

Métrologie – partie 2/3

SOMMAIRE

1. TYPES DE MÉTROLOGIE
2. LA METROLOGIE INDUSTRIELLE
3. LE TISSU NORMATIF
4. LE PROCESSUS MÉTROLOGIQUE
5. ERREURS ET INCERTITUDES DE MESURE
6. RESULTAT DE MESURE

SOMMAIRE

1. **TYPES DE MÉTROLOGIE**
2. LA MÉTROLOGIE INDUSTRIELLE
3. LE TISSU NORMATIF
4. LE PROCESSUS MÉTROLOGIQUE
5. ERREURS ET INCERTITUDES DE MESURE
6. RESULTAT DE MESURE

3 aspects de la métrologie

- ▶ **La métrologie fondamentale** : C'est la science de la mesure. Elle définit les principes et les méthodes permettant de garantir la confiance des mesures. Pour cela, elle développe et veille à maintenir des étalons nationaux de référence, reconnus à l'international et qui permettent à l'industrie de raccorder leurs instruments de mesure au Système International d'unités (SI).
- ▶ **La métrologie légale** : C'est un ensemble d'exigences et de procédures imposées par l'état pour garantir la qualité et la fiabilité de certains instruments de mesure ou d'opérations de mesurage touchant l'intérêt public : la sécurité des personnes, la protection des consommateurs, de l'environnement et de la santé, la loyauté des transactions commerciales ou encore la bonne application des lois et des règlements.
- ▶ **La métrologie industrielle** : Pour les industriels, assurer la traçabilité et la fiabilité de leurs mesures est essentiel pour maîtriser leurs procédés de fabrication et veiller à la qualité de leurs produits. La métrologie peut donc apporter une contribution majeure à la compétitivité des entreprises.

Application

- ▶ Dans ces domaines, indiquez dans quel cadre interviennent les métrologies fondamentales, légales et industrielles



SOMMAIRE

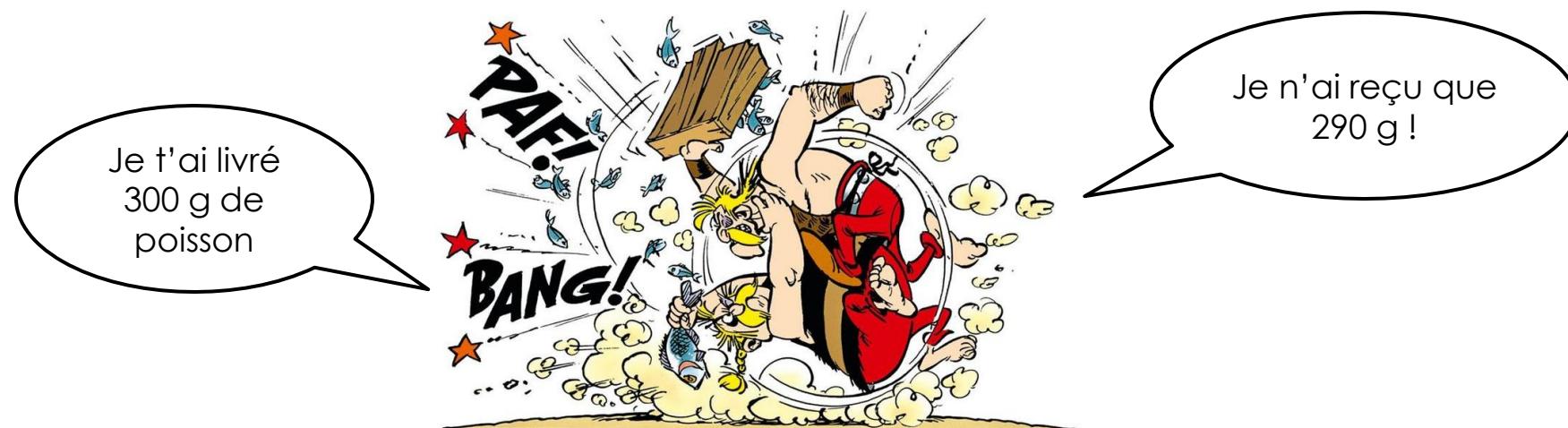
1. ASPECTS DE LA MÉTROLOGIE
- 2. LA MÉTROLOGIE INDUSTRIELLE**
3. LE TISSU NORMATIF
4. LE PROCESSUS MÉTROLOGIQUE
5. ERREURS ET INCERTITUDES DE MESURE
6. RESULTAT DE MESURE

La métrologie industrielle

- ▶ La métrologie industrielle consiste à **organiser l'ensemble des ressources métrologiques** de l'entreprise dans le but de :
 - ▶ maîtriser les caractéristiques de ses instruments (étalonnage),
 - ▶ maîtriser les performances des opérateurs (formation),
 - ▶ maîtriser les spécificités de ses produits (métier),
 - ▶ maîtriser les exigences de ses clients (relation commerciale),
 - ▶ maîtriser les exigences de son (ses) référentiel(s) qualité (excellence).
- ▶ La **maîtrise de la mesure** dans le cadre de la métrologie industrielle permet de :
 - ▶ maîtriser la conformité des produits,
 - ▶ maîtriser les coûts,
 - ▶ garantir une meilleure rentabilité,
 - ▶ augmenter la satisfaction du client.

La métrologie industrielle

- ▶ A l'inverse de la Métrologie Légale, la métrologie industrielle doit garantir, non pas l'honnêteté et l'égalité de l'échange, mais la fonctionnalité du produit dans un contexte économique. Pour cela, elle dispose d'un certain nombre de normes qui l'aide dans sa démarche.
- ▶ Les normes constituent des référentiels auxquels toutes les parties prenantes peuvent se référer
→ langage commun
- ▶ La métrologie est un moyen de communication entre le fournisseur et l'utilisateur des résultats de mesure.



SOMMAIRE

1. ASPECTS DE LA MÉTROLOGIE
2. LA METROLOGIE INDUSTRIELLE
3. **LE TISSU NORMATIF**
4. LE PROCESSUS MÉTROLOGIQUE
5. ERREURS ET INCERTITUDES DE MESURE
6. RESULTAT DE MESURE

Le tissu normatif



<https://cobaz.afnor.org/>

► Les normes fondamentales

- NF EN ISO 80000 Grandeurs et unités
- NF ISO/IEC GUIDE 99 Vocabulaire International de Métrologie (VIM)

► Les normes relatives à la métrologie

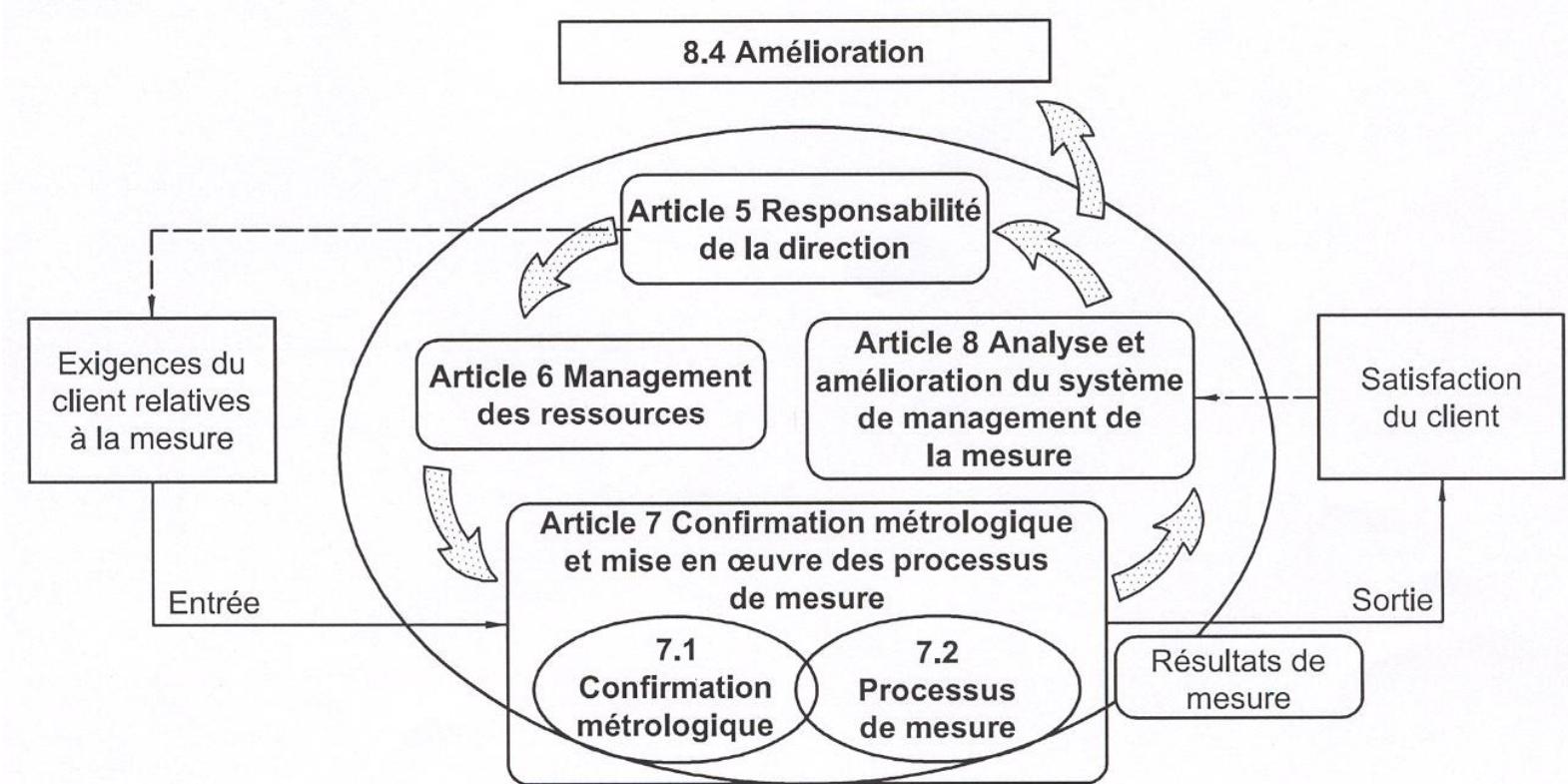
- FD X07-010,etc Métrologie dans l'entreprise
- NF EN ISO/IEC 17025 Accréditation des laboratoires de métrologie
- NF EN ISO 10012 Systèmes de management de la mesure
- NF EN ISO 14253 Spécifications géométriques des produits

Le tissu normatif

La norme ISO 10012

► Système de Management de la Mesure Exigences pour les processus et les équipements de mesure

- Définition d'un système de management de la mesure : « ensemble d'éléments corrélés ou interactifs nécessaires pour effectuer une confirmation métrologique et un contrôle continu des processus de mesure »
- Approche dite « orientée processus »
- Exigences et conseils



La norme ISO 10012

- ▶ Un système efficace doit permettre de **garantir** que les équipements de mesure et les processus de mesure sont **appropriés** à l'utilisation qui leur est assignée.
- ▶ L'objectif du SMM est de **gérer le risque** de voir les équipements de mesure générer des **résultats incorrects** ayant une incidence sur la qualité des produits.
 - ▶ Les processus de mesure seront **maîtrisés**
 - ▶ Les équipements de mesure seront **confirmés**
- ▶ On cherche à bien mesurer pour bien décider.

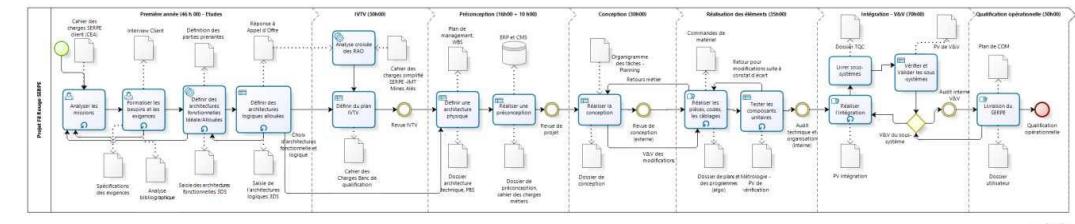


SOMMAIRE

1. ASPECTS DE LA MÉTROLOGIE
2. LA METROLOGIE INDUSTRIELLE
3. LE TISSU NORMATIF
- 4. LE PROCESSUS MÉTROLOGIQUE**
5. ERREURS ET INCERTITUDES DE MESURE
6. RESULTAT DE MESURE

Le processus métrologique

- ▶ Un processus métier est un ensemble de tâches liées les unes aux autres qui prennent fin à la livraison d'un service ou d'un produit à un client.
- ▶ Le processus métier a également été défini comme un ensemble d'activités et de tâches qui, une fois effectuées, rempliront l'un des objectifs de l'entreprise.
- ▶ Plusieurs règles sont associées à un processus :
 - ▶ Il a un début et une fin (inscrit dans le temps)
 - ▶ Il est décomposé en étapes claires et précises (audit)
 - ▶ Il comporte des indicateurs
 - ▶ Il appelle des compétences (ressources)
- ▶ Il existe des « modeleurs » de processus tels que bonitasoft ou Bizagi.



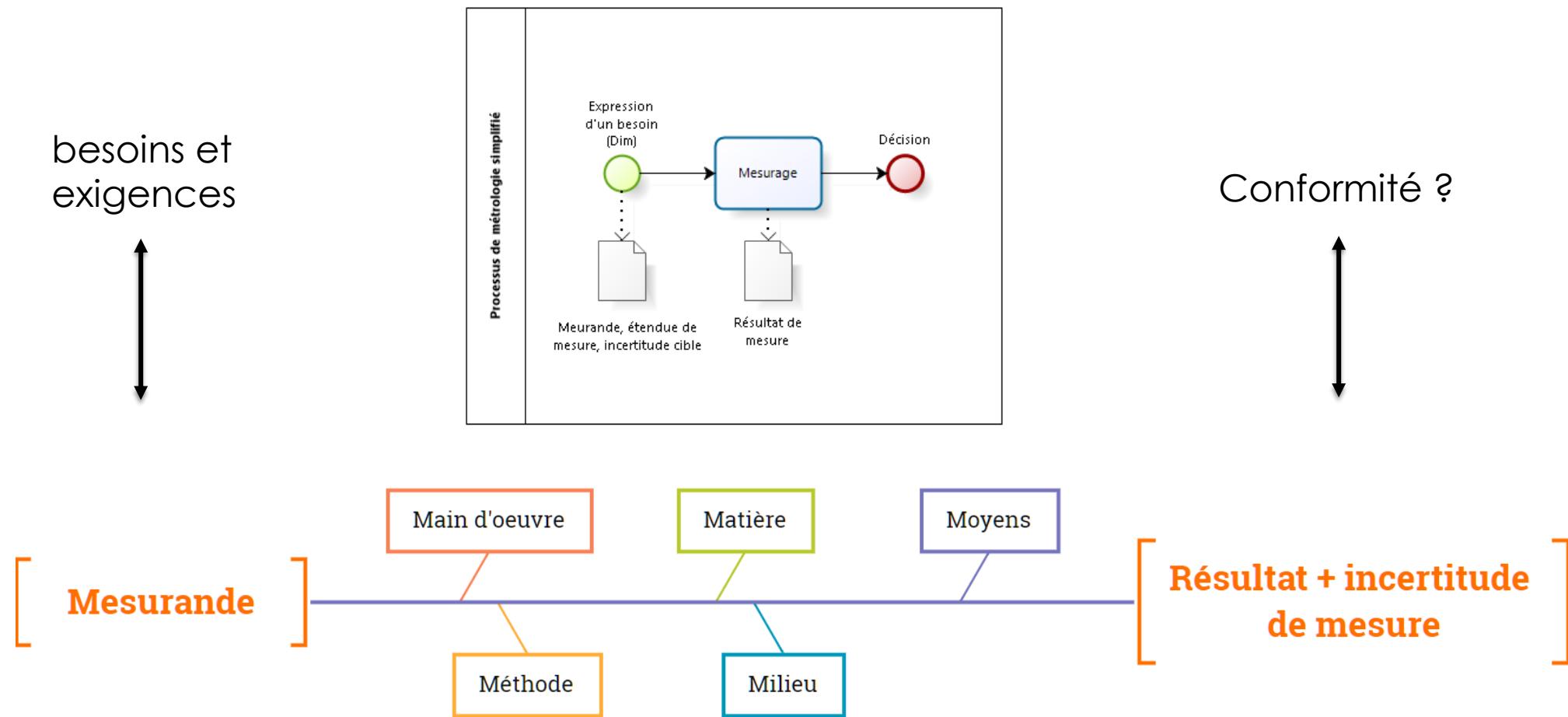
Le processus métrologique

- ▶ Le processus de métrologie n'est pas différent des processus métiers.
- ▶ Il est transverse à toutes les activités.
- ▶ Le processus de métrologie est donc une succession d'étapes qui conduit à un décision métrologique grâce à une résultat de mesure.
- ▶ Il faut différencier le **processus de mesure** du **processus de contrôle**.
- ▶ La mesure est un acte pour observer une grandeur, qui réunit les éléments décrits précédemment (traçabilité, incertitude...).
- ▶ Le contrôle est une notion d'observation relative. L'acte (processus) produit un résultat de conformité. Il existe des processus de contrôle par la mesure.

Le processus métrologique

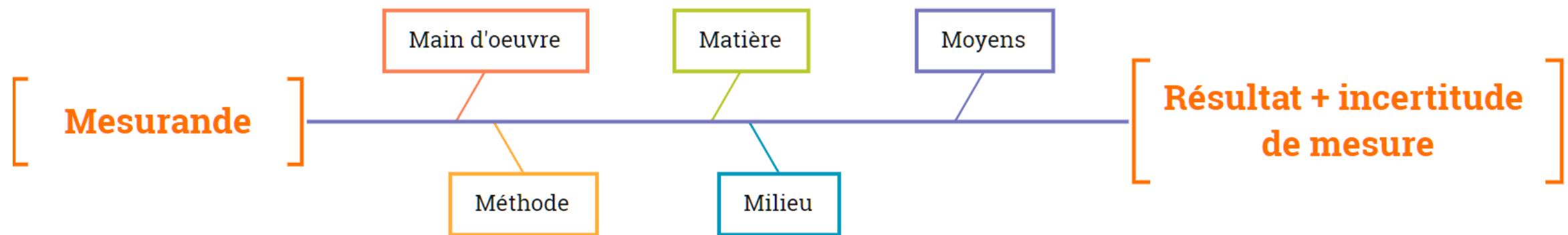
- ▶ Pour décrire un processus de mesure, la méthode des **5M** est souvent utilisée. C'est une représentation du processus qui intègre ou prend en compte :
 1. La **main d'œuvre** (ressource opérationnelle)
 2. Une **méthode** de mesure
 3. Des instruments de mesure (**moyens**)
 4. Un environnement de mesure caractérisé par les facteurs d'influence (**milieu**)
 5. Un produit ou un phénomène dont on veut mesurer une propriété (**matière**)
- ▶ On suppose qu'il existe un « trajet » entre le **mesurande** et le **résultat de mesure**. Sur ce trajet les 5 éléments sont distribués (rencontrés).
- ▶ L'objectif est de décrire le **processus de métrologie**...

Le processus métrologique



Application

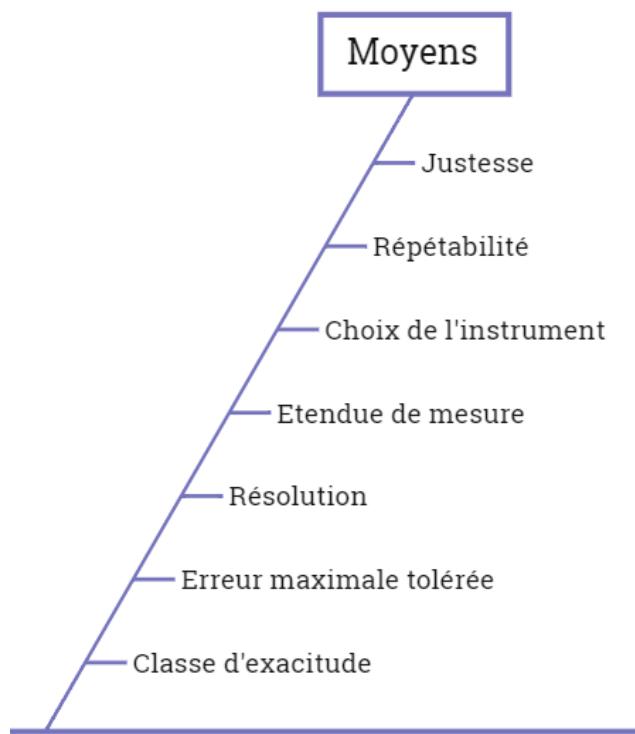
- Indiquez quels paramètres peuvent influer sur les résultats du mesurage



➤ Les moyens

- ▶ Le **mesurage** est assuré avec des **instruments de mesure** ou systèmes de mesure.
- ▶ Lors de la rédaction du processus de métrologie, l'instrument est choisi à partir des exigences / besoins :
 - ▶ **L'étendue de mesure** : « valeur absolue de la différence entre les valeurs extrêmes d'un intervalle nominal des indications »
 - ▶ Pour un intervalle nominal des indications de -10 V à $+10\text{ V}$, l'étendue de mesure est 20 V .
 - ▶ le terme « intervalle de mesure » est parfois improprement employé
 - ▶ **La résolution** : « plus petite variation de la grandeur mesurée qui produit une variation perceptible de l'indication correspondante »
 - ▶ **L'incertitude instrumentale** : « composante de l'incertitude de mesure qui provient de l'instrument de mesure ou du système de mesure utilisé » ou son **erreur maximale tolérée**,
 - ▶ **La classe d'exactitude** : « classe d'instruments de mesure ou de systèmes de mesure qui satisfont à certaines exigences métrologiques destinées à maintenir les erreurs de mesure ou les incertitudes instrumentales entre des limites spécifiées dans des conditions de fonctionnement spécifiées »
 - ▶ Les variations de ses « performances » en fonction des **grandeurs d'influence** (température, hygrométrie...).

➤ Les moyens



➤ Le milieu

- ▶ Le processus de mesure est réalisé dans un milieu. Le vide est un milieu !
- ▶ Dans le cas le plus courant, un milieu est caractérisé par : la température, l'humidité, la pression atmosphérique... mais aussi le niveau de bruit, de luminosité, la teneur d'un élément chimique...
- ▶ La correction de **température** dans le cas de mesures dimensionnelles s'impose lorsque la mesure est réalisée dans des conditions qui s'écartent de la température de référence : 20°C.
 - ➔ loi de dilatation
- ▶ Il existe des grandeurs insensibles au milieu :
 - ▶ l'activité d'un radionucléide (s^{-1}) est indépendante de la température, de l'hygrométrie, de la pression... du milieu.
 - ▶ La vitesse de la lumière est nvariant, quelque soit le milieu.

➤ Le milieu (température, dilatation)

- ▶ Les métrologues décrivent le milieu dans lequel l'instrument a été étalonné et proposent des corrections si nécessaires, par exemple, pour la température, sous forme d'une loi de dilatation :

$$L_T = L_{20} \cdot [1 + \alpha (T - 20)] \quad \text{avec } T : \text{température ; alpha : coefficient de dilatation}$$

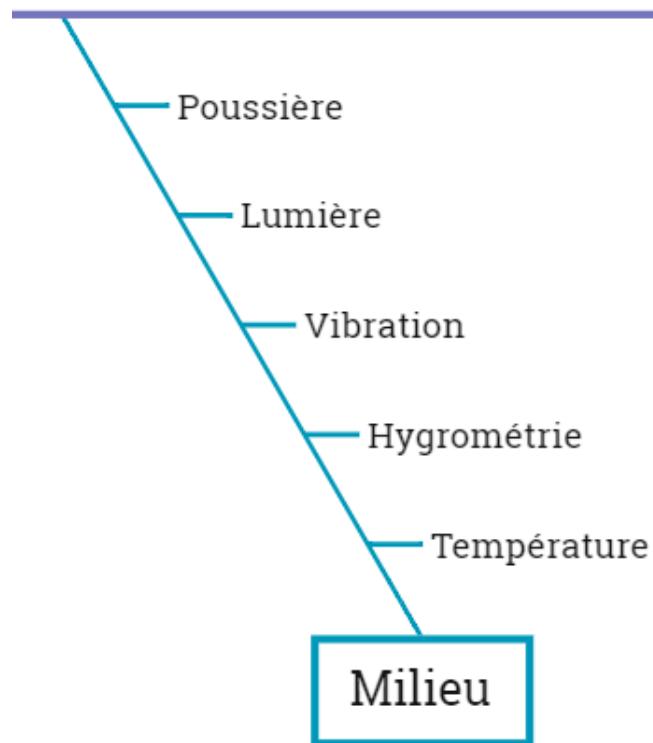
- ▶ La dilatation d'une pièce métallique est considérée comme linéaire entre 15 °C et 30 °C. Pour une température de 30 °C, la variation imposée par la température est :

$$d = L_{30} - L_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (T - 20)]$$

- ▶ Le métrologue pourra si nécessaire établir la loi qui décrit la variation entre la température relevée lors de la mesure et la dimension en dérivant l'évolution de la grandeur en fonction de la température.

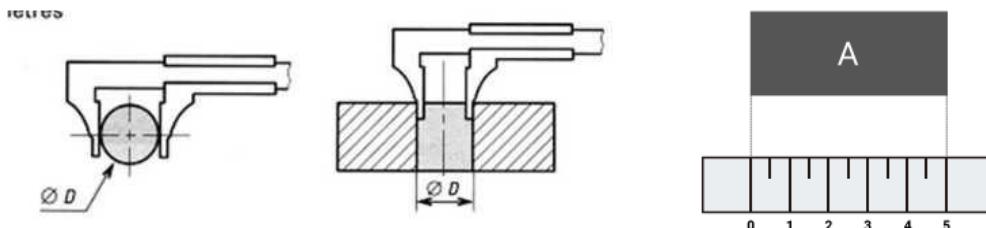
$$C = \frac{\delta d}{\delta T} \quad C = -\alpha \cdot L_{20^\circ}$$

➤ Le milieu

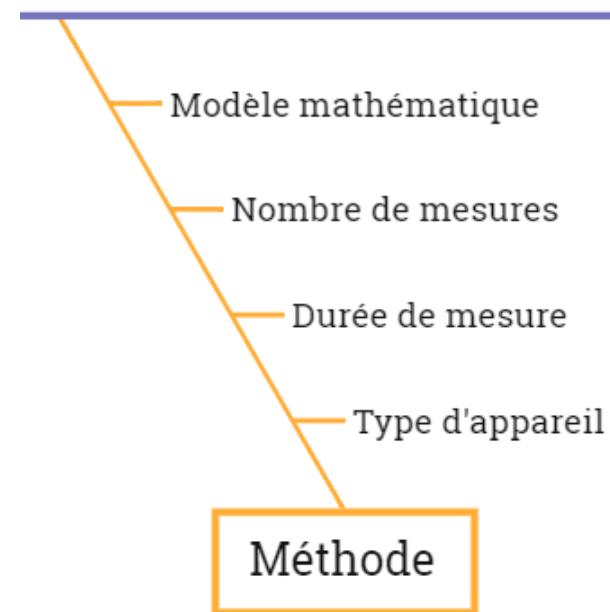
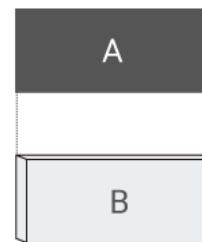


➤ La méthode

- ▶ La **méthode** est systématiquement présentée dans une procédure puis déclinée en modes opératoires. Il existe une catégorisation des méthodes.
- ▶ Le premier classement dépend de la « manière » de réaliser la mesure :
 - ▶ La méthode de **mesure directe** :

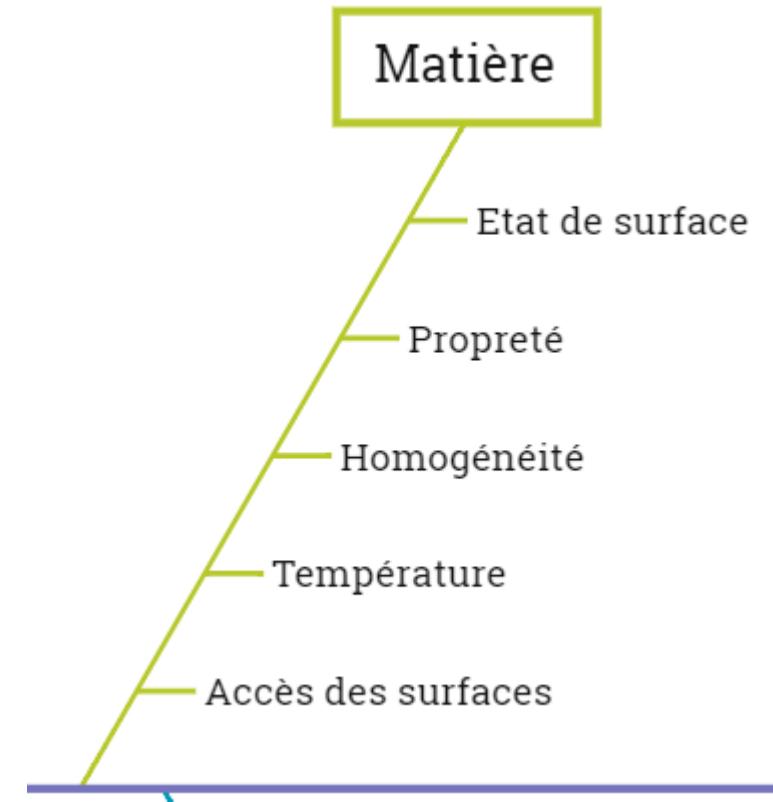


- ▶ La méthode de **mesure indirecte** :



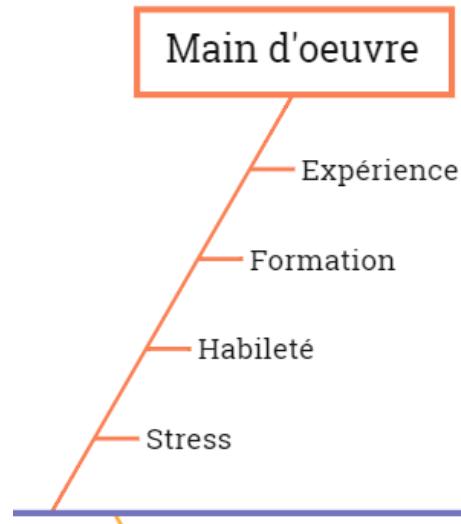
➤ La matière

- ▶ L'état de l'objet mesuré a une grande importance dans le processus métrologique.
- ▶ Le positionnement de l'objet est essentiel. Il existe des cas où le positionnement est imposé, par exemple dans le cas d'objet très massif (une voiture, une aile d'avion...) ; le positionnement est un sujet à part entière.
- ▶ Il n'est pas courant de relever la température de l'objet à mesurer, c'est pourtant essentiel.
- ▶ L'identification des prélèvements, la date, le lieu de prélèvement... est essentielle.



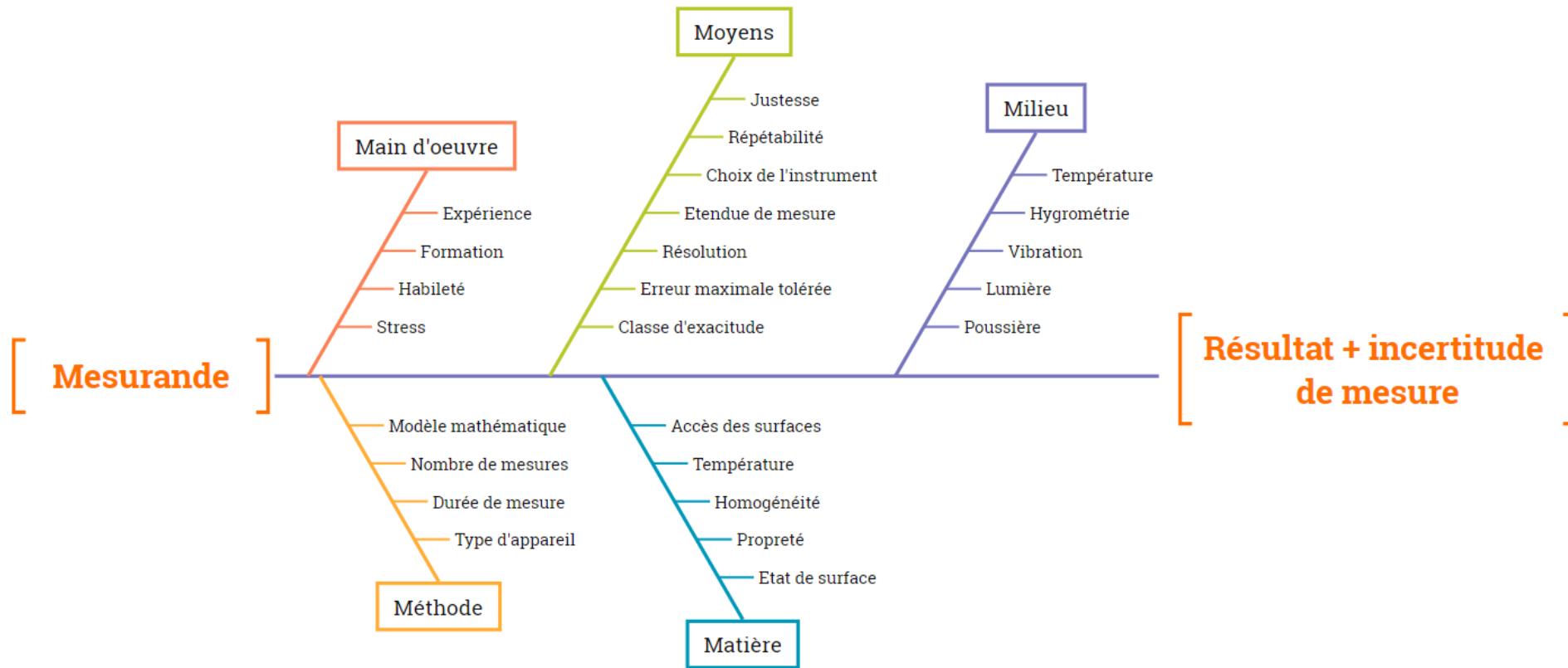
➤ La main d'œuvre

- ▶ La main d'œuvre a des compétences pour la mise en œuvre de moyens suivant une méthode dans un milieu pour répondre à une exigence de métrologie.
- ▶ Les métrologues sont présents dans l'ensemble des étapes du processus, de la définition à l'exécution en passant par le maintien du processus (étalonnage, vérification, ajustage).



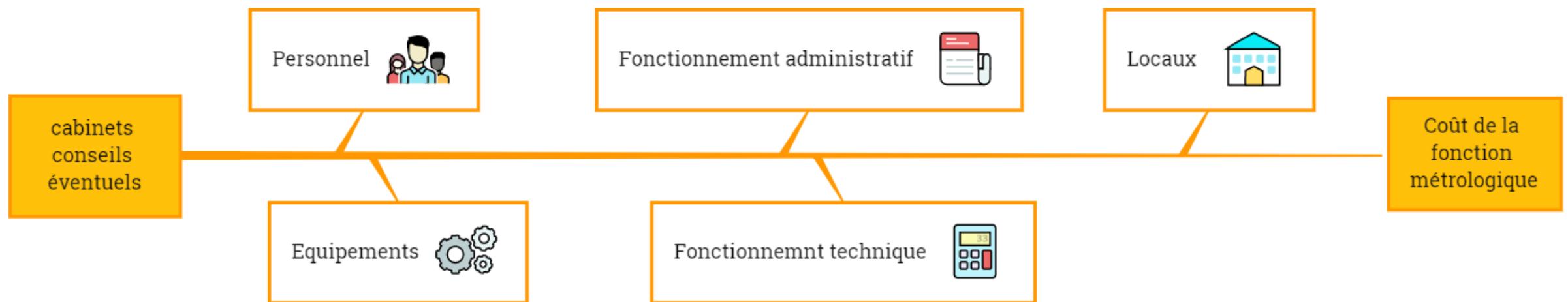
Le processus métrologique

- ▶ La mesure est réalisée dans un **contexte** et des **conditions**.
- ▶ La grandeur que l'on veut mesurer est le **mesurande**. Ce mesurande dépend de l'environnement direct, de la méthode, de la matière, de la main d'œuvre et des moyens.

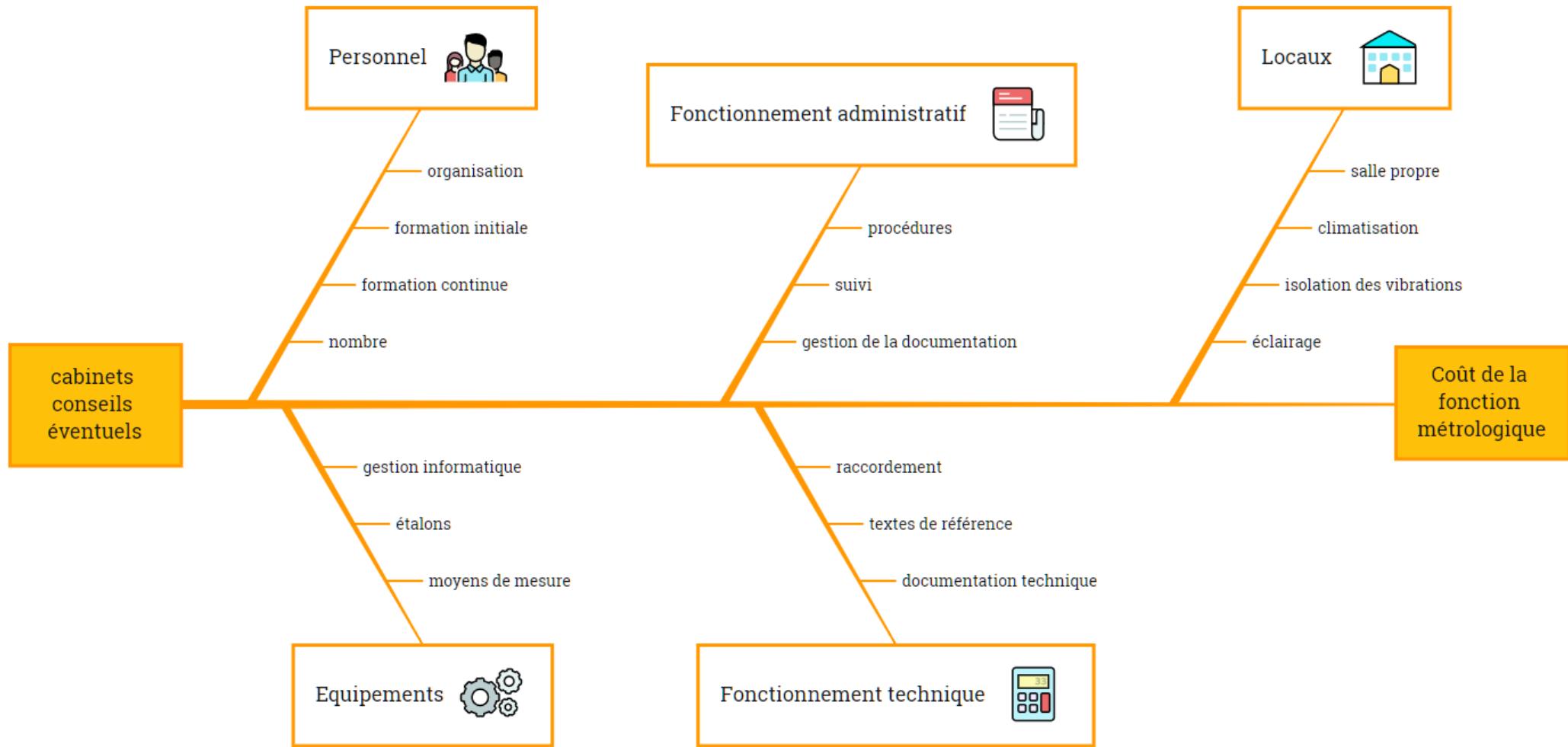


Le coût de la métrologie en entreprise

- ▶ Métrologie interne ou externe ?
- ▶ On peut estimer les coûts de la métrologie en identifiant les différents postes nécessaires, en investissement ou en fonctionnement
- ▶ Réaliser un diagramme Ishikawa :



Le coût de la métrologie en entreprise



SOMMAIRE

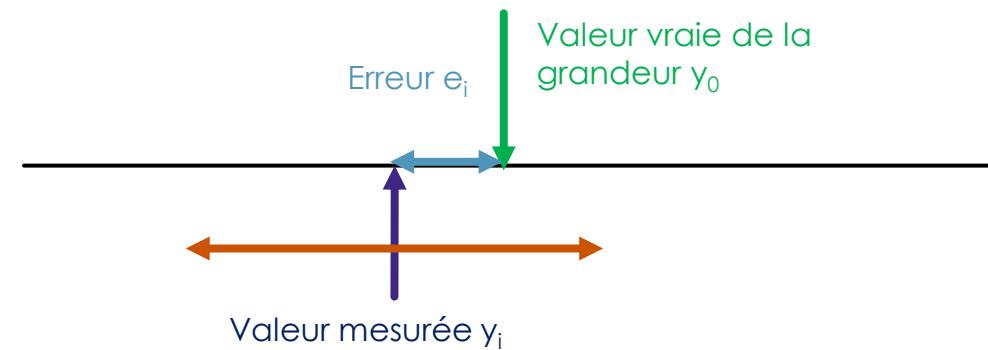
1. ASPECTS DE LA MÉTROLOGIE
2. LA METROLOGIE INDUSTRIELLE
3. LE TISSU NORMATIF
4. LE PROCESSUS MÉTROLOGIQUE
- 5. ERREURS ET INCERTITUDES DE MESURE**
6. RESULTAT DE MESURE

La mesure

- ▶ **Mesurage** : ensemble d'opérations ayant pour but de déterminer une valeur d'une grandeur.
- ▶ **Mesurande** : grandeur particulière soumise à mesurage (ce que l'on veut mesurer).
- ▶ « **Valeur vraie** » d'un **mesurande** : mesure que l'on obtiendrait par un mesurage parfait. On ne connaît pas et on parle également de « valeur théorique ».
- ▶ Les deux critères fondamentaux de la Mesure sont :
 - ▶ **L'exactitude** des instruments de mesure utilisés que l'on détermine en les **raccordant aux étalons** nationaux (opération d'étalonnage).
 - ▶ **La confiance** que l'on peut accorder au résultat de mesure qui se quantifie par **l'incertitude de mesure**.
- ▶ Bien mesurer, c'est avoir confiance dans la mesure mais aussi mesurer en toute confiance.

La notion d'erreur

- ▶ Si : y_i est le résultat d'un mesurage et y_0 la « valeur vraie » du mesurande, l'erreur sur le résultat y_i est le nombre : $e_i = y_i - y_0$



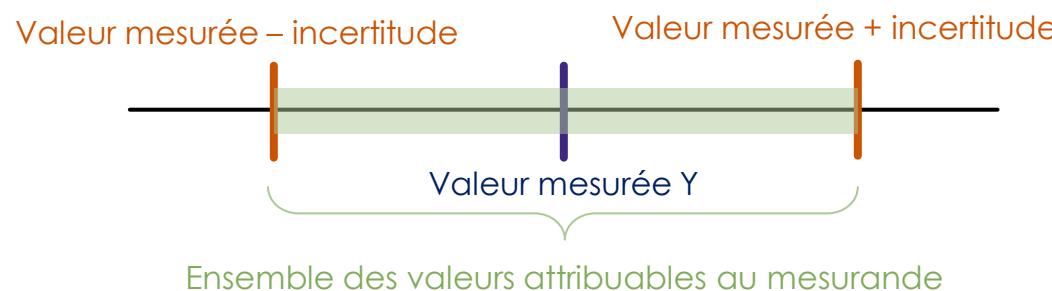
- ▶ Ce concept d'erreur est idéal et les erreurs ne peuvent malheureusement pas être connues exactement.
- ▶ Dans la problématique qui nous intéresse on va chercher à estimer une valeur y_0 du mesurande, et à quantifier l'erreur commise sur cette estimation.
- ▶ Ainsi, la démarche visée est de fournir, autour du résultat d'un mesurage, un intervalle dont on puisse s'attendre à ce qu'il comprenne une fraction élevée des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande.

La notion d'erreur

- ▶ Si l'on répète le mesurage, on obtient :
 - ▶ une série de valeurs y_1, y_2, \dots, y_n que l'on considère comme les valeurs prises par une variable aléatoire Y
 - ▶ une série de valeurs e_1, e_2, \dots, e_n qui sont les erreurs définies sur chacune des observations
- ➔ ces valeurs sont considérées comme celles prises par une variable aléatoire E :
- ▶ **L'erreur de mesure est une variable aléatoire**
- ▶ On peut ainsi modéliser le mesurage par : $Y = y_0 + E$
- ▶ L'hypothèse fondamentale du traitement probabiliste de l'erreur est que la variable E obéit à une loi de probabilité « bien définie ».
- ▶ L'objet du calcul d'incertitude sera de déterminer :
 - ▶ les paramètres de la loi de probabilité de E
 - ▶ un intervalle dont on puisse s'attendre à ce qu'il comprenne une fraction élevée des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande.

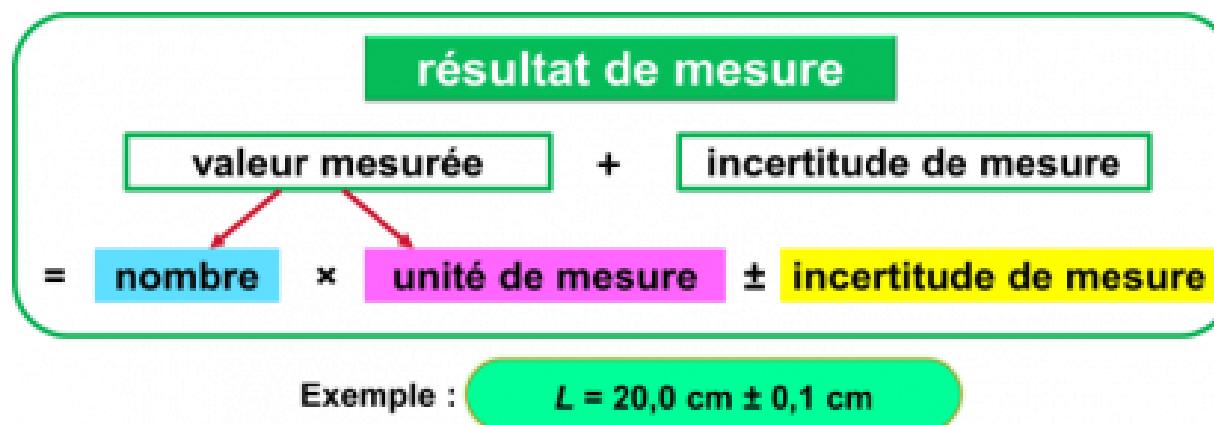
L'incertitude de mesure

- ▶ **Incertitude de mesure** : « paramètre non négatif qui caractérise la dispersion des valeurs attribuées à un mesurande, à partir des informations utilisées. »
 - ▶ Ce paramètre peut être un écart-type ou un multiple de celui-ci



- ▶ L'écart type de Y est appelé **incertitude-type** sur le résultat de mesurage.
- ▶ On note généralement $u(y)$ cette incertitude-type sur Y .

L'incertitude de mesure



- Combien de chiffres significatifs pour exprimer la valeur numérique du résultat ?

$$L = 125,36 \text{ mm} \pm 0,05 \text{ mm}$$



Incertitude au centième → résultat au centième

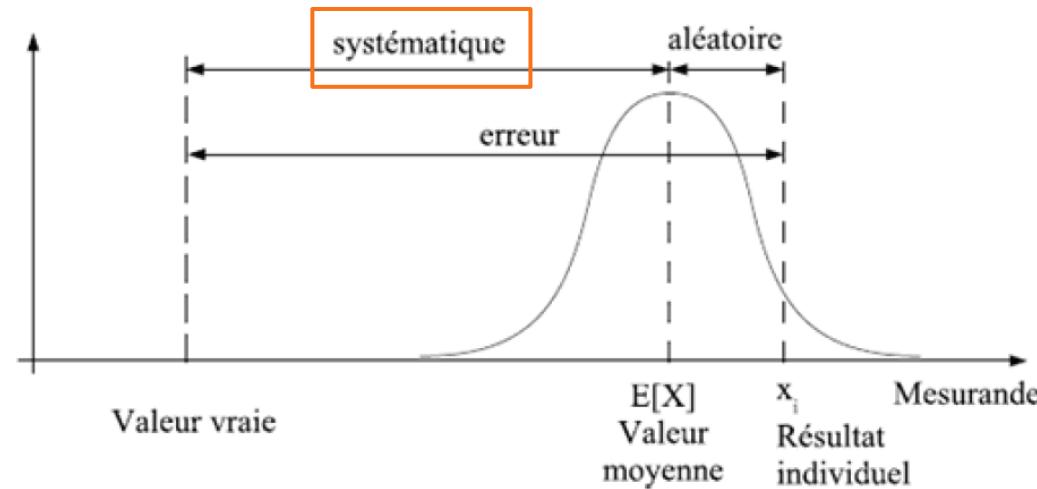
- L'incertitude requise pour une mesure donnée est d'abord celle qui répond au besoin !**

Fiabilité des résultats

- ▶ Les conséquences d'un résultat de mesure erroné peuvent être coûteux, accidentogène et/ou préjudiciable pour l'entreprise.
- ▶ Un processus métrologique doit être validé et présenter des indicateurs de performance explicites :
 - ▶ **Justesse**
 - ▶ **Fidélité**
- ▶ Un appareil **exact** est à la fois fidèle et juste.

Justesse

- ▶ **Justesse** de mesure : « étroitesse de l'accord entre la moyenne d'un nombre infini de valeurs mesurées répétées et une valeur de référence ».
- ▶ La justesse s'exprime sous forme d'un biais ou **erreur systématique**.

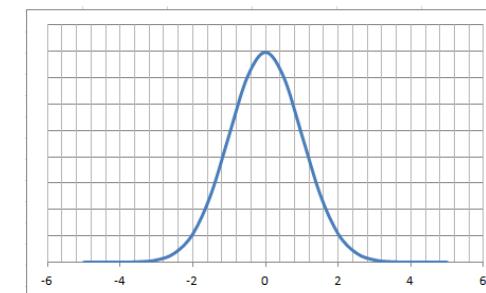


➔ réduire les erreurs systématiques

- ▶ La justesse représente l'aptitude de l'instrument à fournir la vraie valeur de la grandeur physique

Fidélité

- ▶ **Fidélité** : « étroitesse de l'accord entre les indications ou les valeurs mesurées obtenues par des mesurages répétés du même objet ou d'objets similaires dans des conditions spécifiées ».
- ▶ La fidélité est exprimée sous forme numérique par des caractéristiques telles que l'écart-type ou la variance.
- ▶ Les valeurs du résultat de mesure sont distribuées autour de la valeur moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
- ▶ La variance est la moyenne des carrés des écarts à cette moyenne : $s^2(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
- ▶ L'écart-type est la racine carrée de la variance : $\sigma = \sqrt{s^2(X)}$
- ▶ Plus l'écart-type est faible, plus l'instrument est fidèle.
- ▶ Attention faux ami : en anglais, fidélité se dit precision



Répétabilité / Reproductibilité

- ▶ La **répétabilité** est la fidélité dans des conditions stables :
 - ▶ même opérateur
 - ▶ même mode opératoire
 - ▶ même lieu
 - ▶ même moyens
 - ▶ même observateur
 - ▶ temps court...
- ▶ La **reproductibilité** est la fidélité dans des conditions différentes.

Exactitude

- Les performances d'un processus de métrologie s'évaluent selon deux paramètres :
 - le premier est la capacité à comparer les résultats à une valeur vraie → justesse
 - le second, pour une grandeur donnée et des conditions de mesure stables, sert à évaluer la dispersion des résultats → fidélité

Résultat de mesure = valeur vraie + erreur de mesure

Erreurs de mesure = Erreur systématique + Erreur aléatoire

An orange arrow pointing upwards, indicating a positive trend or result.

- **L'exactitude** est l'aptitude d'un instrument de mesure à donner des indications proches de la valeur vraie d'une grandeur mesurée. Il est la traduction de : **juste et fidèle**.
 - Le terme « précision » ne doit pas être utilisé pour « exactitude »

Exactitude

- ▶ La **spécification exigée pour le mesurande** est dictée par l'**exactitude de mesure** exigée pour le mesurage. Le mesurande doit être défini de façon suffisamment complète en rapport avec l'exactitude exigée.
- ▶ Exemple :

Si l'on doit déterminer la longueur nominale d'une barre d'acier de longueur un mètre au micromètre près, sa spécification doit comprendre la température et la pression auxquelles la longueur est définie.

Le mesurande peut alors être spécifié comme, par exemple, la longueur de la barre à 25,00 °C et 101 325 Pa (plus tout autre paramètre de définition jugé nécessaire, tel que la manière de supporter la barre).

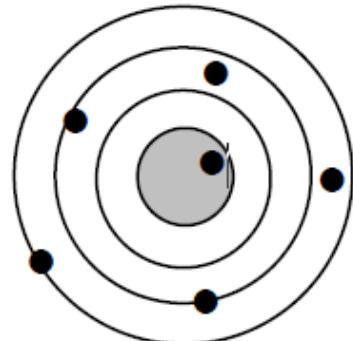
Cependant, si l'on ne doit déterminer la longueur de la barre qu'au millimètre près, sa spécification ne nécessitera pas la définition d'une température, ou d'une pression, ou de tout autre paramètre.

Justesse / fidélité

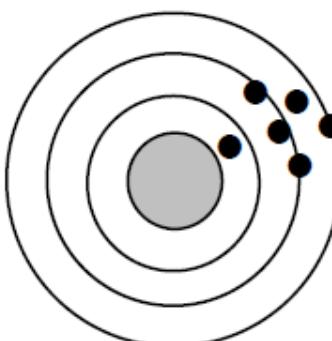
- Déterminer la justesse et/ou la fidélité des impacts sur les cibles ci-dessous :



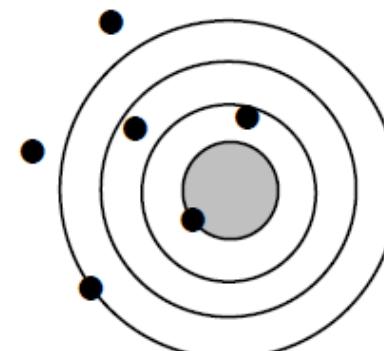
Juste mais pas fidèle



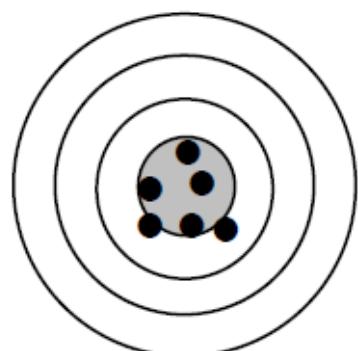
Fidèle mais pas juste



Ni juste ni fidèle



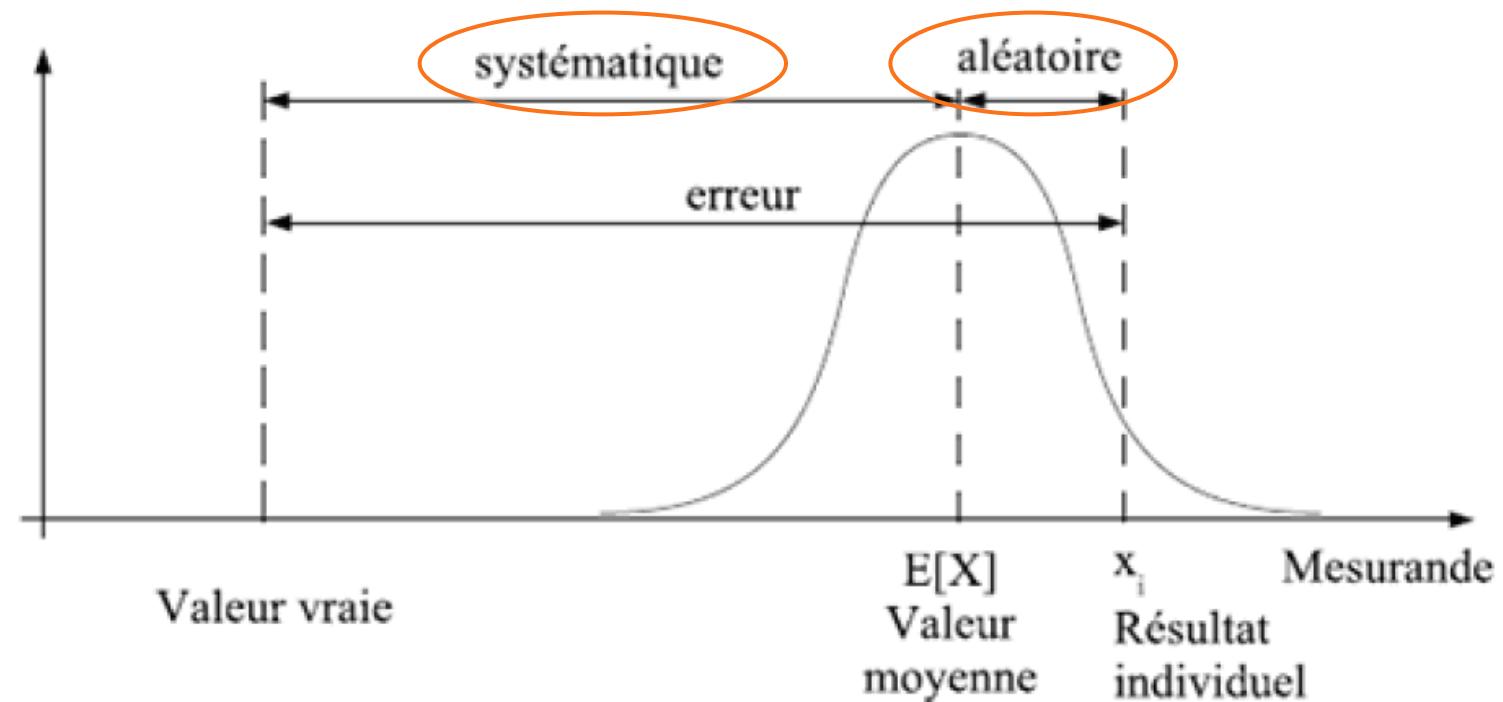
Juste et fidèle



Les types d'erreurs

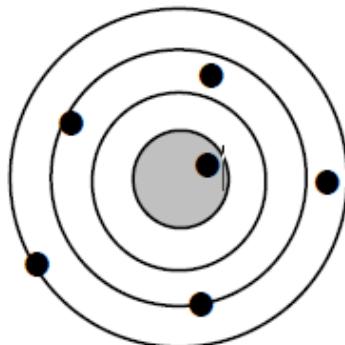
- ▶ **L'erreur systématique** peut être considérée comme une erreur « constante » qui affecte chacune des observations.
 - ▶ En général, et à moins que l'instrument ne puisse être considéré d'une précision parfaite, l'erreur systématique et ses causes ne peuvent être connues qu'en partie.
 - ▶ L'erreur systématique d'un résultat de mesure ne peut être réduite en augmentant le nombre d'observations, mais par l'application d'une correction.
- ▶ **L'erreur aléatoire** est liée aux conditions opératoires.
 - ▶ Bien qu'il ne soit pas possible de compenser l'erreur aléatoire d'un résultat de mesure, elle peut être réduite en augmentant le nombre d'observations.
- ▶ **Les erreurs grossières** sont dues à des conditions anormales ou à des fautes techniques et se manifestent généralement par des valeurs mesurées considérablement différentes de toutes les autres erreurs.
 - ▶ Après chaque série de mesures, il faut détecter les erreurs grossières, élucider leur cause pour qu'elles ne se reproduisent plus et les éliminer car elles peuvent influencer considérablement la valeur moyenne et l'écart-type d'une série de mesures.

Les types d'erreurs



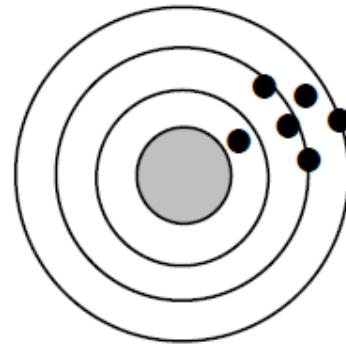
Justesse / fidélité

► Déterminer le type d'erreur correspondant aux impacts sur les cibles ci-dessous :



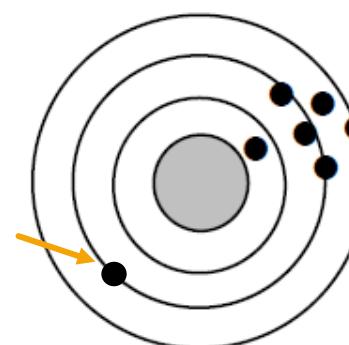
Juste mais pas fidèle

Erreurs aléatoires



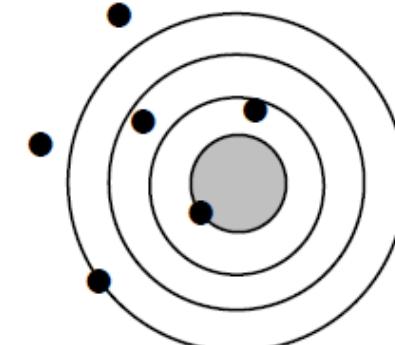
Fidèle mais pas juste

Erreurs systématiques



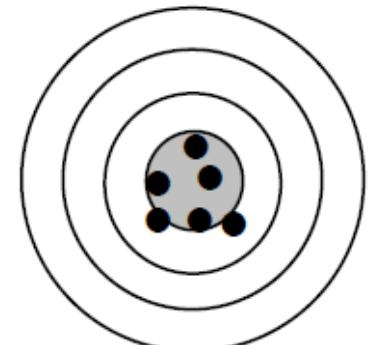
Fidèle mais pas juste

Erreur grossière



Ni juste ni fidèle

Erreurs aléatoires et systématiques



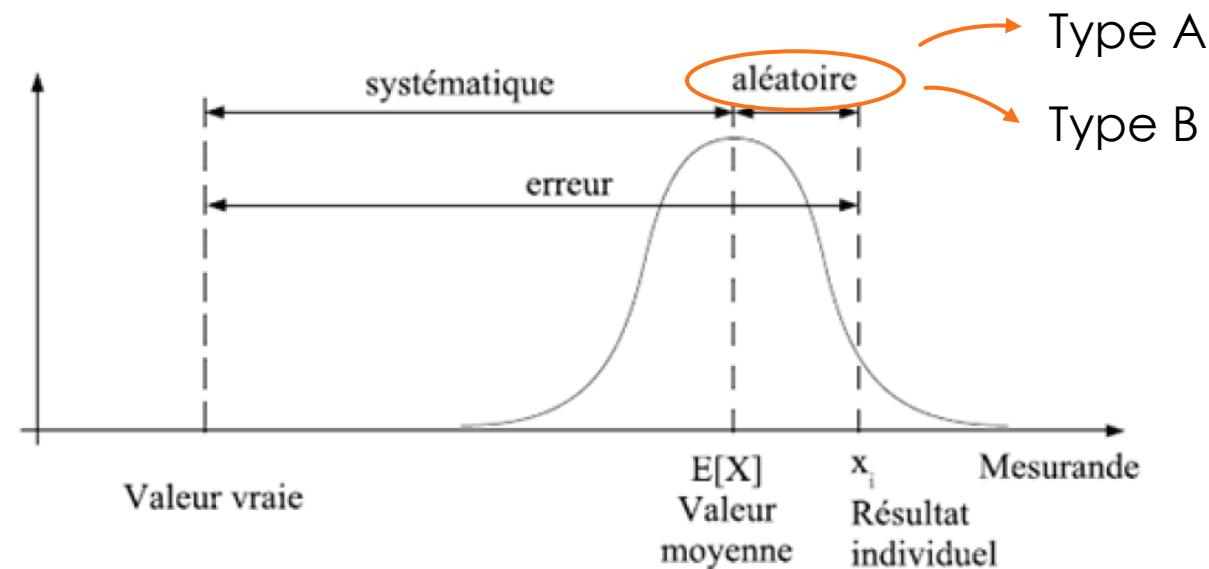
Juste et fidèle

Erreurs faibles

Ce dessin n'est cependant qu'une vue théorique trompeuse, car en général, on ne connaît pas la cible. La dispersion nous renseigne sur les erreurs aléatoires, mais la présence d'erreur systématique est souvent difficile à déceler.

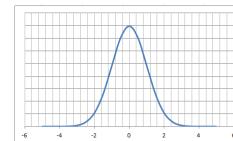
Erreurs aléatoires

- ▶ Les erreurs aléatoires peuvent être classées en deux catégories :
 - ▶ **Type A** : les erreurs aléatoires qui peuvent être évaluées par **l'analyse statistique** de séries d'observations (c'est-à-dire à partir **d'observations répétées**)
 - ▶ **Type B** : les erreurs évaluées par **d'autres moyens**, notamment par des **connaissances à priori**



Erreurs aléatoires de type A

- ▶ En général, dues à des **fluctuations des conditions environnementales** au cours de la mesure (dont opérateur et instrument),
- ▶ Intensité et signe inconnus
- ▶ Fluctuent de manière imprévisible par rapport à une valeur moyenne
- ▶ L'incertitude de la moyenne **diminue avec le nombre de mesures**
- ▶ Ont souvent une distribution normale
- ▶ Qualifiées par leur écart-type
- ▶ Exemples : jeux d'articulations de palpeurs, erreurs de lecture des graduations d'un microscope, erreurs de positionnement d'un palpeur, fluctuation de la température ambiante ou de la température de la pièce à mesurer...



Evaluation de l'incertitude-type de type A

49

- ▶ Evaluation à l'aide de méthodes statistiques, fondée sur des distributions de fréquences.
- ▶ A partir d'une série de n mesures d'une grandeur X , dans les mêmes conditions de mesure :

▶ L'estimation de X sera la moyenne : $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$

▶ L'estimation de la dispersion des valeurs de X autour de sa moyenne sera l'écart-type de la mesure (ou écart-type de répétabilité) :

$$s^2(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$



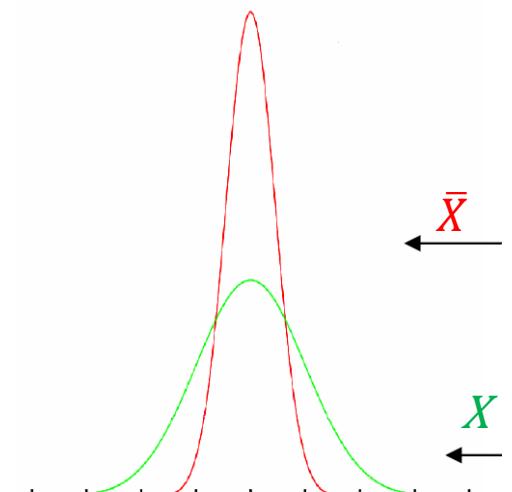
$$s(X) = \sqrt{s^2(X)}$$

▶ L'estimation de l'incertitude de la moyenne sera l'écart-type de la moyenne :

$$s^2(\bar{X}) = \frac{s^2(X)}{n}$$



$$s(\bar{X}) = \frac{s(X)}{\sqrt{n}}$$



Distributions comparées : X et \bar{X}

Evaluation de l'incertitude-type de type A

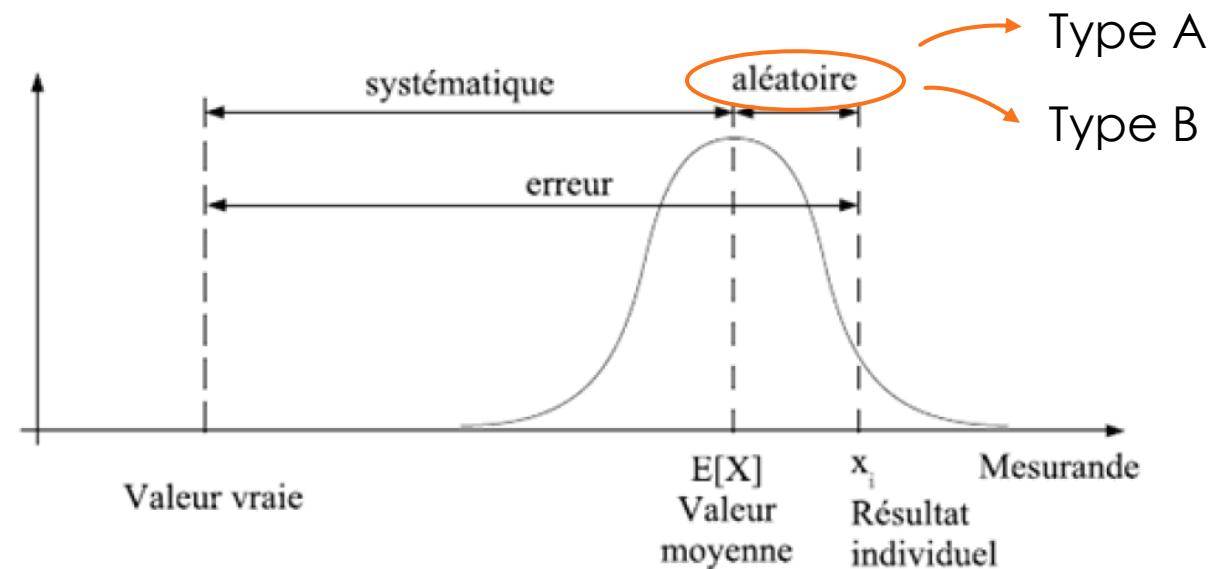
50

- ▶ Si une grandeur X est estimée à partir de n observations répétées indépendantes x_1, x_2, \dots, x_n :
 - ▶ estimation de X : $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$
 - ▶ incertitude-type $u(x)$: $s(\bar{X}) = \frac{s(X)}{\sqrt{n}}$ à partir de : $s^2(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
- ▶ Si cette même grandeur X est estimée à partir de p observations répétées indépendantes x_1, x_2, \dots, x_p et si $s(X)$ est l'écart-type expérimental d'une mesure (obtenu auparavant à partir de n valeurs) alors :
 - ▶ estimation de X : $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_p}{p}$
 - ▶ incertitude-type $u(x)$: $s(\bar{X}) = \frac{s(X)}{\sqrt{p}}$ à partir de : $s^2(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

X = grandeur
 x = estimation de la grandeur

Erreurs aléatoires

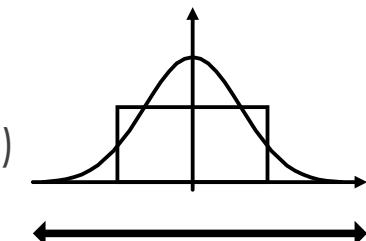
- ▶ Les erreurs aléatoires peuvent être classées en deux catégories :
 - ▶ **Type A** : les erreurs aléatoires qui peuvent être évaluées par **l'analyse statistique** de séries d'observations (c'est-à-dire à partir **d'observations répétées**)
 - ▶ **Type B** : les erreurs évaluées par **d'autres moyens**, notamment par des **connaissances à priori**



Erreurs aléatoires de type B

- ▶ Amplitude et signe inconnus au moment d'une mesure, mais **intensité maximale connue (tolérance)**.
- ▶ Ne peuvent pas être diminuées en augmentant le nombre de mesures effectuées.
- ▶ Exemples :
 - ▶ résolution d'un affichage numérique.
 - ▶ tolérance du pas de vis micrométrique d'un palmer de $0,3 \mu\text{m}$.
 - ▶ jauge qui possède une grandeur nominale de 30,000 mm et une indication de tolérance de $\pm 1\mu\text{m}$.
- ▶ Peuvent être estimées de plusieurs manières :
 - ▶ A partir des caractéristiques (datasheet) de l'instrument.
 - ▶ Comparaison avec un instrument de mesure au moins dix fois plus précis.
 - ▶ Calcul des tolérances à partir des tolérances mécaniques et des relations géométriques de l'instrument de mesure.

- ▶ S'effectue par un jugement scientifique fondé sur toutes les informations disponibles qui peuvent comprendre :
 - ▶ des résultats de mesures antérieures
 - ▶ l'expérience ou la connaissance générale du comportement des matériaux et des instruments utilisés
 - ▶ de facteurs d'influence (température, pression,...)
 - ▶ des spécifications du fabricant
 - ▶ des données fournies par des certificats d'étalonnage et d'autres documents
 - ▶ l'incertitude assignée à des valeurs de référence provenant d'ouvrages et manuels
- ▶ Deux paramètres à considérer :
 - ▶ **la forme de la distribution** de probabilité de la grandeur considérée (normale, uniforme....)
 - ▶ **l'étendue** de variation possible de la grandeur considérée
- ▶ Evaluation à l'aide de méthodes non-statistiques, fondée sur des **lois de probabilités** supposées *à priori*.

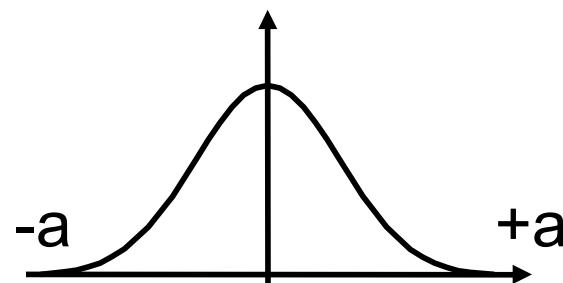


Evaluation de l'incertitude-type de type B

54

Loi normale (gaussienne)

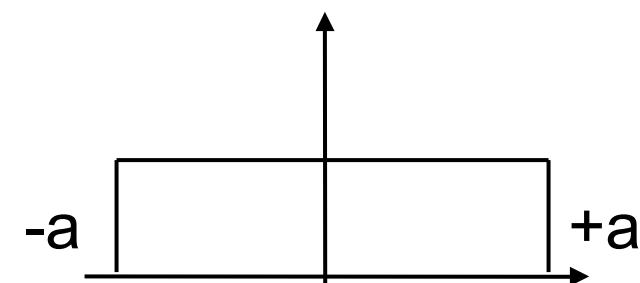
- Étendue : $2a$ (99.73% à 3σ)
- Variance : $a^2 / 9$
- Écart-type : $a / 3$



On suppose que les valeurs possibles de X_i sont distribuées approximativement selon une loi normale.

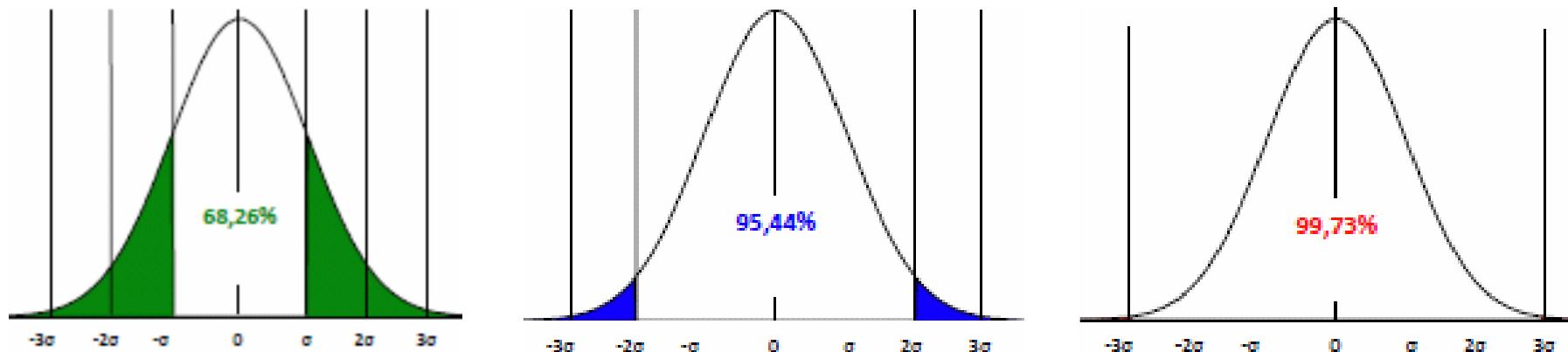
Loi uniforme (rectangle)

- Étendue : $2a$
- Variance : $a^2 / 3$
- Écart-type : $a / \sqrt{3}$



On suppose que les valeurs possibles de X_i se situent d'une manière également probable en tout point de l'intervalle.

Loi normale



- ▶ Si une variable X suit une loi normale de moyenne m et d'écart-type σ alors on a alors :
 - ▶ Probabilité $(-\sigma \leq X - m \leq \sigma) \approx 68 \%$
 - ▶ Probabilité $(-2\sigma \leq X - m \leq 2\sigma) \approx 95 \%$
 - ▶ Probabilité $(-3\sigma \leq X - m \leq 3\sigma) \approx 99,7 \%$
- ▶ Cette dernière expression indique que quasiment la totalité des données sont situées entre -3σ et 3σ
- ▶ On dit que l'étendue des valeurs représente 6σ , ce qui permet de donner une estimation grossière de l'écart-type en divisant cette étendue par 6.

Incertitude-type composée

- ▶ Dans le processus de mesurage, plusieurs grandeurs indépendantes peuvent intervenir : grandeurs mesurées, corrections d'erreurs systématiques, constantes physiques, grandeurs d'influence estimées...
- ▶ Chacune de ces grandeurs a une incertitude-type.
- ▶ Si $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ avec X_i des grandeurs indépendantes, alors :

L'incertitude-type composée sur y est : $u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot u(x_1) \right]^2 + \dots + \left[\frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot u(x_n) \right]^2$

On peut aussi écrire : $u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n (c_i u(x_i))^2$ avec $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}(\mu)$

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$ = coefficients de sensibilité

Avec μ la valeur de référence de chacune des variables

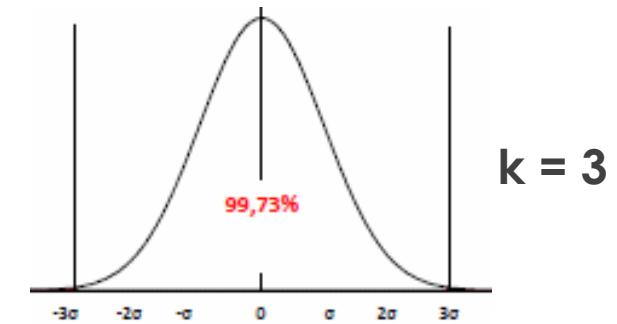
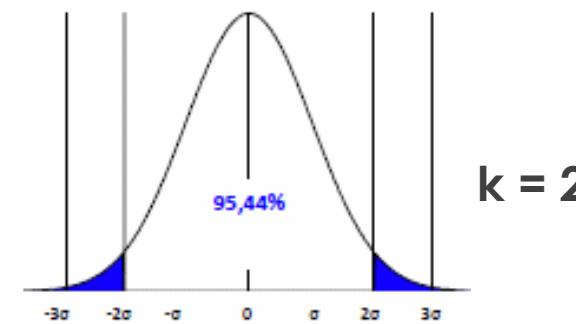
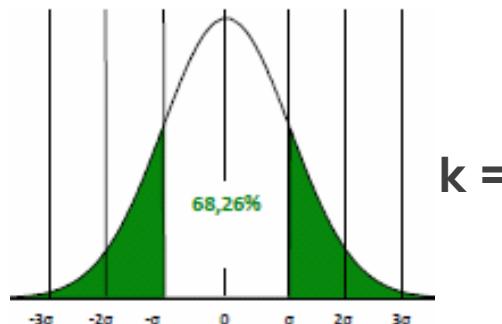
- ▶ C'est la loi de propagation des incertitudes

X/Y = grandeurs

x/y = estimation des grandeurs

Incertitude élargie

- ▶ L'**incertitude élargie** s'obtient en multipliant l'incertitude composée par un facteur d'élargissement k
- $$U = k u_c(y)$$
- ▶ La valeur du facteur d'élargissement est choisie sur la base du niveau de confiance requis pour l'intervalle $y - U, y + U$.
- ▶ En général on prend **$k = 2$** , ce qui correspond à un niveau de confiance de **95 %**.
- ▶ L'incertitude élargie est habituellement donnée avec un (au maximum deux) chiffres significatifs.
- ▶ Pour limiter le cumul d'erreurs sur les arrondis, l'arrondissement est effectué sur le résultat final. Pour les calculs intermédiaires on gardera donc des chiffres qui peuvent être non significatifs.



SOMMAIRE

1. ASPECTS DE LA MÉTROLOGIE
2. LA METROLOGIE INDUSTRIELLE
3. LE TISSU NORMATIF
4. LE PROCESSUS MÉTROLOGIQUE
5. ERREURS ET INCERTITUDES DE MESURE
6. RESULTAT DE MESURE

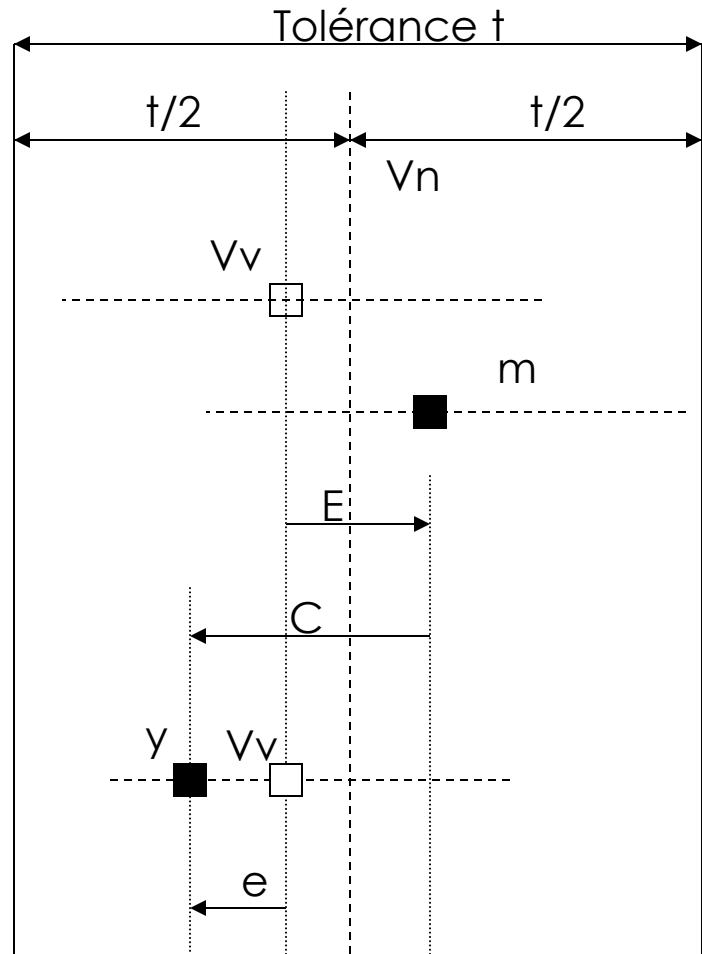
Le résultat de mesure

- ▶ D'une façon générale, un résultat de mesure est constitué de 3 éléments :
 - ▶ une valeur annoncée correspondant à la **valeur moyenne** du mesurande éventuellement corrigée si une erreur de justesse a été constatée
 - ▶ une **incertitude élargie** associée à un **intervalle de confiance**
 - ▶ une **unité de mesure** garantissant la traçabilité avec le Système International d'unités.
- ▶ Le résultat de la mesure s'exprimera avec une incertitude qui sera associée au niveau de confiance demandé (souvent 95%), de la forme
$$Y = y \pm U \text{ [unités] au niveau de confiance XX\%}$$
où y est la valeur (moyenne) estimée de Y et U est l'incertitude élargie.
- ▶ C'est-à-dire qu'on estime que : $y - U \leq Y \leq y + U$.

Détermination de l'incertitude du mesurage⁶⁰

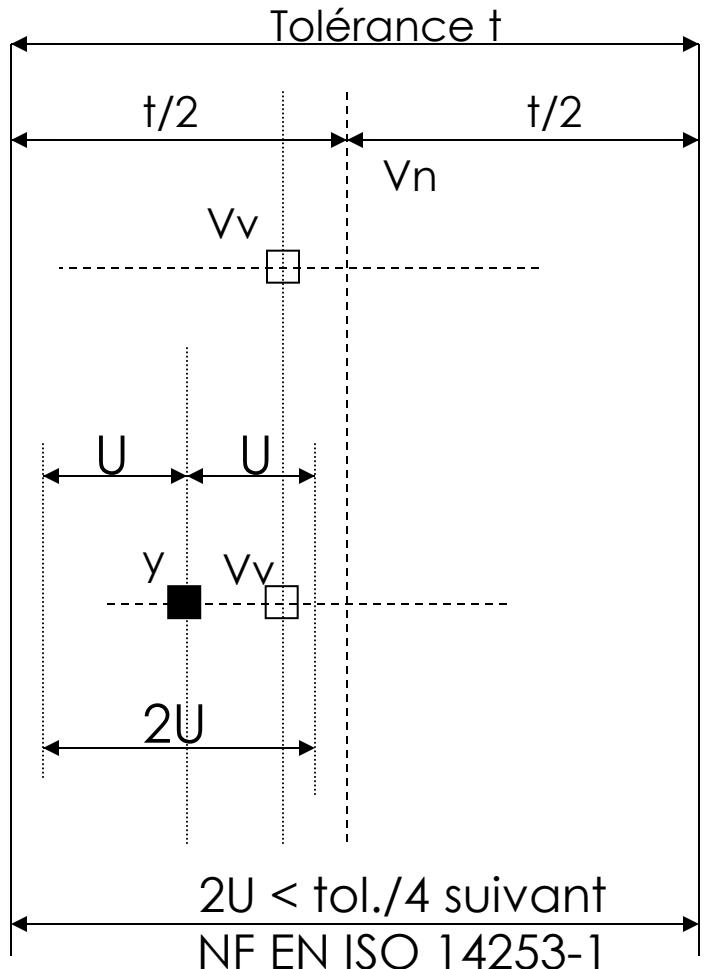
- ▶ Choisir une **méthode** de mesurage.
- ▶ **Modéliser** le mesurage :
 - ▶ Déterminer les différentes variables qui entrent dans le mesurage.
 - ▶ Déterminer les grandeurs d'influence.
 - ▶ Déterminer la fonction mathématique qui lie ces variables.
- ▶ Déterminer les **composantes de l'erreur** sur chacune des variables.
 - ▶ Lister les composantes aléatoires et les composantes systématiques.
- ▶ Déterminer les **incertitudes-types** sur chacune des variables.
 - ▶ Estimations de type A (statistiques) ou de type B (probabilistes)
 - ▶ Éventuelle Incertitude – type composée sur chaque variable
- ▶ Déterminer **l'incertitude – type composée** sur le mesurage.
- ▶ Déterminer le **facteur d'élargissement** (associé à la loi supposée représenter la répartition des valeurs prises par le mesurande).
- ▶ Donner **l'incertitude élargie** sur le mesurage avec ses caractéristiques.

Tolérance et incertitude de mesure



- ▶ **V_n** Valeur nominale
- ▶ **V_v** Valeur vraie
- ▶ **m** Résultat de mesure
- ▶ **E** Erreur de mesure inconnue dont certaines composantes peuvent être connues
- ▶ **C** Correction des erreurs connues
- ▶ **y** Résultat corrigé
- ▶ **e** Erreur résiduelle inconnue

Tolérance et incertitude de mesure



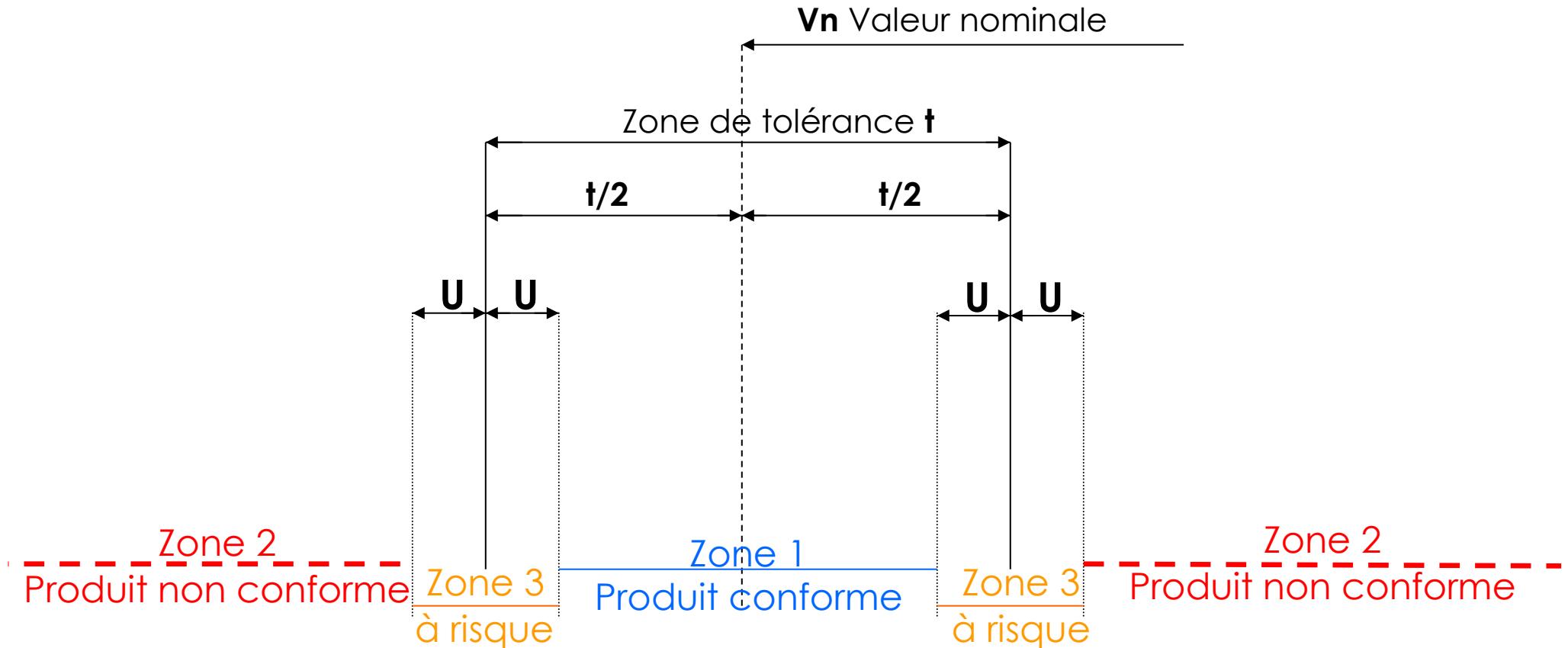
- ▶ **Vn** Valeur nominale
- ▶ **Vv** Valeur vraie
- ▶ **Uc** Incertitude de mesure composée
- ▶ **U** Incertitude de mesure élargie
- $U = k \times U_c$
- ▶ **k** Coefficient d'élargissement ($k=2$)
 $y - U < Vv < y + U$
- ▶ **2U** Zone contenant Vv

Expression du résultat :
 $Y = y \pm U$ (unités) avec $k=2$

- ▶ Attention à ne pas confondre incertitude de mesure et erreur résiduelle

Déclaration de conformité

- Selon NF EN ISO 14253-1 :



Exemples

Dans le **Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (JCGM 100:2008 – GUM)**, plusieurs exemples de calculs d'incertitude de mesure sont traités de façon très détaillée en annexe H.