Précisions sur la fonction scenar_pref

June 29, 2022

Dans le scénario de préférence européenne, la précédente version du code procédait de la manière suivante :

- Pour chaque secteur source :
  - on calcule la capacité totale d'exportation des alliés
  - on parcourt les régions non-alliées et on affecte leur exportation aux alliés autant que possible

Cette méthode admet une limite, car elle pourrait mener à ce qu'un des pays non-alliés soit ramené à une exportation nulle vers la France quand un autre pourrait avoir ses importations intactes. Ainsi, même si cette méthode permet d'obtenir des résultats théoriquement satisfaisants quant aux exportations des pays alliés (sous toutes les hypothèses requises), elle ne permet pas d'avoir une idée claire de la dynamique des exportations des pays non-alliés. Or, ces dynamiques sont observées dans le rapport (lorsqu'on observe l'évolution de la place de la Chine en cas de scénario de préférence européenne, cette évolution dépend fortement du rang de traitement de la Chine par rapport aux autres pays non-alliés, ce qui n'est pas une approche robuste).

Je propose donc une nouvelle méthode, qui, sans prétendre à plus de réalisme, a pour avantage de traiter tous les pays alliés et non-alliés de la même manière. La méthode est la suivante :

- Pour chaque secteur source :
  - on calcule la capacité totale d'exportation des alliés notée C
  - on calcule la somme des exportations des non-alliés vers la France notée E
    - Si $E \leq C$, alors :
      - on ramène les exportations de tous les non-alliés à 0
      - on ajoute pour chaque allié sa capacité restante pondérée par un coefficient α_s qui dépend du secteur cible s
    - Sinon :
      - on multiplie chaque exportation des alliés par un coefficient $\beta_{r,s}$ qui dépend de la région exportatrice
      - on multiplie chaque exportation des non-alliés par un coefficient γ qui est constant

Cadre et notations. Désormais, on considère un unique secteur source (on se place au sein d'une itération fixée de la boucle `for` présentée ci-dessus).On notera $\phi_{r,s}$ l'exportation depuis le secteur source de la région r vers le secteur s de la France et χ_r la capacité d'exportation restante du secteur source pour la région r, avant réallocation. Par ailleurs, on notera A l'ensemble des alliés de la France, et $\overline{A}$ l'ensemble des non-alliés. Avec ces nouvelles notations on a $C = \sum_{r \in A} \chi_r$ et $E = \sum_s \sum_{r \in \overline{A}} \phi_{r,s}$. Dans le cas où $E = C = 0$, on choisit de ne modifier aucun échange. Désormais, on se place donc dans le cas où $E \cdot C \neq 0$.

Possibilité de relocalisation. Si on choisit d'interdire la relocalisation, c'est-à-dire la réallocation des exportations françaises vers de l'auto-consommation, alors on exclut la France de l'ensemble des régions considérées, *ie* France $\notin A \cup \overline{A}$. Dans le cas contraire, si on choisit d'autoriser la relocalisation, alors on considère la France comme une région alliée, *ie* France $\in A$.

Distinction entre consommations intermédiaires et finales. Les consommations intermédiaires et finales occupent ici des statuts identiques. On ne les distinguera donc pas dans l'expression des coefficients. L'indice s désignera donc indifféremment un secteur cible de consommation intermédiaire ou de consommation finale. Dans l'implémentation algorithmique, on retrouve la distinction entre ces deux consommations du fait de la structure des objets utilisés (séparation de la matrice `Z` et de la matrice `Y`), mais le traitement est identique dans les deux cas (c'est celui qui est présenté sur ce document).

Choix du coefficient α_s. On est ici dans le cas où $E < C$, donc on a :

$$\sum_s \sum_{r \in \overline{A}} \phi_{r,s} \leq \sum_{r \in A} \chi_r \tag{1}$$

Les nouvelles allocations consistent, pour chaque allié $r \in A$ et pour chaque secteur s, à ajouter à l'exportation avant réallocation $\phi_{r,s}$ la valeur $\alpha_s \chi_r$. Ces nouvelles allocations doivent vérifier les deux conditions suivantes :

- pour chaque secteur, les consommations françaises intermédiaires et finales doivent être conservées
$$\forall s, \sum_{r \in A} (\alpha_s \chi_r + \phi_{r,s}) = \sum_{r \in A \cup \overline{A}} \phi_{r,s} \Rightarrow \sum_{r \in A} \alpha_s \chi_r = \sum_{r \in \overline{A}} \phi_{r,s} \tag{2}$$
- les alliés ne doivent pas exporter plus que leur capacité totale
$$\forall r \in A, \sum_s (\alpha_s \chi_r + \phi_{r,s}) \leq \sum_s \phi_{r,s} + \chi_r \Rightarrow \sum_s \alpha_{r,s} \leq 1 \tag{3}$$

On choisit la valeur suivante pour α_s :

$$\boxed{\alpha_s = \frac{\sum_{i \in \overline{A}} \phi_{i,s}}{\sum_{i \in A} \chi_i}}$$

Remarque : α_s est bien défini car $\sum_{i \in A} \chi_i = C > E \geq 0$.

Cette valeur vérifie la condition (2) :

$$\begin{aligned}
\forall s, \sum_{r \in A} \alpha_s \chi_r &= \sum_{r \in A} \frac{\sum_{i \in \overline{A}} \phi_{i,s}}{\sum_{i \in A} \chi_i} \chi_r \\
&= \sum_{i \in \overline{A}} \phi_{i,s} \cdot \frac{\sum_{r \in A} \chi_r}{\sum_{i \in A} \chi_i} \\
&= \sum_{r \in \overline{A}} \phi_{r,s}
\end{aligned}$$

Cette valeur vérifie également la condition (3) :

$$\begin{aligned}
\forall r \in A, \sum_s \alpha_s &= \sum_s \frac{\sum_{i \in \overline{A}} \phi_{i,s}}{\sum_{i \in A} \chi_i} \\
&\leq \frac{\sum_{r \in A} \chi_r}{\sum_{i \in A} \chi_i} \quad \text{d'après l'hypothèse (1)} \\
&\leq 1
\end{aligned}$$

Choix des coefficients $\beta_{r,s}$ et γ. On est ici dans le cas où $E \geq C$, donc on a :

$$\sum_s \sum_{r \in \overline{A}} \phi_{r,s} > \sum_{r \in A} \chi_r \tag{4}$$

Les nouvelles allocations consistent, pour chaque allié $r \in A$, à multiplier les exportations avant réallocation $\phi_{r,s}$ par un coefficient $\beta_{r,s}$, et de même pour chaque non-allié avec le coefficient γ. Ces nouvelles allocations doivent vérifier les quatre conditions suivantes :

- pour chaque secteur, les consommations françaises intermédiaires et finales doivent être conservées

$$\forall s, \sum_{r\in A} \beta_{r,s}\phi_{r,s} + \gamma \sum_{r\in \overline{A}} \phi_{r,s} = \sum_{r\in A\cup\overline{A}} \phi_{r,s} \tag{5}$$

- chaque allié doit exporter au niveau de sa capacité totale d'exportation

$$\forall r \in A, \sum_{s} \beta_{r,s}\phi_{r,s} = \sum_{s} \phi_{r,s} + \chi_r \Rightarrow \sum_{s} (\beta_{r,s} - 1)\phi_{r,s} = \chi_r \tag{6}$$

- la somme des exportations de chaque non-allié doit diminuer

$$\forall r \in \overline{A}, \gamma \sum_{s} \phi_{r,s} \leq \sum_{s} \phi_{r,s} \Rightarrow \gamma \leq 1 \tag{7}$$

- pour chaque secteur, les alliés ne doivent pas exporter plus que la demande française

$$\forall s, \sum_{r\in A} \beta_{r,s}\phi_{r,s} \leq \sum_{r\in A\cup\overline{A}} \phi_{r,s} \tag{8}$$

On choisit alors les valeurs suivantes :

$$\boxed{\beta_{r,s} = \begin{cases} 0 & \text{si } \phi_{r,s} = 0 \\ 1 + \frac{\chi_r \sum_{i\in\overline{A}} \phi_{i,s}}{\phi_{r,s} \sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}} & \text{sinon} \end{cases}}$$

$$\boxed{\gamma = 1 - \frac{\sum_{r\in A} \chi_r}{\sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}}}$$

Remarques :

- $\beta_{r,s}$ et γ sont bien définis car $\sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j} = E \geq C \geq 0$ et $E \cdot C \neq 0$.
- l'hypothèse (4) implique que $\gamma \geq 0$.

La valeur de $\beta_{r,s}$ vérifie la condition (6) :

$$\begin{aligned}
\forall r \in A, \sum_{s} \beta_{r,s}\phi_{r,s} &= \sum_{s} \left(1 + \frac{\chi_r \sum_{i\in\overline{A}} \phi_{i,s}}{\phi_{r,s} \sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}}\right) \phi_{r,s} \\
&= \sum_{s} \phi_{r,s} + \chi_r \sum_{s} \frac{\phi_{r,s} \sum_{i\in\overline{A}} \phi_{i,s}}{\phi_{r,s} \sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}} \\
&= \sum_{s} \phi_{r,s} + \chi_r \frac{\sum_{i\in\overline{A}} \sum_s \phi_{i,s}}{\sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}} \\
&= \sum_{s} \phi_{r,s} + \chi_r
\end{aligned}$$

La valeur de $\beta_{r,s}$ vérifie également la condition (8) :

$$
\begin{aligned}
\forall s, \sum_{r\in A} \beta_{r,s}\phi_{r,s} &= \sum_{r\in A} \left(1 + \frac{\chi_r \sum_{i\in\overline{A}} \phi_{i,s}}{\phi_{r,s} \sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}}\right) \phi_{r,s} \\
&= \sum_{r\in A} \phi_{r,s} + \sum_{r\in A} \chi_r \frac{\phi_{r,s} \sum_{i\in\overline{A}} \phi_{i,s}}{\phi_{r,s} \sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}} \\
&< \sum_{r\in A} \phi_{r,s} + \sum_{r\in A} \chi_r \frac{\sum_{i\in\overline{A}} \phi_{i,s}}{\sum_{i\in A} \chi_r} \quad \text{d'après l'hypothèse (4)} \\
&= \sum_{r\in A} \phi_{r,s} + \sum_{i\in\overline{A}} \phi_{i,s} \\
&= \sum_{r\in A\cup\overline{A}} \phi_{r,s}
\end{aligned}
$$

La valeur de γ vérifie par ailleurs trivialement la condition (7).

Enfin, les valeurs de $\beta_{r,s}$ et de γ vérifient également la condition (5) :

$$
\begin{aligned}
\forall s, \sum_{r\in A} \beta_{r,s}\phi_{r,s} + \gamma \sum_{r\in\overline{A}} \phi_{r,s} &= \sum_{r\in A} \left(1 + \frac{\chi_r \sum_{i\in\overline{A}} \phi_{i,s}}{\phi_{r,s} \sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}}\right) \phi_{r,s} + \left(1 - \frac{\sum_{r\in A} \chi_r}{\sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}}\right) \sum_{r\in\overline{A}} \phi_{r,s} \\
&= \sum_{r\in A} \phi_{r,s} + \sum_{r\in\overline{A}} \phi_{r,s} + \frac{\sum_{r\in A} \chi_r \sum_{i\in\overline{A}} \phi_{i,s}}{\sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}} - \frac{\sum_{r\in A} \chi_r \sum_{i\in\overline{A}} \phi_{i,s}}{\sum_{i\in\overline{A}} \sum_j \phi_{i,j}} \\
&= \sum_{r\in A\cup\overline{A}} \phi_{r,s}
\end{aligned}
$$