

Séminaire CAML
QCM n° 5
jeudi 19 septembre 2024

1. Quel est le résultat de l'évaluation de la définition suivante ?

```
let f x y =  
  let g x = (x + 1) / 2 in  
  - match (not x, g y) with  
    (true, _) -> true  
    | (_, 42) -> false  
    | _ -> failwith "error" ;;
```

- ☒ (a) `val f : bool -> int -> bool = <fun>`
- ☒ (b) `val f : bool -> int -> int -> bool = <fun>`
- ☒ (c) `val f : int -> int -> bool = <fun>`
- ☒ (d) `val f : 'a -> int -> bool = <fun>`
- ☒ (e) Une erreur.

2. Quel sera le dernier résultat après évaluations successives des phrases suivantes ?

```
let f = function  
  (x, y) when x <> y -> 1  
  | (_, 0) -> 0  
  | _ -> -1;;  
f (0, 0);;
```

- ☒ (a) `val f : int * int -> int = <fun>`
- ☒ (b) `- : int = 1`
- ☒ (c) `- : int = 0`
- ☒ (d) `- : int = -1`
- ☒ (e) Une erreur.

3. Qu'affiche la fonction suivante appelée avec f 5 ?

```
let rec f x = match x with  
  0 -> ()  
  | x when x mod 2 = 0 -> f (x-1) ; print_int x  
  | _ -> print_int x ; f (x-1);;
```

- (a) 53124
- (b) 12345
- (c) 54321
- (d) 42135
- (e) Rien, la fonction ne s'arrête pas !

4. Que calcule la fonction suivante appelée avec f n ($n \geq 1$) ?

```
let rec f n =  
  if n = 1 then  
    1.0  
  else  
    1.0 /. (float_of_int n) +. f (n - 1);;
```

- (a) $\sum_{i=1}^n i$
- (b) $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$
- (c) $\sum_{i=1}^n i$
- (d) Rien, elle ne s'arrête pas !

5. Quel sera le dernier résultat après évaluations successives des phrases suivantes ?

```
let rec f n =
  if n < 10 then
    n
  else
    f (n mod 10 + n / 10);;
f 12345;;
```

$$5 + 1234 = 1239$$

$$9 + 123 = 132$$

$$2 + 13 = 15$$

$$5 + 1 = 6$$

- (a) - : int = 3
- (b) - : int = 2
- (c) - : int = 5
- (d) - : int = 6
- (e) Rien, la fonction f ne s'arrête pas!

6. Quel sera le dernier résultat après évaluations successives des phrases suivantes ?

```
let rec f n k =
  if k = 0 then
    1
  else
    if n mod 2 = 0 then
      1 + f (n - 1) (k - 1)
    else
      2 + f (n - 1) k;;
f 3 1;;
```

$$2 + f(2) 1 \rightarrow 2 + 1 + f(1) 0$$

- (a) - : int = 2
- (b) - : int = 3
- (c) - : int = 4
- (d) - : int = 5
- (e) Rien, la fonction f ne s'arrête pas!

7. Quel sera le dernier résultat après évaluations successives des phrases suivantes ?

```
let rec f n =
  if n <= 1 then
    n
  else
    2 * f (n - 1) + f (n - 1);;
f 4;;
```

$$2 * f(3) + f(3)$$

$$2 * 2 * f(2) + f(2) + 2 * f(2) + f(2)$$

$$2 * 2 * 2 * f(1) + 2 * f(1) + f(1) + 2 * 2 * f(1) + f(1)$$

$$8 + 2 + 1 + 4 + 1 + 2 + 1$$

- (a) - : int = 3
- (b) - : int = 5
- (c) - : int = 12
- (d) Une autre valeur entière
- (e) Rien, la fonction f ne s'arrête pas!

8. Quel sera le dernier résultat après évaluations successives des phrases suivantes ?

```
let rec f n d =
  if n = 0 then
    0
  else
    (if n mod 10 = d then 1 else 0) + f (n / 10) d;;
f 5454253 5;;
```

$$0 + f(545425) 5$$

$$0 + f(54542) 5$$

$$1 + 0 + f(5454) 5$$

$$1 + 0 + f(545) 5$$

$$2 + f(54) 5$$

$$2 + f(5) 5$$

$$3 + f(0) 5$$

- (a) - : int = 1
- (b) - : int = 2
- (c) - : int = 3
- (d) - : int = 4
- (e) Rien, la fonction f ne s'arrête pas!

9. Quel sera le dernier résultat après évaluations successives des phrases suivantes ?

```
let rec f n d =  
  if n = 0 then  
    0  
  else  
    if n mod d = 0 then  
      1 + f (n/10) d  
    else  
      f (n/10) (d-1);;  
f 4355 5;;
```

$1 + f(435) 5$
 $1 + 1 + f(43) 5$
 $1 + 1 + f(4) 4$
 $1 + 1 + 1 + f(0) 4$

- (a) - : int = 1
- (b) - : int = 2
- (c) - : int = 3
- (d) - : int = 4
- (e) Rien, la fonction f ne s'arrête pas!

10. Quel sera le dernier résultat après évaluations successives des phrases suivantes ?

```
let rec f n =  
  if n = 0 then  
    0  
  else if n mod 2 = 0 then  
    -n + f (n - 1)  
  else  
    n + f (n - 1);;  
f 5;;
```

$5 + f(4)$
 $5 + (-4) + f(3)$
 $1 + 3 + f(2)$
 $4 + (-2) + f(1)$
 $2 + 1 + f(0)$
3

- (a) - : int = -15
- (b) - : int = 15
- (c) - : int = 3
- (d) - : int = -3
- (e) Rien, la fonction f ne s'arrête pas!

QCM 5

jeudi 19 septembre

Question 11

Soient E et F deux ensembles et une fonction $f : E \rightarrow F$. Dire que f est injective signifie

- ☒ a. $f(x) = f(y) \implies x = y$
- ☐ b. $\forall (x, y) \in E^2, x = y \implies f(x) = f(y)$
- ☐ c. $\forall (x, y) \in E^2, x \neq y \implies f(x) = f(y)$
- ☐ d. Aucune des autres réponses

Question 12

Soient E et F deux ensembles et une fonction $f : E \rightarrow F$. Dire que f est surjective signifie

- ☒ a. $\forall x \in E, \exists y \in F, y = f(x)$
- ☐ b. $\exists y \in F, \forall x \in E, y = f(x)$
- ☐ c. $\forall y \in F, \exists x \in E, x = f(y)$
- ☒ d. $\forall y \in F, \exists x \in E, y = f(x)$
- ☐ e. Aucune des autres réponses

Question 13

Soit $f : [0, 5] \rightarrow [0, 8]$ dont le tableau de valeurs est le suivant :

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	1	4	2	8	2	6

- ☐ a. f est injective
- ☒ b. f n'est pas injective

Question 14

On considère la fonction f définie sur $[0, 5]$ dont le tableau de valeurs est le suivant :

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	1	4	2	8	2	6

On a

- ☐ a. $f : [0, 5] \rightarrow [0, 8]$ est surjective
- ☒ b. $f : [0, 5] \rightarrow [0, 8]$ n'est pas surjective
- ☒ c. $f : [0, 5] \rightarrow \{1, 2, 4, 6, 8\}$ est surjective
- ☐ d. $f : [0, 5] \rightarrow \{1, 2, 4, 6, 8\}$ n'est pas surjective
- ☐ e. Aucune des autres réponses

Question 15

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Quand est-on certain que f n'est pas injective ?

- a. Si $f(\{2, 3\}) = \{1, \pi\}$
- ☒ b. Si $f(\{2, 3\}) = \{\pi\}$
- ☒ c. Si $f^{-1}(\{1\}) = \{2, 3\}$
- d. Aucune des autres réponses

Question 16

Cochez la(les) bonne(s) réponse(s)

- a. $x \mapsto \arctan(x)$ est définie sur \mathbb{R}
- b. $\arctan(0) = 1$
- c. $\arctan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$
- d. $\arctan\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$
- e. Aucune des autres réponses

Question 17

Soient E un ensemble et \mathcal{R} une relation définie sur E . Cochez la(les) définition(s) correcte(s)

- ☒ a. \mathcal{R} est réflexive si : $\forall (x, y) \in E^2, x \mathcal{R} y$
- ☒ b. \mathcal{R} est symétrique si : $\forall (x, y) \in E^2, x \mathcal{R} y$ et $y \mathcal{R} x$
- ☒ c. \mathcal{R} est antisymétrique si : $\forall (x, y) \in E^2, x \mathcal{R} y, y \mathcal{R} x$ et $x = y$
- ☒ d. \mathcal{R} est transitive si : $\forall (x, y, z) \in E^3, x \mathcal{R} y$ et $y \mathcal{R} z \implies x \mathcal{R} z$
- e. Aucune des autres réponses

Question 18

Dans $E = \mathbb{R}$, on définit la relation \mathcal{R} par : $\forall (x, y) \in E^2, x \mathcal{R} y \iff x^2 \leq y^2$. On a

- ☒ a. $2 \mathcal{R} -3$ $4 \leq 9$
- ☒ b. $-1 \mathcal{R} 0$ $1 \leq 0$
- c. \mathcal{R} est symétrique.
- d. Aucune des autres réponses

Question 19

Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$. On a
$$x \longmapsto e^x$$

☒ a. $f(\{0\}) = \{1\}$.

☐ b. $f(\mathbb{R}) =]0, +\infty[$

☐ c. $f^{-1}(\{0\}) = \emptyset$

☐ d. $f^{-1}(]0, 1]) =]-\infty, 0[$

e. Aucune des autres réponses

Question 20

Que peut-on prendre pour fonction(s) f pour avoir $f(\mathbb{R}) = [-1, 1]$?

☐ a. $f : x \longmapsto \ln(x)$

☒ b. $f : x \longmapsto \sin(x)$

c. $f : x \longmapsto x^2$

d. $f : x \longmapsto x$

e. Aucune des autres réponses