

# Уеб система за минималната контактна логика с мярка

Стоев Мартин

7 март 2023 г.

# Въведение

- ▶ Защо модални логики ?
- ▶ Каква е целта на тази дипломна работа ?
- ▶ Теоретична част
- ▶ Практическа част

## Съдържание

- ▶ Табло метод
- ▶ Минимална контактна логика
- ▶ Изпълнимост в минималната контактна логика
- ▶ Минимална контактна логика с мярка
- ▶ Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

## Табло метод

- ▶ Табло метод като процедура за опровергаване на формули
- ▶ Табло метод като процедура за построяване на модели
- ▶ Табло Метод в Пропозиционалната Логика

## Табло метод в пропозиционалната логика

Маркиране на валидността на формула  $\varphi$

- ▶  $\mathsf{T}\varphi$  - маркиране на формулата  $\varphi$  за валидна
- ▶  $\mathsf{F}\varphi$  - маркиране на формулата  $\varphi$  за невалидна

Стъпки на табло метода

- ▶ Разширяване на табло метода
- ▶ Намиране на противоречия

## Правила

### Негиране

$$\frac{T(\neg\varphi), X}{F(\varphi), X}$$

$$\frac{F(\neg\varphi), X}{T(\varphi), X}$$

### Конюнкция

$$\frac{T(\varphi \wedge \psi), X}{T\varphi, T\psi, X}$$

$$\frac{F(\varphi \wedge \psi), X}{F\varphi, X \quad F\psi, X}$$

## Правила

### Дизюнкция

$$\frac{\mathsf{T}(\varphi \vee \psi), X}{\mathsf{T}\varphi, X \quad \mathsf{T}\psi, X}$$

$$\frac{\mathsf{F}(\varphi \vee \psi), X}{\mathsf{F}\varphi, \mathsf{F}\psi, X}$$

### Импликация

$$\frac{\mathsf{T}(\varphi \rightarrow \psi), X}{\mathsf{F}\varphi, X \quad \mathsf{T}\psi, X}$$

$$\frac{\mathsf{F}(\varphi \rightarrow \psi), X}{\mathsf{T}\varphi, \mathsf{F}\psi, X}$$

# Правила

## Еквивалентност

$$\frac{\mathsf{T}(\varphi \leftrightarrow \psi), X}{\mathsf{T}\varphi, \mathsf{T}\psi, X \quad \mathsf{F}\varphi, \mathsf{F}\psi, X}$$

$$\frac{\mathsf{F}(\varphi \leftrightarrow \psi), X}{\mathsf{T}\varphi, \mathsf{F}\psi, X \quad \mathsf{F}\varphi, \mathsf{T}\psi, X}$$



## Дефиниции

### Дефиниция (Затворен клон)

Когато в него има едновременно една и съща формула маркирана за валидна и за невалидна.

### Дефиниция (Атомарен клон)

Когато клона не може да се разширява повече.

### Дефиниция (Завършено табло)

Когато всеки клон в таблото е или затворен или атомарен.

## Общовалидна формула

Проверяваме дали дадена формула  $\varphi$  е общовалидна с следните стъпки:

1. Маркираме  $\varphi$  за невалидна, т.е.  $\mathbb{F}\varphi$ .
2. Ползваме  $\mathbb{F}\varphi$  за начална формула на таблото.
3. Разширяваме все докато таблото не е завършено.
4. Ако всички клонове на таблото са затворени, то формулата  $\varphi$  е общовалидна.

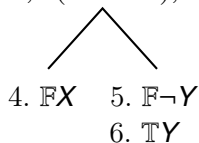
## Пример

1.  $\mathbb{F}(X \rightarrow ((X \wedge \neg Y) \vee \neg X))$

2.  $\mathbb{T}X, \mathbb{F}((X \wedge \neg Y) \vee \neg X)$

3.  $\mathbb{T}X, \mathbb{F}(X \wedge \neg Y), \mathbb{F}\neg X$

4.  $\mathbb{T}X, \mathbb{F}(X \wedge \neg Y), \mathbb{T}X$



# Минимална контактна логика

1. Синтаксис
2. Семантика
3. Свойства
4. Изпълнимост на формула

## Синтаксис

- ▶  $W$  - цял свят
- ▶  $\emptyset$  - празен регион
- ▶  $\mathit{Var}$  - изброимо множество от променливи използвани в дадена формула
- ▶ Булеви константи за  $W$  и  $\emptyset$ , 1 и 0 съответно

## Булеви операции

- ▶  $\sqcap$  за булево сечение
- ▶  $\sqcup$  за булево обединение
- ▶  $*$  за отрицание

## Дефиниция за терм

Терма се дефинира индуктивно:

- ▶ Булевите константи са термове
- ▶  $p \in \mathit{Var}$  е терм
- ▶ Ако  $x$  е терм, то  $*x$  е също така терм
- ▶ Ако  $x$  и  $y$  са два терма, то  $x \sigma y$  е също така терм, където  $\sigma \in \{\sqcap, \sqcup\}$

## Атомарни формули

Пропозиционални константи:  $\top$  and  $\perp$

Пропозиционални операции:  $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$

Нека  $a$  и  $b$  са два терма. То тогава

►  $C(a, b)$

►  $a \leq b$

са атомарни формули.



## Дефиниция за формула

Формула се дефинира индуктивно:

- ▶ Всяка пропозиционална константа е формула
- ▶ Всяка атомарна формула е формула
- ▶ Ако  $\varphi$  е формула, то  $\neg\varphi$  е също така формула
- ▶ Ако  $\varphi$  и  $\psi$  са две формули, то  $\varphi \sigma \psi$  е също така формула,  
където  $\sigma \in \{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$

## Съкращения

- ▶  $a = b$ , когато  $(a \leq b) \wedge (b \leq a)$
- ▶  $a \neq b$ , когато  $\neg(a = b)$
- ▶  $a \not\leq b$ , когато  $\neg(a \leq b)$

## Семантика

Релационна система се дефинира като  $\mathcal{F} = (W, R)$ , където  $W \neq \emptyset$ .  $\mathcal{F}$  наричаме фрейм.

Булева оценка на променлива означаваме с  $\nu$  и дефинираме като:

- ▶  $\nu(0) = \emptyset$
- ▶  $\nu(1) = W$
- ▶  $\nu(a \sqcap b) = \nu(a) \cap \nu(b)$
- ▶  $\nu(a \sqcup b) = \nu(a) \cup \nu(b)$
- ▶  $\nu(a*) = W \setminus \nu(a)$

## Модел

Наредената  $n$ -торка  $\mathcal{M} = (\mathcal{F}, \nu)$  наричаме модел.

Дефинираме изпълнимост на дадена формула в  $\mathcal{M}$  като:

- ▶  $\mathcal{M} \not\models \perp$
- ▶  $\mathcal{M} \models \top$
- ▶  $\mathcal{M} \models aCb$  когато  $(\exists x \in \nu(a)), (\exists y \in \nu(b))(xRy)$
- ▶  $\mathcal{M} \models a \leq b$  когато  $\nu(a) \subseteq \nu(b)$
- ▶  $\mathcal{M} \models \neg\varphi$  когато  $\mathcal{M} \not\models \varphi$
- ▶  $\mathcal{M} \models a \vee b$  когато  $\mathcal{M} \models a$  или  $\mathcal{M} \models b$
- ▶  $\mathcal{M} \models a \wedge b$  когато  $\mathcal{M} \models a$  и  $\mathcal{M} \models b$

## Свойства

### Аксиома (Рефлексивност на контакта)

Нека  $b$  е терм, тогава:

$$b \neq 0 \implies bCb$$

### Аксиома (Симетрия на контакта)

Нека  $a$  и  $b$  са два терма, тогава:

$$aCb \iff bCa$$

### Лема (Еквивалентност на термове)

Нека  $a$  и  $b$  са два терма и  $\nu$  е оценка, тогава:

$$a = b \implies \nu(a) = \nu(b)$$

## Свойства

### Лема (Нулева формула)

Нека  $a$  и  $b$  са два терма, тогава:

$$a \leq b \iff a \sqcap b^* = \emptyset$$

### Лема (Не-нулева формула)

Нека  $a$  и  $b$  са два терма, тогава:

$$\neg(a \leq b) \iff a \sqcap b^* \neq \emptyset$$

### Лема (Монотоност на контакта)

Нека  $a$  и  $b$  са два терма, тогава:

$$aCb \wedge a \leq a' \wedge b \leq b' \implies a'Cb'$$

## Свойства

### Лема (Дистрибутивност на контакта)

Нека  $a$  и  $b$  са два терма, тогава:

$$aC(b \sqcup c) \iff aCb \vee aCc$$

### Лема (Тривиални свойства)

Нека  $a$ ,  $b$  и  $c$  са три терма и  $\varphi$  и  $\psi$  са две формули, тогава:

- ▶  $\varphi \wedge T \implies \varphi, \quad T \wedge \varphi \implies \varphi, \quad \varphi \wedge F \implies F, \quad F \wedge \varphi \implies F$
- ▶  $\varphi \vee T \implies T, \quad T \vee \varphi \implies T, \quad \varphi \vee F \implies \varphi, \quad F \vee \varphi \implies \varphi,$
- ▶  $a \sqcap 1 \implies a, \quad 1 \sqcap a \implies a, \quad a \sqcap 0 \implies 0, \quad 0 \sqcap a \implies 0,$
- ▶  $a \sqcup 1 \implies 1, \quad 1 \sqcup a \implies 1, \quad a \sqcup 0 \implies a, \quad 0 \sqcup a \implies a,$

## Тривиални свойства, продължение

- ▶  $(a \sqcup b)Cc \iff aCc \vee bCc$
- ▶  $(a \sqcup b) \leq c \iff a \leq c \wedge b \leq c$
- ▶  $aCb \implies a \neq 0 \wedge b \neq 0$
- ▶  $a \sqcap b \neq 0 \implies aCb$
- ▶  $a = 0 \vee b = 0 \implies \neg(aCb)$
- ▶  $0 \leq a \implies T$
- ▶  $a \leq 1 \implies T$
- ▶  $0C0 \implies F$
- ▶  $aC0 \implies F$
- ▶  $1C1 \implies T$
- ▶  $aC1 \implies a \neq 0$
- ▶  $a \neq 0 \implies aCa$



## Изпълнимост в минималната контактна логика

За да проверим дали дадена формула  $\varphi$  е изпълнима в минималната контактна логика трябва да построим модел  $M$  за да бъде вярно  $M \models \varphi$ .

За да опростим формулата, ползваме табло метода и вместо да строим модел за първоначалната формула, строим модел само за атомарните клонове в таблото.

Намирането на един такъв модел  $M$  който изпълнява атомарните формули в клона е достатъчно, и няма нужда да се разглежда последващите клонове.

## Конюнктивен табло клон

Един атомарен клон се състои от маркирани формули.

Дадената формула е изпълнима точно тогава, когато всички атомарни формули от таблото са изпълними.

Нека  $\varphi$  е формула и  $\mathcal{T}$  е таблото от  $\varphi$ , то за означаване на конюнктивен табло клон ще ползваме следното:

$$B = \{\mathbb{T}C(a_i, b_i) \mid i \in \{1, \dots, I\}\} \cup \{\mathbb{F}C(e_k, f_k) \mid k \in \{1, \dots, K\}\} \cup \\ \{\mathbb{F}d_j = 0 \mid j \in \{1, \dots, J\}\} \cup \{\mathbb{T}g_l = 0 \mid l \in \{1, \dots, L\}\}$$

## Конюнктивен табло клон

За олеснение можем да махнем  $\mathbb{T}$  и  $\mathbb{F}$  и получаваме.

$$\bigwedge_{i=1}^I C(a_i, b_i) \wedge \bigwedge_{k=1}^K \neg C(e_k, f_k) \wedge \\ \bigwedge_{j=1}^J d_j \neq 0 \wedge \bigwedge_{l=1}^L g_l = 0$$

## Конюнктивен табло клон

Дефиниция (Множеството на всички променливи)

С  $\mathit{Var}_B$  ще означаваме множеството от всички променливи използвани в дадена формула.

Дефиниция (Оценка на променливи)

С  $e$  ще означаваме функцията която за всяка оценка от  $\mathit{Var}_B$  дава истина или лажа.

$$e : \mathit{Var}_B \rightarrow \{\text{лъжа, истина}\}$$

## Конюнктивен табло клон

### Дефиниция (Булева оценка)

Нека  $e$  е оценка на променливи и  $\mathcal{T}_S$  е множеството от всички термове, тогава функцията  $\xi_e : \mathcal{T}_S \rightarrow \{\text{лъжа}, \text{истина}\}$  ще наричаме булева оценка, която се дефинира по следния начин:

- ▶  $\xi_e(0) = \text{лъжа}$
- ▶  $\xi_e(1) = \text{истина}$
- ▶  $\xi_e(p) = e(p)$ , където  $p \in \text{Var}_B$
- ▶  $\xi_e(a \sqcap b) = \xi_e(a)$  и  $\xi_e(b)$
- ▶  $\xi_e(a \sqcup b) = \xi_e(a)$  или  $\xi_e(b)$
- ▶  $\xi_e(a^*) = \text{не } \xi_e(a)$

## Стъпки за построяване на модел

Ще казваме, че модална точка  $e$  е построена за терма  $a$ , когато:

$$\xi_e(a) = \text{истина}$$

Ще групираме атомарните формули на такива за които е необходимо съществуването на модална точка и на такива за които не е.

Следните атомарни формули се нуждаят от съществуването на поне една модална точка:

- ▶  $C(a_i, b_i)$ , for  $i < I$
- ▶  $d_j \neq 0$ , for  $j < J$

## Построяване на модални точки за контактите

За всеки контакт  $C(a, b) \in B$  ще построим по две модални точки, такива, че:

- ▶  $\xi_p(a) = \text{истина}$
- ▶  $\xi_q(b) = \text{истина}$

## Построяване на модални точки за контактите

Ново генерираните модални точки трябва да удовлетворяват не-контактите, т.е. следното условие трябва да е изпълнено:

$$\neg C(e, f) \in B : (\xi_p(e) = \text{лъжа или } \xi_q(f) = \text{лъжа}) \text{ и} \\ (\xi_p(f) = \text{лъжа или } \xi_q(e) = \text{лъжа}) \text{ и} \\ (\xi_p(e) = \text{лъжа или } \xi_p(f) = \text{лъжа}) \text{ и} \\ (\xi_q(e) = \text{лъжа или } \xi_q(f) = \text{лъжа})$$

Също така за равно на нула терموвете, следното условие трябва да е изпълнено:

$$t = 0 \in B : \xi_p(t) = \text{лъжа и } \xi_q(t) = \text{лъжа}$$

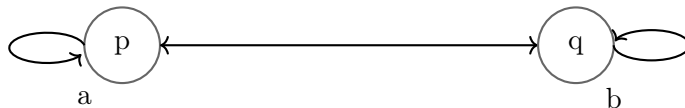


## Построяване на модални точки за контактите

След успешно генерираните модални точки за двата терма, обогатяваме  $R$  със следните релации:

- ▶  $pRp$  - рефлексивност на модалната точка  $p$
- ▶  $qRq$  - рефлексивност на модалната точка  $q$
- ▶  $pRq$  - симетричност между  $p$  и  $q$
- ▶  $qRp$  - симетричност между  $q$  и  $p$

## Построяване на модални точки за контактите



Генерираните модални точки и техните релации за контакта  $C(a, b)$

## Построяване на модална точка за не-равен на нула терм

За всеки не-равен на нула терм  $a \neq 0 \in B$  ще построим една модални точки, такава, че:

- ▶  $\xi_e(a) = \text{истина}$

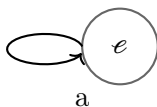
За равно на нула терموвете, следното условие трябва да е изпълнено:

$$t = 0 \in B : \xi_e(t) = \text{лъжа}$$

След успешно генериране на модалната точка, отново обогатяваме  $R$  със следната:

- ▶  $eRe$  - рефлексивност на модалната точка  $e$

## Построяване на модална точка за не-равен на нула терм



Генерираната модална точка и нейната релация за  $a \neq 0$

## Построяване на модел

### Дефиниция

Нека  $\mathcal{T}_s$  е множеството от всички термове и нека  $\mathcal{F}$  е фрейм създаден с построяване на модални точки за контактите и не-равно на нула термове. Тогава модалната оценка  $v : \mathcal{T}_s \rightarrow \mathcal{P}(W)$  се дефинира рекурсивно, като:

- ▶  $v(0) = W$
- ▶  $v(1) = \emptyset$
- ▶  $v(p) = \{e \mid e \in W \text{ и } e(p) = \text{истина}\}$
- ▶  $v(a \sqcap b) = v(a) \cap v(b)$
- ▶  $v(a \sqcup b) = v(a) \cup v(b)$
- ▶  $v(a^*) = W \setminus v(a)$

## Построяване на модел

### Лема

Нека  $a$  е терм и нека  $e$  е оценка на променливи, от дефиницията на  $\xi$  и  $v$ , следва, че:

$$\xi_e(a) = \text{истина} \iff e \in v(a)$$

В такъв случай, когато  $\xi_e(a) = \text{истина}$  ще казваме, че модална точка  $e$  е валидна.

## Минимална контактна логика с мярка

Минималната контактна логика с мярка е самата минимална контактна логика с добавена количествена мярка.

Мярката е функция която на даден на регион съпоставя положително реално число.

$$\mu : \mathcal{P}(W) \longrightarrow \mathbb{R}^+$$

Мярката между два терма представляваме с следната атомарна формула:

$$a \leq_{\mu} b$$

## Семантика на минималната контактна логика с мярка

Модела на минималната контактна логика се разширява със следната индуктивна дефиниция за изпълнимост:

- ▶  $\mathcal{M} \models a \leq_{\mu} b$ , когато  $\mu(v(a)) \leq \mu(v(b))$

Лема (Тривиални импликации за модели с мярка)

Нека  $a$ ,  $b$  и  $c$  са три терма и нека  $\varphi$  и  $\psi$  са две формули, тогава:

- ▶  $0 \leq_{\mu} a \implies T$
- ▶  $a \leq_{\mu} 1 \implies T$
- ▶  $(a = 0) \iff (a \leq_{\mu} 0)$
- ▶  $(a = 1) \iff (1 \leq_{\mu} a)$
- ▶  $(a \leq_{\mu} b) \vee (b \leq_{\mu} a) \implies T$
- ▶  $a_1 \leq_{\mu} a_2 \wedge a_2 \leq_{\mu} a_3 \implies a_1 \leq_{\mu} a_3$



## Система линейни неравенства

Формула с повече атомарни формули с мярка създава система линейни неравенства.

Системата линейни неравенства има следната структура:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i^1} X_{i^1} \leq \sum_{j^1} X_{j^1} \\ \dots \\ \sum_{i^n} X_{i^n} \leq \sum_{j^n} X_{j^n} \\ \sum_{k^1} X_{k^1} > \sum_{l^1} X_{l^1} \\ \dots \\ \sum_{k^m} X_{k^m} > \sum_{l^m} X_{l^m} \end{array} \right.$$

## Построяване на система линейни неравенства

Нека  $M = (W, R, \nu)$  е модел. Системата се построява с оценяване на термовете в  $\leq_\mu$  и  $<_\mu$  атомарни формули. Броят на точки в модела са  $N = |W|$ . Нека подредим точките  $p_0, p_1, \dots, p_N$ . В такъв случай системата ще има  $N$  различни променливи  $X_0, X_1, \dots, X_N$ , където  $\forall i < N : X_i$  е съпоставена на точка  $p_i$ .

## Построяване на система линейни неравенства

### Дефиниция

Нека  $x$  и  $y$  са два терма, тогава формулата  $\leq_{\mu} (x, y)$  се преобразува в:

$$\sum_{i:p_i \in v(x)} x_i \leq \sum_{j:p_j \in v(y)} x_j$$

### Lemma

Това преобразуване може да се опрости до:

$$\sum_{i:p_i \in v(x) \setminus v(y)} x_i \leq \sum_{j:p_j \in v(y) \setminus v(x)} x_j$$

## Построяване на система линейни неравенства

### Дефиниция

Нека  $x$  и  $y$  са два терма, тогава формулата  $<_{\mu}(x, y)$  се преобразува в:

$$\sum_{i:p_i \in v(x)} x_i < \sum_{j:p_j \in v(y)} x_j$$

### Lemma

Това преобразуване може да се опрости до:

$$\sum_{i:p_i \in v(x) \setminus v(y)} x_i < \sum_{j:p_j \in v(y) \setminus v(x)} x_j$$

## Построяване на система линейни неравенства

### Дефиниция

Нека  $M = (W, R, \nu)$  е модел. Нека  $\mathcal{S}$  е система от линейни неравенства дефинирана с:

- ▶ неравенство за всяка  $\leq_\mu$  формула
- ▶ неравенство за всяка  $<_\mu$  формула
- ▶ неравенство  $0 < X_i$  за всяко  $i$ :  $0 \leq i < N$

Казваме, че системата  $\mathcal{S}$  е валидна ако тя има решение.

## Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

С добавянето на атомарните формули с мярка се променя и таблото и конюнктивия табло клон. Нека  $\varphi$  е формула и  $\mathcal{T}$  е таблото от  $\varphi$ , тогава:

$$\begin{aligned} B = & \{\mathbb{T}C(a_i, b_i) \mid i \in \{1, \dots, I\}\} \cup \{\mathbb{F}C(e_k, f_k) \mid k \in \{1, \dots, K\}\} \cup \\ & \{\mathbb{F}d_j = 0 \mid j \in \{1, \dots, J\}\} \cup \{\mathbb{T}g_l = 0 \mid l \in \{1, \dots, L\}\} \cup \\ & \{\mathbb{T}m_p \leq_\mu n_p \mid p \in \{1, \dots, P\}\} \cup \{\mathbb{F}u_q \leq_\mu v_q \mid q \in \{1, \dots, Q\}\} \end{aligned}$$

## Конюнктивен табло клон

За олеснение можем да махнем  $\mathbb{T}$  и  $\mathbb{F}$  и получаваме.

$$\bigwedge_{i=1}^I C(a_i, b_i) \wedge \bigwedge_{k=1}^K \neg C(e_k, f_k) \wedge$$
$$\bigwedge_{j=1}^J d_j \neq 0 \wedge \bigwedge_{l=1}^L g_l = 0 \wedge$$
$$\bigwedge_{p=1}^P m_p \leq_{\mu} n_p \wedge \bigwedge_{q=1}^Q u_q <_{\mu} v_q$$

## Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

### Дефиниция

Нека  $B$  е конюктивен табло клон. Казваме, че модалната точка  $e$  е валидна в  $B$ , когато:

- ▶  $t = 0 \in B : \xi_e(t) = \text{лъжа}$
- ▶  $\neg C(e, f) \in B : \xi_e(e) = \text{лъжа}$  или  $\xi_e(f) = \text{лъжа}$

### Дефиниция

Нека  $B$  е конюктивен табло клон и нека  $x$  и  $y$  са две валидни модални точки. Казваме, че  $\langle x, y \rangle$  е валидна релация, когато:

$$\neg C(e, f) \in B : (x \notin v(e) \text{ или } y \notin v(f)) \text{ и } (x \notin v(f) \text{ или } y \notin v(e))$$



## Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

### Дефиниция

Нека  $V$  е конюктивен табло клон и нека  $W$  е множество от валидни модални точки в  $V$ . Дефинираме модел  $M = (W, R, v)$  в  $V$ , където:

$$v(t) = \{e \mid e \in W \text{ и } \xi_e(t) = \text{истина}\},$$

където  $t$  е терм от атомарните формули в  $V$

$$R = \{\langle x, y \rangle \mid x, y \in W \text{ и } \langle x, y \rangle \text{ е валидна релация}\}$$

## Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

### Лема (Невъзможни подмножествени модели)

Нека  $\mathcal{M} = (W, R, \nu)$  е модел, където  $W$  е множество от валидни модални точки. Нека  $\mathcal{M}' = (W', R', \nu')$  е модел, където  $W' \subseteq W, R' \subseteq R$ , тогава:

1.  $\mathcal{M} \not\models t \neq 0 \implies \mathcal{M}' \not\models t \neq 0$
2.  $\mathcal{M} \not\models C(a, b) \implies \mathcal{M}' \not\models C(a, b)$

## Изпълнимост в минималната контактна логика с мярка

### Лема (Дедукция на променливите)

Нека  $\mathcal{M} = (W, R, \nu)$  е модел, където  $W$  е множество от валидни точки. Нека  $\mathcal{M}' = (W', R', \nu')$  е модел, дефиниран от  $W' \subseteq W$ , тогава:

$$\nu'(t) = \nu(t) \cap W'$$

## Алгоритъм за построяване на модел с мярка

вход:  $\varphi$  формула

изход:

- ▶ Не е изпълнима, ако  $\neg \exists \mathcal{M} : \mathcal{M} \models \varphi$
- ▶ Модел  $\mathcal{M}$ , за който  $\mathcal{M} \models \varphi$

Уеб система за минималната контактна логика с мярка

└ Минимална контактна логика с мярка

└ Алгоритъм за построяване на модел с мярка

---

Стъпка 0:

Възможно е да може да се построи модел в всеки конюнктивен клон на таблото, затова ще проверяваме всеки клон докато не намерим модел.

Следващите стъпки работят върху един такъв клон.

Стъпка 1:

Генерираме модел  $M$  от валидни модални точки  $W$  в  $B$ .

Стъпка 2:

Нека  $\mathbb{P} = \mathcal{P}(W)$ . Нека разгледаме  $W' \in \mathbb{P}$  започвайки от подмножествата с най-много елементи.  $W'$  създава модела  $M'$  по лемата за дедукция на променливите. Проверяваме дали  $M'$  изпълнява не-равно на нула термовете и контактите от  $B$ :

Стъпка 2.а:

Ако са изпълними, тогава ако системата от линейни неравенства от  $B$  и  $M'$  има решение, то тогава валиден модел е построен, иначе  $W'$  се премахва от  $\mathbb{P}$

Стъпка 2.б:

Ако не са изпълними, тогава по лемата за невъзможните подмножествени модели всички подмножества на  $W'$  се премахват от  $\mathbb{P}$ .

Стъпка 3:

Ако  $W'$  не е намерено в стъпка 2., тогава не съществува модел с мярка който да удовлетворява конюнктивния клон  $B$ .

Край:

Ако модел с мярка не е намерен в всеки от конюнктивните клонове в таблото, то тогава  $\neg \exists M : M \models \varphi$

Уеб система за минималната контактна логика с мярка

- └ Минимална контактна логика с мярка

- └ Алгоритъм за построяване на модел с мярка

---

Благодаря ви.

Нека да пробваме самата програмка!