Уеб система за изпълнимост на свързаната контактна логика

Факултет по математика и информатика
Катедра по математическа логика и приложенията ѝ

Антон Дудов

Научен ръководител: проф. Тинко Тинчев

1. Табло метод за класическа съждителна логика

2. Контактна логика
   - Синтаксис
   - Семантика

Табло метод за класическа съждителна логика

Приложения:

- Доказване, че формула е тавтология

Табло метод за класическа съждителна логика

Приложения:

- Доказване, че формула е тавтология

$$\phi = x \vee \neg x$$

Табло метод за класическа съждителна логика

Приложения:

- Доказване, че формула е тавтология

$$\phi = x \vee \neg x$$

- Алгоритъм за търсене на модел

Табло метод за класическа съждителна логика

Приложения:

- Доказване, че формула е тавтология

$$\phi = x \vee \neg x$$

- Алгоритъм за търсене на модел

$$\psi = (x \wedge \neg x) \vee (\neg x \wedge y) \to x = F,\ y = T$$

Табло метод за класическа съждителна логика

Табло метод със знаци $\mathbb{T}$ и $\mathbb{F}$

- $\mathbb{T}X$ - означава, че формулата X трябва да е true (в някой модел)
- $\mathbb{F}X$ - аналогично, X трябва да е false

Табло метод - правила за разбиване на подформули

- $\dfrac{\mathbb{T}\neg X}{\mathbb{F}X}$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{\mathbb{F}\neg X}{\mathbb{T}X}$

Табло метод - правила за разбиване на подформули

- $$\frac{\mathbb{T}\neg X}{\mathbb{F}X} \qquad \frac{\mathbb{F}\neg X}{\mathbb{T}X}$$

- $$\frac{\mathbb{T}X \wedge Y}{\begin{array}{c}\mathbb{T}X\\ \mathbb{T}Y\end{array}} \qquad \frac{\mathbb{F}X \wedge Y}{\mathbb{F}X \mid \mathbb{F}Y}$$

Табло метод - правила за разбиване на подформули

- $\dfrac{\mathbb{T}\neg X}{\mathbb{F}X}$ $\qquad$ $\dfrac{\mathbb{F}\neg X}{\mathbb{T}X}$
- $\dfrac{\mathbb{T}X \wedge Y}{\begin{matrix}\mathbb{T}X \\ \mathbb{T}Y\end{matrix}}$ $\qquad$ $\dfrac{\mathbb{F}X \wedge Y}{\mathbb{F}X \mid \mathbb{F}Y}$
- $\dfrac{\mathbb{T}X \vee Y}{\mathbb{T}X \mid \mathbb{T}Y}$ $\qquad$ $\dfrac{\mathbb{F}X \vee Y}{\begin{matrix}\mathbb{F}X \\ \mathbb{F}Y\end{matrix}}$

Табло метод - правила за разбиване на подформули

- $$\frac{\mathbb{T}X \Rightarrow Y}{\mathbb{F}X \mid \mathbb{T}Y}$$

$$\frac{\mathbb{F}X \Rightarrow Y}{\begin{array}{c}\mathbb{T}X\\ \mathbb{F}Y\end{array}}$$

Табло метод - правила за разбиване на подформули

- $$\frac{\mathbb{T} X \Rightarrow Y}{\mathbb{F} X \mid \mathbb{T} Y} \qquad \frac{\mathbb{F} X \Rightarrow Y}{\begin{array}{c}\mathbb{T} X \\ \mathbb{F} Y\end{array}}$$
- $$\frac{\mathbb{T} X \Leftrightarrow Y}{\begin{array}{c|c}\mathbb{T} X & \mathbb{F} X \\ \mathbb{T} Y & \mathbb{F} Y\end{array}} \qquad \frac{\mathbb{F} X \Leftrightarrow Y}{\begin{array}{c|c}\mathbb{T} X & \mathbb{F} X \\ \mathbb{F} Y & \mathbb{T} Y\end{array}}$$

Табло метод - строене

$$
\begin{array}{ccc}
 & \mathbb{T}((x \wedge \neg x) \vee (\neg x \wedge y)) & \\
 & \diagup \qquad \diagdown & \\
\mathbb{T}(x \wedge \neg x) & & \mathbb{T}(\neg x \wedge y) \\
| & & | \\
\mathbb{T}x & & \mathbb{T}\neg x \\
| & & | \\
\mathbb{T}\neg x & & \mathbb{T}y \\
| & & | \\
\mathbb{F}x & & \mathbb{F}x
\end{array}
$$

Табло метод - дефиниции

- Клон се нарича **затворен**, ако съдържа противоречие.

Табло метод - дефиниции

- Клон се нарича **затворен**, ако съдържа противоречие.
- Клон се нарича **приключен**, ако всички формули в него са приложени, т.е. съдържа само променливи.

Табло метод - дефиниции

- Клон се нарича **затворен**, ако съдържа противоречие.
- Клон се нарича **приключен**, ако всички формули в него са приложени, т.е. съдържа само променливи.
- Клон се нарича **отворен**, ако е приключен и не е затворен.

Табло метод - дефиниции

- Клон се нарича **затворен**, ако съдържа противоречие.
- Клон се нарича **приключен**, ако всички формули в него са приложени, т.е. съдържа само променливи.
- Клон се нарича **отворен**, ако е приключен и не е затворен.
- **Затворено табло** е табло, на което всички клонове са затворени.

Табло метод - тавтология

Лема

Затворено табло за $\mathbb{F}X$ е табло доказателство за X, т.е. X е ***тавтология****.*

Пример

$$\begin{array}{c} \mathbb{F}(x \vee \neg x) \\ | \\ \mathbb{F}x \\ | \\ \mathbb{F}\neg x \\ | \\ \mathbb{T}x \end{array}$$

Контактна логика - синтаксис

- *Булеви променливи* (изброимо множество $\mathcal{V}$)
- *Булеви константи*: 0 и 1
- *Булеви операции*:
  - $\sqcap$ Сечение
  - $\sqcup$ Обединение
  - * Допълнение
- *Булеви термове*
- *Логически връзки*: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$
- *Логически константи*: $\top$ и $\bot$
- *Модални връзки*: $\leq$(част от) and C(контакт)
- *Формули*

Контактна логика - термове

Терм - индуктивна дефиниция

- Булева променлива
- Булева константа
- Ако a е терм, то a^* също е терм
- Ако a и b са термове, то и $a \sqcap b$ и $a \sqcup b$ са също термове

Контактна логика - формули

Атомарни формули са от вида $a \leq b$ and aCb, където a и b са термове.

Контактна логика - формули

Атомарни формули са от вида $a \leq b$ and aCb, където a и b са термове.

Формула - индуктивна дефиниция

- Логическа константа
- Атомарна формула
- Ако ϕ е формула, то $\neg\phi$ също е формула
- Ако ϕ и ψ са формули, то $(\phi \wedge \psi)$, $(\phi \vee \psi)$, $(\phi \Rightarrow \psi)$ and $(\phi \Leftrightarrow \psi)$ са също формули

Контактна логика - семантика

$\mathcal{F} = (\mathrm{W}, \mathrm{R})$ е релационна система с $\mathrm{W} \neq \emptyset$ и $\mathrm{R} \subseteq W^2$

Контактна логика - семантика

$\mathcal{F} = (\mathrm{W}, \mathrm{R})$ е релационна система с $\mathrm{W} \neq \emptyset$ и $\mathrm{R} \subseteq W^2$

Дефиниция (Оценка)

Оценка на булеви променливи в $\mathcal{F}$ е всяка функция $\upsilon : \mathcal{V} \to \mathcal{P}(W)$.
Разширяваме υ индуктивно за булевите термове:

- $\upsilon(0) = \emptyset$
- $\upsilon(1) = W$
- $\upsilon(a \sqcap b) = \upsilon(a) \cap \upsilon(b)$
- $\upsilon(a \sqcup b) = \upsilon(a) \cup \upsilon(b)$
- $\upsilon(a^*) = W \setminus \upsilon(a)$

Контактна логика - част от

Дефиниция (Част от)

$$a \leq b \iff v(a) \subseteq v(b)$$

Където a и b са термове.

Контактна логика - контакт

Дефиниция (Контакт)

$$aCb \iff (\exists x \in \upsilon(a))(\exists y \in \upsilon(b))(xRy)$$

Където a и b са термове.

Контактна логика - модел

Дефиниция (Модел)

$\mathcal{M} = (\mathcal{F}, v)$ се нарича ***модел***.

Истиността на формула ϕ в $\mathcal{M}$ ($\mathcal{M} \models \phi$) се разширява индуктивно за всички термове както следва:

- $\mathcal{M} \models \top$
- $\mathcal{M} \not\models \bot$
- $\mathcal{M} \models a \leq b \iff v(a) \subseteq v(b)$
- $\mathcal{M} \models aCb \iff (\exists x \in v(a))(\exists y \in v(b))(xRy)$

Контактна логика - модел

Дефиниция (Модел)

- $\mathcal{M} \models \neg\phi \iff \mathcal{M} \not\models \phi$
- $\mathcal{M} \models \phi \wedge \psi \iff \mathcal{M} \models \phi$ and $\mathcal{M} \models \psi$
- $\mathcal{M} \models \phi \vee \psi \iff \mathcal{M} \models \phi$ or $\mathcal{M} \models \psi$
- $\mathcal{M} \models \phi \Rightarrow \psi \iff \mathcal{M} \not\models \phi$ or $\mathcal{M} \models \psi$
- $\mathcal{M} \models \phi \Leftrightarrow \psi \iff (\mathcal{M} \models \phi$ and $\mathcal{M} \models \psi)$ or $(\mathcal{M} \not\models \phi$ and $\mathcal{M} \not\models \psi)$