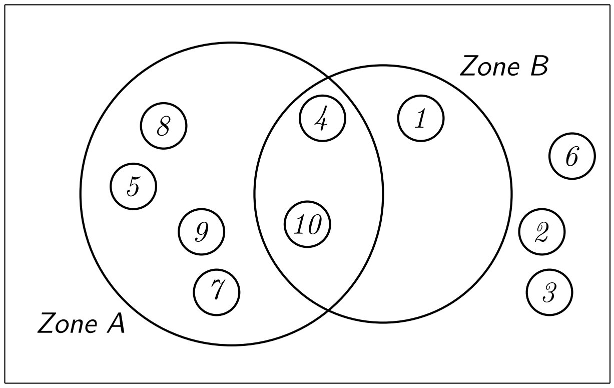
Exercice 1. On a placé sur une table 10 jetons numérotés de 1 à 10 de la façon suivante :



On fixe que la zone A (respectivement la zone B) contient les jetons 5, 7, 8, 9 (respectivement 1, 4, 10). Soit les évènements A :"Sélectionner un jeton dans la zone A" et B :"Sélectionner un jeton dans la zone B". On sélectionne au hasard un jeton, quelle est la probabilité que

1. le jeton se trouve dans la zone A ?
2. le jeton se trouve à la fois dans la zone A et dans la zone B ?
3. le jeton se trouve dans la zone A ou dans la zone B ?
4. le jeton se trouve ni dans la zone A ni dans la zone B ?
5. le jeton se trouve dans la zone A mais pas dans la zone B ?

Exercice 2. Voici un portrait des membres de l'UKFGB (Union des Kinés Francophones et Germanophones de Belgique) en 2013 *(chiffres fictifs)* :

- 42.5% des membres ont moins de 40 ans.
- 34.7% des membres sont des hommes de moins de 40 ans.
- 3.9% des membres sont des femmes de 40 ans et plus.

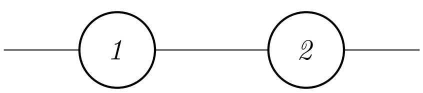
Selon ces statistiques, quelles sont les chances de sélectionner :

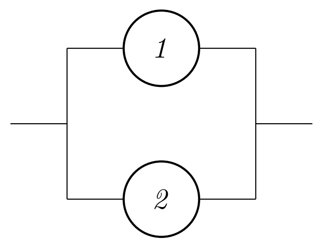
1. soit une femme ?
2. soit une femme de moins de 40 ans ?
3. soit un homme ou une personne de 40 ans et plus ?

Exercice 3. Un étudiant s'habille très rapidement le matin et prend au hasard un pantalon, un t-shirt et une paire de chaussettes. Il a dans son armoire 5 pantalons dont 2 noirs, 6 t-shirts dont 4 noirs et 8 paires de chaussettes dont 5 noires.

1. Combien y a-t-il de façons différentes de s'habiller ?
2. Quelle est la probabilité que notre étudiant soit habillé tout en noir ?
3. Quelle est la probabilité que notre étudiant ait choisi une seule pièce noire sur les trois ?
4. On suppose à présent que les 8 paires de chaussettes sont toutes différentes (par leurs motifs par exemple). L'étudiant sélectionne 2 chaussettes parmi les 16 possibilités.
   a. Quelle la probabilité qu'il se retrouve avec 2 chaussettes **différentes** aux pieds ?
   b. Quelle est la probabilité qu'il se retrouve avec 2 chaussettes **les mêmes** aux pieds ?

Exercice 4. Un système électrique est formé de deux composantes indépendantes. La composante 1 a une probabilité de 0.1 de tomber en panne, tandis que la probabilité que la composante 2 tombe en panne est le double de celle de 1. Dans les 2 situations suivantes, dites intuitivement lequel des 2 systèmes électriques a la probabilité la plus élevée que le courant circule. Ensuite, calculer la probabilité que le courant circule pour chacun des 2 systèmes électriques :





Exercice 5. La famille royale décide d'assister au match de football opposant RSC Anderlecht au Standard de Liège. Aux abords du stade on vend 2 types de frites : les frites traditionnelles rectangulaires et de nouvelles frites à section hexagonale. Parmi ces 2 types de frites on sait que 60% des adultes préfèrent la forme de frites traditionnelles tandis que 80% des jeunes enfants préfèrent la nouvelle forme. Sachant que notre famille royale est composée de 2 adultes pour 4 jeunes enfants et qu'un de ses membres a été surpris à la mi-temps du match avec un cornet de frites hexagonales à la main, calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un adulte.

Exercice 6. Un test pour diagnostiquer une maladie est correcte dans 90% des cas, c'est-à-dire que pour 90% des individus malades le test diagnostique la maladie. De plus si une personne n'est pas atteinte de la maladie, on sait que le test ne va pas détecter la maladie dans 90% des cas. En supposant que cette maladie ne touche que 1% de la population et sachant qu'on vient de diagnostiquer la maladie chez un individu quelle est la probabilité que cet individu soit réellement malade ? Commentez cette probabilité.

Exercice 7. La production d'un grand chocolatier est décomposé en 3 ateliers. On sait que l'atelier A regroupe 35% de la production, l'atelier B 40% et le reste pour l'atelier C. De plus on a remarqué que 3% des chocolats provenant de l'atelier A présentent un défaut, cette probabilité est de 1% pour l'atelier B et 2% pour l'atelier C. Après commercialisation, on remarque la présence d'un défaut sur un des chocolats, quelle est la probabilité qu'il provienne de l'atelier C ?

Exercice 8. Les plages de La Réunion sont depuis quelques semaines frappées par des attaques de requins. 4 espèces vivant dans la région sont réparties de la manière suivante : 50% sont des *requins à pointes blanches*, 30% sont des *requins à taches noires*, 10% sont des *requins à petites dents* et le reste sont des *requins à pointes noires*. De plus, jusqu'à présent on observe 2 cibles : les surfeurs et les baigneurs. On sait que les *requins à pointes blanches* attaquent dans 20% des cas les surfeurs et dans 80% des cas les baigneurs. Les *requins à pointes noires* attaquent dans 90% des cas les surfeurs, les *requins à taches noires* agressent dans 45% des cas les baigneurs et quant aux *requins à petites dents* ils attaquent dans 23% des cas les baigneurs. On vient d'apprendre qu'une jeune baigneuse a été la victime d'un squale, quelle est la probabilité qu'il ne s'agisse pas d'un *requin à pointes* (*blanches* ou *noires*) ?

Exercice 9. En reprenant le contexte de l'Exercice 1,

1. calculez les probabilités suivantes :
   (a) $\mathbb{P}(A|B)$ (b) $\mathbb{P}(B|A)$ (c) $\mathbb{P}(B|\overline{A})$ (d) $\mathbb{P}(A|A \cup B)$ (e) $\mathbb{P}(A \cap B|A \cup B)$
2. les évènements A et B sont-ils indépendants ?
3. les évènements A et B sont-ils incompatibles ?

Exercice Supplémentaire 1. On effectue une étude pour connaitre l'opinion de différente personnes (résidant ou non à Bruxelles) à propos de l'interdiction des voitures en ville. On sait que parmi les personnes interrogées :

- 331 habitants de Bruxelles sont pour l'interdiction de la voiture en ville.
- 320 personnes n'habitant pas à Bruxelles sont pour l'interdiction de la voiture en ville.
- 172 personnes n'habitant pas à Bruxelles sont contre l'interdiction de la voiture en ville.
- 452 personnes de l'étude habitaient à Bruxelles.

On sélectionne au hasard une personnes de notre étude. Quelle est la probabilité

1. qu'elle soit habitant de Bruxelles et contre l'interdiction de la voiture en ville ?
2. qu'elle soit contre l'interdiction de la voiture en ville ?
3. qu'elle habite à Bruxelles ?

4. En utilisant les 3 questions précédentes, peut-on dire que les évènements "Être Bruxellois" et "Être contre l'interdiction de la voiture en ville" sont indépendants.
5. qu'elle soit contre l'interdiction ou habitant Bruxelles ?

Exercice Supplémentaire 2. Un bureau d'affaire commande du papier pour l'un de ses 3 fournisseurs V_1, V_2, V_3. On s'intéresse aux commandes effectuées pour 2 jours. Par exemple, (V_2, V_3) signifie que le fournisseur V_2 s'occupe de la commande le premier jour et le fournisseur V_3 le second jour.

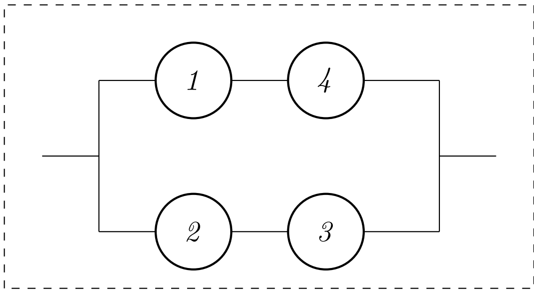
1. Lister l'ensemble des réalisations possibles.
2. Calculer la probabilité de chacun des couples.
3. On note $\mathcal{A}$ (respectivement $\mathcal{B}$) l'évènement "le même vendeur réalise 2 commandes successives" (respectivement "V_2 réalise au moins une commande"). Calculer $\mathbb{P}(\mathcal{A})$, $\mathbb{P}(\mathcal{B})$, $\mathbb{P}(\mathcal{A} \cup \mathcal{B})$ et $\mathbb{P}(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$.

Exercice Supplémentaire 3. L'aéroport de Zaventem dispose de 3 radars qui fonctionnent de manière indépendante les uns des autres. On sait que dans 98% des cas un radar détecte un avion lorsqu'il pénètre dans sa zone de vision.

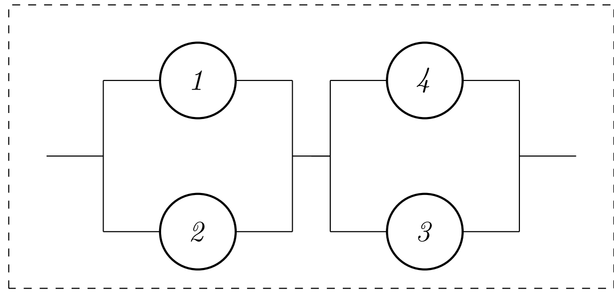
1. Calculer la probabilité qu'un avion rentrant dans la zone de vision des 3 radars ne soit jamais détectés ?
2. Calculer la probabilité qu'un avion rentrant dans la zone de vision des 3 radars soit détecté par les 3 appareils ?
3. Calculer la probabilité qu'un avion rentrant dans la zone de vision des 3 radars soit détecté par seulement 1 appareil ?
4. Calculer la probabilité qu'un avion rentrant dans la zone de vision des 3 radars soit détecté par au plus 2 appareils ?

Exercice Supplémentaire 4. Un circuit électrique est composé de 4 composantes indépendantes. On sait que chaque composante électronique à une probabilité de 0.9 de fonctionner correctement. Calculer lequel des systèmes électriques ci-dessous à la plus grande probabilité de fonctionner.

Circuit A



Circuit B



Exercice Examen (Janvier 2015). Chaque année, la grippe touche environ 11% de la population. Un laboratoire pharmaceutique a mis en place un nouveau test pour savoir si oui ou non une personne est porteuse d'un virus grippal. Le test n'est pas infaillible, en effet 1% des personnes malades ne sont pas diagnostiquées par ce test. La société pharmaceutique affirme que, si l'on faisait passer le test à toute la population, le test serait positif pour 51% des individus. On vient de diagnostiquer la maladie chez un individu. Quelle est alors la probabilité qu'il ne soit pas malade ?
✿ *Indication :* On pourra considérer les évènements M "La personne sélectionnée est porteuse du virus de la grippe" et D "La personne sélectionnée a été diagnostiquée par le nouveau test".

Exercice Examen (Janvier 2015). D'après les chiffres du dernier rapport émanant de l'International Coffee Organization (ICO), on sait que, dans une population, 42% des personnes boivent du thé, 31% ne boivent pas de café, et 53% boivent du café mais pas du thé. Pour la suite de cet exercice il serait utile de considérer les évènements T : "Boire du thé" et C : "Boire du café".

1. Calculer la probabilité qu'une personne boive à la fois du café et du thé. *Indication :* Il serait intéressant d'exprimer tout d'abord l'évènement désiré en fonction de C et $C \cap \overline{T}$ puis d'en calculer la probabilité.
2. De plus on aimerait à présent connaitre la probabilité qu'un individu boive du thé mais pas de café. *Indication :* Il serait intéressant de décomposer l'évènement désiré en fonction de T et $C \cap T$ puis d'utiliser le résultat de la question précédente.
3. En utilisant les questions précédentes et parmi les personnes ne buvant pas de café, quelle est la probabilité qu'une personne boive du thé ?