

Уеб система за минималната контактна логика с мярка

Факултет по математика и информатика
Катедра по математическа логика и приложенията ѝ

Стоев Мартин

Научен ръководител: проф. Тинко Тинчев

7 март 2023 г.

Въведение

- ▶ Защо модални логики ?
- ▶ Каква е целта на тази дипломна работа ?
- ▶ Теоретична част
- ▶ Практическа част

Съдържание

- ▶ Табло метод
- ▶ Минимална контактна логика
- ▶ Изпълнимост в минималната контактна логика
- ▶ Минимална контактна логика с мярка
- ▶ Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

Табло метод

- ▶ Табло метод като процедура за опровергаване на формули
- ▶ Табло метод като процедура за построяване на модели
- ▶ Табло Метод в Пропозиционалната Логика

Табло метод в пропозиционалната логика

Маркиране на валидността на формула φ

- ▶ $T\varphi$ - маркиране на формулата φ за валидна
- ▶ $F\varphi$ - маркиране на формулата φ за невалидна

Стъпки на табло метода

- ▶ Разширяване на табло метода
- ▶ Намиране на противоречия

Правила

Негиране

$$\frac{T(\neg\varphi), X}{F(\varphi), X}$$

$$\frac{F(\neg\varphi), X}{T(\varphi), X}$$

Конюнкция

$$\frac{T(\varphi \wedge \psi), X}{T\varphi, T\psi, X}$$

$$\frac{F(\varphi \wedge \psi), X}{F\varphi, X \quad F\psi, X}$$

Правила

Дизюнкция

$$\frac{\mathsf{T}(\varphi \vee \psi), X}{\mathsf{T}\varphi, X \quad \mathsf{T}\psi, X}$$

$$\frac{\mathsf{F}(\varphi \vee \psi), X}{\mathsf{F}\varphi, \mathsf{F}\psi, X}$$

Импликация

$$\frac{\mathsf{T}(\varphi \rightarrow \psi), X}{\mathsf{F}\varphi, X \quad \mathsf{T}\psi, X}$$

$$\frac{\mathsf{F}(\varphi \rightarrow \psi), X}{\mathsf{T}\varphi, \mathsf{F}\psi, X}$$

Правила

Еквивалентност

$$\frac{\mathsf{T}(\varphi \leftrightarrow \psi), X}{\mathsf{T}\varphi, \mathsf{T}\psi, X \quad \mathsf{F}\varphi, \mathsf{F}\psi, X}$$

$$\frac{\mathsf{F}(\varphi \leftrightarrow \psi), X}{\mathsf{T}\varphi, \mathsf{F}\psi, X \quad \mathsf{F}\varphi, \mathsf{T}\psi, X}$$

Дефиниции

Дефиниция (Затворен клон)

Когато в него има едновременно една и съща формула маркирана за валидна и за невалидна.

Дефиниция (Атомарен клон)

Когато клона не може да се разширява повече.

Дефиниция (Завършено табло)

Когато всеки клон в таблото е или затворен или атомарен.

Общовалидна формула

Проверяваме дали дадена формула φ е общовалидна с следните стъпки:

1. Маркираме φ за невалидна, т.е. $\mathbb{F}\varphi$.
2. Ползваме $\mathbb{F}\varphi$ за начална формула на таблото.
3. Разширяваме все докато таблото не е завършено.
4. Ако всички клонове на таблото са затворени, то формулата φ е общовалидна.

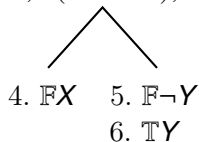
Пример

1. $\mathbb{F}(X \rightarrow ((X \wedge \neg Y) \vee \neg X))$

2. $\mathbb{T}X, \mathbb{F}((X \wedge \neg Y) \vee \neg X)$

3. $\mathbb{T}X, \mathbb{F}(X \wedge \neg Y), \mathbb{F}\neg X$

4. $\mathbb{T}X, \mathbb{F}(X \wedge \neg Y), \mathbb{T}X$



Минимална контактна логика

1. Синтаксис
2. Семантика
3. Свойства
4. Изпълнимост на формула

Синтаксис

- ▶ W - цял свят
- ▶ \emptyset - празен регион
- ▶ Var - изброимо множество от променливи използвани в дадена формула
- ▶ Булеви константи за W и \emptyset , 1 и 0 съответно

Булеви операции

- ▶ \sqcap за булево сечение
- ▶ \sqcup за булево обединение
- ▶ $*$ за отрицание

Дефиниция за терм

Терма се дефинира индуктивно:

- ▶ Булевите константи са термове
- ▶ $p \in \mathit{Var}$ е терм
- ▶ Ако x е терм, то $*x$ е също така терм
- ▶ Ако x и y са два терма, то $x \sigma y$ е също така терм, където $\sigma \in \{\sqcap, \sqcup\}$

Атомарни формули

Пропозиционални константи: \top and \perp

Пропозиционални операции: $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$

Нека a и b са два терма. То тогава

► $C(a, b)$

► $a \leq b$

са атомарни формули.

Дефиниция за формула

Формула се дефинира индуктивно:

- ▶ Всяка пропозиционална константа е формула
- ▶ Всяка атомарна формула е формула
- ▶ Ако φ е формула, то $\neg\varphi$ е също така формула
- ▶ Ако φ и ψ са две формули, то $\varphi \sigma \psi$ е също така формула,
където $\sigma \in \{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$

Съкращения

- ▶ $a = b$, когато $(a \leq b) \wedge (b \leq a)$
- ▶ $a \neq b$, когато $\neg(a = b)$
- ▶ $a \not\leq b$, когато $\neg(a \leq b)$

Семантика

Релационна система се дефинира като $\mathcal{F} = (W, R)$, където $W \neq \emptyset$. \mathcal{F} наричаме фрейм.

Булева оценка на променлива означаваме с ν и дефинираме като:

- ▶ $\nu(0) = \emptyset$
- ▶ $\nu(1) = W$
- ▶ $\nu(a \sqcap b) = \nu(a) \cap \nu(b)$
- ▶ $\nu(a \sqcup b) = \nu(a) \cup \nu(b)$
- ▶ $\nu(a*) = W \setminus \nu(a)$

Модел

Наредената n -торка $\mathcal{M} = (\mathcal{F}, \nu)$ наричаме модел.

Дефинираме изпълнимост на дадена формула в \mathcal{M} като:

- ▶ $\mathcal{M} \not\models \perp$
- ▶ $\mathcal{M} \models \top$
- ▶ $\mathcal{M} \models aCb$ когато $(\exists x \in \nu(a)), (\exists y \in \nu(b))(xRy)$
- ▶ $\mathcal{M} \models a \leq b$ когато $\nu(a) \subseteq \nu(b)$
- ▶ $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ когато $\mathcal{M} \not\models \varphi$
- ▶ $\mathcal{M} \models a \vee b$ когато $\mathcal{M} \models a$ или $\mathcal{M} \models b$
- ▶ $\mathcal{M} \models a \wedge b$ когато $\mathcal{M} \models a$ и $\mathcal{M} \models b$

Свойства

Аксиома (Рефлексивност на контакта)

Нека b е терм, тогава:

$$b \neq 0 \implies bCb$$

Аксиома (Симетрия на контакта)

Нека a и b са два терма, тогава:

$$aCb \iff bCa$$

Лема (Еквивалентност на термове)

Нека a и b са два терма и ν е оценка, тогава:

$$a = b \implies \nu(a) = \nu(b)$$

Свойства

Лема (Нулева формула)

Нека a и b са два терма, тогава:

$$a \leq b \iff a \sqcap b^* = \emptyset$$

Лема (Не-нулева формула)

Нека a и b са два терма, тогава:

$$\neg(a \leq b) \iff a \sqcap b^* \neq \emptyset$$

Лема (Монотоност на контакта)

Нека a и b са два терма, тогава:

$$aCb \wedge a \leq a' \wedge b \leq b' \implies a'Cb'$$

Свойства

Лема (Дистрибутивност на контакта)

Нека a и b са два терма, тогава:

$$aC(b \sqcup c) \iff aCb \vee aCc$$

Лема (Тривиални свойства)

Нека a , b и c са три терма и φ и ψ са две формули, тогава:

- ▶ $\varphi \wedge T \implies \varphi, \quad T \wedge \varphi \implies \varphi, \quad \varphi \wedge F \implies F, \quad F \wedge \varphi \implies F$
- ▶ $\varphi \vee T \implies T, \quad T \vee \varphi \implies T, \quad \varphi \vee F \implies \varphi, \quad F \vee \varphi \implies \varphi,$
- ▶ $a \sqcap 1 \implies a, \quad 1 \sqcap a \implies a, \quad a \sqcap 0 \implies 0, \quad 0 \sqcap a \implies 0,$
- ▶ $a \sqcup 1 \implies 1, \quad 1 \sqcup a \implies 1, \quad a \sqcup 0 \implies a, \quad 0 \sqcup a \implies a,$

Тривиални свойства, продължение

- ▶ $(a \sqcup b)Cc \iff aCc \vee bCc$
- ▶ $(a \sqcup b) \leq c \iff a \leq c \wedge b \leq c$
- ▶ $aCb \implies a \neq 0 \wedge b \neq 0$
- ▶ $a \sqcap b \neq 0 \implies aCb$
- ▶ $a = 0 \vee b = 0 \implies \neg(aCb)$
- ▶ $0 \leq a \implies T$
- ▶ $a \leq 1 \implies T$
- ▶ $0C0 \implies F$
- ▶ $aC0 \implies F$
- ▶ $1C1 \implies T$
- ▶ $aC1 \implies a \neq 0$
- ▶ $a \neq 0 \implies aCa$

Изпълнимост в минималната контактна логика

За да проверим дали дадена формула φ е изпълнима в минималната контактна логика трябва да построим модел M за да бъде вярно $M \models \varphi$.

За да опростим формулата, ползваме табло метода и вместо да строим модел за първоначалната формула, строим модел само за атомарните клонове в таблото.

Намирането на един такъв модел M който изпълнява атомарните формули в клона е достатъчно, и няма нужда да се разглежда последващите клонове.

Конюнктивен табло клон

Един атомарен клон се състои от маркирани формули.

Дадената формула е изпълнима точно тогава, когато всички атомарни формули от таблото са изпълними.

Нека φ е формула и \mathcal{T} е таблото от φ , то за означаване на конюнктивен табло клон ще ползваме следното:

$$B = \{\mathbb{T}C(a_i, b_i) \mid i \in \{1, \dots, I\}\} \cup \{\mathbb{F}C(e_k, f_k) \mid k \in \{1, \dots, K\}\} \cup \\ \{\mathbb{F}d_j = 0 \mid j \in \{1, \dots, J\}\} \cup \{\mathbb{T}g_l = 0 \mid l \in \{1, \dots, L\}\}$$

Конюнктивен табло клон

За олеснение можем да махнем \mathbb{T} и \mathbb{F} и получаваме.

$$\bigwedge_{i=1}^I C(a_i, b_i) \wedge \bigwedge_{k=1}^K \neg C(e_k, f_k) \wedge$$
$$\bigwedge_{j=1}^J d_j \neq 0 \wedge \bigwedge_{l=1}^L g_l = 0$$

Конюнктивен табло клон

Дефиниция (Множеството на всички променливи)

С Var_B ще означаваме множеството от всички променливи използвани в дадена формула.

Дефиниция (Оценка на променливи)

С e ще означаваме функцията която за всяка оценка от Var_B дава истина или лажа.

$$e : \mathit{Var}_B \rightarrow \{\text{лъжа, истина}\}$$

Конюнктивен табло клон

Дефиниция (Булева оценка)

Нека e е оценка на променливи и \mathcal{T}_S е множеството от всички термове, тогава функцията $\xi_e : \mathcal{T}_S \rightarrow \{\text{лъжа}, \text{истина}\}$ ще наричаме булева оценка, която се дефинира по следния начин:

- ▶ $\xi_e(0) = \text{лъжа}$
- ▶ $\xi_e(1) = \text{истина}$
- ▶ $\xi_e(p) = e(p)$, където $p \in \text{Var}_B$
- ▶ $\xi_e(a \sqcap b) = \xi_e(a)$ и $\xi_e(b)$
- ▶ $\xi_e(a \sqcup b) = \xi_e(a)$ или $\xi_e(b)$
- ▶ $\xi_e(a^*) = \text{не } \xi_e(a)$

Стъпки за построяване на модел

Ще казваме, че модална точка e е построена за терма a , когато:

$$\xi_e(a) = \text{истина}$$

Ще групираме атомарните формули на такива за които е необходимо съществуването на модална точка и на такива за които не е.

Следните атомарни формули се нуждаят от съществуването на поне една модална точка:

- ▶ $C(a_i, b_i)$, for $i < I$
- ▶ $d_j \neq 0$, for $j < J$

Построяване на модални точки за контактите

За всеки контакт $C(a,b) \in B$ ще построим по две модални точки, такива, че:

- ▶ $\xi_p(a) = \text{истина}$
- ▶ $\xi_q(b) = \text{истина}$

Построяване на модални точки за контактите

Ново генерираните модални точки трябва да удовлетворяват не-контактите, т.е. следното условие трябва да е изпълнено:

$$\neg C(e, f) \in B : (\xi_p(e) = \text{лъжа или } \xi_q(f) = \text{лъжа}) \text{ и} \\ (\xi_p(f) = \text{лъжа или } \xi_q(e) = \text{лъжа}) \text{ и} \\ (\xi_p(e) = \text{лъжа или } \xi_p(f) = \text{лъжа}) \text{ и} \\ (\xi_q(e) = \text{лъжа или } \xi_q(f) = \text{лъжа})$$

Също така за равно на нула терموвете, следното условие трябва да е изпълнено:

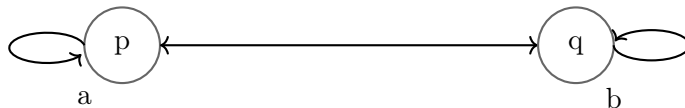
$$t = 0 \in B : \xi_p(t) = \text{лъжа и } \xi_q(t) = \text{лъжа}$$

Построяване на модални точки за контактите

След успешно генерираните модални точки за двата терма, обогатяваме R със следните релации:

- ▶ pRp - рефлексивност на модалната точка p
- ▶ qRq - рефлексивност на модалната точка q
- ▶ pRq - симетричност между p и q
- ▶ qRp - симетричност между q и p

Построяване на модални точки за контактите



Генерираните модални точки и техните релации за контакта $C(a, b)$

Построяване на модална точка за не-равен на нула терм

За всеки не-равен на нула терм $a \neq 0 \in B$ ще построим една модални точки, такава, че:

- ▶ $\xi_e(a) = \text{истина}$

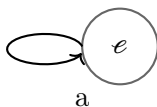
За равно на нула терموвете, следното условие трябва да е изпълнено:

$$t = 0 \in B : \xi_e(t) = \text{лъжа}$$

След успешно генериране на модалната точка, отново обогатяваме R със следната:

- ▶ eRe - рефлексивност на модалната точка e

Построяване на модална точка за не-равен на нула терм



Генерираната модална точка и нейната релация за $a \neq 0$

Построяване на модел

Дефиниция

Нека \mathcal{T}_S е множеството от всички термове и нека \mathcal{F} е фрейм създаден с построяване на модални точки за контактите и не-равно на нула термове. Тогава модалната оценка $v : \mathcal{T}_S \rightarrow \mathcal{P}(W)$ се дефинира рекурсивно, като:

- ▶ $v(0) = W$
- ▶ $v(1) = \emptyset$
- ▶ $v(p) = \{e \mid e \in W \text{ и } e(p) = \text{истина}\}$
- ▶ $v(a \sqcap b) = v(a) \cap v(b)$
- ▶ $v(a \sqcup b) = v(a) \cup v(b)$
- ▶ $v(a^*) = W \setminus v(a)$

Построяване на модел

Лема

Нека a е терм и нека e е оценка на променливи, от дефиницията на ξ и v , следва, че:

$$\xi_e(a) = \text{истина} \iff e \in v(a)$$

В такъв случай, когато $\xi_e(a) = \text{истина}$ ще казваме, че модална точка e е валидна.

Минимална контактна логика с мярка

Минималната контактна логика с мярка е самата минимална контактна логика с добавена количествена мярка.

Мярката е функция която на даден на регион съпоставя положително реално число.

$$\mu : \mathcal{P}(W) \longrightarrow \mathbb{R}^+$$

Мярката между два терма представляваме с следната атомарна формула:

$$a \leq_{\mu} b$$

Семантика на минималната контактна логика с мярка

Модела на минималната контактна логика се разширява със следната индуктивна дефиниция за изпълнимост:

- ▶ $\mathcal{M} \models a \leq_{\mu} b$, когато $\mu(v(a)) \leq \mu(v(b))$

Лема (Тривиални импликации за модели с мярка)

Нека a , b и c са три терма и нека φ и ψ са две формули, тогава:

- ▶ $0 \leq_{\mu} a \implies T$
- ▶ $a \leq_{\mu} 1 \implies T$
- ▶ $(a = 0) \iff (a \leq_{\mu} 0)$
- ▶ $(a = 1) \iff (1 \leq_{\mu} a)$
- ▶ $(a \leq_{\mu} b) \vee (b \leq_{\mu} a) \implies T$
- ▶ $a_1 \leq_{\mu} a_2 \wedge a_2 \leq_{\mu} a_3 \implies a_1 \leq_{\mu} a_3$

Система линейни неравенства

Формула с повече атомарни формули с мярка създава система линейни неравенства.

Системата линейни неравенства има следната структура:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i^1} X_{i^1} \leq \sum_{j^1} X_{j^1} \\ \dots \\ \sum_{i^n} X_{i^n} \leq \sum_{j^n} X_{j^n} \\ \sum_{k^1} X_{k^1} > \sum_{l^1} X_{l^1} \\ \dots \\ \sum_{k^m} X_{k^m} > \sum_{l^m} X_{l^m} \end{array} \right.$$

Построяване на система линейни неравенства

Нека $M = (W, R, \nu)$ е модел. Системата се построява с оценяване на термовете в \leq_μ и $<_\mu$ атомарни формули. Броят на точки в модела са $N = |W|$. Нека подредим точките p_0, p_1, \dots, p_N . В такъв случай системата ще има N различни променливи X_0, X_1, \dots, X_N , където $\forall i < N : X_i$ е съпоставена на точка p_i .

Построяване на система линейни неравенства

Дефиниция

Нека x и y са два терма, тогава формулата $\leq_{\mu} (x, y)$ се преобразува в:

$$\sum_{i:p_i \in v(x)} x_i \leq \sum_{j:p_j \in v(y)} x_j$$

Lemma

Това преобразуване може да се опрости до:

$$\sum_{i:p_i \in v(x) \setminus v(y)} x_i \leq \sum_{j:p_j \in v(y) \setminus v(x)} x_j$$

Построяване на система линейни неравенства

Дефиниция

Нека x и y са два терма, тогава формулата $<_{\mu} (x, y)$ се преобразува в:

$$\sum_{i:p_i \in v(x)} x_i < \sum_{j:p_j \in v(y)} x_j$$

Lemma

Това преобразуване може да се опрости до:

$$\sum_{i:p_i \in v(x) \setminus v(y)} x_i < \sum_{j:p_j \in v(y) \setminus v(x)} x_j$$

Построяване на система линейни неравенства

Дефиниция

Нека $M = (W, R, \nu)$ е модел. Нека \mathcal{S} е система от линейни неравенства дефинирана с:

- ▶ неравенство за всяка \leq_μ формула
- ▶ неравенство за всяка $<_\mu$ формула
- ▶ неравенство $0 < X_i$ за всяко i : $0 \leq i < N$

Казваме, че системата \mathcal{S} е валидна ако тя има решение.

Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

С добавянето на атомарните формули с мярка се променя и таблото и конюнктивия табло клон. Нека φ е формула и \mathcal{T} е таблото от φ , тогава:

$$\begin{aligned} B = & \{\mathbb{T}C(a_i, b_i) \mid i \in \{1, \dots, I\}\} \cup \{\mathbb{F}C(e_k, f_k) \mid k \in \{1, \dots, K\}\} \cup \\ & \{\mathbb{F}d_j = 0 \mid j \in \{1, \dots, J\}\} \cup \{\mathbb{T}g_l = 0 \mid l \in \{1, \dots, L\}\} \cup \\ & \{\mathbb{T}m_p \leq_\mu n_p \mid p \in \{1, \dots, P\}\} \cup \{\mathbb{F}u_q \leq_\mu v_q \mid q \in \{1, \dots, Q\}\} \end{aligned}$$

Конюнктивен табло клон

За олеснение можем да махнем \mathbb{T} и \mathbb{F} и получаваме.

$$\bigwedge_{i=1}^I C(a_i, b_i) \wedge \bigwedge_{k=1}^K \neg C(e_k, f_k) \wedge$$
$$\bigwedge_{j=1}^J d_j \neq 0 \wedge \bigwedge_{l=1}^L g_l = 0 \wedge$$
$$\bigwedge_{p=1}^P m_p \leq_{\mu} n_p \wedge \bigwedge_{q=1}^Q u_q <_{\mu} v_q$$

Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

Дефиниция

Нека B е конюктивен табло клон. Казваме, че модалната точка e е валидна в B , когато:

- ▶ $t = 0 \in B : \xi_e(t) = \text{лъжа}$
- ▶ $\neg C(e, f) \in B : \xi_e(e) = \text{лъжа}$ или $\xi_e(f) = \text{лъжа}$

Дефиниция

Нека B е конюктивен табло клон и нека x и y са две валидни модални точки. Казваме, че $\langle x, y \rangle$ е валидна релация, когато:

$$\neg C(e, f) \in B : (x \notin v(e) \text{ или } y \notin v(f)) \text{ и } (x \notin v(f) \text{ или } y \notin v(e))$$

Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

Дефиниция

Нека \mathcal{B} е конюктивен табло клон и нека W е множество от валидни модални точки в \mathcal{B} . Дефинираме модел $\mathcal{M} = (W, R, \nu)$ в \mathcal{B} , където:

$$\nu(t) = \{e \mid e \in W \text{ и } \xi_e(t) = \text{истина}\},$$

където t е терм от атомарните формули в \mathcal{B}

$$R = \{\langle x, y \rangle \mid x, y \in W \text{ и } \langle x, y \rangle \text{ е валидна релация}\}$$

Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

Лема (Невъзможни подмножествени модели)

Нека $\mathcal{M} = (W, R, \nu)$ е модел, където W е множество от валидни модални точки. Нека $\mathcal{M}' = (W', R', \nu')$ е модел, където $W' \subseteq W, R' \subseteq R$, тогава:

1. $\mathcal{M} \not\models t \neq 0 \implies \mathcal{M}' \not\models t \neq 0$
2. $\mathcal{M} \not\models C(a, b) \implies \mathcal{M}' \not\models C(a, b)$

Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

Лема (Дедукция на променливите)

Нека $\mathcal{M} = (W, R, \nu)$ е модел, където W е множество от валидни точки. Нека $\mathcal{M}' = (W', R', \nu')$ е модел, дефиниран от $W' \subseteq W$, тогава:

$$\nu'(t) = \nu(t) \cap W'$$

Алгоритъм за построяване на модел с мярка

вход: φ формула

изход:

- ▶ Не е изпълнима, ако $\neg \exists \mathcal{M} : \mathcal{M} \models \varphi$
- ▶ Модел \mathcal{M} , за който $\mathcal{M} \models \varphi$

Уеб система за минималната контактна логика с мярка

└ Минимална контактна логика с мярка

└ Алгоритъм за построяване на модел с мярка

Стъпка 0:

Възможно е да може да се построи модел в всеки конюнктивен клон на таблото, затова ще проверяваме всеки клон докато не намерим модел.

Следващите стъпки работят върху един такъв клон.

Стъпка 1:

Генерираме модел M от валидни модални точки W в B .

Стъпка 2:

Нека $\mathbb{P} = \mathcal{P}(W)$. Нека разгледаме $W' \in \mathbb{P}$ започвайки от подмножествата с най-много елементи. W' създава модела M' по лемата за дедукция на променливите. Проверяваме дали M' изпълнява не-равно на нула терموвете и контактите от B :

Стъпка 2.а:

Ако са изпълними, тогава ако системата от линейни неравенства от B и M' има решение, то тогава валиден модел е построен, иначе W' се премахва от \mathbb{P}

Стъпка 2.б:

Ако не са изпълними, тогава по лемата за невъзможните подмножествени модели всички подмножества на W' се премахват от \mathbb{P} .

Стъпка 3:

Ако W' не е намерено в стъпка 2., тогава не съществува модел с мярка който да удовлетворява конюнктивния клон B .

Край:

Ако модел с мярка не е намерен в всеки от конюнктивните клонове в таблото, то тогава $\neg \exists M : M \models \varphi$

Уеб система за минималната контактна логика с мярка

└ Минимална контактна логика с мярка

└ Алгоритъм за построяване на модел с мярка

Благодаря ви.

Нека да пробваме самата програмка!