

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Введение в базовые операции

ВАРИАНТ 1

Во всех заданиях для генерирования случайных величин можно пользоваться **только** командами `rand` и `randn`. Все задания должны выполняться с минимальным использованием циклов. Каждое задание должно быть оформлено как блок в скрипте. В каждом задании, где нужно что-либо “проверить”, программа должна выводить адекватное сообщение об ошибке в случае невыполнения проверяемого условия.

Любое изменение скорости работы алгоритма должно производиться по большому количеству запусков алгоритма при фиксированных параметрах, с последующим усреднением результатов.

1 [0,5]. Задать два вещественных числа (a и b), натуральное число n и равномерную сетку на $[a, b]$ с n точками. Задать функцию $f(x) = \sin(\ln(1+|x|)+x^2)$. Нарисовать график её значений на сетке, отметить отдельно максимальные и минимальные значения.

2 [0,5]. Запросить у пользователя ввод числа n . Проверить, что введенное число — натуральное.

1. Создать вектор из всех нечетных чисел, делящихся на 9, из промежутка от 1 до n .

2. Построить матрицу размера $n \times n$, все элементы i -й строки которой равны i .

3. Создать матрицу B $n \times (n+1)$ вида

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Вытянуть матрицу B в вектор s . Присвоить переменной D последние 2 столбца матрицы B .

3 [0,5]. Создать матрицу размера 7×7 , состоящую из случайных элементов с равномерным распределением среди натуральных чисел от 1 до 315, найти максимальный элемент на диагонали этой матрицы, найти максимальное и минимальное отношение произведения к сумме для строк этой матрицы, отсортировать строки матрицы в лексикографическом порядке (то есть строка $[a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$ стоит в матрице выше строки $[b_1, b_2, b_3, \dots, b_n]$, если $a_i = b_i$ при $i = 1, \dots, k-1$ и $a_k < b_k$ для некоторого k).

4 [0,5]. Построить таблицу умножения всевозможных пар элементов таких, что первый — элемент вектора X , а второй — вектора Y :

$$\begin{bmatrix} x_1y_1 & x_1y_2 & x_1y_3 \\ x_2y_1 & x_2y_2 & x_2y_3 \\ x_3y_1 & x_3y_2 & x_3y_3 \end{bmatrix}$$

5 [0,5]. Запросить у пользователя ввод числа n . Проверить, что введенное число — простое. Создать случайную матрицу $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ и вектор $b \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, в случае, если A не вырождена, решить уравнение $Ax = b$ (решить задачу не менее чем двумя способами и вставить проверку возможности решения и правильности решения).

6 [0,5]. Даны векторы a размерности n и b размерности m . Найти, используя только арифметические операции и команды `max` и `min`, максимум функции $|a_i - b_j|$, где a_i — элемент вектора a , b_j — элемент вектора b . Функцию `abs` и дополнительную память не использовать.

7 [0,5]. Пусть у нас задано n точек в пространстве \mathbb{R}^k в виде матрицы `double[n,k]`. Требуется построить матрицу `double[n,n]` расстояний между каждой парой точек. Пользоваться командами `pdist` и `squareform` нельзя.

8 [0,5]. Построить матрицу, в которой по строкам записаны все n -мерные бинарные векторы. Натуральное число n задается пользователем.

9 [0,5]. Реализовать функцию `C = my_multiply(A,B)`, которая выполняет расчет значения $C = AB$ по определению («строка на столбец»). Сравнить быстродействие этой функции и стандартного умножения матриц для матриц различной размерности. Построить график времени работы в зависимости от размера матриц (в случае квадратных матриц).

10 [0,5]. Напишите функцию, которая находит средние значения (по одному направлению) с учётом NaN элементов матрицы. Для

$$X = \begin{bmatrix} NaN & 1 & 2 \\ NaN & 0 & 6 \\ 1 & 5 & NaN \end{bmatrix}$$

ответ [1, 2, 4]. Команду `nanmean` использовать нельзя.

11 [1]. Сгенерировать вектор из n случайных величин с нормальным распределением $N(a, \sigma^2)$. Проверить «правило трёх сигм»: вывести долю элементов вектора, находящихся в интервале $[a - 3\sigma, a + 3\sigma]$.

12 [2]. По аналогии с функцией `trapz` реализовать аналогичные функции `rectangles` (интегрирование методом прямоугольников) и `simpson` (методом Симпсона). С помощью них построить график первообразной функции $f(x) = \sin(x)/x$. Сравнить внутреннюю скорость сходимости при использовании всех трёх методов (внутренняя скорость сходимости определяется с помощью сравнения разностей решений при шаге h и $h/2$, нарисовать график этой ошибки в зависимости от h). Сравнить время вычисления.

13 [1]. Задать формулу для некоторой функции и её производной. На одном графике в логарифмическом масштабе (`loglog`) вывести модули разностей между точным значением производной в некоторой точке и правой и центральной разностной производной в зависимости от шага численного дифференцирования.