Mécanique quantique – L2

Antoine Bourget - Alain Comtet - Antoine Tilloy

Séance du 12 décembre 2014 - www.lkb.ens.fr/rubrique327

TD 9 : Etats quantiques d'atomes de césium dans un piège harmonique

On s'intéresse dans tout le problème à un oscillateur harmonique 1D, avec un hamiltonien H_0 :

$$H_0 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 Z^2 + \frac{1}{2m}P^2. \tag{1}$$

Z et P sont les opérateurs de position et d'impulsion, m la masse de l'oscillateur et ω_0 sa pulsation de résonance.

1 Présentation du piège harmonique

On admet qu'un faisceau laser convenablement désaccordé par rapport à une transition atomique crée pour le mouvement externe des atomes une énergie potentielle proportionnelle à l'intensité locale du faisceau. Dans cette partie, le potentiel est réalisé en croisant deux faisceaux laser ($\lambda = 1\,\mu$m) qui font chacun un angle de 53° avec le plan horizontal. La figure 1 présente la géométrie de l'expérience et le potentiel effectif pour les atomes de césium utilisés.
Dans toute la suite, on ne s'intéressera au mouvement des atomes que selon l'axe vertical (Oz).

1. Pourquoi le potentiel est-il modulé ? Quelle est sa période spatiale a ?
2. Quelle est l'origine de l'enveloppe observée pour le potentiel ? De la (faible) composante affine ?

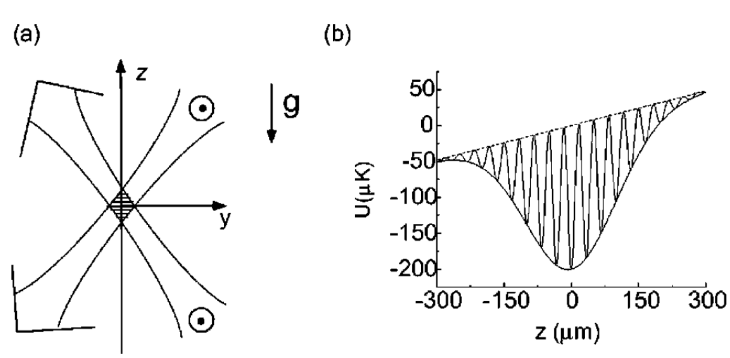

Figure 1 – Géométrie de l'expérience (a) et potentiel vu par les atomes de césium (b). Pour des raisons de clarté, les oscillations représentées ne sont pas à l'échelle (de l'ordre du micron).

3. On néglige ces effets pour prendre une énergie potentielle de la forme :

$$U = \frac{U_0}{2}\left[1 + \cos\left(2\pi\frac{z}{a}\right)\right], \tag{2}$$

avec U_0 de l'ordre de 2.8×10^{-27} J.

(a) Dans quelle mesure peut-on assimiler les puits à des puits harmoniques ?

(b) Calculer alors la pulsation ω_z des puits harmoniques, la masse des atomes de césium étant de 133 ua (1 ua = 1.66×10^{-27}kg).

(c) Calculer également la dispersion en position Δz_0 et en impulsion Δp_0 de l'état fondamental $|n = 0\rangle$. Vérifier que pour les états faiblement excités ($n \leq 10$), les puits peuvent être considérés comme harmoniques.

(d) A quelle température les atomes doivent-ils être pour peupler uniquement l'état fondamental ?

Pour les expériences décrites dans la suite, on charge l'ensemble des puits avec des atomes issus d'un piège magnéto-optique. Le nuage d'atomes a initialement une taille d'environ 56 μm et une température de 13 μK. On le refroidit encore de façon à placer les atomes majoritairement dans l'état $|n = 0\rangle$ du puits où ils sont piégés. On supposera par la suite que tous les atomes sont initialement dans cet état. A partir de l'état $|0\rangle$, on peut éventuellement les préparer dans d'autres états $|n\rangle$, et même dans des combinaisons linéaires d'états $|n\rangle$.

2 Technique du temps de vol

On se propose ici de mesurer directement la **distribution en impulsion** d'un état $|n\rangle$ grâce à un système d'imagerie par absorption, qui permet d'obtenir la **distribution de position** de l'ensemble des atomes.

1. Pourquoi n'est-il pas intéressant d'imager directement la distribution en position des atomes, en présence du potentiel harmonique ?
2. On utilise une technique de *temps de vol*. A $t = 0$, on coupe le piège brusquement. On admettra que cela ne modifie pas l'état quantique des atomes, qui sont toujours, immédiatement après la coupure des faisceaux, dans l'état $|n\rangle$. Au bout d'un temps τ, on utilise une technique d'imagerie, qui donne accès à la distribution de position des atomes au temps τ.

(a) Quel est le mouvement des atomes après la coupure du piège ?

(b) Expliquer comment on peut alors remonter à la distribution des impulsions dans l'état $|n\rangle$ initial.

(c) Quelle contrainte τ doit-il vérifier pour interpréter simplement les résultats ?
Faire une application numérique.

3. On prépare les atomes dans l'état fondamental $|0\rangle$ de leur puits. On réalise un temps de vol avec $\tau_{\text{vol}} = 6$ ms. La figure 2 présente l'image 2D obtenue sur la caméra CCD (courbe a) et le résultat d'une intégration de cette image selon la direction x (courbe c).
   (a) Utiliser le résultat expérimental de la figure 2 pour évaluer la largeur en impulsion de l'état fondamental et comparer le résultat obtenu à sa valeur théorique.
   (b) Que faut-il prendre en compte pour améliorer encore l'accord entre la valeur expérimentale et celle attendue ?

4. On prépare maintenant les atomes dans l'état $|n = 1\rangle$. Le temps de vol est réalisé maintenant avec $\tau_{\text{vol}} = 10$ ms. Les courbes (b) et (d) de la figure 2 présentent là-encore le résultat observé sur la caméra CCD et son intégration selon x.
   Expliquer la structure observée.

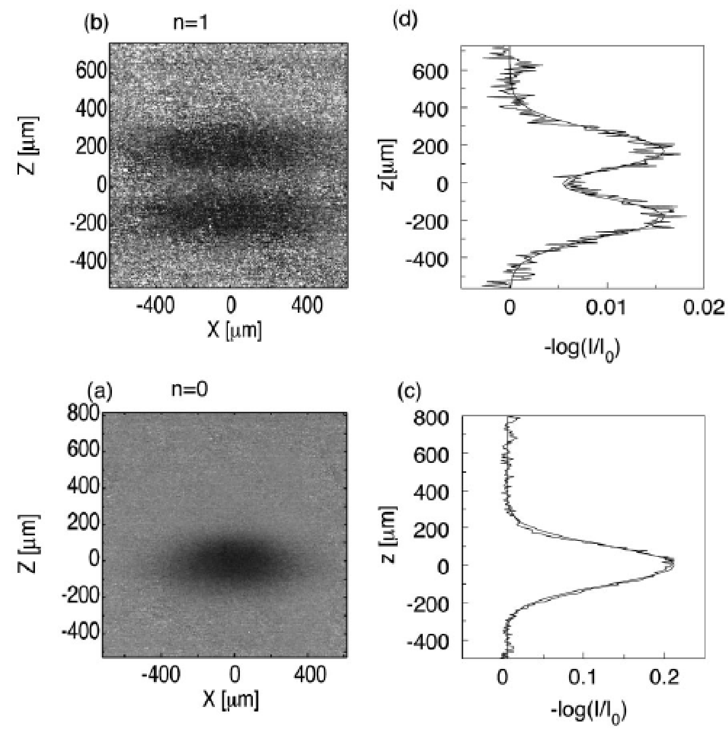

FIGURE 2 – Distribution de densité des états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ après temps de vol.

3 Réalisation d'un état *comprimé*

On utilise le même système que dans la partie précédente mais, l'intensité laser ayant été modifiée, on a maintenant $\omega_z = 2\pi\times$ 85 kHz.

On réalise la séquence suivante, les atomes étant intialement dans l'état $|0\rangle$ de chaque puits :
- On coupe le piège pendant un temps $\tau_1 = 8$ μs, avant de le rétablir
- On laisse s'écouler un temps τ_2 variable
- On mesure la distribution en impulsion des atomes

On admet là-encore que la coupure (ou le rétablissement) du faisceau de piégeage ne modifie pas l'état des atomes.

1. En admettant que l'évolution du système dans l'espace des phases $\{z, p_z\}$ est similaire à celle d'une fonction de distribution classique, représenter cet état après le temps τ_1.
2. Pourquoi parle-t-on d'*état comprimé* ? Quelle est la grandeur comprimée quand on rebranche le piège ? Après le temps τ_2 ?
3. Expliquer le résultat expérimental présenté sur la figure, notamment la courbe théorique tiretée.
4. On obtient pour certains temps τ_2 une valeur de Δp (notée p_{rms}) inférieure à celle de l'état fondamental (p_0). Cela viole-t-il l'inégalité de Heisenberg ?
5. Quels effets peut-on envisager de prendre en compte pour obtenir la seconde courbe théorique ?

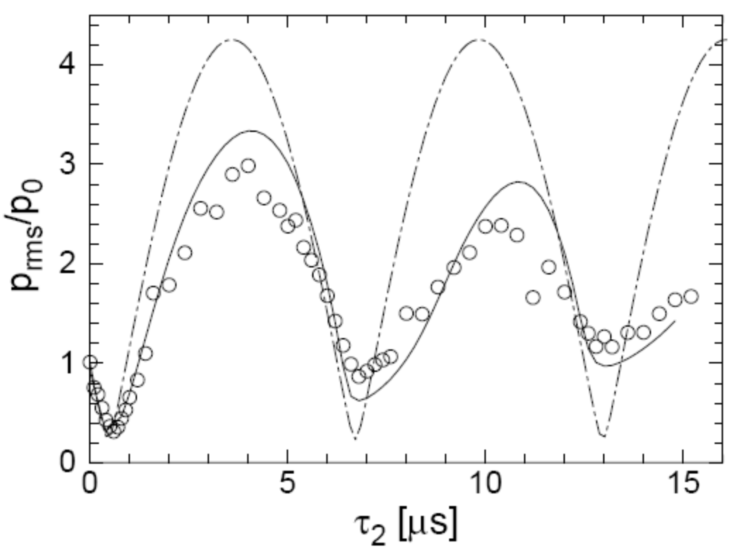

FIGURE 3 – Evolution de la largeur en impulsion mesurée avec τ_2. Ronds : points expérimentaux. Courbes tiretée et pleine : modèles théoriques.