

**M2 Physique Numérique**  
Simulation en électromagnétisme – David Cassagne  
Mercredi 19 janvier 2022 - Examen session 1 - Durée 3h

Vous nommerez vos fichiers : "exercice1.py", "exercice2a.py", "exercice2b.py", etc.

Les premières lignes des fichiers seront :

```
# Nom : VotreNom  
# Prenom : VotrePrenom  
# Exercice 1a
```

### I) Simulation FDTD

On considère la simulation FDTD d'un problème électromagnétique 1D (invariant suivant  $y$  et  $z$ ) où la constante diélectrique  $\varepsilon(x)$  ne dépend que de  $x$ . On étudie la propagation dans ce milieu d'une onde électromagnétique qui ne dépend également que de  $x$ . La perméabilité relative est  $\mu_r = 1$ . L'équation de propagation pour la composante  $E_z$  du champ est donnée par :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon_r(x)} \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2}$$

où  $\varepsilon_r(x)$  est la permittivité relative (aussi appelée constante diélectrique relative). On a  $\varepsilon_r = n^2$  où  $n$  est l'indice de réfraction.

a) Présenter en moins de 10 lignes la démarche utilisée pour traiter ce problème sur ordinateur.

b) On rappelle que la vitesse de la lumière dans le vide est donnée par  $c = 2.99792458 \cdot 10^8$  m/s.

On considère  $\lambda_0 = 1.55$   $\mu\text{m}$ ,  $N_\lambda = \frac{\lambda_0}{\Delta x} = 12$  et  $S = \frac{c\Delta t}{\Delta x} = 0.4$ . La période temporelle  $T$  pour la longueur d'onde  $\lambda_0$  est  $T = \frac{\lambda_0}{c}$ .

On travaillera sur un domaine  $[0, 13\lambda_0]$  constitué de vide et on considérera la présence d'un métal ( $E_z = 0$ ) à l'extrémité droite du domaine de simulation.

On prendra une onde incidente venant de la gauche dont la dépendance temporelle en  $x = 0$  est donnée par :

$$E_z(x=0, t) = \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \exp\left[-\left(\frac{t-2.7T}{0.9T}\right)^2\right]$$

Réaliser la simulation de la propagation de cette onde incidente. Commenter cette simulation. Quelle est sa validité ?

c) Sur quels paramètres peut-on intervenir pour améliorer la précision des résultats de cette simulation ? Vous êtes invités à illustrer ces différentes pistes par des codes qui mettent en œuvre ces différentes améliorations, vous nommerez ces codes : amelioration1.py, amelioration2.py, etc. Vous préciserez sur papier pourquoi ces approches permettent d'améliorer la simulation.

d) On se place à présent dans le cas où  $S = 1$  et  $N_\lambda = 32$  avec un champ à l'extrémité gauche :

$$E_z(x=0, t) = \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \exp\left[-\left(\frac{t-8T}{3T}\right)^2\right]$$

et un métal à l'extrémité droite. Introduire dans la simulation une succession de trois milieux : de l'air puis un milieu diélectrique d'indice de réfraction  $n = 2.1$ , puis de l'air. Le milieu diélectrique doit avoir une largeur  $9.7\lambda_0$ . Vous devez ajuster la durée et la largeur du domaine de

simulation pour avoir une simulation correcte. Commenter les différents effets physiques que l'on peut observer dans cette simulation.

- e) On considère à présent une succession de quatre milieux : de l'air, puis un milieu diélectrique d'indice  $n_1 = \sqrt{2.1}$  et de largeur  $\frac{\lambda}{4}$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde dans ce milieu diélectrique, puis un milieu d'indice  $n_2 = 2.1$  et de largeur  $9.7\lambda_0$  et enfin de l'air. Comparer la réflexion du paquet d'ondes avec la situation de la question (d) où le milieu d'indice  $n_1$  n'était pas présent. Comment expliquer l'effet observé (réaliser un schéma avec les changements de phase lors des réflexions et transmissions) ?
- f) Modifier le programme de la question (d) de façon à ne plus avoir de réflexions aux extrémités droite et gauche du domaine de simulation (sans passer par l'utilisation de PML).
- g) Reprendre la configuration de la question (d). Etudier la réflexion et la transmission sur la **deuxième** interface (diélectrique/air). Evaluer numériquement les coefficients de réflexion et transmission et comparer les avec les coefficients de Fresnel.
- h) On se place à présent dans le cas des équations (3.16a) et (3.16b) de la page 56 du livre d'A. Taflov. Refaire la simulation du problème physique de la question (d).
- i) Modifier le programme de la question (h) de façon à ne plus avoir de réflexions aux extrémités droite et gauche du domaine de simulation (sans passer par l'utilisation de PML).
- j) Modifier le programme de la question (h) de façon à ne plus avoir de réflexions à l'extrémité droite grâce à des PML.
- k) Réaliser la simulation de l'onde de la question (h) en remplaçant le milieu diélectrique d'indice de réfraction  $n = 2.1$  par un milieu de conductivité électrique  $\sigma = 3000$  siemens / mètre (unité SI). Commenter.
- l) Reprendre la configuration de la question (d). Commenter les effets physiques que l'on peut observer sur la longueur d'onde lors du changement de milieux. Evaluer numériquement le rapport entre les longueurs d'onde dans les différents milieux. Le résultat est-il conforme avec la théorie ?
- m) Réaliser un programme qui détermine numériquement à partir de la simulation la vitesse de propagation dans le milieu diélectrique en détectant les instants de passage à deux positions différentes. En appliquant la même approche dans l'air, déterminer numériquement le rapport entre ces vitesses. Commenter.

## II) FDTD 2D :

- a) Représenter sur papier le maillage de Yee 2D pour un système invariant suivant la direction  $z$  dans le cas de la polarisation  $TM_z$  avec un **champ** «  $H_x$  » défini sur 4 nœuds dans la direction  $x$  et 3 nœuds dans la direction  $y$ .
- b) Adapter le code FDTD 2D donné en cours au cas d'un cylindre d'indice de réfraction  $n = 2.1$  et de diamètre  $5\frac{\lambda}{2}$ .
- c) Reprendre le code de la question (b) et ajouter un deuxième cylindre derrière le premier. Ce deuxième cylindre sera identique au premier et aura son centre situé sur l'axe qui passe par la source et le centre du premier cylindre. La distance entre les centres des deux cylindres sera de  $3\lambda_0$  où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde dans le vide. On ajustera la taille du domaine et la durée de la simulation si nécessaire.