# Physique des particules – TD2

www.antoinebourget.org/teaching/particules/

---

## Exercice 1 : Désintégration du baryon $\Lambda^0$

Dans un accélérateur de particule, un baryon $\Lambda^0$ (composé des quarks $uds$) est produit au point de collision. A 35 cm de ce point de collision, il se désintègre en $\Lambda^0 \longrightarrow \pi^- + p$, et on mesure les impulsions du pion (0,75 GeV) et du proton (4,25 GeV), ainsi que l'angle formé par les trajectoires de ces deux particules (9 degrés). On rappelle que la masse du pion est de 139,6 MeV et celle du proton est 938,3 MeV.

1. Expliquer comment sont effectuées ces mesures expérimentales.
2. Dessiner un diagramme de Feynman pour cette désintégration.
3. Calculer les vitesses du pion et du proton.
4. Calculer la masse du $\Lambda^0$ à partir de ces données expérimentales.
5. Calculer la durée de vie du $\Lambda^0$. La comparer avec la durée de vie du baryon $\Delta^+$, qui est de l'ordre de $10^{-23}$ secondes.

## Exercice 2 : Théorie des perturbations

On considère un Hamiltonien en mécanique quantique non relativiste sous la forme $H_0 + H'$, et on veut traiter $H'$ comme une petite perturbation de $H_0$. On introduit une base d'état propres de $H_0$ : $H_0|\phi_k\rangle = E_k|\phi_k\rangle$. On considère l'évolution d'un état $|\psi(t)\rangle$ avec $|\psi(t=0)\rangle = |\phi_i\rangle$ pour un certain indice $i$. On décompose l'état dans la base d'états propres de $H_0$:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} C_k(t)|\phi_k\rangle.$$

1. Pourquoi est-il intéressant de poser $c_k(t) = C_k(t)e^{iE_kt}$ ?
2. Donner l'équation différentielle régissant l'évolution de $c_k(t)$ au premier ordre en théorie des perturbations.
3. Donner la même équation différentielle, cette fois au deuxième ordre.
4. La règle d'or de Fermi s'écrit $\Gamma_{fi} = 2\pi|T_{fi}|^2\rho(E_i)$. Expliquer chacun des termes de cette formule (définition, sens physique), donner leur unité naturelle et leur unité SI.

# Exercice 3 : la “fonction” $\delta$

Toutes les fonctions dans cet exercice sont supposées $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. La “fonction” $\delta$ de Dirac est une distribution, c'est-à-dire qu'elle est définie par la relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x-a)\mathrm{d}x = f(a)$$

pour toute fonction suffisamment régulière $f$ et tout réel $a$. La transformée de Fourier $\mathcal{F}(f)$ d'une fonction $f$ et la transformée inverse $\mathcal{F}^{-1}(g)$ d'une fonction $g$ sont définies par

$$\mathcal{F}(f)(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ikx}\mathrm{d}x\,, \qquad \mathcal{F}^{-1}(g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(k)e^{+ikx}\frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\,.$$

1. Calculer la transformée de Fourier de la Gaussienne

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right)$$

   et vérifier que $\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(f)) = f$.

2. Calculer $\mathcal{F}(\delta)$ et en déduire l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{+ikx}\mathrm{d}k\,.$$

3. Montrer que si $f$ est une fonction lisse s'annulant uniquement en $a_1, \ldots, a_n$ alors

$$\delta(f(x)) = \sum_{k=1}^{n} \frac{\delta(x-a_k)}{|f'(a_k)|}\,.$$