



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра системного анализа

Лабутин Антон Александрович

Моделирование движения беспилотного автомобиля

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Научный руководитель:

к. ф.-м. н., доцент

И. В. Востриков

Москва, 2022

Содержание

1	Введение	3
2	Описание модели	4
2.1	Основные параметры	4
2.2	Уравнения движения	5
2.3	Манёвры	7
2.3.1	Торможение	8
2.3.2	Разгон	9
2.3.3	Перестроение	10
3	Программная реализация	13
3.1	Алгоритм	13
3.2	Примеры	14
3.2.1	Избежание столкновения при торможении	15
3.2.2	Столкновение при торможении	16
3.2.3	Избежание столкновения при разгоне	18
3.2.4	Столкновение при разгоне	19
3.2.5	Избежание столкновения при перестроении	20

1 Введение

В наше время всё популярнее становится автономный транспорт, использование автопилотов в автомобилях. Это связано с тем, что внедрение систем автономного вождения позволит лучше предсказывать ситуацию на дорогах, разгрузить плотный трафик в крупных городах и уменьшить число аварий, которые часто обусловлены человеческим фактором.

В данной работе моделируется движение беспилотного автомобиля по многополосной трассе. Подразумевается наличие некоторых устройств (датчиков, видеокамер, компьютера с алгоритмами обработки изображений), которые позволяют измерять относительно автомобиля скорости и координаты других автомобилей. Рассматривается ситуация, в которой автомобиль с соседней полосы перестраивается в полосу движения нашего автомобиля. Моделируются различные сценарии управления автомобилем в зависимости от текущих скоростей и исходного положения автомобилей в момент начала перестроения. Возможные варианты: разгон, торможение, перестроение в соседнюю полосу.

В подобной задаче можно будет применить метод динамического программирования для решения задач целевого управления ([1], [2], [3], [5]).

2 Описание модели

Одним из важнейших этапов данной работы стало моделирование движущегося объекта, приближённого по своим параметрам к объекту в реальной жизни. Целью было рассмотреть задачу в максимально прикладном направлении, построить базу для дальнейших исследований, применимых на практике.

За математическую модель движения автомобиля была взята модель Аккермана (см. в [4]). Рассмотрим её основные положения.

2.1 Основные параметры

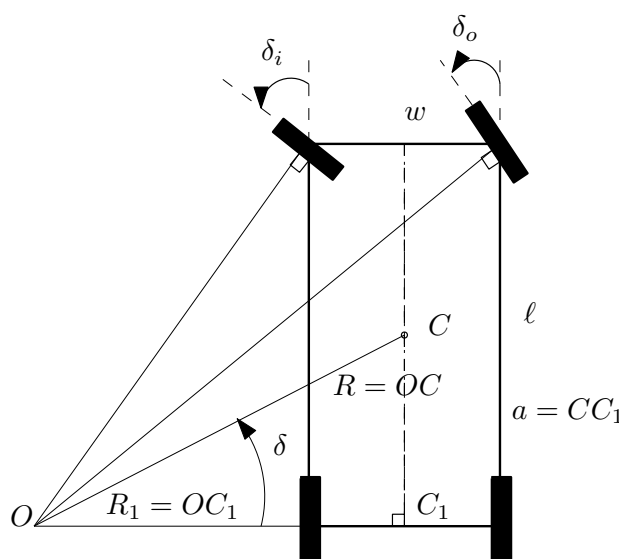


Рис. 1: Основные параметры модели.

Рассматриваются следующие параметры (см рис. 1):

δ_i, δ_o — углы поворота передних колёс относительно прямой, проходящей перпендикулярно осям автомобиля,

$\delta = \angle COC_1$ — угол между прямой, проходящей через заднюю ось автомобиля, и прямой, проходящей через центр вращения O и геометрический центр C_1 ,

w — ширина кузова автомобиля,

ℓ — длина кузова автомобиля,

w_ℓ — ширина полосы движения,

\vec{v} — вектор скорости геометрического центра C машины относительно неподвижной системы отсчёта,

\vec{a} — вектор ускорения геометрического центра C машины относительно неподвижной системы отсчёта,

m — масса автомобиля,

(X, Y) — координаты геометрического центра C автомобиля относительно неподвижной системы отсчёта,

$R = OC$ — радиус кривизны дуги, по которой движется геометрический центр C автомобиля при повороте,

$R_1 = OC_1$ — радиус кривизны дуги, по которой движется центр C_1 задней оси автомобиля,

O — центр окружности, по которой движется машина при повороте.

2.2 Уравнения движения

Движение автомобиля рассматривается как плоскопараллельное движение твёрдого тела по горизонтальной поверхности. В общем случае оно описывается вторым законом Ньютона и основным уравнением вращательного движения твёрдого тела:

$$\begin{cases} m\vec{a} = \sum_{i=1}^4 (\vec{P}_{fi} + \vec{R}_i + \vec{P}_w), \\ J \frac{d\omega}{dt} = \sum_{i=1}^4 (M_{nki} + M(\vec{R}_i) + M(\vec{P}_{fi})), \end{cases}$$

где \vec{P}_{fi} — вектор силы сопротивления прямолинейному движению i -го колеса,

\vec{R}_i — вектор силы взаимодействия с дорогой i -го колеса,

\vec{P}_w — вектор силы сопротивления воздуха,

J — момент инерции автомобиля относительно оси, перпендикулярной плоскости движения,

M_{nki} — момент сопротивления повороту i -го колеса,

$M(\vec{P}_{fi})$ — момент силы \vec{P}_{fi} ,

$M(\vec{R}_i)$ — момент силы \vec{R}_i .

Ускорение точки при плоскопараллельном движении может быть определено как векторная сумма тангенциальной и нормальной составляющих:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} + \omega\vec{v},$$

где ω — угловая скорость вращения.

Принцип Аккермана определяет геометрию рулевого управления, которая применима для любых транспортных средств с целью обеспечения корректного угла поворота рулевых колёс при прохождении поворота или кривой. Согласно нему, если оба колеса повернуты на одинаковый угол, внутреннее колесо будет скользить боком по дороге и снижать эффективность рулевого управления в дополнение к нежелательному нагреву и износу колеса. Это скольжение может быть устранено с помощью поворота внутреннего колеса на больший угол, чем угол поворота внешнего колеса. Математически этот принцип записывается так (условие Аккермана):

$$\operatorname{ctg} \delta_i - \operatorname{ctg} \delta_0 = \frac{w}{\ell}$$

Задние колёса считаем расположенными параллельно кузову машины с отсутствующим поворотом у них. А положение центра O кривизны кривой, по которой движется машина при повороте, рассчитывается исходя из условия минимизации трения, оказываемого на внутреннее переднее колесо при повороте. Установлено, что его положение — пересечение перпендикуляров к плоскостям передних колёс и прямой, проходящей через заднюю ось автомобиля (см. рис. 1).

Приведём основные формулы расчёта некоторых параметров движения:

$$\begin{aligned}
 R &= \sqrt{(CC_1^2) + \ell^2 \operatorname{ctg}^2 \delta}, \\
 \operatorname{ctg} \delta &= \frac{\operatorname{ctg} \delta_0 + \operatorname{ctg} \delta_i}{2}, \\
 R_1 = OC_1 &= \sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 - \ell^2 + w\ell \operatorname{ctg} \theta}, \\
 \delta_i &= \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{w}{\ell} \operatorname{ctg} \theta + \left(\frac{w}{2\ell}\right)^2 - 1} + \frac{w}{2\ell}, \\
 \delta_o &= \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{w}{\ell} \operatorname{ctg} \theta + \left(\frac{w}{2\ell}\right)^2 - 1} - \frac{w}{2\ell}, \\
 \theta &= \delta_i - \delta_o - \text{угол Аккермана}, \\
 0 &\leq \theta \leq \theta_{\max}, \\
 \theta_{\max} &= \operatorname{arctg} \left(\frac{\ell}{w} \left(\operatorname{ctg} \delta_{\max} - \frac{w}{2\ell} \right)^2 + \frac{\ell}{w} - \frac{w}{4\ell} \right),
 \end{aligned}$$

где $\delta_{\max} \approx 41^\circ$ — максимальный угол поворота переднего колеса, обусловленный техническими характеристиками автомобиля.

Радиус кривизны кривой, вдоль которой движется центр C_1 задней оси автомобиля:

$$\begin{aligned}
 \rho &= \operatorname{sign}(\theta) \cdot \ell \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{w}{\ell}\right)^2 + \frac{w}{\ell} \operatorname{ctg} |\theta| - 1}, \\
 -\theta_{\max} &\leq \theta \leq \theta_{\max}.
 \end{aligned}$$

При отрицательном угле Аккермана — правый поворот, при положительном — левый. Для $v = \text{const}$ параметрические уравнения траектории при повороте:

$$\begin{aligned}
x(t) &= v \int_0^t \cos \frac{1}{\rho(t)} dt, \\
y(t) &= v \int_0^t \sin \frac{1}{\rho(t)} dt, \\
\rho(t) &= \ell \cdot \text{sign}(\theta(t)) \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{w}{\ell}\right)^2 + \frac{w}{\ell} \text{ctg} |\theta(t)| - 1}
\end{aligned}$$

В нашей реализации мы пренебрегаем силами сопротивления и добавляем следующие ограничения:

$$\begin{aligned}
a &\in [a_{min}, a_{max}], \\
v &\in [v_{min}, v_{max}], \\
P_1 \cap P_2 &= \emptyset \quad \forall t \in [t_0, t_1],
\end{aligned}$$

где P_1, P_2 — корпуса машин в момент времени t ,

t_0 — время начала моделирования,

t_1 — время окончания моделирования.

Последнее условие означает нестолкновение машин в каждый момент времени моделирования.

Найдём координаты точек, задающих корпус машины P с геометрическим центром C в точке (X_i, Y_i) при повороте на угол ψ относительно вертикальной оси. Для этого применим матрицу поворота

$$\begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix}$$

и получим множество точек (x, y) , принадлежащих P :

$$\begin{cases} x \leq -y \operatorname{tg} \psi + \frac{X_i + \frac{\ell}{2}}{\cos \psi}, \\ x \geq -y \operatorname{tg} \psi + \frac{X_i - \frac{\ell}{2}}{\cos \psi}, \\ y \leq x \operatorname{tg} \psi + \frac{Y_i + \frac{w}{2}}{\cos \psi}, \\ y \geq x \operatorname{tg} \psi + \frac{Y_i - \frac{w}{2}}{\cos \psi}. \end{cases}$$

2.3 Манёвры

Как было сказано выше, рассматривается ситуация, в которой автомобиль с соседней, правой полосы движения (назовём его, для краткости, вторым) перестраивается в полосу движения моего автомобиля (первого). При этом ответом первого автомобиля может быть один из трёх манёвров, цель которых — избежать столкновения:

1. Торможение.
2. Разгон.
3. Перестроение в соседнюю, левую полосу.

Первая машина начинает реагировать на перестроение второго автомобиля после некоторого времени t_r , обусловленного реакцией датчиков на изменение дорожной обстановки. Она анализирует условия, в зависимости от которых выполняет тот или иной манёвр с целью избежать столкновения.

Разберём каждый из манёвров подробнее, а именно, как он происходит и при каких условиях.

2.3.1 Торможение

Поскольку цель первого автомобиля — избежать столкновения, то логично полагать, что тормозить он будет с максимальным ускорением a_{max} , которое мы определим из второго закона Ньютона:

$$a_{max} = \frac{F_{sf}}{m} = \frac{\eta \cdot F_{rf}}{m} = \frac{\eta \cdot \mu mg}{m} = \mu \eta g,$$

где F_{sf} — сила трения скольжения,

F_{rf} — максимальная сила трения покоя,

$g \approx 9.81 \frac{м}{с^2}$ — ускорение свободного падения,

μ — коэффициент трения между колёсами и дорогой,

$\eta \in (0, 1)$ — коэффициент-составляющая силы трения скольжения от максимальной силы трения покоя.

Торможение имеет смысл выполнять, если в момент окончания движения первого автомобиля по реакции вторая машина

1. либо перестраивается прямо перед капотом первого автомобиля (см. рис. 2.а), а именно

$$\begin{cases} Y_1 + \frac{\ell}{2} < Y_2^{ul}, \\ Y_2^{dl} - (Y_1 + \frac{\ell}{2}) \leq 0, \end{cases}$$

где $Y_1 + \frac{\ell}{2}$ — координата по оси OY переда кузова первого автомобиля,

Y_2^{ul} — координата по оси OY переднего левого угла кузова второго автомобиля,

Y_2^{dl} — координата по оси OY заднего левого угла кузова второго автомобиля,

$Y_2^{dl} - (Y_1 + \frac{\ell}{2})$ — расстояние по оси OY от заднего левого угла кузова второго автомобиля до переда кузова первого автомобиля.

2. либо второй автомобиль находится на расстоянии, меньшем, чем максимальный тормозной путь S_{max} первого автомобиля при заданной скорости v вместе с безопасной дистанцией d_{safe} от капота первого автомобиля до задней части кузова второго автомобиля (см. рис. 2.b):

$$\begin{cases} Y_2^{dl} - (Y_1 + \frac{\ell}{2}) > 0, \\ Y_2^{dl} - (Y_1 + \frac{\ell}{2}) \leq S_{max} + d_{safe}, \end{cases}$$

где $S_{max} = \frac{v^2}{2 \cdot a_{max}}$.

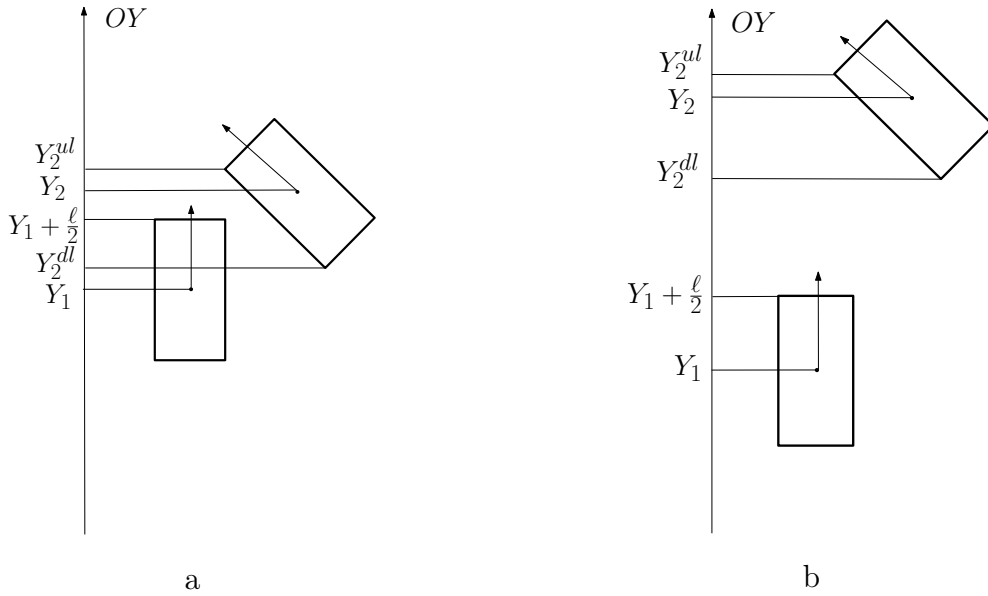


Рис. 2: Условия выполнения торможения и перестроения.

Тормозит первый автомобиль либо до столкновения со вторым автомобилем, либо до той скорости v_f , при которой расстояние между автомобилями по оси OY окажется больше максимального тормозного пути $S_{max}(v_f)$ первого автомобиля при данной скорости v_f вместе с безопасной дистанцией d_{safe} :

$$Y_2^{dl} - (Y_1 + \frac{\ell}{2}) > S_{max}(v_f) + d_{safe},$$

где $S_{max}(v_f) = \frac{v_f^2}{2 \cdot a_{max}}$.

2.3.2 Разгон

Аналогично торможению, с целью избежать столкновения разгоняться имеет смысл с максимальным ускорением и в случае, когда второй автомобиль в момент окончания

движения первого автомобиля по реакции находится "рядом" с первым автомобилем (см. рис. 3.a):

$$\begin{cases} Y_1 - \frac{\ell}{2} \leq Y_2^{ul}, \\ Y_2^{ul} \leq Y_1 + \frac{\ell}{2}. \end{cases}$$

Разгон происходит либо до столкновения, либо до тех пор, пока расстояние по оси OY между автомобилями не станет больше длины кузова вместе с безопасной дистанцией d_{safe} (см. рис. 3.b):

$$Y_1 - \frac{\ell}{2} - Y_2^{ur} > \ell + d_{safe},$$

где Y_2^{ur} — координата по оси OY переднего правого угла капота второго автомобиля.

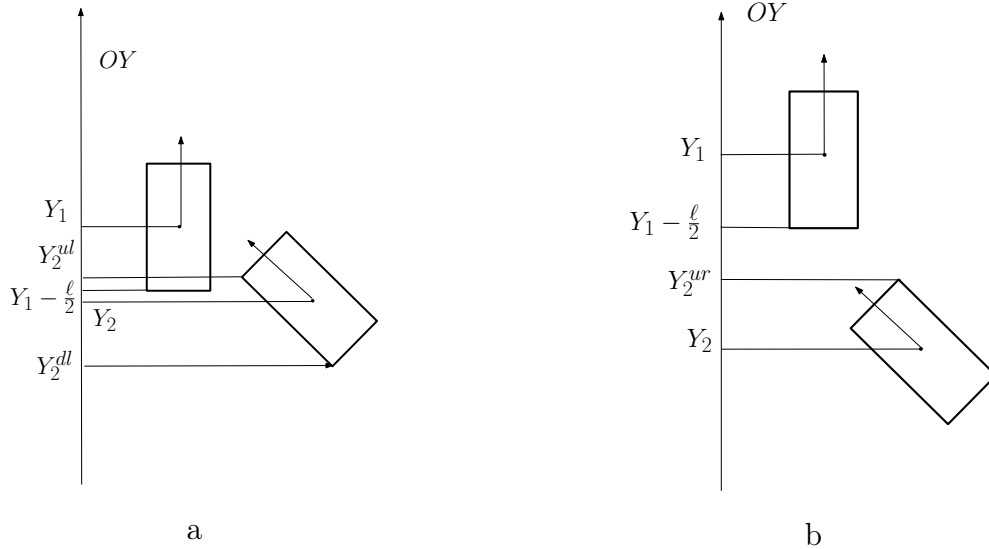


Рис. 3: Условия выполнения разгона.

2.3.3 Перестроение

Перестроение автомобиля в левую соседнюю полосу представляет собой движение по двум дугам окружности, натянутых на угол φ , разной выпуклости: первая дуга выпукла вверх, вторая — вниз. При этом по каждой дуге по оси OX происходит перемещение, по модулю равное $\frac{w\ell}{2}$, за время t_1 и t_2 соответственно.

В целях создания наименее опасной ситуации для попутных автомобилей в левой полосе мы хотим найти минимальную кривизну ρ_{min} первой дуги, при которой не произойдёт столкновения при движении с постоянной линейной скоростью v . Естественно,

при кривизне, большей минимальной, первый автомобиль также успеет перестроиться. А кривизну ρ_2 второй дуги вычисляем исходя из условия, чтобы в конце перестроения кузов автомобиля был расположен параллельно полосе движения (см. рис. 4):

$$\begin{aligned}\varphi &= \arccos\left(1 - \rho_{min} \frac{w_\ell}{2}\right), \\ t_1 &= \frac{\varphi}{v\rho_{min}}, \\ \rho_2 &= \frac{2(1 - \cos(\varphi))}{w_\ell}, \\ t_2 &= \frac{\varphi}{v\rho_2}\end{aligned}$$

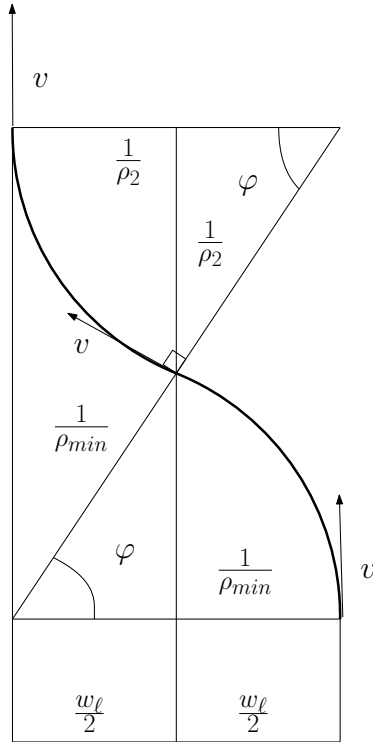


Рис. 4: Схема перестроения первого автомобиля.

Максимально допустимую кривизну ρ_{max} можно вычислить из условия наличия сцепления колёс с дорогой при повороте:

$$F_{cf} = ma_n = m \cdot v^2 \rho \leq F_{sf} = \eta F_{rf} = \eta \cdot \mu mg,$$

где F_{cf} — центробежная сила, a_n — нормальное ускорение.

Для вычисления ρ_{max} обратим неравенство выше в равенство с некоторым допуском $\xi \in (0, 1)$:

$$m \cdot v^2 \rho_{max} = \xi \cdot \eta \cdot \mu mg,$$

откуда получим

$$\rho_{max} = \frac{\xi \cdot \eta \cdot \mu g}{v^2}$$

Выполнять перестроение с целью избежать столкновения имеет смысл, если в момент окончания движения первого автомобиля по реакции второй автомобиль

1. либо перестраивается прямо перед капотом первого автомобиля (см. рис. 2.a), а именно

$$\begin{cases} Y_1 < Y_2^{ul}, \\ Y_2^{dl} - (Y_1 + \frac{\ell}{2}) \leq 0, \end{cases}$$

2. либо второй автомобиль находится на расстоянии, меньшем, чем максимальный тормозной путь S_{max} первого автомобиля при заданной скорости v вместе с безопасной дистанцией d_{safe} от капота первого автомобиля до задней части кузова второго автомобиля (см. рис. 2.b):

$$\begin{cases} Y_2^{dl} - (Y_1 + \frac{\ell}{2}) > 0, \\ Y_2^{dl} - (Y_1 + \frac{\ell}{2}) \leq S_{max} + d_{safe}, \end{cases}$$

где $S_{max} = \frac{v^2}{2 \cdot a_{max}}$.

3 Программная реализация

Моделирование происходит в среде Matlab.

3.1 Алгоритм

Цель программного моделирования: для различных параметров движения автомобилей определить допустимые манёвры первого автомобиля, которые не приведут к столкновению.

Параметры движения:

- начальная скорость v_1 первого автомобиля,
- начальное расстояние между автомобилями,
- время моделирования.

Предполагается, что:

- скорость движения второго автомобиля $v_2 \leq v_1$;
- автомобили движутся попутно в соседних полосах, при этом второй автомобиль едет впереди, а первый его догоняет;
- $v_2 = const$;
- $v_1 = const$ до выполнения манёвра;
- второй автомобиль начинает перестраиваться в известный момент времени;
- при наступлении момента перестроения второго автомобиля первый автомобиль движется по реакции некоторое время t_r , обусловленное скоростью реагирования датчиков на изменение дорожной ситуации;
- если столкновение за время движения по реакции не происходит, то проверяются условия применимости того или иного манёвра; если условия выполняются, то осуществляется соответствующий манёвр в попытке избежать столкновения;
- столкновение отслеживается в течение всего времени моделирования независимо от того, выполняются ли условия для осуществления того или иного манёвра;
- после выполнения торможения до некоторой скорости в отсутствие столкновения первый автомобиль движется с этой скоростью за время реакции датчиков, после чего разгоняется до скорости движения перестроившегося второго автомобиля;
- после выполнения разгона в отсутствие столкновения первый автомобиль движется с этой скоростью за время реакции датчиков, после чего тормозит до своей исходной скорости движения;

- перестроение первого автомобиля моделируется на сетке кривизны ρ первой дуги поворота от минимально возможной, нулевой, соответствующей прямолинейному движению, до максимальной ρ_{max} ; в результате определяется наименьшая кривизна ρ_{min} , при которой столкновения удастся избежать.

Соответственно, алгоритм состоит в переборе по сетке параметров движения, для каждого узла которой моделируются одновременно три манёвра и выясняется, в каких случаях столкновение не произошло; тогда соответствующие параметры считаются допустимыми.

Выходные данные:

- допустимые параметры для каждого манёвра как в отдельности, так и в комбинации (для перестроения дополнительно — диапазон допустимой кривизны);
- допустимые манёвры для каждой точки сетки параметров движения.

3.2 Примеры

Рассмотрим несколько примеров, демонстрирующих как успешность выполнения каждого манёвра первым автомобилем, так и столкновение в ходе них.

Общие параметры моделирования:

- время моделирования — 6 сек;
- время начала перестроения второго автомобиля — 1.5 сек;
- ускорение свободного падения $g = 9.81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Параметры дороги:

- количество полос движения — 3;
- ширина полосы движения $w_s = 3.6$ м;
- покрытие — сухой асфальт.

Параметры автомобилей:

- длина кузова $\ell = 4.694$ м;
- ширина кузова $w = 1.849$ м;
- масса $m = 1847$ кг;
- время реакции датчиков — 0.5 сек;
- максимальное ускорение при разгоне — $5.556 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$;

- коэффициент трения между колёсами и дорогой $\mu = 0.75$;
- отношение силы трения скольжения колёс к максимальной силе трения покоя $\eta = 0.8$;
- допуск в условии наличия сцепления колёс с дорогой при выполнении поворота $\xi = 0.8$;
- безопасное расстояние между автомобилями, которое поддерживается при выполнении поворота первым автомобилем, — 20 см;
- скорость второго автомобиля $v_2 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$;
- кривизна первой дуги при повороте второго автомобиля — одна треть от максимально возможной ρ_{max} при данной скорости v_2 ;
- безопасное расстояние между передом капота первого автомобиля и задом капота второго автомобиля $d_{safe} = 1$ м.

С учётом параметров автомобилей, максимальное ускорение, с которым тормозит первый автомобиль в ответ на перестроение второго, равно по модулю $a_{max} = \eta\mu g = 5.886 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Изменяемые параметры движения:

- скорость первого автомобиля v_1 ;
- расстояние d между геометрическими центрами автомобилей по оси OY .

В примерах ниже на иллюстрациях в правом верхнем углу отображается текущее время t в сек и скорости автомобилей v_1, v_2 в $\frac{\text{м}}{\text{с}}$ в данный момент времени.

3.2.1 Избежание столкновения при торможении

Параметры: $v_1 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}, d = 5$ м.

После выполнения торможения первый автомобиль движется по реакции равномерно с конечной скоростью и после этого ускоряется до скорости движения уже перестроившегося второго автомобиля, с которой продолжает прямолинейное движение до конца времени моделирования.

Иллюстрация приведена на рис. 5.

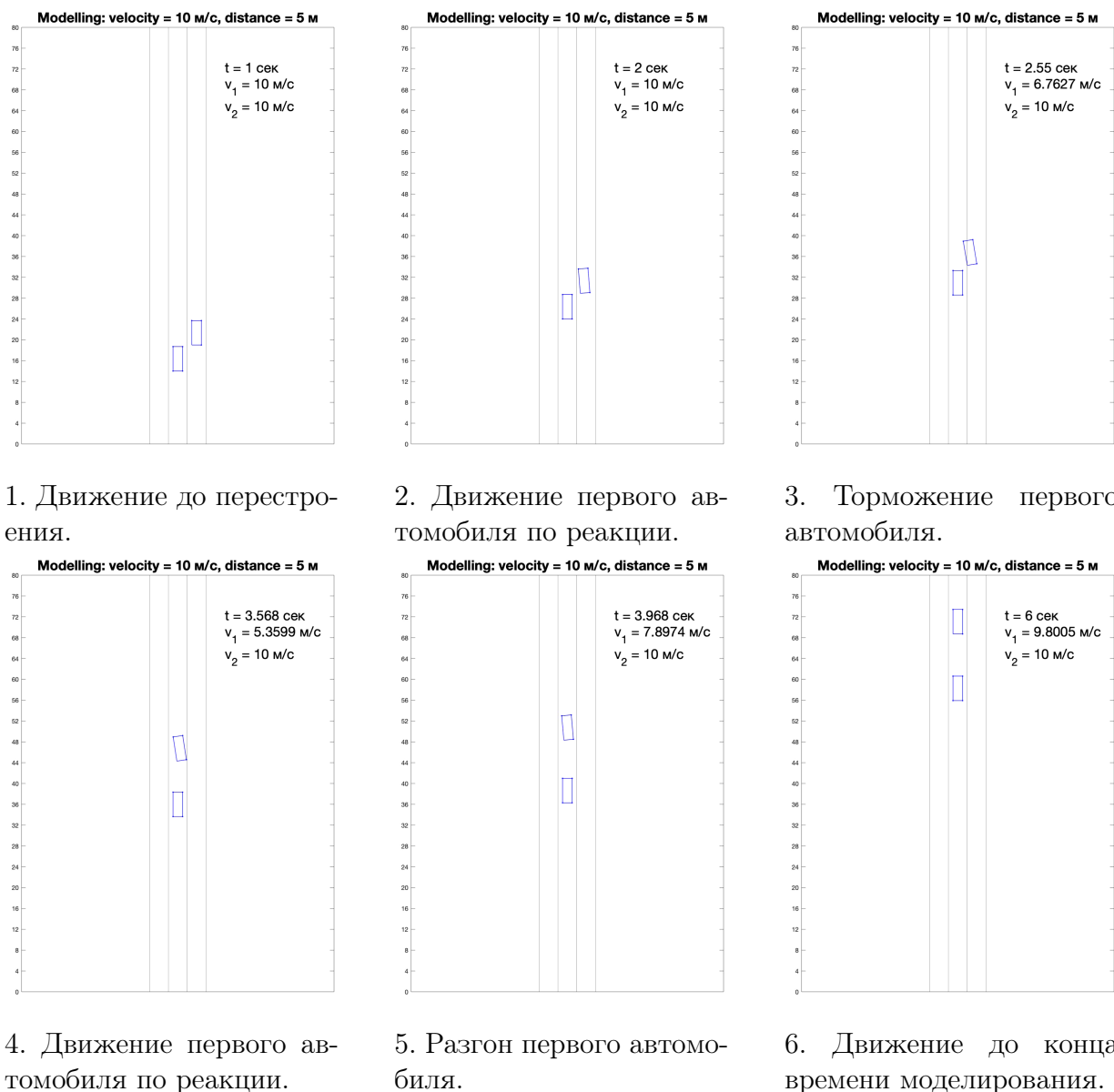
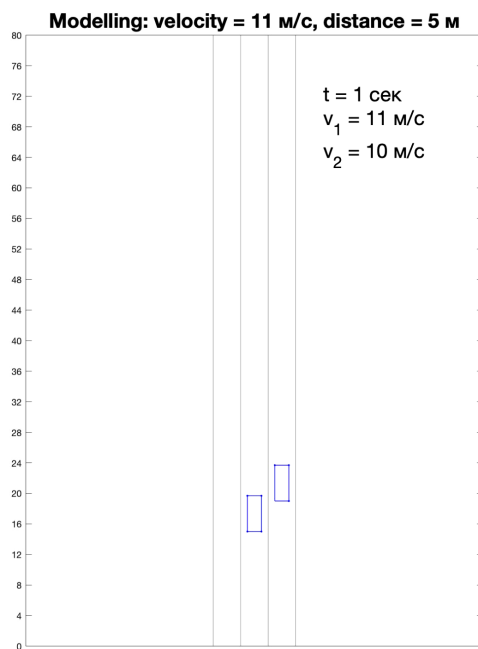


Рис. 5: Избежание столкновения при торможении.

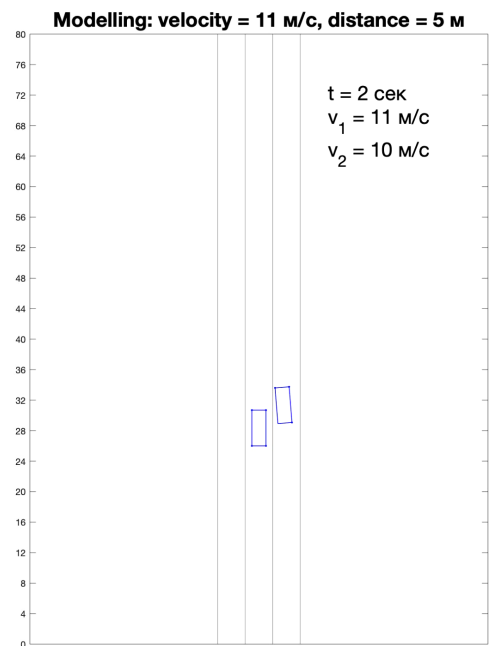
3.2.2 Столкновение при торможении

Параметры: $v_1 = 11 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $d = 6$ м.

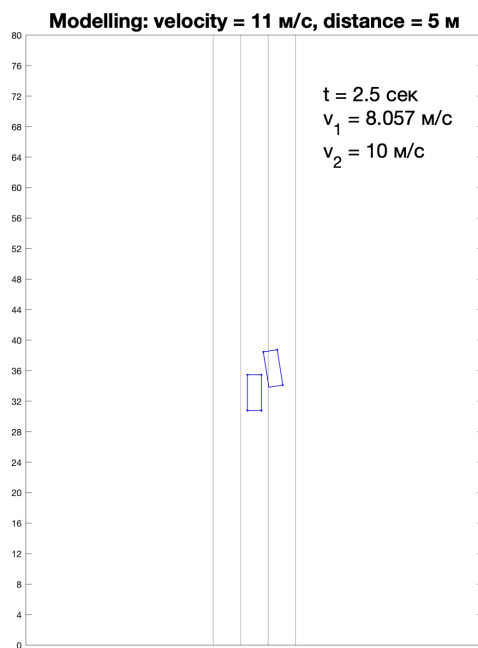
Иллюстрация приведена на рис. 6.



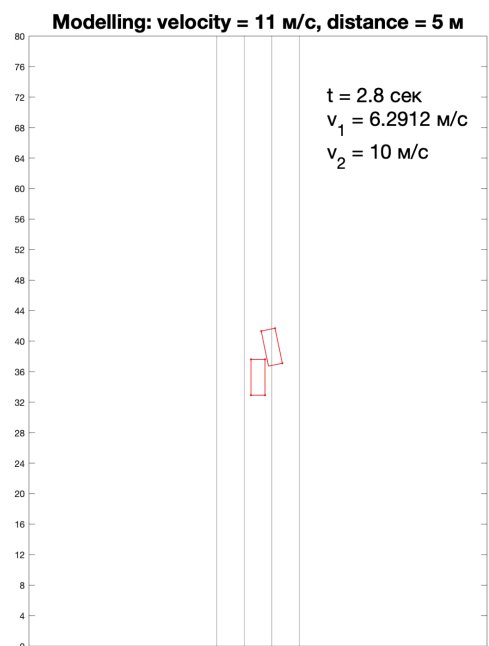
1. Движение до перестроения.



2. Движение первого автомобиля по реакции.



3. Торможение первого автомобиля.



4. Столкновение.

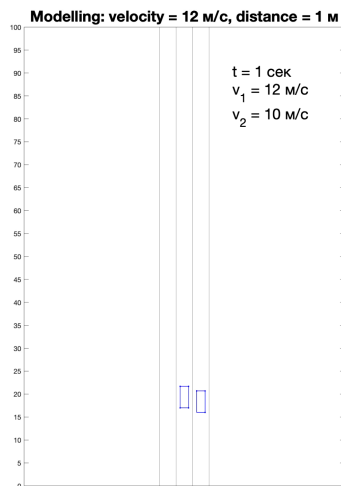
Рис. 6: Столкновение при торможении.

3.2.3 Избежание столкновения при разгоне

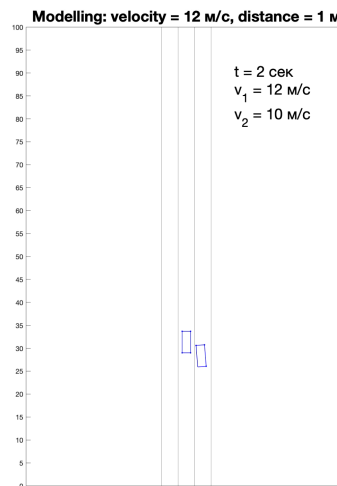
Параметры: $v_1 = 12 \frac{м}{с}$, $d = 1 м$.

После выполнения разгона первый автомобиль движется по реакции равномерно с конечной скоростью и после этого тормозит до своей исходной скорости, с которой продолжает прямолинейное движение до конца времени моделирования.

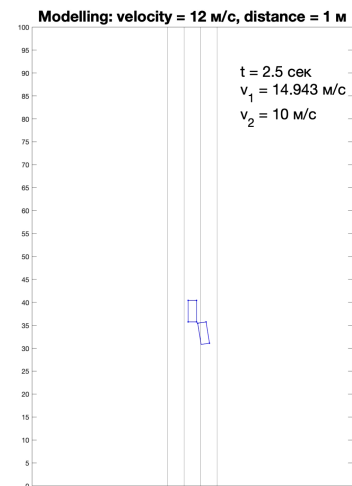
Иллюстрация приведена на рис. 7.



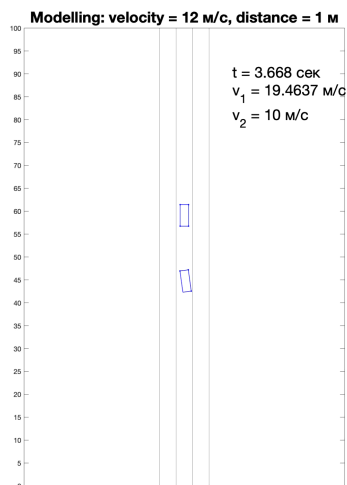
1. Движение до перестроения.



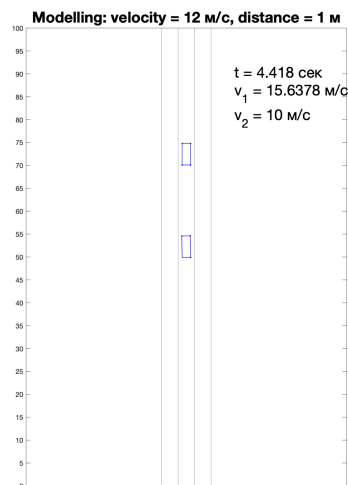
2. Движение первого автомобиля по реакции.



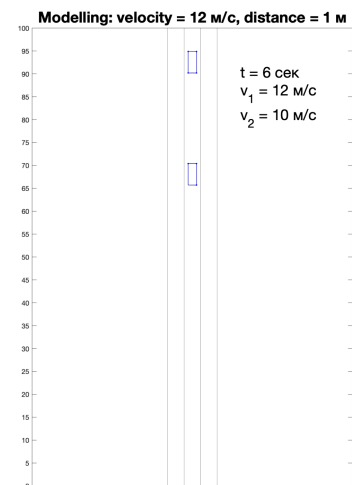
3. Ускорение первого автомобиля.



4. Движение первого автомобиля по реакции.



5. Торможение первого автомобиля.



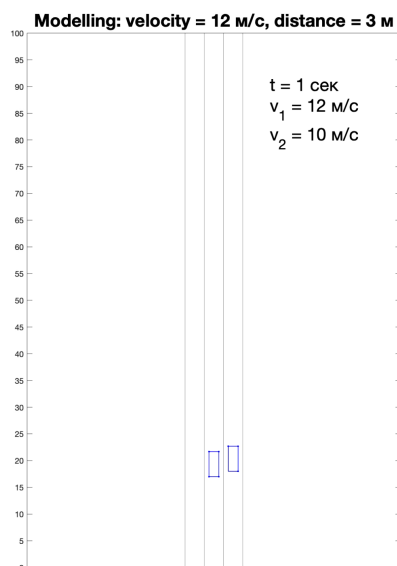
6. Движение до конца времени моделирования.

Рис. 7: Избежание столкновения при разгоне.

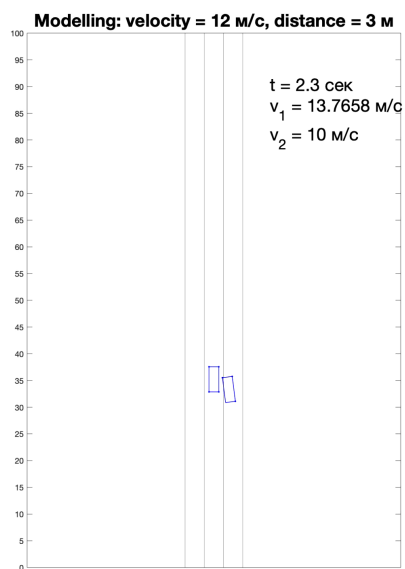
3.2.4 Столкновение при разгоне

Параметры: $v_1 = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $d = 3 \text{ м}$.

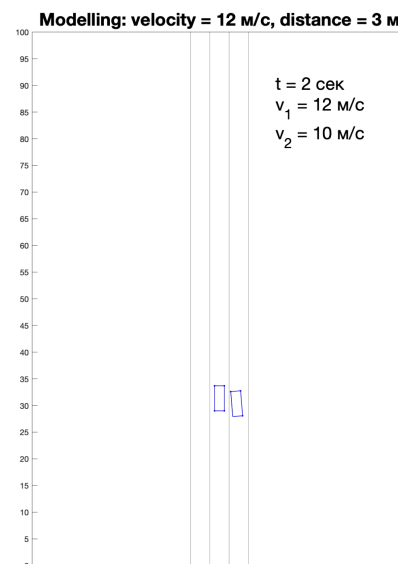
Иллюстрация приведена на рис. 8.



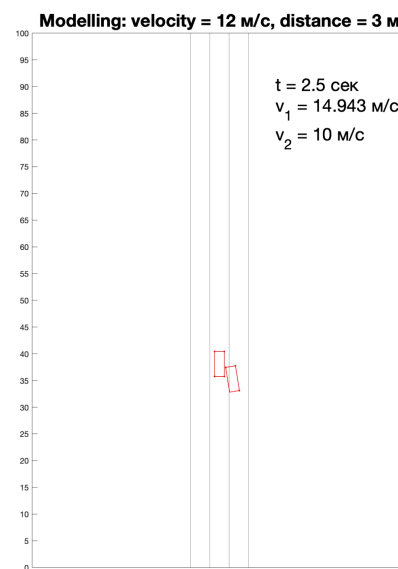
1. Движение до перестроения.



3. Разгон первого автомобиля.



2. Движение первого автомобиля по реакции.



4. Столкновение.

Рис. 8: Столкновение при разгоне.

3.2.5 Избежание столкновения при перестроении

Параметры: $v_1 = 11 \frac{м}{с}$, $d = 8$ м.

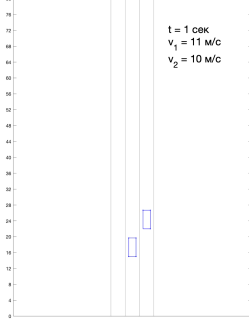
При этом, максимальная кривизна первой дуги при повороте первого автомобиля $\rho_{max} = \frac{\xi \cdot \eta \cdot \mu g}{v_2^2} = 0.047088$.

Первый автомобиль может избежать столкновения при перестроении с кривизной первой дуги в диапазоне $[0.0097289, \rho_{max}]$. После выполнения перестроения с постоянной линейной скоростью первый автомобиль движется равномерно до конца времени моделирования.

Поскольку кривизна дуги поворота может варьироваться, то перестроение позволит избежать столкновения практически во всех типичных дорожных ситуациях.

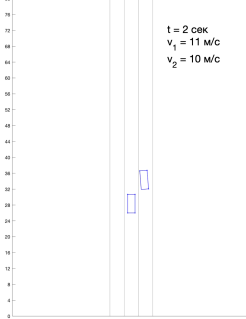
Иллюстрация приведена на рис. 9.

Modelling: velocity = 11 m/c, distance = 8 m, curvature = 0.0097289 1/m



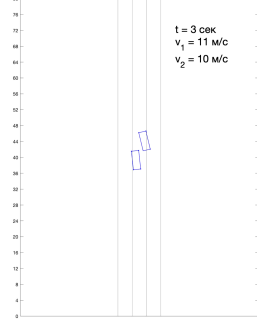
1. Движение до перестроения.

Modelling: velocity = 11 m/c, distance = 8 m, curvature = 0.0097289 1/m



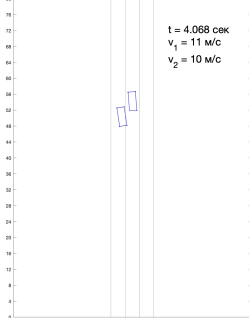
2. Движение первого автомобиля по реакции.

Modelling: velocity = 11 m/c, distance = 8 m, curvature = 0.0097289 1/m



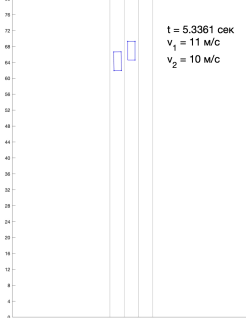
3. Перестроение первого автомобиля.

Modelling: velocity = 11 m/c, distance = 8 m, curvature = 0.0097289 1/m



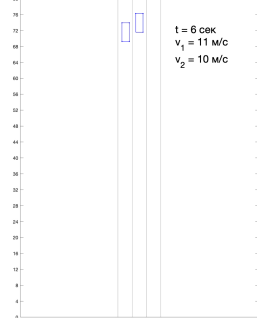
4. Перестроение первого автомобиля.

Modelling: velocity = 11 m/c, distance = 8 m, curvature = 0.0097289 1/m



5. Перестроение первого автомобиля.

Modelling: velocity = 11 m/c, distance = 8 m, curvature = 0.0097289 1/m



6. Движение до конца времени моделирования.

Рис. 9: Избежание столкновения при перестроении.

Список литературы

- [1] Беллман Р. Динамическое программирование. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
- [2] Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределённости. М.: Наука, 1977.
- [3] Красовский Н. Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 476с.
- [4] Ackermann, Jürgen; Bünte, Tilman. Automatic car steering control bridges over the driver reaction time. (English). Kybernetika, vol. 33 (1997), issue 1, pp. 61-74
- [5] A. B. Kurzhanski, P. Varaiya. Dynamics and Control Trajectory Tubes. Theory and Computation. Birkhauser, 2014.