

La Gravité Quantique

"La mécanique quantique et la relativité générale sont ~~incompatibles~~, ~~contradictories~~ → pas toutes les deux correctes"

"La physique est dans une ~~impasse~~"

"La gravité ne peut pas être décrite par des champs quantiques"

"La théorie n'est pas renormalisable (∞), et donc ~~à jeter~~"

I) La gravité, de classique à quantique

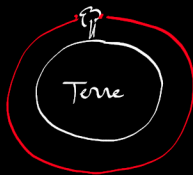
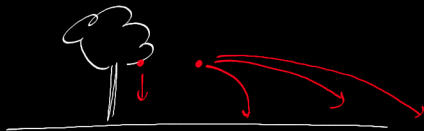
1687 : Newton (Principia):

Tout objet de masse m_1 attire tout autre objet de masse m_2

avec une force $F = \textcircled{G} \frac{m_1 m_2}{r^2}$

$$G = 6,67430(15) \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

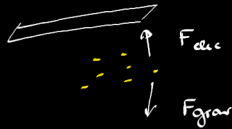
"Première unification" : gravité terrestre (chute des corps) & mécanique céleste (système solaire)



Justifications :

- Lois de Kepler
- Chute des corps + 2nd loi de Newton

Faiblesse de la gravité :

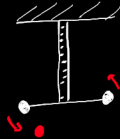


$$G = 4\pi^2 \frac{(\text{Distance Terre - Soleil})^3}{(\text{Année})^2 (\text{Masse}_{\text{Terre} + \text{Soleil}})}$$

1785 : Loi de Coulomb :

Tout objet de charge q_1 attire ou repousse tout objet de charge q_2 avec $F = k_c \frac{q_1 q_2}{r^2}$

↑
balance à torsion.



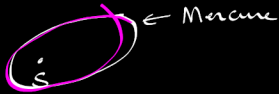
1798 : Cavendish utilise une balance à torsion
pour mesurer G .

$$G = g \frac{R_{Tenc}^2}{M_{Tenc}}$$

"Défauts" de la théorie :

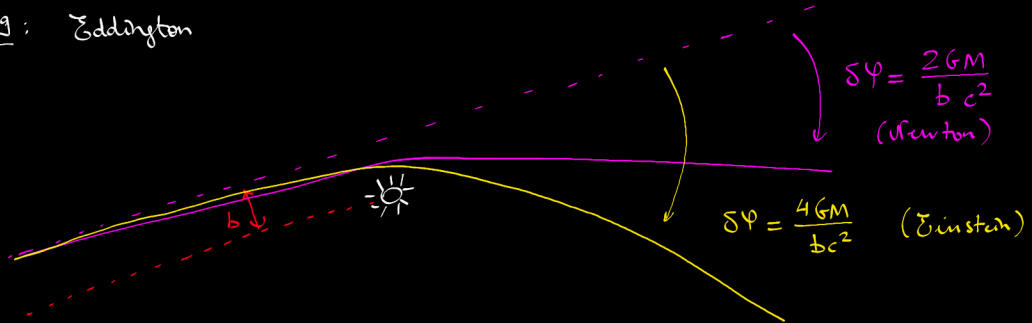
$$\cancel{m} \vec{a} = \cancel{m} \frac{GM}{r^2}$$

- * Prédit la déviation des rayons lumineux : $\delta\varphi = \frac{2GM}{c^2 b}$
- * Ne prédit pas l'avance du périhélie de Mercure



- * Action instantanée à distance.

1919 : Eddington



1905 : Relativité restreinte . . . 1915 : Relativité Générale

1915 : L'équation d'Einstein \rightarrow $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$
provient d'un principe
variationnel

action de
Einstein-Hilbert

$$\mathcal{L}_{\text{RG}} = \frac{1}{2K} R \quad \leftarrow \text{scalair de Ricci}$$

$$K = \frac{8\pi G}{c^4}$$

$$S_{\text{tot}} = \frac{1}{2K} \int d^4x \sqrt{-g} R + \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{\text{matier}}$$

1900 : Lord Kelvin. "2 nuages" : "~~corps noir~~" et "Michelson-Morley"

[Parson 2021]

principe d'équi-
répartition de
Maxwell-Boltzmann

mouvement relatif
des corps dans
l'éther

1900: Planck \rightarrow Constante de Planck $E = h\nu$
 ↑ ↑
 énergie fréquence.

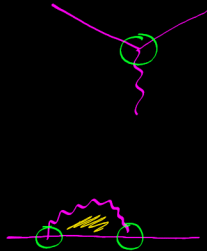
1905: Einstein \sim photon

1920: Mécanique quantique \rightarrow application à l'interaction lumière - matière
 (Dirac)

Années 1930: Electrodynamique quantique Pauli, Wigner, Jordan, Heisenberg,
Fermi,...

électrons
 photons

électron
 positron

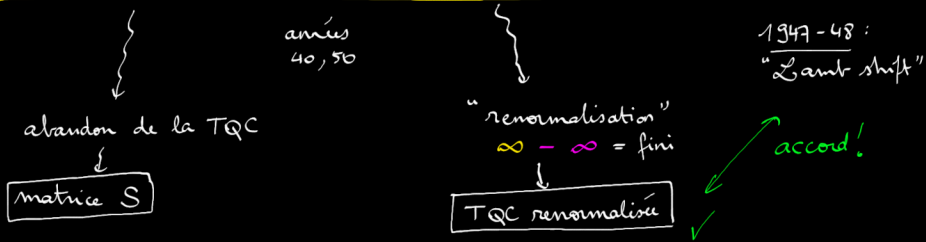


interaction électromagnétique.

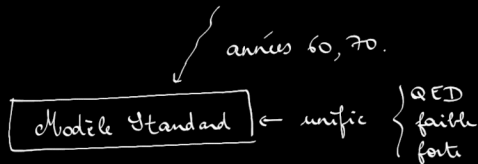
$\rightarrow F = k \frac{e^2}{r^2}$

$= \infty$

Il semble qu'on a en fait une incompatibilité entre la mécanique quantique et la relativité restreinte



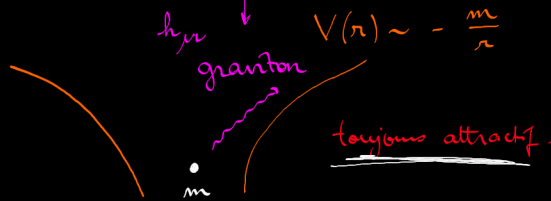
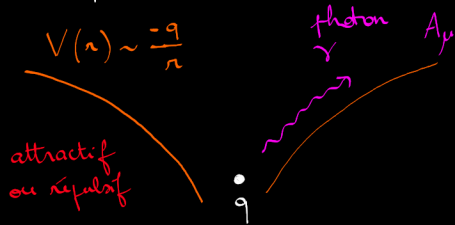
Gommonage, Schwinger, Feynman, Dyson : QED peut tout calculer
(tous les ∞ disparaissent)



Le langage de la TQC semble s'appliquer partout. Grande ?

II) Gravité quantique naïve

Comparaison élec - gravité :



Statut expérimental : non détecté
borne $M_{\text{graviton}} < 10^{-22}$ eV
"Conjecture de Dyson : impossible de détecter un graviton"

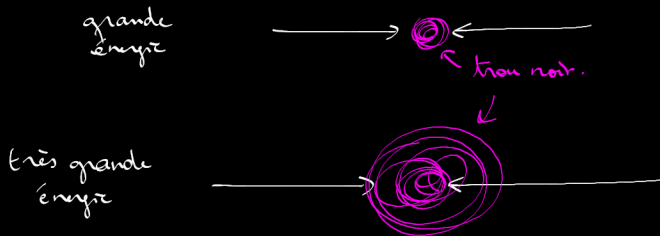
Similitudes :

- * Décroissance de la force en $\frac{1}{r^2}$ (ou du potentiel en $\frac{1}{r}$)
- * Échange de particules (bosons médiateurs : photon et graviton)
- * Principe géométrique (courbure de connexions) → Spin 1 → Spin 2
- * Principe de jauge

Differences :

- * Spin $1/2$
- * Universalité de la gravité
- * La gravité se couple à elle-même !
- * La géométrie affectée par la gravité est celle de l'espace-temps lui-même
- * Une grande énergie affecte une grande distance !!!

photons n'interagissent pas entre eux, les gravitons si !
↳ non linéarité.



Normalement, en TQC,
haute énergie
↓
petites distances.

* Faiblesse de la gravité ← "Weak Gravity Conjecture"
(XXI^e siècle)

Pour décrire QED : potentiel A_μ Invariance de jauge : $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \tilde{\phi}$

Pour la relativité générale : $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$

Invariance de jauge :
changement de coordonnées

↑
métrique

↑
Minkowski

↑
petite perturbation.

$$-dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$h_{\mu\nu} \rightarrow h_{\mu\nu} + \partial_\mu \tilde{\phi}_\nu + \partial_\nu \tilde{\phi}_\mu$$

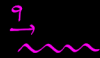
$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & & 0 \\ & 1 & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

Pour QED : $\mathcal{L} \sim F^2$ avec $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

Pour RG : $\mathcal{L} \sim R$ avec $R = g_{\mu\nu} R^{\mu\nu}$

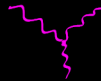
$$R_{\mu\nu} = \partial_\nu \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda - \partial_\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\lambda + \Gamma_{\mu\lambda}^\sigma \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\sigma \Gamma_{\lambda\sigma}^\lambda$$

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (\partial_\alpha g_{\beta\sigma} + \partial_\beta g_{\alpha\sigma} - \partial_\sigma g_{\alpha\beta})$$



quanton

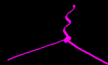
$$\frac{1}{q^2} (\eta^{\alpha\beta} \eta^{\gamma\delta} + \dots)$$



très compliqué
 $\propto p \otimes p$



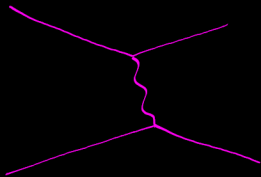
matériau



couplage
gravité
matériau

G

Exemple :



Interaction entre deux particules de masses m_1 et m_2

$$M_b = -16\pi G \frac{m_1^2 m_2^2}{q^2}$$

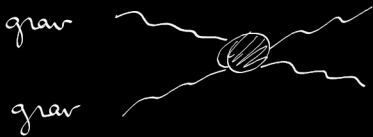
Fourier

$$\rightarrow \boxed{V(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r}}$$



Calculs à 1 boucle en gravité pure (uniquement gravitons) : tout est fini !
(se comporte mieux que QED !)

[t Hooft, Veltman 1974]



} on peut calculer ceci, y compris corrections quantiques.

Exemple 2 : Modification du potentiel de Newton à 1 boucle

$$V(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r} \left[\underbrace{1}_{\text{Newton}} + \underbrace{3G \frac{m_1 + m_2}{r c^2}}_{\text{correction de relativité générale}} + \underbrace{\frac{41}{10\pi} \frac{G\hbar}{r^2 c^3}}_{\text{correction de gravité quantique}} + \dots \right]$$

[Desglue 1994]

Les effets quantiques sont

- (1) calculables
- (2) petits (compatibles avec exp)

	$r = R_{sol}$	$r = \frac{2 G M_{sol}}{c^2}$
$\frac{G M_{sol}}{r c^2}$	$\sim 10^{-6}$	$\sim 1/2$
$\left(\frac{l_P}{r}\right)^2 = \frac{G \hbar}{r^2 c^3}$	$\sim 10^{-88}$	$\sim 10^{-76}$

← ordre de grandeur
des corrections
quantiques dans
le système
solaire.

En pratique, on n'a pas besoin de gravité quantique !

$l_P = \sqrt{\frac{G \hbar}{c^3}}$ longueur de Planck.

Conclusions :

- (1) Il ne faut pas craindre la gravité quantique : ses effets sont sous contrôle, calculables et sans ambiguïté dans la plupart des situations courantes.
- (2) Les succès de la RG peuvent être vus comme un triomphe de la gravité quantique, "la GQ est la meilleure"
- (3) Pas de problème de principe (pas de problème avec le temps).
(cf gravité quantique en 2d)
- (4) L'échelle de Planck correspond à celle à laquelle les effets de GQ deviennent non négligeables. C'est tout.

$$l_p \sim 10^{-35} \text{ m}$$

$$t_p \sim 10^{-43} \text{ s}$$

$$m_p \sim 10^{-8} \text{ kg} \sim 1 \text{ cil}$$

(5) A très haute énergie (échelle de Planck), se pose le problème des divergences.

[Goroff - Sagnotti 1985] : la gravité quantique en 4d diverge à 2 boucles



La théorie n'est pas renormalisable.

$$R^{\alpha\beta}_{\gamma\delta} R^{\gamma\delta}_{\epsilon\psi} R^{\epsilon\psi}_{\alpha\beta}$$

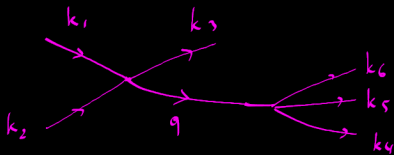
→ qu'est-ce que c'est?
qu'est-ce que ça implique?

III) Renormalisation

Comprendre le sens physique des divergences.

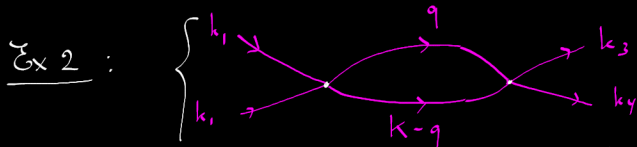
Théorie simple: " φ^4 ": $\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 - \frac{\lambda}{4!} \varphi^4$ $\left\{ \begin{array}{ll} \text{---} \xrightarrow{q} \text{---} & \frac{i}{q^2 - m^2} \\ \text{---} \times \text{---} & -i\lambda \end{array} \right.$

Ex 1 :



$$q = k_1 + k_2 - k_3$$

$$\mathcal{M} \sim (-i\lambda) \frac{i}{q^2 - m^2} (-i\lambda) \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - k_3 = k_4 + k_5 + k_6)$$

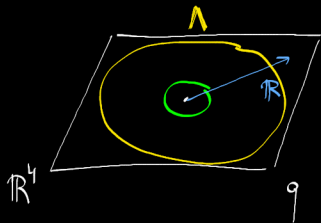


$K = k_1 + k_2 = k_3 + k_4$
 \uparrow fixe l'échelle d'énergie.

$$\mathcal{M} \sim \frac{1}{2} (-i\lambda)^2 \int_{\mathbb{R}^4} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{i}{q^2 - m^2} \frac{i}{(K-q)^2 - m^2}$$

Si $|q| \gg |K|$ et $|q| \gg m$, l'intégrale devient $\sim \int_{\#}^{\infty} \frac{q^3 dq}{q^4} \sim \int_{\#}^{\infty} \frac{dq}{q}$

$$d^4 q = \underline{dq} \, q^3 \underline{d^3 \Omega}$$



$$\int_{\#}^{\Lambda} \frac{dq}{q} = \ln \frac{\Lambda}{\#}$$

Si on coupe $|q| < \Lambda$, $\mathcal{M} \sim \frac{1}{2} \lambda^2 \frac{2\pi^2}{(2\pi)^4} \ln \frac{\Lambda}{K} \sim \frac{\lambda^2}{32\pi^2} \ln \left(\frac{\Lambda^2}{K^2} \right)$

Physique: il serait stupide / ambitieux de croire que la recette est valable à toute énergie ($10^{1000} \text{ J} ??$).

Il faut admettre son ignorance et introduire une limite Λ .

$$\text{Diagram} = \text{Diagram}_1 + \text{Diagram}_2 + \text{Diagram}_3 + \text{Diagram}_4 + \dots$$

$$\mathcal{M} = -i\lambda + iC\lambda^2 \ln \frac{\Lambda}{\mu} + \dots \quad [\text{Zee QFT}]$$

$$= -i\lambda_p$$

← λ Physique

Expérience à énergie μ .

$$-i\lambda_p = -i\lambda + iC\lambda^2 \ln \frac{\Lambda}{\mu} + \dots$$

avec μ énergie de l'expérience

$$-i\lambda = -i\lambda_p - iC\lambda_p^2 \ln \frac{\Lambda}{\mu} + \dots$$

En fait, λ dépend de la grandeur arbitraire Λ .

Si on fait une expérience à énergie μ' .

$$M = -i\lambda + iC\lambda^2 \ln \frac{\Lambda}{\mu'} + \dots$$

$$= -i\lambda_P \equiv -iC\lambda_P^2 \ln \frac{\Lambda}{\mu} + iC\lambda_P^2 \ln \frac{\Lambda}{\mu'} + \dots$$

$$\boxed{M = -i\lambda_P + iC\lambda_P^2 \ln \left(\frac{\mu}{\mu'} \right)} \quad \underline{\underline{\text{fini!}}}$$

On a donné du sens à un diagramme divergent en effectuant une expérience physique et en faisant abstraction de notre ignorance!

On a "renormalisé" la théorie.

Formalisation: Théories effectives. (EFT)

- (1) La théorie fixe le contenu en champs et les symétries.
- (2) Les constantes devant tous les termes permis sont fixées expérimentalement.

Pour φ^4 : 1 champ et symétrie $\varphi \rightarrow -\varphi$.

$$S = \int d^4x \mathcal{L}[\varphi, \partial\varphi, \dots]$$

En normalisant le terme cinétique $\frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi \rightarrow [\varphi] = 1$

La constante de couplage λ est sans dimension.

Les seuls termes sont: $\partial\varphi\partial\varphi$, $\# \varphi^2$, $\# \varphi^4$.



=



$$\frac{(dq)^{16}}{(q^2)^9}$$

le diagramme converge.

Pour la gravité, la constante de couplage est G , et $[G] = -2$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{16\pi G} R \sim \frac{1}{16\pi G} (\partial h \partial h + h \partial h \partial h + \dots)$$

Redéfinis $h \rightarrow \sqrt{G} h$ et alors $\mathcal{L} \sim \partial h \partial h + \sqrt{G} h \partial h \partial h + G h^2 \partial h \partial h + \dots$

$$S_{EH} = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R$$

$$S_{EFT} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\overset{\text{constante cosmologique}}{\uparrow} + \frac{1}{16\pi G} R + \textcircled{\#} R^2 + \textcircled{\#} R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \textcircled{\# G} R R R + \dots \right]$$

à fixer expérimentalement. $f(\alpha')$


domaine : fixé par l_p

constante de Newton


La théorie est non renormalisable : il y a une infinité de constantes à fixer pour compenser notre ignorance

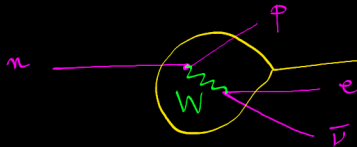
~~\Rightarrow théorie non prédictive.~~

Les théories non renormalisables
SONT prédictives dans leur
domaine de validité, qu'elles connaissent!

Exemple : Théorie de Fermi de l'interaction faible : n 
 $[G_F] = -2$ $G_F \sim 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ experimental!

$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{g^2}{M_W^2 c^4}$$

M_W  prédit une particule à cette échelle.
 \rightarrow Boson W.



Remarques : On fait un raisonnement "EFT".

Théorème : Il existe une unique théorie effective cohérente (i.e. qui respecte la causalité et Lorentz) qui contient des champs de spin 2 sans masse.

↓ approche EFT

(Weinberg 1965, Weinberg-Witten)
(Hertelberg - Sandora 2017)

IV) Qu'est-ce que la gravité quantique ?

En principe :

$$Z = \int_{\frac{\text{Lor}(M)}{\text{Diff}(M)}} \mathcal{D}g \, e^{i S_{EH}[g]}$$

M = espace temps
(variété)

Attaque frontale

La notion de point n'est
même pas bien définie !

espace très méchant

→ Les observables sont non locales (e.g. $\int \sqrt{-g} R d^4x$)

Comment parler d'horizon d'un trou noir ?

- Une théorie de gravité quantique, c'est une théorie qui :
- GQ Réelle Pure GQ
- ① Reproduire la RG à basse énergie
 - ② Est renormalisable (valable en principe à toute échelle, y compris trous noirs...)
 - ③ Satisfait à tous les principes quantiques (unitarité, ...)
 - ④ Est compatible avec les observations (modèle standard, cosmologie, ...)

NB : • ② + ③ \Rightarrow Entropie des trous noirs, paradoxe de l'information...

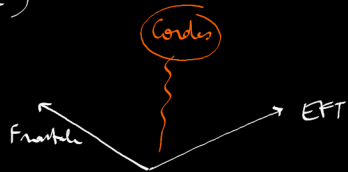
• La RG vérifie ① + ③ + ④

• ① + ③ \Leftrightarrow Spin 2 sans masse + ③

De ce point de vue, la quête de la gravité quantique tend s'approcher de plusieurs façons. Outre l'attaque frontale, on cherche un formalisme (nécessairement sans signature expérimentale dans les conditions actuelles), qui doit être renormalisable (ou fini), contenir des particules de spin 2 sans masse. On doit chercher au-delà de la TQC (car $[G] = -2$ et grande énergie \Leftrightarrow grande distance)

• La théorie des cordes satisfait cela.

① + ② + ③ Mais avec ④ ??



Conclusion ("FAQ")

* Gravité non quantique?

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} \langle \Psi | \hat{T}_{\mu\nu} | \Psi \rangle \quad ?$$

* Théorie du "tout"? Pas clair. Si on veut.

(En tout cas l'addition dans la théorie de la matière est cruciale
plutôt oui

* A quel point les problèmes dépendent de la matière?

Supergravité $\mathcal{N}=8$:

graviton	2
8 gravitinos	$3/2$
28 vecteurs	1
56 spinors	$1/2$
70 scalaires	0

E_7 sym

Est-elle renormalisable? On ne sait pas.

Finie à ≤ 6 boucles.

On peut l'obtenir à partir de la théorie M compactifiée sur T^7