Уеб система за изпълнимост в контактната логика с мярка

Факултет по математика и информатика
Катедра по математическа логика и приложенията ѝ

Стоев Мартин

Магистърска програма „Логика и Алгоритми",
Информатика, факултетен номер: 25790

Научен ръководител: проф. Тинко Тинчев

28 март 2023 г.

Табло метод за съждителната логика

Маркиране на валидността на формула φ

- $\mathbb{T}\varphi$ - маркиране на формулата φ за вярна
- $\mathbb{F}\varphi$ - маркиране на формулата φ за невярна

Стъпки на табло метода

- Правила
- Разширяване на дърво, което строи табло методът
- Намиране на противоречия

Табло метод за контактната логика

Вид на табло клон:

- $\mathbb{T}C(a,b)$
- $\mathbb{F}C(a,b)$
- $\mathbb{T}a \leq b \iff \mathbb{T}a \sqcap b* = 0$
- $\mathbb{F}a \leq b \iff \mathbb{F}a \sqcap b* = 0$
- $\mathbb{T}a \leq_{\mu} b$
- $\mathbb{F}a \leq_{\mu} b$

За дадена формула φ търсим: $\mathcal{M} = (W, R, \mu, v)$

$\mathcal{M} \models \varphi$

Построяване на система линейни неравенства

Нека x и y са два терма, тогава формулата $\leq_\mu (x, y)$ се преобразува в:

$$\sum_{i:p_i \in v(x)} X_i \leq \sum_{j:p_j \in v(y)} X_j$$

Това преобразуване може да се опрости до:

$$\sum_{i:p_i \in v(x) \setminus v(y)} X_i \leq \sum_{j:p_j \in v(y) \setminus v(x)} X_j$$

Търсим решение на получената система в множеството от положителните числа.

Дефиниция (Множеството на всички променливи)

С $\mathbb{V}ar_B$ ще означаваме множеството от всички променливи използвани в табло клона B.

Дефиниция (Оценка на променливи)

С p ще означаваме функцията, която за всяка променлива от $\mathbb{V}ar_B$ дава истина или лъжа.

$$p : \mathbb{V}ar_B \to \{\text{лъжа}, \text{истина}\}$$

Дефиниция (Булева оценка)

Нека p е оценка на променливи и $\mathcal{T}_s$ е множеството от всички термове, тогава функцията $\xi_p : \mathcal{T}_s \longrightarrow \{\text{лъжа}, \text{истина}\}$ ще наричаме булева оценка, която се дефинира по следния начин:

- $\xi_p(0)$ = лъжа
- $\xi_p(1)$ = истина
- $\xi_p(t) = p(t)$, където $t \in \mathbb{V}ar_B$
- $\xi_p(a \sqcap b) = \xi_p(a)$ и $\xi_p(b)$
- $\xi_p(a \sqcup b) = \xi_p(a)$ или $\xi_p(b)$
- $\xi_p(a*)$ = не $\xi_p(a)$

Изпълнимост в контактна логика с мярка

Дефиниция

Нека B е клон в таблото. Казваме, че модалната точка p е валидна в B, когато:

- $t = 0 \in B : \xi_p(t) =$ лъжа
- $\neg C(e, f) \in B : \xi_p(e) =$ лъжа или $\xi_p(f) =$ лъжа

Дефиниция

Нека B е клон в таблото и нека p и q са две валидни модални точки. Казваме, че $\langle p, q \rangle$ е валидна релация, когато:

$$\begin{aligned}\neg C(e, f) \in B :& (\xi_p(e) = \text{лъжа или } \xi_q(f) = \text{лъжа}) \text{ и} \\ & (\xi_p(f) = \text{лъжа или } \xi_q(e) = \text{лъжа})\end{aligned}$$

Изпълнимост в контактна логика с мярка

Дефиниция

Нека B е клон в таблото и нека W е множество от валидни модални точки в B. Дефинираме модел $\mathcal{M} = (W, R, \mu, v)$ в B, където:

$$v(t) = \{p \mid p \in W \text{ и } \xi_p(t) = \text{ истина}\},$$

където t е терм от атомарните формули в B

$$R = \{\langle p, q\rangle \mid p, q \in W \text{ и } \langle p, q\rangle \text{ е валидна релация}\}$$

Лема (Невъзможни подмножествени модели)

Нека $\mathcal{M} = (W, R, \mu, v)$ е модел, където W е множество от валидни модални точки. Нека $\mathcal{M}' = (W', R', \mu, v')$ е модел, където $W' \subseteq W, R' \subseteq R$, тогава:

1. $\mathcal{M} \not\models t \neq 0 \implies \mathcal{M}' \not\models t \neq 0$
2. $\mathcal{M} \not\models C(a, b) \implies \mathcal{M}' \not\models C(a, b)$

Лема (Дедукция на променливите)

Нека $\mathcal{M} = (W, R, \mu, v)$ е модел, където W е множество от валидни точки. Нека $\mathcal{M}' = (W', R', \mu, v')$ е подмодел на $\mathcal{M}$:

$$v'(t) = v(t) \cap W'$$

Имплементация

- FLEX + BISON за построяване на формулата в AST (абстрактно синтактично дърво)
- Търсене на последователни атомарни клонове с табло метода
- Генериране на модел с мярка
- Kiwi библиотека за смятане на система линейни неравенства
- Уеб приложение за извикване на генерирането на модела и визуализиране на самия

https://github.com/Anton94/modal_logic_formula_prover

Демо

http://logic.fmi.uni-sofia.bg/theses/Dudov_Stoev/

Благодаря за вниманието.