

EXERCICE 1. On considère une urne composée de trois boules rouges et deux boules bleues. On pose X la variable aléatoire modélisant le nombre de boules bleues sélectionnées. Construire la distribution de probabilité de X dans le cas

- (1) où l'on sélectionne au hasard une boule de notre urne.
- (2) où l'on sélectionne au hasard deux boules de notre urne avec remise.
- (3) où l'on sélectionne au hasard deux boules de notre urne sans remise.

EXERCICE 2. On considère une urne composée de trois boules rouges et deux boules bleues. On pose X la variable aléatoire modélisant le nombre tirages sans remise nécessaires pour obtenir une boule bleue.

- (1) Construire la distribution de probabilité de X .
- (2) Calculer $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{Var}(X)$. Interpréter les résultats.

EXERCICE 3. Un jeu consiste à lancer deux pièces de monnaie. On gagne 3€ si l'on obtient deux fois "face" et 1€ si l'on obtient une seule fois "face". Cependant dans le dernier cas on perd k €. Si l'on veut que le jeu soit équitable quelle doit être la valeur de k ? (Aide : Dire que le jeu est équitable signifie qu'en moyenne on ne gagne rien et on ne perd rien.)

EXERCICE 4. Dire si les situations suivantes sont du type binomial. Si oui donner les paramètres de la loi binomiale.

- (a) On s'intéresse au nombre d'enfants qui ont déjà un grand frère parmi les dix dernières naissances ayant eu lieu dans un hôpital donné. On sait que 36% des naissances sont des enfants qui ont un grand frère.
- (b) On note le poids de 10 enfants à la naissance.
- (c) On s'intéresse au nombre de fumeurs dans un échantillon de 8 personnes prélevées sans remise dans un groupe de 30 personnes comprenant 12 fumeurs.
- (d) On s'intéresse au nombre de fumeurs dans un échantillon de 8 personnes prélevées avec remise dans un groupe de 30 personnes comprenant 12 fumeurs.
- (e) On s'intéresse au nombre d'étudiants du secondaire ayant échoué à 1 cours ou plus dans un échantillon de 30 étudiants du secondaire. On sait que généralement $2/3$ des étudiants réussissent l'ensemble de leurs cours.
- (f) On sélectionne 5 familles au hasard et on veut savoir le nombre d'enfants par famille.
- (g) On sélectionne avec remise une carte jusqu'à ce que l'on obtienne un cœur. On s'intéresse au nombre de tirages nécessaires pour obtenir un cœur.

EXERCICE 5. En 2013, parmi l'ensemble des étudiants de LLN 23% ne vivaient pas en kot. On prélève au hasard un échantillon de 4 étudiants. On note X la variable aléatoire modélisant le nombre d'étudiants qui ne vivent pas en kot.

- (a) Quelles sont les valeurs possibles de la variable aléatoire X ?
- (b) Construire la distribution de X .
- (c) Quelle est la probabilité que deux des quatre étudiants ne vivent pas en kot ?
- (d) Quelle est la probabilité que moins de 3 jeunes ne vivent pas en kot ?
- (e) Quelle est la probabilité qu'au moins 2 jeunes ne vivent pas en kot ?
- (f) Quelle est la probabilité qu'au plus 3 jeunes ne vivent pas en kot ?

EXERCICE 6. Un QCM comporte 15 questions à 5 possibilités de réponse où seule une réponse est correcte. Supposons qu'un étudiant réponde de manière totalement aléatoire et indépendante à chaque question. Quelle est la probabilité que cet étudiant réponde correctement à au moins 10 questions.

EXERCICE SUPPLÉMENTAIRE 1. Cinq balles numérotées de 1 à 5 sont placées dans une urne. On sélectionne 2 balles et on note les numéros obtenus.

- (1) Déterminez la distribution de probabilité du "Plus grand des 2 numéros obtenus".
- (2) Déterminez la distribution de probabilité de "la somme des 2 numéros obtenus".

EXERCICE SUPPLÉMENTAIRE 2. Soit Y la v.a. définie par le tableau de distribution ci-dessous. Calculer a) $E(Y)$, b) $E(1/Y)$, c) $E(Y^2)$ d) $Var(Y)$.

y	1	2	3	4	Total
$\mathbb{P}(Y = y)$.4	.3	.2	.1	1

EXERCICE SUPPLÉMENTAIRE 3. Parmi les volontaires à une collecte de sang on sait que 80% des individus sont de Rhésus Rh+ (en opposition avec le rhésus Rh-).

- (a) Calculer la probabilité que sur 5 volontaires tirés au hasard, au moins 1 soit de Rhésus Rh-.
- (b) Calculer la probabilité que sur 5 volontaires tirés au hasard, au plus 4 aient le facteur Rhésus Rh+.

EXERCICE SUPPLÉMENTAIRE 4. En 2006, au Québec 20% des hommes vivaient en union libre. Pour un échantillon de 6 hommes

- (a) Quelle est la probabilité qu'aucun ne vive en union libre ?
- (b) Quelle est la probabilité qu'exactement deux vivent en union libre ?

- (c) Quelle est la probabilité que plus de deux hommes de l'échantillon vivent en union libre ?

EXERCICE EXAMEN (Janvier 2014). Soit la variable aléatoire Y définie par la distribution suivante :

y	0	1	2	3
$\mathbb{P}(Y = y)$	0.2	k_1	0.3	k_2

De plus on sait que $\mathbb{E}(Y) = 1.5$. Déterminer les valeurs k_1 et k_2 .

EXERCICE EXAMEN (Janvier 2014). Lorsque, après une forte pluie, des éléphants sautent en parachute au-dessus des pelouses autour du lac de Louvain-la-Neuve, ils sont obligés de chausser des raquettes (une par patte) pour ne pas s'enliser. On sait que la probabilité qu'une raquette se détache avant le contact avec le sol est de $1/3$.

- 1) Un éléphant s'élance pour le grand saut. Déterminez la loi ainsi modélisant le nombre de raquettes encore fixées aux pattes du pachyderme à l'atterrissage.
- 2) Déterminez le nombre moyen de raquettes encore fixées aux pattes de l'éléphant à l'atterrissage ainsi que sa variance.
- 3) Calculez la probabilité que l'éléphant dispose d'au moins 5 raquettes à ses pieds à l'atterrissage.
- 4) Sachant qu'un éléphant s'enlise s'il a perdu strictement plus de la moitié de ses raquettes, calculez la probabilité que cet éléphant s'enlise à son atterrissage.

EXERCICE EXAMEN (Juin 2014). Un sommelier travaillant dans un restaurant sait qu'en général une bouteille de vin est bouchonnée avec une probabilité de 10%.

1. Il vient de recevoir 50 bouteilles, il décide d'en tester 10 d'entre elles, quelle est la probabilité qu'il trouve au maximum 3 bouteilles défectueuses ?
2. Il réitère maintenant l'expérience sur les 50 nouvelles bouteilles. Quelle est la probabilité qu'il trouve au maximum 6 bouteilles défectueuses ?