>): the cross-sectional area

(m<sup>3</sup>): : the Volume of the tank

$Q_e$  (m<sup>3</sup>/s): the incoming flow rate

$Q_s$  (m<sup>3</sup>/s): the outgoing flow rate

$H(m)$ : the level in the tank

$P_u$ : (W) the heat input

On considère le système constitué d'un bac chauffant alimenté par un débit volumique  $Q_{e0}$  supposé constant. La puissance de chauffe fournie au bac est notée  $P_U$ . Le débit volumique de sortie du réservoir est noté  $Q_{s0}$ .

Etudier les variations  $\theta$  de température du liquide en fonction des variations  $p_u$  de puissance de chauffe autour du point de fonctionnement défini par :

$$Q_{e0} = Q_{s0} = 20 \text{ l/mn} \quad T_{s0} = 50^\circ\text{C} \quad H_0 = 600 \text{ mm} \quad P_{U0} = 20 \text{ kW} \\ T_e = 20^\circ\text{C}, S = 0,2\text{m}^2$$

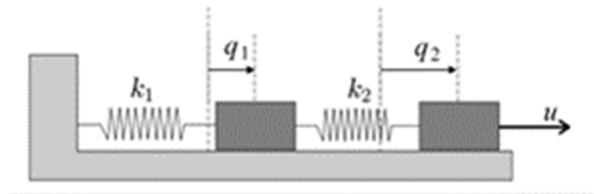
$$S \frac{dH}{dt} = Q_e - Q_s$$

$$Q_s = \varphi(H) = \alpha\sqrt{H}$$

$$cS \frac{d(T_s H)}{dt} = cT_e Q_e - cT_s Q_s + P_u$$

On souhaite piloter la température par ordinateur autour de ce point de fonctionnement. Le produit des gains des convertisseurs CNA et CAN est égal à 1.

## 13 Système masses ressorts



Soit le SLCI d'entrée  $u(t)$  (force appliquée à la masse  $M_2$ ) et de sortie  $q_1(t)$  (position de la masse  $M_1$ ). On donne les équations différentielles du système :

$$u(t) = M_2 d^2 q_2 / dt^2 + k_2 (q_2 - q_1)$$

$$0 = M_1 d^2 q_1 / dt^2 + k_1 q_1 + k_2 (q_1 - q_2)$$

$$\text{Avec } M_1 = 1 \text{ kg}, M_2 = 2 \text{ kg}, k_1 = 5 \text{ Ncm}^{-1}, k_2 = 2 \text{ Ncm}^{-1}$$

Le produit des gains des convertisseurs CNA et CAN est égal à 0.5

## Systèmes du second ordre (réponse pseudo-périodique)

(Cours Automatique Tome 2, Maurice Rivoire, Jean-Louis Ferrier, Eyrolles)

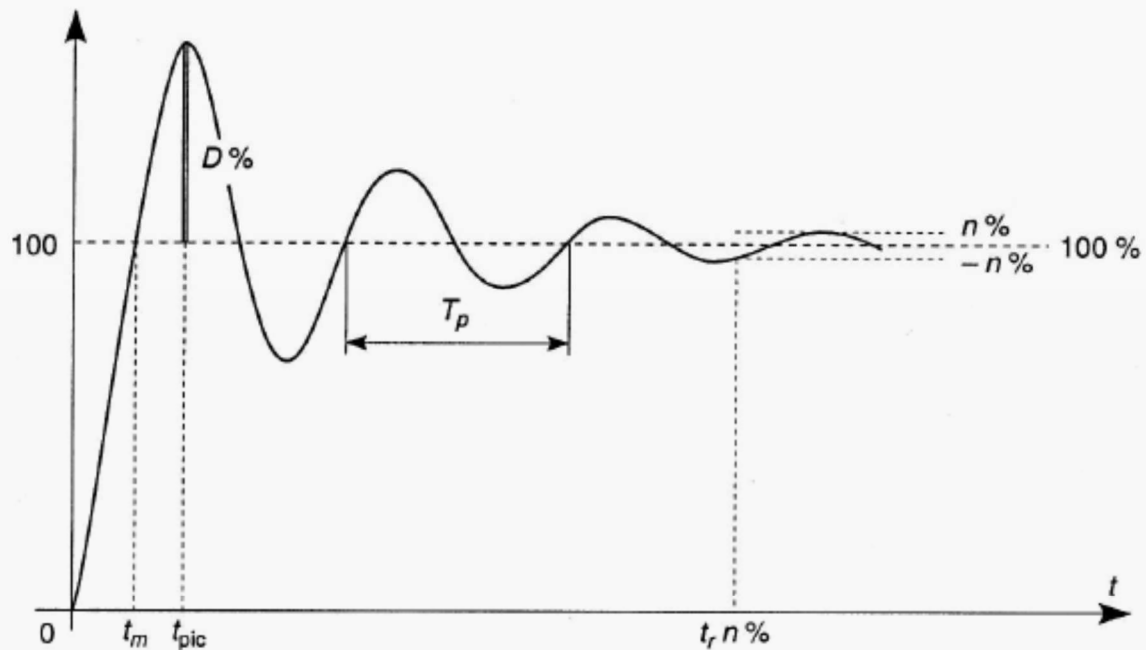


Figure A.1.

Temps de montée (*)	$t_m = \frac{1}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} (\pi - \text{Arccos } \xi)$
Temps de réponse à n % ( $\xi < 0,7$ )	$t_r = \frac{1}{\omega_n \xi} \text{Log}_e \frac{100}{n}$
Temps de pic	$t_{pic} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}}$
Pseudo-période	$T_p = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}}$
Pseudo-pulsation	$\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$
Dépassement	$D \% = 100 e^{-\pi \xi / \sqrt{1 - \xi^2}}$
Rapport de 2 maxima successifs	$\frac{D_1}{D_2} = e^{2\pi \xi / \sqrt{1 - \xi^2}}$
Nombre d'oscillations complètes	$n \approx Q = \frac{1}{2\xi}$

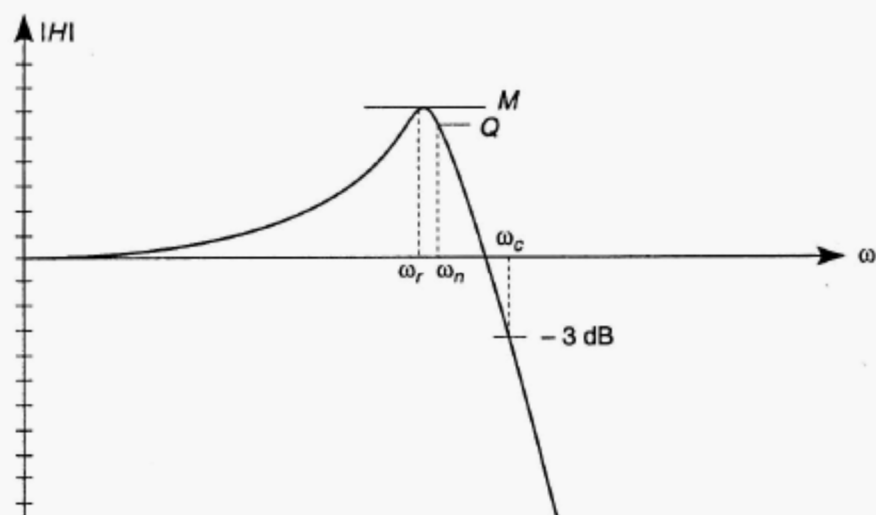
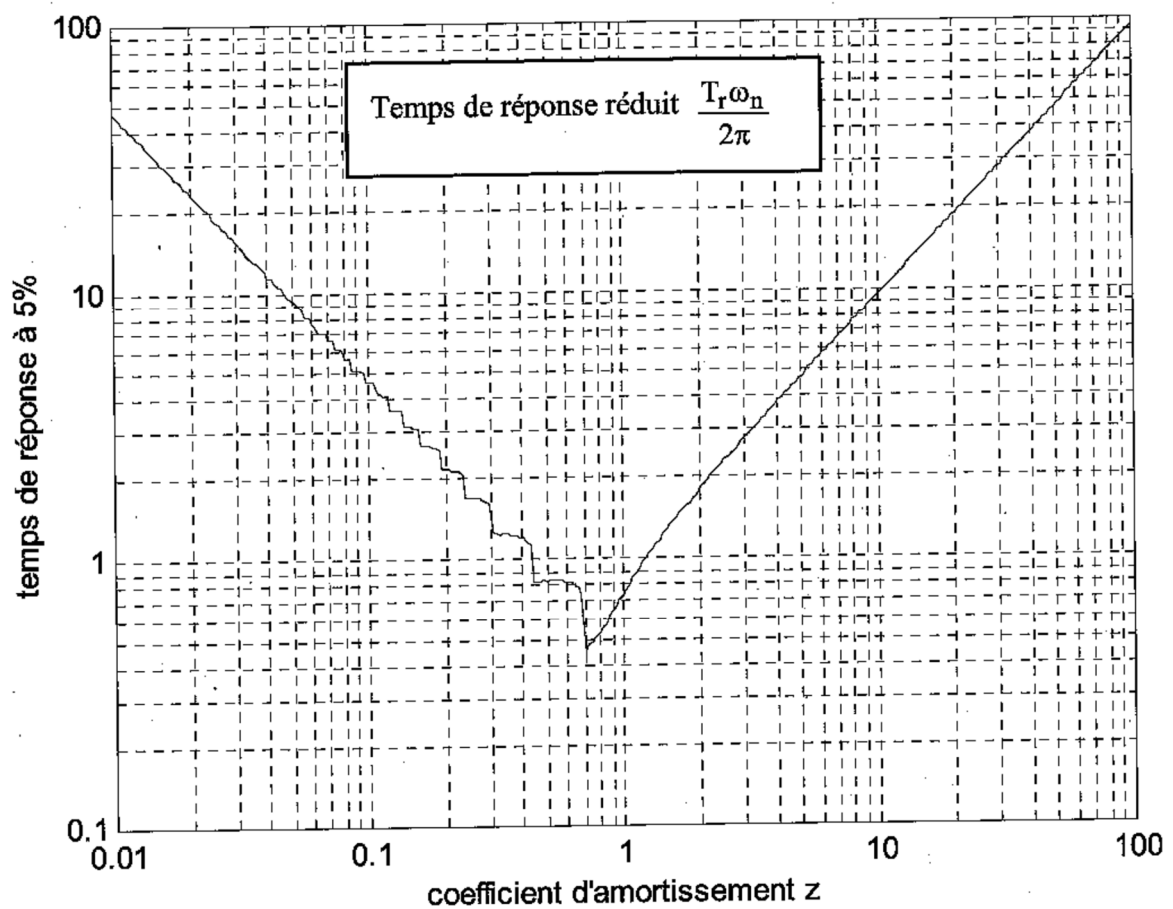
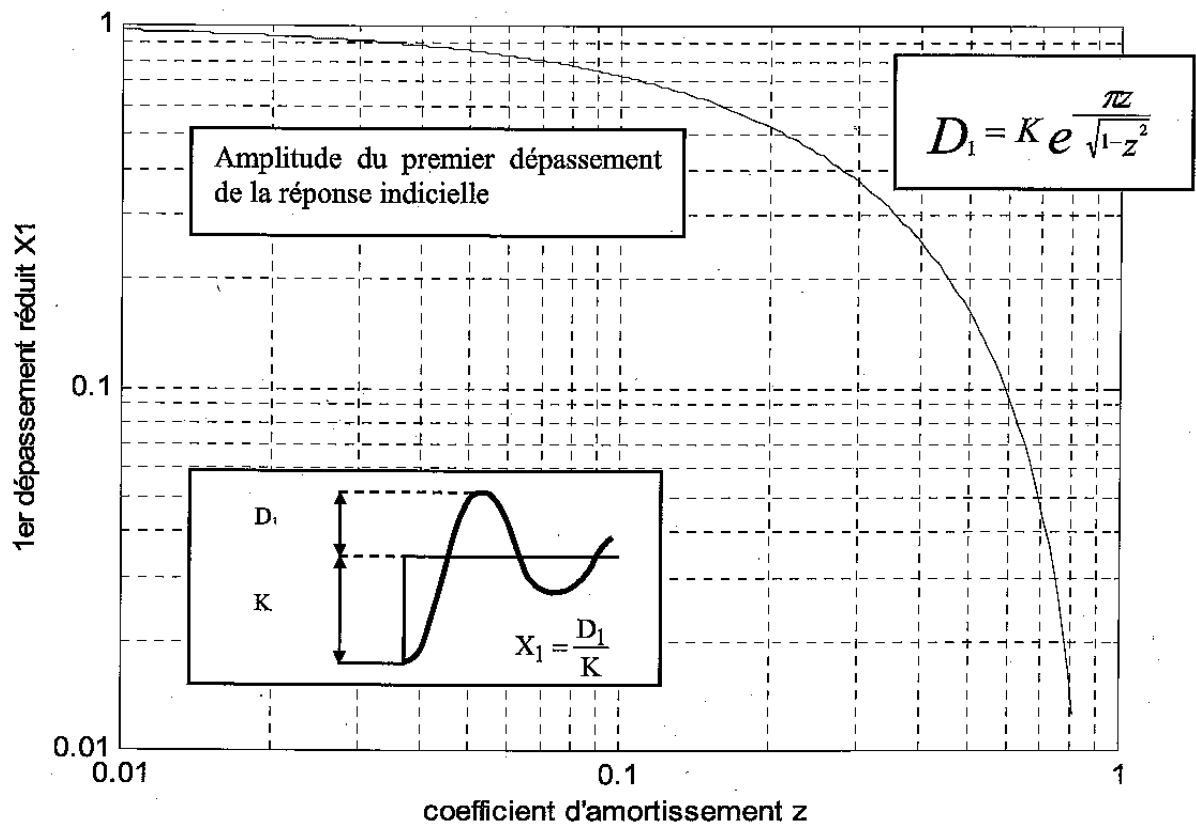
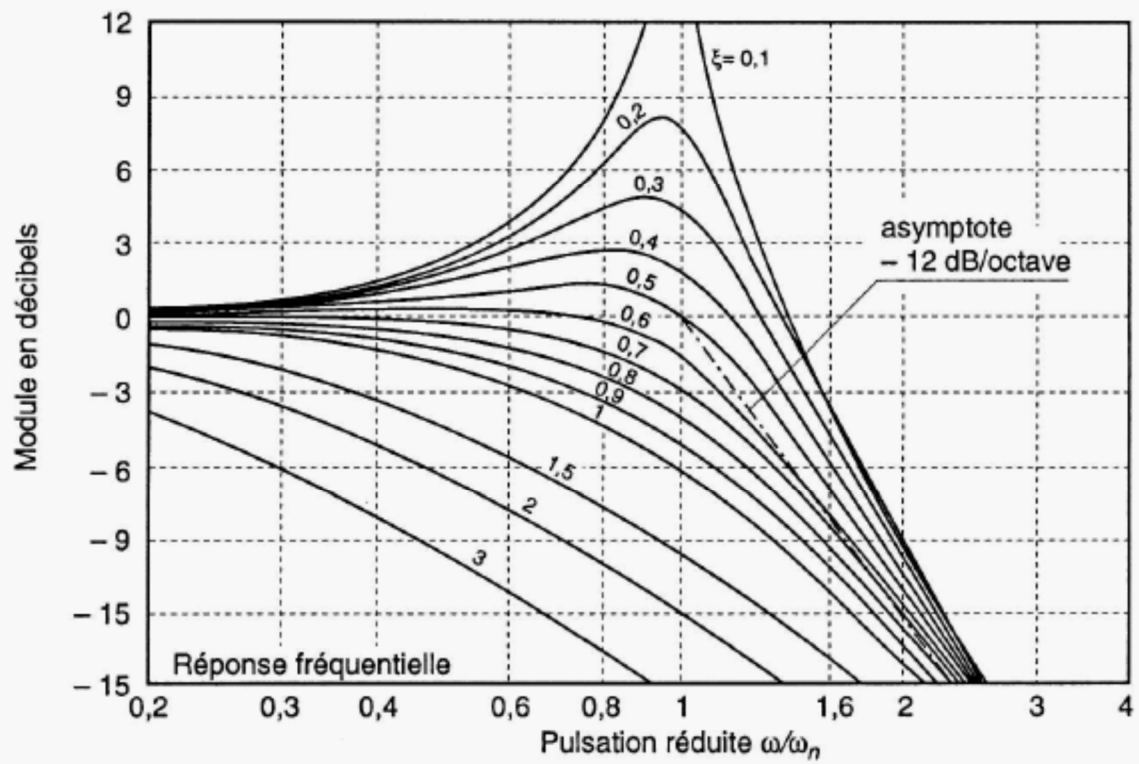


Figure A.2.

Pulsation de résonance	$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$
Pulsation de coupure	$\omega_c = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2 + \sqrt{1 + (1 - 2\xi^2)^2}}$
Facteur de résonance	$m = \frac{1}{2\xi \sqrt{1 - \xi^2}}$
Facteur de qualité	$Q = \frac{1}{2\xi}$
En décibels	$M_{dB} = 20 \log m$ $Q_{dB} = 20 \log Q$
On a aussi	$Q = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{t_{pic} \omega_n}\right)^2}}$



## 2<sup>e</sup> ordre



## 2<sup>e</sup> ordre

