

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Отчет
по лабораторной работе
Вариант № 7

Реализация алгоритмов одномерной минимизации функции
по дисциплине «**Методы оптимизации**»

Авторы: Асмирко Антон, Герасимов Михаил, Пушкарев Глеб

Группа: М3235

Факультет: ФИТиП

Преподаватель: Корсун Мария Михайловна



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург 2021

Условия выполнения лабораторной работы №1

Реализовать алгоритмы одномерной минимизации функции:

- метод дихотомии,
- метод золотого сечения,
- метод Фибоначчи,
- метод парабол,
- комбинированный метод Брента.

Протестировать реализованные алгоритмы на следующей задаче:

$$f(x) = \lg^2(x - 2) + \lg^2(10 - x) - x^{0.2} \rightarrow \min \text{ на интервале } [6, 9.9]$$

Порядок выполнения численных экспериментов и требования к отчету

1. Отчет должен содержать титульный лист, постановку задания, график исследуемой функции, аналитический вид решения (аналитическое значение координаты минимума вычислить с точностью до 4 значащих цифр).
2. Отчет должен содержать таблицы с результатами исследований по каждому методу, где должны быть исходный и последующие интервалы, соотношение их длин, вычисляемые на них точки и значения функций.
3. Необходимо построить график зависимости количества вычислений минимизируемой функции от логарифма задаваемой точности ε . Провести сравнение методов друг с другом. Отрастить в отчете.
4. По результатам численных вычислений сделать выводы, описать в отчете.
5. Протестировать реализованные алгоритмы для задач минимизации многомодальных функций, например, на различных полиномах. Сделать выводы, описать в отчете.
6. В отчете должен быть предоставлен разработанный программный код.

Требования к программному коду

1. Рекомендуется использовать языки программирования: C++, C#, Java.
2. Рекомендуется придерживаться основных положений ООП при разработке.
3. Рекомендуется выполнять документирование программного кода.

Дополнительные задания (по желанию)

1. Реализовать графический пользовательский интерфейс программы: интерактивный выбор метода оптимизации, графическое отображение интервалов и приближенных на каждой итерации решений. Для метода парабол отображение на каждой итерации аппроксимирующей параболы. Результаты расчетов на каждой итерации отмечать индивидуальным цветом.

Оценка результатов

<i>Задание</i>	<i>Результат (в виде коэффициента)</i>
Сдача в срок	0.15
Численные результаты и выводы	0.0 – 0.55
Программная реализация и индивидуальный код	0.0 – 0.25
Грамотность изложения и общее качество отчета	0.0 – 0.05
Дополнительное задание	0.0 – 0.3

Срок сдачи первой лабораторной работы – до 12.03.2021 (включительно).

Задание №1.

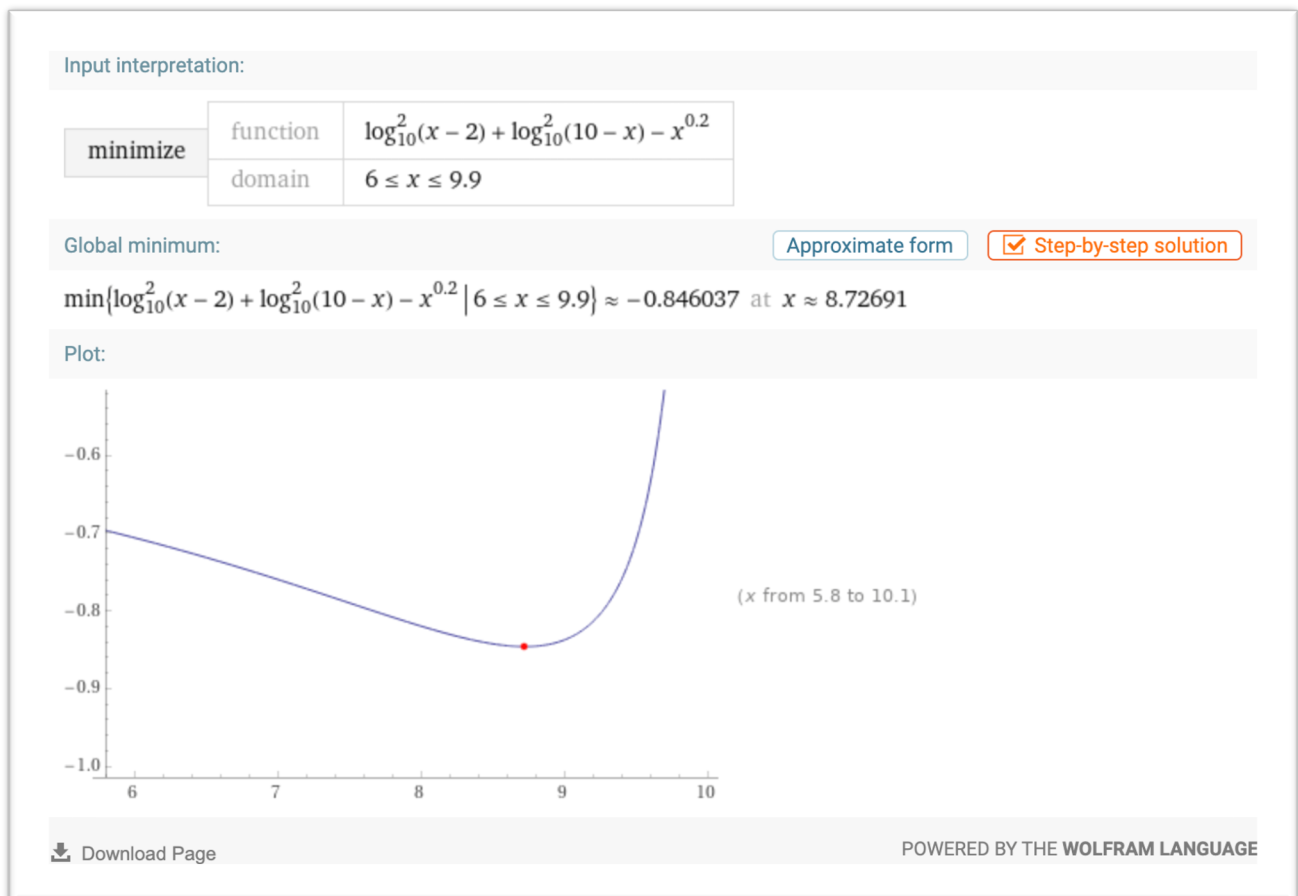


Рисунок 1: график исследуемой функции и ее минимум на интервале $[6, 9.9]$ созданный с помощью WolframAlpha

Аналитическое решение функции:

$$f(x) = \lg^2(x-2) + \lg^2(10-x) - x^{0.2}$$

Найдем производную данной функции:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (\lg^2(x-2) + \lg^2(10-x) - x^{0.2})' = \\ &= (\lg^2(x-2))' + (\lg^2(10-x))' - (x^{0.2})' = \\ &= \frac{2\ln(x-2)}{(x-2)\ln^2(10)} + \frac{2\ln(10-x)}{(10-x)\ln^2(10)} - \frac{0.2}{x^{0.8}} \end{aligned}$$

Найдем критические точки данной функции:

$$f'(x) = \frac{2\ln(x-2)}{(x-2)\ln^2(10)} - \frac{2\ln(10-x)}{(10-x)\ln^2(10)} - \frac{0.2}{x^{0.8}} = 0$$

$$= \frac{2\ln(x-2)(10-x)x^{0.8}}{x^{0.8}(10-x)(x-2)\ln^2(10)} - \frac{2\ln(10-x)(x-2)x^{0.8}}{x^{0.8}(x-2)(10-x)\ln^2(10)} - \frac{0.2(10-x)(x-2)\ln^2(10)}{x^{0.8}(10-x)(x-2)\ln^2(10)} =$$

$$= \frac{2\ln(x-2)(10-x)x^{0.8} - 2\ln(10-x)(x-2)x^{0.8} - 0.2(10-x)(x-2)\ln^2(10)}{x^{0.8}(10-x)(x-2)\ln^2(10)} = 0$$

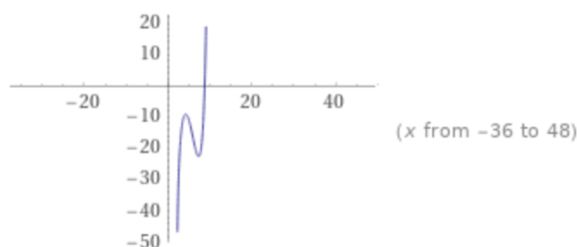
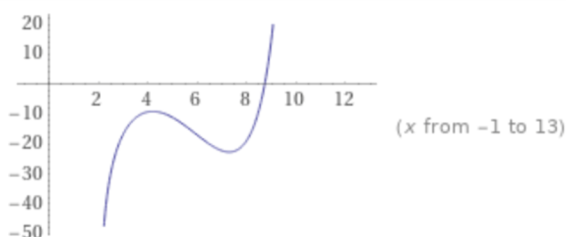
Input:

$$2\log(x-2)(10-x)x^{0.8} - 2\log(10-x)(x-2)x^{0.8} - (0.2(10-x)(x-2))\log^2(10)$$

$\log(x)$ is the natural logarithm

Plots:

Real-valued plots ▾



Alternate forms:

$$1.06038(x-10)(x-2) - 2x^{0.8}(x\log(10-x) - 2\log(10-x) + x\log(x-2) - 10\log(x-2))$$

$$1.06038(-1.88612x^{1.8}\log(10-x) - 1.88612x^{1.8}\log(x-2) + 3.77223x^{0.8}\log(10-x) + 18.8612x^{0.8}\log(x-2) + x^2 - 12x + 20)$$

$$2(-x^{9/5}\log(10-x) + x^{4/5}(2\log(10-x) + 5\log(x-2)) - x\log(x-2)) + 0.53019x^2 - 6.36228x + 10.6038$$

Expanded form:

Step-by-step solution

$$-2x^{1.8}\log(10-x) - 2x^{1.8}\log(x-2) + 4x^{0.8}\log(10-x) + 20x^{0.8}\log(x-2) + 1.06038x^2 - 12.7246x + 21.2076$$

Root:

Step-by-step solution

$$x = 8.72691$$

Рисунок 2: решение выше приведенного уравнения с помощью WolframAlpha

Критические точки, которые возникают в результате знаменателя уравнения можно не учитывать так как они не входят в рассматриваемый отрезок.

Так же нам нужно проверить поведение функции на концах отрезка и посчитать значение функции в критической точке

$$f(x) = \lg^2(x - 2) + \lg^2(10 - x) - x^{0.2}$$

$$[a, b] = [6, 9.9]$$

$$\begin{aligned} f(6) &= \lg^2(6 - 2) + \lg^2(10 - 6) - 6^{0.2} = \lg^2(4) + \lg^2(4) - \sqrt[5]{6} = 2\lg^2(4) - \sqrt[5]{6} = \\ &= 0.7249524663 - 1.4309690811 = -0,7060166148 \end{aligned}$$

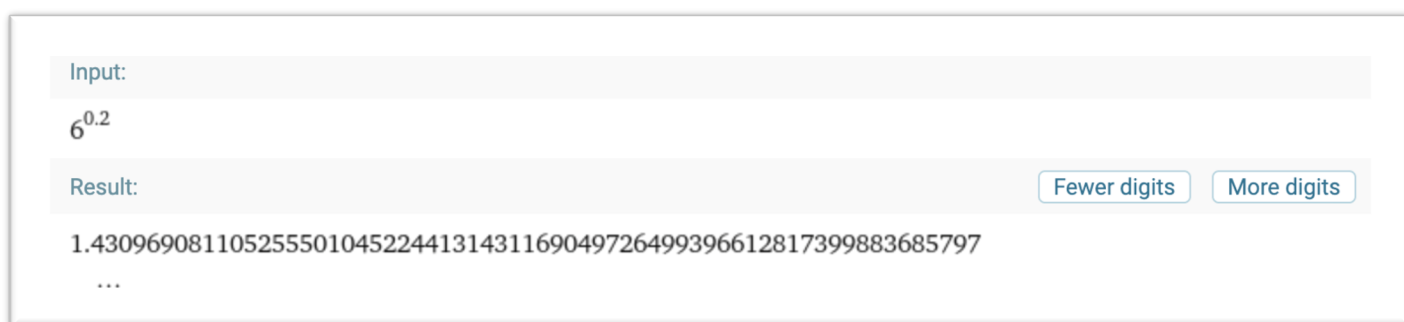


Рисунок 4: вычисление $6^{0.2}$ с помощью WolframAlpha

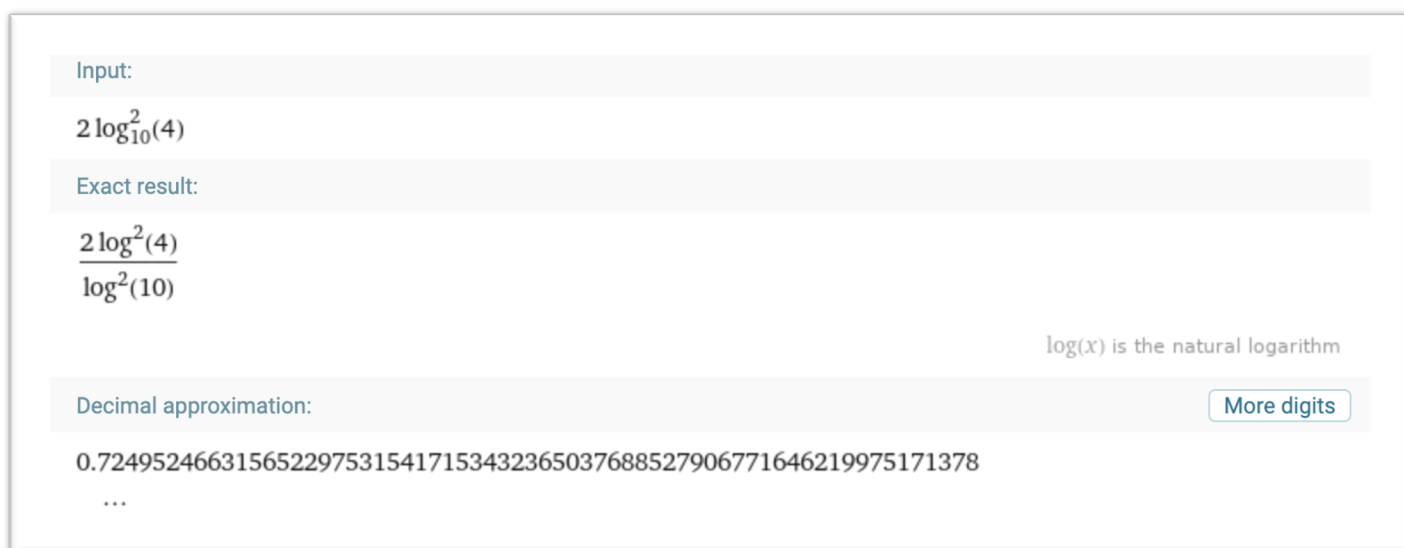


Рисунок 3: вычисление $2(\lg(4))^2$ с помощью WolframAlpha

$$f(9.9) = \lg^2(9.9 - 2) + \lg^2(10 - 9.9) - 9.9^{0.2} = \lg^2(7.9) + \lg^2(0.1) - \sqrt[5]{9.9} =$$

$$= 0.8057343950 + 1 - 1.5817106503 = 0.2240237447$$

Input:

$\log_{10}^2(7.9)$

Result:

Fewer digits
More digits

0.8057343950185384693181111915137870178859391887871418071390215539
...

Рисунок 5: вычисление $(\lg(7.9))^2$ с помощью WolframAlpha

Input:

$9.9^{0.2}$

Result:

Fewer digits
More digits

1.5817106503191743872304455539691937985817256657843799461762506197
...

Рисунок 6: вычисление $9.9^{(0.2)}$ с помощью WolframAlpha

$$\begin{aligned}
 f(8.72691) &= \lg^2(8.72691 - 2) + \lg^2(10 - 8.72691) - 8.72691^{0.2} = \\
 &= \lg^2(6.72691) + \lg^2(1.27309) - \sqrt[5]{8.72691} = \\
 &= 0.68528 + 0.01100 - 1.54231 = -0.84603
 \end{aligned}$$

Input interpretation:

$\log_{10}^2(6.72691)$

Result: Fewer digits More digits

0.6852786961670887439568506753617268633448275159441530981061291661
...

Рисунок 7: вычисление $(\lg(6.72691))^2$ с помощью WolframAlpha

Input interpretation:

$\log_{10}^2(1.27309)$

Result: Fewer digits More digits

0.0109954322816036232159786650204176389006877118610926011140126712
...

Рисунок 8: вычисление $(\lg(1.27309))^2$ с помощью WolframAlpha

input interpretation:

$8.72691^{0.2}$

Result: Fewer digits More digits

1.5423115091693814059318943489135295476444170299315000061681297494
...

Рисунок 9: вычисление $(8.72691)^{(0.2)}$ с помощью WolframAlpha

Далее нам нужно сравнить все найденные точки.

x	$f(x)$	Тип точки
6	-0,7060166148	neither
8.72691	-0.84603	global min
9.9	0.2240237447	global max

Подводя итоге, можно утверждать следующее:

$x = 8.72691$ – точка минимума

$f(x) = -0.84603$ – минимум функции

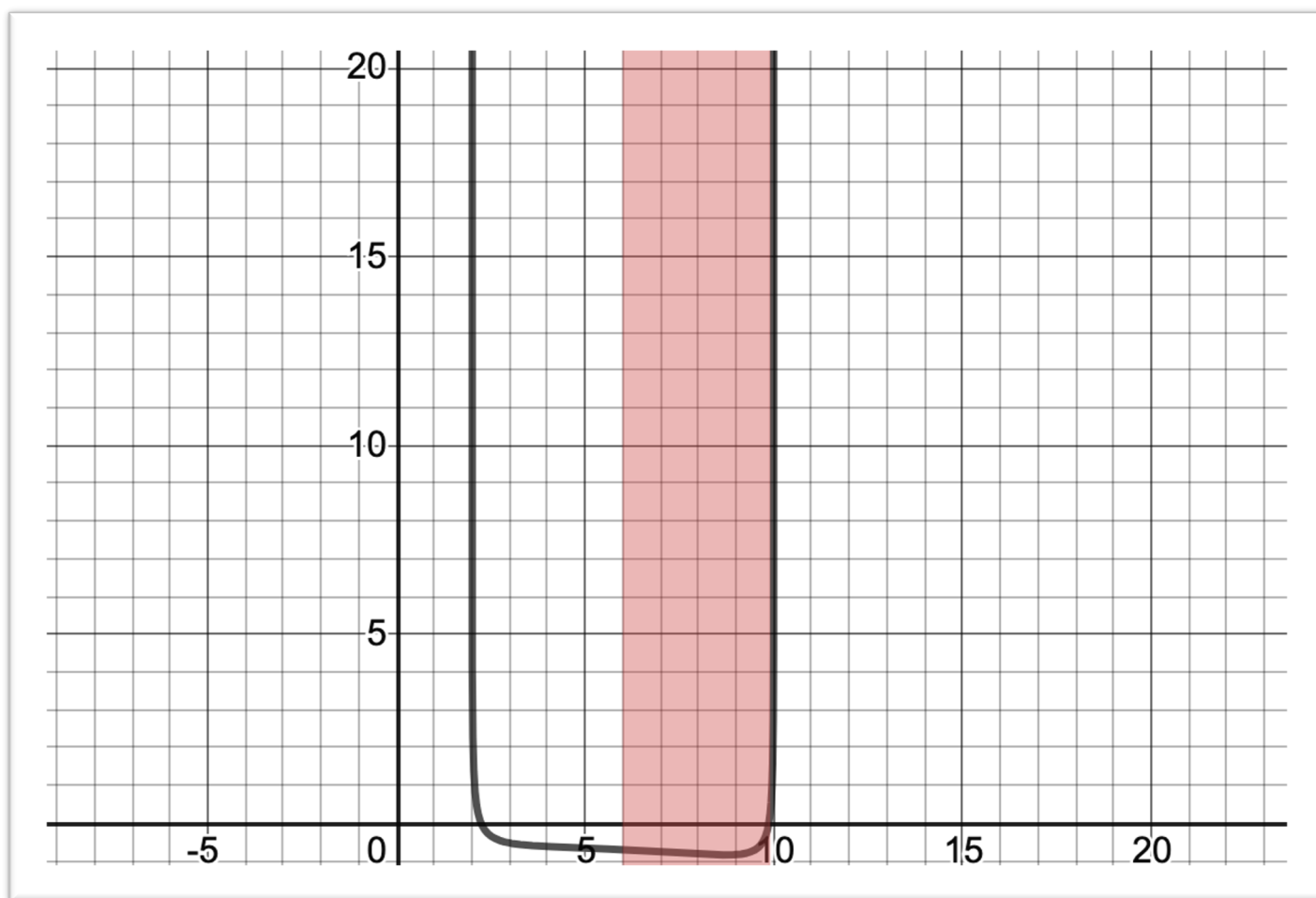


Рисунок 10: график, созданный в программе "Desmos". Черный цвет - рассматриваемая функция, красный цвет - отрезок $[6, 9.9]$

Задание №2.

Метод дихотомии

x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
7,9	8	-0,813870088	-0,81957814	7,9	9,9	2	1,95
8,85	8,95	-0,844574962	-0,840730059	7,9	8,95	1,05	1,904762
8,375	8,475	-0,838019714	-0,84160504	8,375	8,95	0,575	1,826087
8,6125	8,7125	-0,845016105	-0,846019735	8,6125	8,95	0,3375	1,703704
8,73125	8,83125	-0,846035749	-0,845005242	8,6125	8,83125	0,21875	1,542857
8,671875	8,771875	-0,845788869	-0,845856013	8,671875	8,83125	0,159375	1,372549
	x	y					
Expected:	8,72691	-0,846037					
Actual:	8,7515625	-0,845983855					
Difference:	0,0246525	5,31451E-05					

Таблица 1: $\epsilon = 0.1$

x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
7,945	7,955	-0,816464362	-0,81703545	7,945	9,9	1,955	1,994885
8,9175	8,9275	-0,842290149	-0,841844377	7,945	8,9275	0,9825	1,989822
8,43125	8,44125	-0,840133804	-0,840484201	8,43125	8,9275	0,49625	1,979849
8,674375	8,684375	-0,845810446	-0,845887327	8,674375	8,9275	0,253125	1,960494
8,7959375	8,8059375	-0,845600389	-0,845459244	8,674375	8,8059375	0,131563	1,92399
8,73515625	8,74515625	-0,846031476	-0,846008225	8,674375	8,74515625	0,070781	1,85872
8,704765625	8,714765625	-0,845995986	-0,846024824	8,704765625	8,74515625	0,040391	1,752418
8,719960938	8,729960938	-0,846033252	-0,846036575	8,719960938	8,74515625	0,025195	1,603101
8,727558594	8,737558594	-0,846037344	-0,846027515	8,719960938	8,737558594	0,017598	1,431743
	x	y					
Expected:	8,72691	-0,846037					
Actual:	8,728759766	-0,846037084					
Difference:	0,001849766	8,43269E-08					

Таблица 2: $\epsilon = 0.01$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,9495	7,9505	-0,816721609	-0,816778718	7,9495	9,9	1,9505	1,999487
2	8,92425	8,92525	-0,84199251	-0,841947267	7,9495	8,92525	0,97575	1,998975
3	8,436875	8,437875	-0,840331898	-0,840366848	8,436875	8,92525	0,488375	1,997952
4	8,6805625	8,6815625	-0,845859809	-0,845867242	8,6805625	8,92525	0,244688	1,995913
5	8,80240625	8,80340625	-0,845511493	-0,845496965	8,6805625	8,803406	0,122844	1,99186
6	8,741484375	8,742484375	-0,846018838	-0,846016188	8,6805625	8,742484	0,061922	1,983851
7	8,711023438	8,712023438	-0,846015961	-0,846018557	8,711023438	8,742484	0,031461	1,968215
8	8,726253906	8,727253906	-0,846037344	-0,84603737	8,726253906	8,742484	0,01623	1,938387
9	8,733869141	8,734869141	-0,846033179	-0,846031881	8,726253906	8,734869	0,008615	1,883927
10	8,730061523	8,731061523	-0,846036521	-0,846035888	8,726253906	8,731062	0,004808	1,791997
11	8,728157715	8,729157715	-0,846037246	-0,846036943	8,726253906	8,729158	0,002904	1,655625
12	8,727205811	8,728205811	-0,846037373	-0,846037235	8,726253906	8,728206	0,001952	1,48768
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	8,727229858	-0,846037372						
Difference:	0,000319858	3,71693E-07						

Таблица 3: $\epsilon = 0.001$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,94995	7,95005	-0,816747311	-0,816753022	7,94995	9,9	1,95005	1,999949
2	8,924925	8,925025	-0,841962003	-0,841957472	7,94995	8,925025	0,975075	1,999897
3	8,4374375	8,4375375	-0,840351567	-0,840355061	8,4374375	8,925025	0,487588	1,999795
4	8,68118125	8,68128125	-0,845864426	-0,845865167	8,68118125	8,925025	0,243844	1,99959
5	8,803053125	8,803153125	-0,84550212	-0,845500663	8,68118125	8,803153	0,121972	1,99918
6	8,742117188	8,742217188	-0,846017182	-0,846016914	8,68118125	8,742217	0,061036	1,998362
7	8,711649219	8,711749219	-0,846017605	-0,846017861	8,711649219	8,742217	0,030568	1,996729
8	8,726883203	8,726983203	-0,846037381	-0,84603738	8,711649219	8,726983	0,015334	1,993479
9	8,719266211	8,719366211	-0,846032388	-0,846032518	8,719266211	8,726983	0,007717	1,987042
10	8,723074707	8,723174707	-0,846036121	-0,846036186	8,723074707	8,726983	0,003908	1,974415
11	8,724978955	8,725078955	-0,846037061	-0,846037094	8,724978955	8,726983	0,002004	1,950106
12	8,725931079	8,726031079	-0,846037299	-0,846037315	8,725931079	8,726983	0,001052	1,904954
13	8,726407141	8,726507141	-0,846037359	-0,846037367	8,726407141	8,726983	0,000576	1,826408
14	8,726645172	8,726745172	-0,846037375	-0,846037378	8,726645172	8,726983	0,000338	1,704169
15	8,726764188	8,726864188	-0,846037379	-0,846037381	8,726764188	8,726983	0,000219	1,543411
16	8,726823695	8,726923695	-0,84603738	-0,846037381	8,726823695	8,726983	0,00016	1,373071
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	8,726903449	-0,846037381						
Difference:	6,55075E-06	3,80721E-07						

Таблица 4: $\epsilon = 1.0e-4$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,949995	7,950005	-0,816749881	-0,816750452	7,949995	9,9	1,950005	1,999995
2	8,9249925	8,9250025	-0,841958945	-0,841958492	7,949995	8,9250025	0,975007	1,99999
3	8,43749375	8,43750375	-0,840353533	-0,840353882	8,43749375	8,9250025	0,487509	1,999979
4	8,681243125	8,681253125	-0,845864884	-0,845864958	8,681243125	8,9250025	0,243759	1,999959
5	8,803117813	8,803127813	-0,845501177	-0,845501032	8,681243125	8,803127813	0,121885	1,999918
6	8,742180469	8,742190469	-0,846017012	-0,846016986	8,681243125	8,742190469	0,060947	1,999836
7	8,711711797	8,711721797	-0,846017765	-0,846017791	8,711711797	8,742190469	0,030479	1,999672
8	8,726946133	8,726956133	-0,846037381	-0,846037381	8,711711797	8,726956133	0,015244	1,999344
9	8,719328965	8,719338965	-0,84603247	-0,846032483	8,719328965	8,726956133	0,007627	1,998689
10	8,723137549	8,723147549	-0,846036162	-0,846036168	8,723137549	8,726956133	0,003819	1,997381
11	8,725041841	8,725051841	-0,846037082	-0,846037085	8,725041841	8,726956133	0,001914	1,994776
12	8,725993987	8,726003987	-0,846037309	-0,846037311	8,725993987	8,726956133	0,000962	1,989607
13	8,72647006	8,72648006	-0,846037364	-0,846037365	8,72647006	8,726956133	0,000486	1,979427
14	8,726708096	8,726718096	-0,846037377	-0,846037378	8,726708096	8,726956133	0,000248	1,959683
15	8,726827115	8,726837115	-0,84603738	-0,84603738	8,726827115	8,726956133	0,000129	1,922492
16	8,726886624	8,726896624	-0,846037381	-0,846037381	8,726886624	8,726956133	6,95E-05	1,856134
17	8,726916378	8,726926378	-0,846037381	-0,846037381	8,726886624	8,726926378	3,98E-05	1,748457
18	8,726901501	8,726911501	-0,846037381	-0,846037381	8,726886624	8,726911501	2,49E-05	1,598027
19	8,726894062	8,726904062	-0,846037381	-0,846037381	8,726894062	8,726911501	1,74E-05	1,426561
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	8,726902782	-0,846037381						
Difference:	7,21835E-06	3,80721E-07						

Таблица 5: $\epsilon = 1.0e-5$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,94999995	7,95000005	-0,816750138	-0,816750195	7,94999995	9,9	1,950001	1,999999487
2	8,924999925	8,925000025	-0,841958639	-0,841958594	7,94999995	8,925	0,975001	1,999998974
3	8,437499375	8,437500375	-0,840353729	-0,840353764	8,437499375	8,925	0,487501	1,999997949
4	8,681249313	8,681250313	-0,84586493	-0,845864938	8,681249313	8,925	0,243751	1,999995897
5	8,803124281	8,803125281	-0,845501083	-0,845501069	8,681249313	8,803125	0,121876	1,999991795
6	8,742186797	8,742187797	-0,846016995	-0,846016993	8,681249313	8,742188	0,060938	1,99998359
7	8,711718055	8,711719055	-0,846017781	-0,846017784	8,711718055	8,742188	0,03047	1,999967181
8	8,726952426	8,726953426	-0,846037381	-0,846037381	8,711718055	8,726953	0,015235	1,999934363
9	8,71933524	8,71933624	-0,846032478	-0,846032479	8,71933524	8,726953	0,007618	1,999868735
10	8,723143833	8,723144833	-0,846036166	-0,846036166	8,723143833	8,726953	0,00381	1,999737505
11	8,725048129	8,725049129	-0,846037084	-0,846037084	8,725048129	8,726953	0,001905	1,999475147
12	8,726000278	8,726001278	-0,84603731	-0,84603731	8,726000278	8,726953	0,000953	1,998950845
13	8,726476352	8,726477352	-0,846037365	-0,846037365	8,726476352	8,726953	0,000477	1,99790389
14	8,726714389	8,726715389	-0,846037378	-0,846037378	8,726714389	8,726953	0,000239	1,995816548
15	8,726833407	8,726834407	-0,84603738	-0,84603738	8,726833407	8,726953	0,00012	1,991667953
16	8,726892917	8,726893917	-0,846037381	-0,846037381	8,726892917	8,726953	6,05E-05	1,983473604
17	8,726922671	8,726923671	-0,846037381	-0,846037381	8,726892917	8,726924	3,08E-05	1,967484572
18	8,726907794	8,726908794	-0,846037381	-0,846037381	8,726892917	8,726909	1,59E-05	1,937017061
19	8,726900355	8,726901355	-0,846037381	-0,846037381	8,726900355	8,726909	8,44E-06	1,881497742
20	8,726904075	8,726905075	-0,846037381	-0,846037381	8,726904075	8,726909	4,72E-06	1,788105465
21	8,726905934	8,726906934	-0,846037381	-0,846037381	8,726904075	8,726907	2,86E-06	1,650308621
22	8,726905004	8,726906004	-0,846037381	-0,846037381	8,726905004	8,726907	1,93E-06	1,481820238
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	8,726905969	-0,846037381						
Difference:	4,03075E-06	3,80722E-07						

Таблица 6: $\epsilon_{ps} = 1.0e-6$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,949999995	7,950000005	-0,816750163	-0,816750169	7,949999995	9,9	1,95000005	2
2	8,9249999925	8,9250000025	-0,841958609	-0,841958604	7,949999995	8,925000025	0,975000075	2
3	8,437499938	8,437500038	-0,840353749	-0,840353753	8,437499938	8,925000025	0,487500088	2
4	8,681249931	8,681250031	-0,845864935	-0,845864936	8,681249931	8,925000025	0,243750094	2
5	8,803124928	8,803125028	-0,845501074	-0,845501072	8,681249931	8,803125028	0,121875097	1,999999
6	8,74218743	8,74218753	-0,846016994	-0,846016993	8,681249931	8,74218753	0,060937598	1,999998
7	8,71171868	8,71171878	-0,846017783	-0,846017783	8,71171868	8,74218753	0,030468849	1,999997
8	8,726953055	8,726953155	-0,846037381	-0,846037381	8,71171868	8,726953155	0,015234475	1,999993
9	8,719335868	8,719335968	-0,846032479	-0,846032479	8,719335868	8,726953155	0,007617287	1,999987
10	8,723144461	8,723144561	-0,846036166	-0,846036166	8,723144461	8,726953155	0,003808694	1,999974
11	8,725048758	8,725048858	-0,846037084	-0,846037084	8,725048758	8,726953155	0,001904397	1,999947
12	8,726000907	8,726001007	-0,84603731	-0,84603731	8,726000907	8,726953155	0,000952248	1,999895
13	8,726476981	8,726477081	-0,846037365	-0,846037365	8,726476981	8,726953155	0,000476174	1,999979
14	8,726715018	8,726715118	-0,846037378	-0,846037378	8,726715018	8,726953155	0,000238137	1,999958
15	8,726834037	8,726834137	-0,84603738	-0,84603738	8,726834037	8,726953155	0,000119119	1,999161
16	8,726893546	8,726893646	-0,846037381	-0,846037381	8,726893546	8,726953155	5,96093E-05	1,998322
17	8,7269233	8,7269234	-0,846037381	-0,846037381	8,726893546	8,7269234	2,98546E-05	1,99665
18	8,726908423	8,726908523	-0,846037381	-0,846037381	8,726893546	8,726908523	1,49773E-05	1,993323
19	8,726900984	8,726901084	-0,846037381	-0,846037381	8,726900984	8,726908523	7,53866E-06	1,986735
20	8,726904704	8,726904804	-0,846037381	-0,846037381	8,726904704	8,726908523	3,81933E-06	1,973817
21	8,726906563	8,726906663	-0,846037381	-0,846037381	8,726904704	8,726906663	1,95966E-06	1,948971
22	8,726905634	8,726905734	-0,846037381	-0,846037381	8,726905634	8,726906663	1,02983E-06	1,902897
23	8,726906099	8,726906199	-0,846037381	-0,846037381	8,726905634	8,726906199	5,64916E-07	1,822983
24	8,726905866	8,726905966	-0,846037381	-0,846037381	8,726905866	8,726906199	3,32458E-07	1,69921
25	8,726905982	8,726906082	-0,846037381	-0,846037381	8,726905982	8,726906199	2,16229E-07	1,537527
26	8,72690604	8,72690614	-0,846037381	-0,846037381	8,72690604	8,726906199	1,58115E-07	1,367547
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	8,726906119	-0,846037381						
Difference:	3,88052E-06	3,80722E-07						

Таблица 7: $\epsilon_{ps} = 1.0e-7$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,95	7,95	-0,816750166	-0,816750166	7,95	9,9	1,95	2
2	8,925	8,925	-0,841958605	-0,841958605	7,95	8,925	0,975	2
3	8,4375	8,4375	-0,840353751	-0,840353751	8,4375	8,925	0,4875	2
4	8,68125	8,68125	-0,845864935	-0,845864935	8,68125	8,925	0,24375	2
5	8,803125	8,803125	-0,845501073	-0,845501073	8,68125	8,803125	0,121875	2
6	8,7421875	8,7421875	-0,846016993	-0,846016993	8,68125	8,742188	0,060938	2
7	8,71171875	8,71171875	-0,846017783	-0,846017783	8,71171875	8,742188	0,030469	2
8	8,726953125	8,726953125	-0,846037381	-0,846037381	8,71171875	8,726953	0,015234	2
9	8,719335937	8,719335938	-0,846032479	-0,846032479	8,719335937	8,726953	0,007617	2
10	8,723144531	8,723144531	-0,846036166	-0,846036166	8,723144531	8,726953	0,003809	2
11	8,725048828	8,725048828	-0,846037084	-0,846037084	8,725048828	8,726953	0,001904	2
12	8,726000976	8,726000977	-0,84603731	-0,84603731	8,726000976	8,726953	0,000952	2
13	8,726477051	8,726477051	-0,846037365	-0,846037365	8,726477051	8,726953	0,000476	2
14	8,726715088	8,726715088	-0,846037378	-0,846037378	8,726715088	8,726953	0,000238	2
15	8,726834106	8,726834106	-0,84603738	-0,84603738	8,726834106	8,726953	0,000119	1,999999
16	8,726893616	8,726893616	-0,846037381	-0,846037381	8,726893616	8,726953	5,95E-05	1,999998
17	8,72692337	8,72692337	-0,846037381	-0,846037381	8,726893616	8,726923	2,98E-05	1,999997
18	8,726908493	8,726908493	-0,846037381	-0,846037381	8,726893616	8,726908	1,49E-05	1,999993
19	8,726901054	8,726901054	-0,846037381	-0,846037381	8,726901054	8,726908	7,44E-06	1,999987
20	8,726904774	8,726904774	-0,846037381	-0,846037381	8,726904774	8,726908	3,72E-06	1,999973
21	8,726906633	8,726906633	-0,846037381	-0,846037381	8,726904774	8,726907	1,86E-06	1,999946
22	8,726905703	8,726905704	-0,846037381	-0,846037381	8,726905703	8,726907	9,3E-07	1,999892
23	8,726906168	8,726906168	-0,846037381	-0,846037381	8,726906168	8,726907	4,65E-07	1,999785
24	8,726906401	8,726906401	-0,846037381	-0,846037381	8,726906168	8,726906	2,33E-07	1,99957
25	8,726906285	8,726906285	-0,846037381	-0,846037381	8,726906168	8,726906	1,16E-07	1,99914
26	8,726906227	8,726906227	-0,846037381	-0,846037381	8,726906168	8,726906	5,82E-08	1,998282
27	8,726906197	8,726906198	-0,846037381	-0,846037381	8,726906197	8,726906	2,92E-08	1,99657
28	8,726906212	8,726906212	-0,846037381	-0,846037381	8,726906212	8,726906	1,46E-08	1,993164
29	8,726906219	8,726906219	-0,846037381	-0,846037381	8,726906219	8,726906	7,36E-09	1,986421
30	8,726906223	8,726906223	-0,846037381	-0,846037381	8,726906223	8,726906	3,73E-09	1,973207
31	8,726906225	8,726906225	-0,846037381	-0,846037381	8,726906225	8,726906	1,92E-09	1,947812
32	8,726906226	8,726906226	-0,846037381	-0,846037381	8,726906226	8,726906	1,01E-09	1,900797
33	8,726906226	8,726906226	-0,846037381	-0,846037381	8,726906226	8,726906	5,54E-10	1,819501
34	8,726906226	8,726906226	-0,846037381	-0,846037381	8,726906226	8,726906	3,27E-10	1,694198
35	8,726906226	8,726906226	-0,846037381	-0,846037381	8,726906226	8,726906	2,14E-10	1,531633
36	8,726906226	8,726906226	-0,846037381	-0,846037381	8,726906226	8,726906	1,57E-10	1,362057
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	8,726906226	-0,846037381						
Difference:	3,7737E-06	3,80722E-07						

Таблица 8: $\epsilon = 1.0e-10$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,95	7,95	-0,816750166	-0,816750166	7,95	9,9	1,95	2
2	8,925	8,925	-0,841958605	-0,841958605	7,95	8,925	0,975	2
3	8,4375	8,4375	-0,840353751	-0,840353751	8,4375	8,925	0,4875	2
4	8,68125	8,68125	-0,845864935	-0,845864935	8,68125	8,925	0,24375	2
5	8,803125	8,803125	-0,845501073	-0,845501073	8,68125	8,803125	0,121875	2
6	8,7421875	8,7421875	-0,846016993	-0,846016993	8,68125	8,7421875	0,0609375	2
7	8,71171875	8,71171875	-0,846017783	-0,846017783	8,71171875	8,7421875	0,03046875	2
8	8,726953125	8,726953125	-0,846037381	-0,846037381	8,726953125	8,7421875	0,015234375	2
9	8,734570312	8,734570313	-0,846032287	-0,846032287	8,726953125	8,734570313	0,007617188	2
10	8,730761719	8,730761719	-0,846036096	-0,846036096	8,726953125	8,730761719	0,003808594	2
11	8,728857422	8,728857422	-0,846037052	-0,846037052	8,726953125	8,728857422	0,001904297	2
12	8,727905273	8,727905273	-0,846037295	-0,846037295	8,726953125	8,727905273	0,000952148	2
13	8,727429199	8,727429199	-0,846037357	-0,846037357	8,726953125	8,727429199	0,000476074	2
14	8,727191162	8,727191162	-0,846037374	-0,846037374	8,726953125	8,727191162	0,000238037	2
15	8,727072144	8,727072144	-0,846037378	-0,846037378	8,726953125	8,727072144	0,000119019	2
16	8,727012634	8,727012634	-0,84603738	-0,84603738	8,726953125	8,727012634	5,95093E-05	2
17	8,72698288	8,72698288	-0,84603738	-0,84603738	8,726953125	8,72698288	2,97546E-05	2
18	8,726968002	8,726968002	-0,84603738	-0,84603738	8,726953125	8,726968002	1,48773E-05	1,999999
19	8,726960564	8,726960564	-0,84603738	-0,84603738	8,726953125	8,726960564	7,43867E-06	1,999999
20	8,726956844	8,726956844	-0,846037381	-0,846037381	8,726956844	8,726960564	3,71934E-06	1,999997
21	8,726958704	8,726958704	-0,84603738	-0,84603738	8,726956844	8,726958704	1,85967E-06	1,999995
22	8,726957774	8,726957774	-0,84603738	-0,84603738	8,726956844	8,726957774	9,29842E-07	1,999989
23	8,726957309	8,726957309	-0,84603738	-0,84603738	8,726956844	8,726957309	4,64926E-07	1,999978
24	8,726957077	8,726957077	-0,84603738	-0,84603738	8,726956844	8,726957077	2,32468E-07	1,999957
25	8,726956961	8,726956961	-0,84603738	-0,84603738	8,726956961	8,726957077	1,16239E-07	1,999914
26	8,726957019	8,726957019	-0,84603738	-0,84603738	8,726956961	8,726957019	5,81245E-08	1,999828
27	8,72695699	8,72695699	-0,84603738	-0,84603738	8,72695699	8,726957019	2,90673E-08	1,999656
28	8,726957004	8,726957004	-0,84603738	-0,84603738	8,726957004	8,726957019	1,45386E-08	1,999312
29	8,726957011	8,726957011	-0,84603738	-0,84603738	8,726957004	8,726957011	7,27432E-09	1,998625
30	8,726957008	8,726957008	-0,84603738	-0,84603738	8,726957004	8,726957008	3,64216E-09	1,997255
31	8,726957006	8,726957006	-0,84603738	-0,84603738	8,726957006	8,726957008	1,82608E-09	1,994522
32	8,726957007	8,726957007	-0,84603738	-0,84603738	8,726957007	8,726957008	9,18041E-10	1,989106
33	8,726957007	8,726957007	-0,84603738	-0,84603738	8,726957007	8,726957007	4,64022E-10	1,978444
34	8,726957007	8,726957007	-0,84603738	-0,84603738	8,726957007	8,726957007	2,37012E-10	1,957797
35	8,726957007	8,726957007	-0,84603738	-0,84603738	8,726957007	8,726957007	1,23507E-10	1,919025
36	8,726957007	8,726957007	-0,84603738	-0,84603738	8,726957007	8,726957007	6,67537E-11	1,850182
37	8,726957007	8,726957007	-0,84603738	-0,84603738	8,726957007	8,726957007	3,83764E-11	1,739446
38	8,726957007	8,726957007	-0,84603738	-0,84603738	8,726957007	8,726957007	2,41887E-11	1,586546
39	8,726957007	8,726957007	-0,84603738	-0,84603738	8,726957007	8,726957007	1,70957E-11	1,4149
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	8,726957007	-0,84603738						
Difference:	4,70071E-05	3,80499E-07						

Таблица 9: $\epsilon_{ps} = 1.0e-11$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,95	7,95	-0,816750166	-0,816750166	7,95	9,9	1,95	2
2	8,925	8,925	-0,841958605	-0,841958605	7,95	8,925	0,975	2
3	8,4375	8,4375	-0,840353751	-0,840353751	8,4375	8,925	0,4875	2
4	8,68125	8,68125	-0,845864935	-0,845864935	8,68125	8,925	0,24375	2
5	8,803125	8,803125	-0,845501073	-0,845501073	8,68125	8,803125	0,121875	2
6	8,7421875	8,7421875	-0,846016993	-0,846016993	8,68125	8,7421875	0,0609375	2
7	8,71171875	8,71171875	-0,846017783	-0,846017783	8,71171875	8,7421875	0,03046875	2
8	8,726953125	8,726953125	-0,846037381	-0,846037381	8,726953125	8,7421875	0,015234375	2
9	8,734570312	8,734570313	-0,846032287	-0,846032287	8,726953125	8,734570313	0,007617188	2
10	8,730761719	8,730761719	-0,846036096	-0,846036096	8,726953125	8,730761719	0,003808594	2
11	8,728857422	8,728857422	-0,846037052	-0,846037052	8,726953125	8,728857422	0,001904297	1,999999999
12	8,727905273	8,727905273	-0,846037295	-0,846037295	8,726953125	8,727905273	0,000952148	1,999999999
13	8,727429199	8,727429199	-0,846037357	-0,846037357	8,727429199	8,727905273	0,000476074	1,999999998
14	8,727667236	8,727667236	-0,846037331	-0,846037331	8,727429199	8,727667236	0,000238037	1,999999996
15	8,727548218	8,727548218	-0,846037345	-0,846037345	8,727429199	8,727548218	0,000119019	1,999999992
16	8,727488708	8,727488708	-0,846037351	-0,846037351	8,727429199	8,727488708	5,95093E-05	1,999999983
17	8,727458954	8,727458954	-0,846037354	-0,846037354	8,727429199	8,727458954	2,97546E-05	1,999999967
18	8,727444077	8,727444077	-0,846037356	-0,846037356	8,727429199	8,727444077	1,48773E-05	1,999999933
19	8,727436638	8,727436638	-0,846037356	-0,846037356	8,727436638	8,727444077	7,43866E-06	1,999999866
20	8,727440357	8,727440357	-0,846037356	-0,846037356	8,727436638	8,727440357	3,71933E-06	1,999999732
21	8,727438498	8,727438498	-0,846037356	-0,846037356	8,727436638	8,727438498	1,85967E-06	1,999999463
22	8,727437568	8,727437568	-0,846037356	-0,846037356	8,727436638	8,727437568	9,29833E-07	1,999998926
23	8,727437103	8,727437103	-0,846037356	-0,846037356	8,727436638	8,727437103	4,64917E-07	1,999997849
24	8,72743687	8,72743687	-0,846037356	-0,846037356	8,727436638	8,72743687	2,32459E-07	1,999995705
25	8,727436754	8,727436754	-0,846037356	-0,846037356	8,727436754	8,72743687	1,1623E-07	1,999991396
26	8,727436812	8,727436812	-0,846037356	-0,846037356	8,727436754	8,727436812	5,81155E-08	1,999982791
27	8,727436783	8,727436783	-0,846037356	-0,846037356	8,727436754	8,727436783	2,90583E-08	1,999965644
28	8,727436769	8,727436769	-0,846037356	-0,846037356	8,727436754	8,727436769	1,45296E-08	1,999931291
29	8,727436761	8,727436761	-0,846037356	-0,846037356	8,727436754	8,727436761	7,26531E-09	1,999862836
30	8,727436758	8,727436758	-0,846037356	-0,846037356	8,727436754	8,727436758	3,63316E-09	1,999725222
31	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436758	1,81708E-09	1,999451572
32	8,727436757	8,727436757	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436757	9,09036E-10	1,998903744
33	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436756	4,55017E-10	1,99780599
34	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436756	2,28008E-10	1,995621587
35	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436756	1,14504E-10	1,991265901
36	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436756	5,77511E-11	1,982713543
37	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436756	2,93738E-11	1,96607402
38	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436756	1,51861E-11	1,934261317
39	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436756	8,09308E-12	1,87642669
40	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436756	4,5457E-12	1,780382962
41	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436756	2,77289E-12	1,63933376
42	8,727436756	8,727436756	-0,846037356	-0,846037356	8,727436756	8,727436756	1,88649E-12	1,469868173
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	8,727436756	-0,846037356						
Difference:	0,000526756	3,5646E-07						

Таблица 10: $\epsilon_{ps} = 1.0e-12$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,95	7,95	-0,816750166	-0,816750166	7,95	9,9	1,95	2
2	8,925	8,925	-0,841958605	-0,841958605	7,95	8,925	0,975	2
3	8,4375	8,4375	-0,840353751	-0,840353751	8,4375	8,925	0,4875	2
4	8,68125	8,68125	-0,845864935	-0,845864935	8,68125	8,925	0,24375	2
5	8,803125	8,803125	-0,845501073	-0,845501073	8,68125	8,803125	0,121875	2
6	8,7421875	8,7421875	-0,846016993	-0,846016993	8,68125	8,7421875	0,0609375	2
7	8,71171875	8,71171875	-0,846017783	-0,846017783	8,71171875	8,7421875	0,03046875	2
8	8,726953125	8,726953125	-0,846037381	-0,846037381	8,726953125	8,7421875	0,015234375	2
9	8,734570312	8,734570313	-0,846032287	-0,846032287	8,726953125	8,734570313	0,007617188	2
10	8,730761719	8,730761719	-0,846036096	-0,846036096	8,730761719	8,734570313	0,003808594	2
11	8,732666016	8,732666016	-0,846034509	-0,846034509	8,730761719	8,732666016	0,001904297	2
12	8,731713867	8,731713867	-0,846035382	-0,846035382	8,730761719	8,731713867	0,000952148	2
13	8,731237793	8,731237793	-0,846035759	-0,846035759	8,730761719	8,731237793	0,000476074	2
14	8,730999756	8,730999756	-0,846035932	-0,846035932	8,730999756	8,731237793	0,000238037	2
15	8,731118774	8,731118774	-0,846035847	-0,846035847	8,731118774	8,731237793	0,000119019	1,999999999
16	8,731178284	8,731178284	-0,846035803	-0,846035803	8,731118774	8,731178284	5,95093E-05	1,999999998
17	8,731148529	8,731148529	-0,846035825	-0,846035825	8,731118774	8,731148529	2,97546E-05	1,999999997
18	8,731133652	8,731133652	-0,846035836	-0,846035836	8,731118774	8,731133652	1,48773E-05	1,999999993
19	8,731126213	8,731126213	-0,846035841	-0,846035841	8,731118774	8,731126213	7,43866E-06	1,999999986
20	8,731122494	8,731122494	-0,846035844	-0,846035844	8,731118774	8,731122494	3,71933E-06	1,999999973
21	8,731120634	8,731120634	-0,846035845	-0,846035845	8,731120634	8,731122494	1,85967E-06	1,999999946
22	8,731121564	8,731121564	-0,846035845	-0,846035845	8,731121564	8,731122494	9,29833E-07	1,999999895
23	8,731122029	8,731122029	-0,846035844	-0,846035844	8,731121564	8,731122029	4,64916E-07	1,999999782
24	8,731121796	8,731121796	-0,846035844	-0,846035844	8,731121796	8,731122029	2,32458E-07	1,999999572
25	8,731121913	8,731121913	-0,846035844	-0,846035844	8,731121796	8,731121913	1,16229E-07	1,999999129
26	8,731121854	8,731121854	-0,846035844	-0,846035844	8,731121854	8,731121913	5,81146E-08	1,999998258
27	8,731121884	8,731121884	-0,846035844	-0,846035844	8,731121854	8,731121884	2,90574E-08	1,999996577
28	8,731121869	8,731121869	-0,846035844	-0,846035844	8,731121869	8,731121884	1,45287E-08	1,999993153
29	8,731121876	8,731121876	-0,846035844	-0,846035844	8,731121869	8,731121876	7,26442E-09	1,999986062
30	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121876	3,63226E-09	1,999972124
31	8,731121874	8,731121874	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121874	1,81618E-09	1,999945228
32	8,731121874	8,731121874	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121874	9,08139E-10	1,999890462
33	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	4,54119E-10	1,999784859
34	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	2,27109E-10	1,99956199
35	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	1,13603E-10	1,999139993
36	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	5,68505E-11	1,998281465
37	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	2,8475E-11	1,99650655
38	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	1,42872E-11	1,993037424
39	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	7,19247E-12	1,986416399
40	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	3,64508E-12	1,973196881
41	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	1,87228E-12	1,94686907
42	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	9,85878E-13	1,899099099
43	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	5,41789E-13	1,819672131
44	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	3,19744E-13	1,694444444
45	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	2,0961E-13	1,525423729
46	8,731121873	8,731121873	-0,846035844	-0,846035844	8,731121873	8,731121873	1,54543E-13	1,356321839
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	8,731121873	-0,846035844						
Difference:	0,004211873	1,15559E-06						

Таблица 11: $\epsilon_{ps} = 1.0e-13$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,95	7,95	-0,816750166	-0,816750166	7,95	9,9	1,95	2
2	8,925	8,925	-0,841958605	-0,841958605	7,95	8,925	0,975	2
3	8,4375	8,4375	-0,840353751	-0,840353751	8,4375	8,925	0,4875	2
4	8,68125	8,68125	-0,845864935	-0,845864935	8,68125	8,925	0,24375	2
5	8,803125	8,803125	-0,845501073	-0,845501073	8,68125	8,803125	0,121875	2
6	8,7421875	8,7421875	-0,846016993	-0,846016993	8,7421875	8,803125	0,060938	2
7	8,77265625	8,77265625	-0,845849522	-0,845849522	8,77265625	8,803125	0,030469	2
8	8,787890625	8,787890625	-0,845698866	-0,845698866	8,787890625	8,803125	0,015234	2
9	8,795507812	8,795507812	-0,845605985	-0,845605985	8,795507812	8,803125	0,007617	2
10	8,799316406	8,799316406	-0,845555048	-0,845555048	8,795507812	8,799316	0,003809	2
11	8,797412109	8,797412109	-0,845580895	-0,845580895	8,795507812	8,797412	0,001904	2
12	8,796459961	8,796459961	-0,845593534	-0,845593534	8,796459961	8,797412	0,000952	2
13	8,796936035	8,796936035	-0,845587238	-0,845587238	8,796936035	8,797412	0,000476	2
14	8,797174072	8,797174072	-0,845584072	-0,845584072	8,796936035	8,797174	0,000238	2
15	8,797055054	8,797055054	-0,845585656	-0,845585656	8,796936035	8,797055	0,000119	2
16	8,796995544	8,796995544	-0,845586448	-0,845586448	8,796936035	8,796996	5,95E-05	2
17	8,79696579	8,79696579	-0,845586843	-0,845586843	8,796936035	8,796966	2,98E-05	2
18	8,796950912	8,796950912	-0,84558704	-0,84558704	8,796936035	8,796951	1,49E-05	2
19	8,796943474	8,796943474	-0,845587139	-0,845587139	8,796943474	8,796951	7,44E-06	2
20	8,796947193	8,796947193	-0,84558709	-0,84558709	8,796943474	8,796947	3,72E-06	2
21	8,796945333	8,796945333	-0,845587114	-0,845587114	8,796943474	8,796945	1,86E-06	2
22	8,796944404	8,796944404	-0,845587127	-0,845587127	8,796943474	8,796944	9,3E-07	2
23	8,796943939	8,796943939	-0,845587133	-0,845587133	8,796943474	8,796944	4,65E-07	2
24	8,796943706	8,796943706	-0,845587136	-0,845587136	8,796943474	8,796944	2,32E-07	2
25	8,79694359	8,79694359	-0,845587138	-0,845587138	8,79694359	8,796944	1,16E-07	2
26	8,796943648	8,796943648	-0,845587137	-0,845587137	8,79694359	8,796944	5,81E-08	2
27	8,796943619	8,796943619	-0,845587137	-0,845587137	8,79694359	8,796944	2,91E-08	2
28	8,796943605	8,796943605	-0,845587137	-0,845587137	8,79694359	8,796944	1,45E-08	1,999999
29	8,796943597	8,796943597	-0,845587138	-0,845587138	8,79694359	8,796944	7,26E-09	1,999999
30	8,796943594	8,796943594	-0,845587138	-0,845587138	8,79694359	8,796944	3,63E-09	1,999997
31	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	1,82E-09	1,999995
32	8,796943593	8,796943593	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	9,08E-10	1,99999
33	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	4,54E-10	1,999977
34	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	2,27E-10	1,999953
35	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	1,14E-10	1,99989
36	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	5,68E-11	1,999812
37	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	2,84E-11	1,999687
38	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	1,42E-11	1,999249
39	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	7,11E-12	1,99825
40	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	3,56E-12	1,997004
41	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	1,79E-12	1,993035
42	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	8,97E-13	1,990099
43	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	4,55E-13	1,972656
44	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	2,33E-13	1,954198
45	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	1,21E-13	1,926471
46	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	6,57E-14	1,837838
47	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	3,91E-14	1,681818
48	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	2,49E-14	1,571429
49	8,796943592	8,796943592	-0,845587138	-0,845587138	8,796943592	8,796944	1,78E-14	1,4
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	8,796943592	-0,845587138						
Difference:	0,070033592	0,000449862						

Таблица 12: $\epsilon_{ps} = 1.0e-14$

	x1	x2	f1	f2	l	r	len	len1/len2
	null	null	null	null	6	9,9	3,9	null
1	7,95	7,95	-0,816750166	-0,816750166	8	9,9	1,95	2
2	8,925	8,925	-0,841958605	-0,841958605	8,9	9,9	0,975	2
3	9,4125	9,4125	-0,755621024	-0,755621024	9,4	9,9	0,4875	2
4	9,65625	9,65625	-0,577288761	-0,577288761	9,7	9,9	0,24375	2
5	9,778125	9,778125	-0,356564584	-0,356564584	9,8	9,9	0,121875	2
6	9,8390625	9,8390625	-0,15065761	-0,15065761	9,8	9,9	0,0609375	2
7	9,86953125	9,86953125	0,004317258	0,004317258	9,9	9,9	0,03046875	2
8	9,884765625	9,884765625	0,103634824	0,103634824	9,9	9,9	0,015234375	2
9	9,892382813	9,892382813	0,160768436	0,160768436	9,9	9,9	0,007617188	2
10	9,896191406	9,896191406	0,191566441	0,191566441	9,9	9,9	0,003808594	2
11	9,898095703	9,898095703	0,207578771	0,207578771	9,9	9,9	0,001904297	2
12	9,899047852	9,899047852	0,215746004	0,215746004	9,9	9,9	0,000952148	2
13	9,899523926	9,899523926	0,21987091	0,21987091	9,9	9,9	0,000476074	2
14	9,899761963	9,899761963	0,221943817	0,221943817	9,9	9,9	0,000238037	2
15	9,899880981	9,899880981	0,222982901	0,222982901	9,9	9,9	0,000119019	2
16	9,899940491	9,899940491	0,223503103	0,223503103	9,9	9,9	5,95093E-05	2
17	9,899970245	9,899970245	0,223763369	0,223763369	9,9	9,9	2,97546E-05	2
18	9,899985123	9,899985123	0,223893543	0,223893543	9,9	9,9	1,48773E-05	2
19	9,899992561	9,899992561	0,22395864	0,22395864	9,9	9,9	7,43866E-06	2
20	9,899996281	9,899996281	0,223991192	0,223991192	9,9	9,9	3,71933E-06	2
21	9,89999814	9,89999814	0,224007468	0,224007468	9,9	9,9	1,85966E-06	1,999999999
22	9,89999907	9,89999907	0,224015606	0,224015606	9,9	9,9	9,29832E-07	2,000000002
23	9,899999535	9,899999535	0,224019675	0,224019675	9,9	9,9	4,64916E-07	2,000000004
24	9,899999768	9,899999768	0,22402171	0,22402171	9,9	9,9	2,32458E-07	1,999999992
25	9,899999884	9,899999884	0,224022727	0,224022727	9,9	9,9	1,16229E-07	1,999999985
26	9,899999942	9,899999942	0,224023236	0,224023236	9,9	9,9	5,81145E-08	2,000000031
27	9,899999971	9,899999971	0,22402349	0,22402349	9,9	9,9	2,90573E-08	2,000000061
28	9,899999985	9,899999985	0,224023618	0,224023618	9,9	9,9	1,45286E-08	1,999999987
29	9,899999993	9,899999993	0,224023681	0,224023681	9,9	9,9	7,26432E-09	1,999999975
30	9,899999996	9,899999996	0,224023713	0,224023713	9,9	9,9	3,63216E-09	2,000000489
31	9,899999998	9,899999998	0,224023729	0,224023729	9,9	9,9	1,81608E-09	2,000000978
32	9,899999999	9,899999999	0,224023737	0,224023737	9,9	9,9	9,0804E-10	1,999998044
33	9,9	9,9	0,224023741	0,224023741	9,9	9,9	4,54021E-10	1,999996087
34	9,9	9,9	0,224023743	0,224023743	9,9	9,9	2,2701E-10	2,000007825
35	9,9	9,9	0,224023744	0,224023744	9,9	9,9	1,13504E-10	2,00001565
36	9,9	9,9	0,224023744	0,224023744	9,9	9,9	5,67528E-11	1,99999687
37	9,9	9,9	0,224023744	0,224023744	9,9	9,9	2,83773E-11	1,999937402
38	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	1,41878E-11	2,000125203
39	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	7,09299E-12	2,000250438
40	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	3,54738E-12	1,999499249
41	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	1,77458E-12	1,998998999
42	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	8,86402E-13	2,002004008
43	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	4,42313E-13	2,004016064
44	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	2,22045E-13	1,992
45	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	1,1191E-13	1,984126984
46	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	5,50671E-14	2,032258065
47	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	2,66454E-14	2,066666667
48	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	1,24345E-14	2,142857143
49	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	5,32907E-15	2,333333333
50	9,9	9,9	0,224023745	0,224023745	9,9	9,9	1,77636E-15	3
	x	y						
Expected:	8,72691	-0,846037						
Actual:	9,9	0,224023745						
Difference:	1,17309	1,070060745						

Таблица 13: $\epsilon_{ps} = 1.0e-15$

Метод золотого сечения

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618034
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618034
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618034
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618034
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618034
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618034
	x	y								
Expected:	8,72691	-0,846037								
Actual:	8,694833722	-0,84595127								
Difference:	0,032076278	8,57296E-05								

Таблица 14: $\epsilon = 0.1$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618033989
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618033989
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618033989
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618033989
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618033989
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618033989
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,083016321	1,618033989
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,051306908	1,618033989
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,031709413	1,618033989
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,019597495	1,618033989
	x	y								
Expected:	8,72691	-0,846037								
Actual:	8,732599094	-0,846034575								
Difference:	0,005689094	2,42457E-06								

Таблица 15: $\epsilon = 0.01$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618033989
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618033989
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618033989
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618033989
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618033989
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618033989
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,083016321	1,618033989
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,051306908	1,618033989
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,031709413	1,618033989
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,019597495	1,618033989
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912	6	9,9	0,012111918	1,618033989
13	8,725659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,722800347	8,730286	6	9,9	0,007485577	1,618033989
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286	6	9,9	0,004626341	1,618033989
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519	6	9,9	0,002859236	1,618033989
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427	6	9,9	0,001767105	1,618033989
	x	y								
Expected:	8,72691	-0,846037								
Actual:	8,726543135	-0,846037369								
Difference:	0,000366865	3,6938E-07								

Таблица 16: $\epsilon = 0.001$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618034
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618034
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618034
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618034
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618034
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618034
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,083016321	1,618034
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,051306908	1,618034
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,031709413	1,618034
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,019597495	1,618034
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912	6	9,9	0,012111918	1,618034
13	8,725659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,722800347	8,730286	6	9,9	0,007485577	1,618034
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286	6	9,9	0,004626341	1,618034
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519	6	9,9	0,002859236	1,618034
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427	6	9,9	0,001767105	1,618034
17	8,726751714	8,727009531	-0,846037379	-0,846037381	8,726334557	8,727427	6	9,9	0,001092131	1,618034
18	8,727009531	8,72716887	-0,846037381	-0,846037375	8,726751714	8,727427	6	9,9	0,000674974	1,618034
19	8,726911053	8,727009531	-0,846037381	-0,846037381	8,726751714	8,727169	6	9,9	0,000417157	1,618034
20	8,726850191	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726751714	8,72701	6	9,9	0,000257817	1,618034
21	8,726911053	8,726948668	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,72701	6	9,9	0,00015934	1,618034
		x	y							
	Expected:	8,72691	-0,846037							
	Actual:	8,726929861	-0,846037381							
	Difference:	1,98608E-05	3,80673E-07							

Таблица 17: $\epsilon = 1.0e-4$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618033989
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618033989
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618033989
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618033989
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618033989
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618033989
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,083016321	1,618033989
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,051306908	1,618033989
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,031709413	1,618033989
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,019597495	1,618033989
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912	6	9,9	0,012111918	1,618033989
13	8,725659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,722800347	8,730286	6	9,9	0,007485577	1,618033989
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286	6	9,9	0,004626341	1,618033989
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519	6	9,9	0,002859236	1,618033989
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427	6	9,9	0,001767105	1,618033989
17	8,726751714	8,727009531	-0,846037379	-0,846037381	8,726334557	8,727427	6	9,9	0,001092131	1,618033989
18	8,727009531	8,72716887	-0,846037381	-0,846037375	8,726751714	8,727427	6	9,9	0,000674974	1,618033989
19	8,726911053	8,727009531	-0,846037381	-0,846037381	8,726751714	8,727169	6	9,9	0,000417157	1,618033989
20	8,726850191	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726751714	8,72701	6	9,9	0,000257817	1,618033989
21	8,726911053	8,726948668	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,72701	6	9,9	0,00015934	1,618033989
22	8,726887806	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,726949	6	9,9	9,84774E-05	1,618033989
23	8,726911053	8,726925421	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726949	6	9,9	6,08624E-05	1,618033989
24	8,726902174	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726925	6	9,9	3,7615E-05	1,618033989
25	8,726896686	8,726902174	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726911	6	9,9	2,32474E-05	1,618033989
26	8,726902174	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726896686	8,726911	6	9,9	1,43677E-05	1,618033989
		x	y							
	Expected:	8,72691	-0,846037							
	Actual:	8,726903869	-0,846037381							
	Difference:	6,13053E-06	3,80722E-07							

Таблица 18: $\epsilon = 1.0e-5$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618034
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618034
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618034
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618034
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618034
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618034
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,083016321	1,618034
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,051306908	1,618034
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,031709413	1,618034
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,019597495	1,618034
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912	6	9,9	0,012111918	1,618034
13	8,725659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,722800347	8,730286	6	9,9	0,007485577	1,618034
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286	6	9,9	0,004626341	1,618034
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519	6	9,9	0,002859236	1,618034
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427	6	9,9	0,001767105	1,618034
17	8,726751714	8,727009531	-0,846037379	-0,84603738	8,726334557	8,727427	6	9,9	0,001092131	1,618034
18	8,727009531	8,72716887	-0,84603738	-0,846037375	8,726751714	8,727427	6	9,9	0,000674974	1,618034
19	8,726911053	8,727009531	-0,846037381	-0,84603738	8,726751714	8,727169	6	9,9	0,000417157	1,618034
20	8,726850191	8,726911053	-0,84603738	-0,846037381	8,726751714	8,72701	6	9,9	0,000257817	1,618034
21	8,726911053	8,726948668	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,72701	6	9,9	0,00015934	1,618034
22	8,726887806	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,726949	6	9,9	9,84774E-05	1,618034
23	8,726911053	8,726925421	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726949	6	9,9	6,08624E-05	1,618034
24	8,726902174	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726925	6	9,9	3,7615E-05	1,618034
25	8,726896686	8,726902174	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726911	6	9,9	2,32474E-05	1,618034
26	8,726902174	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726896686	8,726911	6	9,9	1,43677E-05	1,618034
27	8,726905565	8,726907662	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726911	6	9,9	8,8797E-06	1,618034
28	8,72690427	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726908	6	9,9	5,4879E-06	1,618034
29	8,726905565	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,72690427	8,726908	6	9,9	3,39174E-06	1,618034
30	8,726906366	8,726906861	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726908	6	9,9	2,09621E-06	1,618034
31	8,72690606	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726907	6	9,9	1,29553E-06	1,618034
	x	y								
Expected:	8,72691	-0,846037								
Actual:	8,726906213	-0,846037381								
Difference:	3,78689E-06	3,80722E-07								

Таблица 19: $\epsilon = 1.0e-6$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618033989
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618033989
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618033989
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618033989
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618033989
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618033989
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,083016321	1,618033989
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,051306908	1,618033989
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,031709413	1,618033989
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,019597495	1,618033989
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912	6	9,9	0,012111918	1,618033989
13	8,725659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,722800347	8,730286	6	9,9	0,007485577	1,618033989
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286	6	9,9	0,004626341	1,618033989
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519	6	9,9	0,002859236	1,618033989
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427	6	9,9	0,001767105	1,618033989
17	8,726751714	8,727009531	-0,846037379	-0,84603738	8,726334557	8,727427	6	9,9	0,001092131	1,618033989
18	8,727009531	8,72716887	-0,84603738	-0,846037375	8,726751714	8,727427	6	9,9	0,000674974	1,618033989
19	8,726911053	8,727009531	-0,846037381	-0,84603738	8,726751714	8,727169	6	9,9	0,000417157	1,618033989
20	8,726850191	8,726911053	-0,84603738	-0,846037381	8,726751714	8,72701	6	9,9	0,000257817	1,618033989
21	8,726911053	8,726948668	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,72701	6	9,9	0,00015934	1,618033989
22	8,726887806	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,726949	6	9,9	9,84774E-05	1,618033989
23	8,726911053	8,726925421	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726949	6	9,9	6,08624E-05	1,618033989
24	8,726902174	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726925	6	9,9	3,7615E-05	1,618033989
25	8,726896686	8,726902174	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726911	6	9,9	2,32474E-05	1,618033989
26	8,726902174	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726896686	8,726911	6	9,9	1,43677E-05	1,618033989
27	8,726905565	8,726907662	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726911	6	9,9	8,8797E-06	1,618033989
28	8,72690427	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726908	6	9,9	5,4879E-06	1,618033989
29	8,726905565	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,72690427	8,726908	6	9,9	3,39174E-06	1,618033988
30	8,726906366	8,726906861	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726908	6	9,9	2,09621E-06	1,61803399
31	8,72690606	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726907	6	9,9	1,29553E-06	1,618033988
32	8,726905871	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726906	6	9,9	8,00682E-07	1,61803399
33	8,72690606	8,726906177	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	4,94849E-07	1,618033991
34	8,726905988	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	3,05833E-07	1,618033993
35	8,72690606	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,726905988	8,726906	6	9,9	1,89015E-07	1,618033992
	x	y								
Expected:	8,72691	-0,846037								
Actual:	8,726906083	-0,846037381								
Difference:	3,9175E-06	3,80722E-07								

Таблица 20: $\epsilon = 1.0e-7$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,41033256	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,48966744	1,618034
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,92066511	1,618034
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,56900233	1,618034
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,35166278	1,618034
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,21733955	1,618034
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618034
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,08301632	1,618034
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,05130691	1,618034
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,03170941	1,618034
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,0195975	1,618034
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912	6	9,9	0,01211192	1,618034
13	8,725659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,722800347	8,730286	6	9,9	0,00748558	1,618034
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286	6	9,9	0,00462634	1,618034
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519	6	9,9	0,00285924	1,618034
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427	6	9,9	0,00176711	1,618034
17	8,726751714	8,727009531	-0,846037379	-0,84603738	8,726334557	8,727427	6	9,9	0,00109231	1,618034
18	8,727009531	8,72716887	-0,84603738	-0,846037375	8,726751714	8,727427	6	9,9	0,00067497	1,618034
19	8,726911053	8,727009531	-0,846037381	-0,84603738	8,726751714	8,727169	6	9,9	0,00041716	1,618034
20	8,726850191	8,726911053	-0,84603738	-0,846037381	8,726751714	8,72701	6	9,9	0,00025782	1,618034
21	8,726911053	8,726948668	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,72701	6	9,9	0,00015934	1,618034
22	8,726887806	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,726949	6	9,9	9,8477E-05	1,618034
23	8,726911053	8,726925421	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726949	6	9,9	6,0862E-05	1,618034
24	8,726902174	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726925	6	9,9	3,7615E-05	1,618034
25	8,726896686	8,726902174	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726911	6	9,9	2,3247E-05	1,618034
26	8,726902174	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726896686	8,726911	6	9,9	1,4368E-05	1,618034
27	8,726905565	8,726907662	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726911	6	9,9	8,8797E-06	1,618034
28	8,72690427	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726908	6	9,9	5,488E-06	1,618034
29	8,726905565	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,72690427	8,726908	6	9,9	3,3917E-06	1,618034
30	8,726906366	8,726906861	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726908	6	9,9	2,0962E-06	1,618034
31	8,72690606	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726907	6	9,9	1,2955E-06	1,618034
32	8,726905871	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726906	6	9,9	8,0068E-07	1,618034
33	8,72690606	8,726906177	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	4,9485E-07	1,618034
34	8,726905988	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	3,0583E-07	1,618034
35	8,72690606	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,726905988	8,726906	6	9,9	1,8902E-07	1,618034
36	8,726906105	8,726906132	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906	6	9,9	1,1682E-07	1,618034
37	8,726906088	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906	6	9,9	7,2197E-08	1,618034
38	8,726906105	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906088	8,726906	6	9,9	4,462E-08	1,618034
39	8,726906115	8,726906122	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906	6	9,9	2,7577E-08	1,618034
40	8,726906111	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906	6	9,9	1,7044E-08	1,618034
41	8,726906115	8,726906118	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906	6	9,9	1,0533E-08	1,618034
42	8,726906114	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906	6	9,9	6,51E-09	1,618034
43	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906	6	9,9	4,0234E-09	1,618034
44	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906	6	9,9	2,4866E-09	1,618033
45	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,5368E-09	1,618033
46	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	9,498E-10	1,618035
47	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	5,8701E-10	1,618035
48	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	3,6279E-10	1,618031
49	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,2422E-10	1,618028
50	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,3858E-10	1,618028
	x	y								
Expected:	8,72691	-0,846037								
Actual:	8,726906115	-0,846037381								
Difference:	3,88467E-06	3,80722E-07								

Таблица 21: $\epsilon_{ps} = 1.0e-10$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618033989
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618033989
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618033989
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618033989
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618033989
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618033989
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,083016321	1,618033989
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,051306908	1,618033989
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,031709413	1,618033989
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,019597495	1,618033989
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912	6	9,9	0,012111918	1,618033989
13	8,725659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,722800347	8,730286	6	9,9	0,007485577	1,618033989
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286	6	9,9	0,004626341	1,618033989
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519	6	9,9	0,002859236	1,618033989
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427	6	9,9	0,001767105	1,618033989
17	8,726751714	8,727009531	-0,846037379	-0,84603738	8,726334557	8,727427	6	9,9	0,001092131	1,618033989
18	8,727009531	8,72716887	-0,84603738	-0,846037375	8,726751714	8,727427	6	9,9	0,000674974	1,618033989
19	8,726911053	8,727009531	-0,846037381	-0,84603738	8,726751714	8,727169	6	9,9	0,000417157	1,618033989
20	8,726850191	8,726911053	-0,84603738	-0,846037381	8,726751714	8,72701	6	9,9	0,000257817	1,618033989
21	8,726911053	8,726948668	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,72701	6	9,9	0,00015934	1,618033989
22	8,726887806	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,726949	6	9,9	9,84774E-05	1,618033989
23	8,726911053	8,726925421	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726949	6	9,9	6,08624E-05	1,618033989
24	8,726902174	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726925	6	9,9	3,7615E-05	1,618033989
25	8,726896686	8,726902174	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726911	6	9,9	2,32474E-05	1,618033989
26	8,726902174	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726896686	8,726911	6	9,9	1,43677E-05	1,618033989
27	8,726905565	8,726907662	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726911	6	9,9	8,8797E-06	1,618033989
28	8,72690427	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726908	6	9,9	5,48796E-06	1,618033989
29	8,726905565	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,72690427	8,726908	6	9,9	3,39174E-06	1,618033988
30	8,726906366	8,726906861	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726908	6	9,9	2,09621E-06	1,61803399
31	8,72690606	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726907	6	9,9	1,29553E-06	1,618033988
32	8,726905871	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726906	6	9,9	8,00682E-07	1,61803399
33	8,72690606	8,726906177	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	4,94849E-07	1,618033991
34	8,726905988	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	3,05833E-07	1,618033993
35	8,72690606	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,726905988	8,726906	6	9,9	1,89015E-07	1,618033992
36	8,726906105	8,726906132	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906	6	9,9	1,16818E-07	1,618034004
37	8,726906088	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906	6	9,9	7,21975E-08	1,618033988
38	8,726906105	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906088	8,726906	6	9,9	4,46205E-08	1,618033991
39	8,726906115	8,726906122	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906	6	9,9	2,7577E-08	1,618033983
40	8,726906111	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906	6	9,9	1,70435E-08	1,618034003
41	8,726906115	8,726906118	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906	6	9,9	1,05335E-08	1,618033952
42	8,726906114	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906	6	9,9	6,51004E-09	1,618034085
43	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906	6	9,9	4,02343E-09	1,618033738
44	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906	6	9,9	2,48662E-09	1,61803349
45	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,53681E-09	1,618033425
46	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	9,49802E-10	1,618035463
47	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	5,8701E-10	1,618035024
48	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	3,62792E-10	1,618031278
49	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,24219E-10	1,618028267
50	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,38575E-10	1,618028227
51	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	8,56435E-11	1,618049074
52	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	5,29301E-11	1,618048797
53	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	3,27134E-11	1,617995222
54	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,02185E-11	1,617993323
55	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,24949E-11	1,618140461
	x	y								
Expected:	8,72691	-0,846037								
Actual:	8,726906115	-0,846037381								
Difference:	3,88465E-06	3,80722E-07								

Таблица 22: $\epsilon_{ps} = 1.0e-11$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618033989
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618033989
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618033989
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618033989
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618033989
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618033989
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,083016321	1,618033989
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,051306908	1,618033989
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,031709413	1,618033989
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,019597495	1,618033989
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912	6	9,9	0,012111918	1,618033989
13	8,72659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,722800347	8,730286	6	9,9	0,007485577	1,618033989
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286	6	9,9	0,004626341	1,618033989
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519	6	9,9	0,002859236	1,618033989
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427	6	9,9	0,001767105	1,618033989
17	8,726751714	8,727009531	-0,846037379	-0,84603738	8,726334557	8,727427	6	9,9	0,001092131	1,618033989
18	8,727009531	8,72716887	-0,84603738	-0,846037375	8,726751714	8,727427	6	9,9	0,000674974	1,618033989
19	8,726911053	8,727009531	-0,846037381	-0,84603738	8,726751714	8,727169	6	9,9	0,000417157	1,618033989
20	8,726850191	8,726911053	-0,84603738	-0,846037381	8,726751714	8,72701	6	9,9	0,000257817	1,618033989
21	8,726911053	8,726948668	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,72701	6	9,9	0,00015934	1,618033989
22	8,726887806	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,726949	6	9,9	9,84774E-05	1,618033989
23	8,726911053	8,726925421	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726949	6	9,9	6,08624E-05	1,618033989
24	8,726902174	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726925	6	9,9	3,7615E-05	1,618033989
25	8,726896686	8,726902174	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726911	6	9,9	2,32474E-05	1,618033989
26	8,726902174	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726896686	8,726911	6	9,9	1,43677E-05	1,618033989
27	8,726905565	8,726907662	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726911	6	9,9	8,8797E-06	1,618033989
28	8,72690427	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726908	6	9,9	5,48796E-06	1,618033989
29	8,726905565	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,72690427	8,726908	6	9,9	3,39174E-06	1,618033988
30	8,726906366	8,726906861	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726908	6	9,9	2,09621E-06	1,61803399
31	8,72690606	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726907	6	9,9	1,29553E-06	1,618033988
32	8,726905871	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726906	6	9,9	8,00682E-07	1,61803399
33	8,72690606	8,726906177	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	4,94849E-07	1,618033991
34	8,726905988	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	3,05833E-07	1,618033993
35	8,72690606	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,726905988	8,726906	6	9,9	1,89015E-07	1,618033992
36	8,726906105	8,726906132	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906	6	9,9	1,16818E-07	1,618034004
37	8,726906088	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906	6	9,9	7,21975E-08	1,618033988
38	8,726906105	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906088	8,726906	6	9,9	4,46205E-08	1,618033991
39	8,726906115	8,726906122	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906	6	9,9	2,7577E-08	1,618033983
40	8,726906111	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906	6	9,9	1,70435E-08	1,618034003
41	8,726906115	8,726906118	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906	6	9,9	1,05335E-08	1,618033952
42	8,726906114	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906	6	9,9	6,51004E-09	1,618034085
43	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906	6	9,9	4,02343E-09	1,618033738
44	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906	6	9,9	2,48662E-09	1,61803349
45	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,53681E-09	1,618033425
46	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	9,49802E-10	1,618035463
47	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	5,8701E-10	1,618035024
48	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	3,62792E-10	1,618031278
49	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,24219E-10	1,618028267
50	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,38575E-10	1,618028227
51	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	8,56435E-11	1,618049074
52	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	5,29301E-11	1,618048797
53	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	3,27134E-11	1,617995222
54	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,02185E-11	1,617993323
55	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,24949E-11	1,618140461
56	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	7,72182E-12	1,618127444
57	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	4,77307E-12	1,617789356
58	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,95053E-12	1,617700181
59	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,82432E-12	1,617332035
	x	y								
Expected:	8,72691	-0,846037								
Actual:	8,726906115	-0,846037381								
Difference:	3,88465E-06	3,80722E-07								

Таблица 23: $\epsilon_{ps} = 1.0e-12$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618033989
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618033989
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618033989
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618033989
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618033989
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618033989
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,083016321	1,618033989
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,051306908	1,618033989
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,031709413	1,618033989
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,019597495	1,618033989
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912	6	9,9	0,012111918	1,618033989
13	8,725659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,722800347	8,730286	6	9,9	0,007485577	1,618033989
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286	6	9,9	0,004626341	1,618033989
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519	6	9,9	0,002859236	1,618033989
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427	6	9,9	0,001767105	1,618033989
17	8,726751714	8,727009531	-0,846037379	-0,84603738	8,726334557	8,727427	6	9,9	0,001092131	1,618033989
18	8,727009531	8,72716887	-0,84603738	-0,846037375	8,726751714	8,727427	6	9,9	0,000674974	1,618033989
19	8,726911053	8,727009531	-0,846037381	-0,84603738	8,726751714	8,727169	6	9,9	0,000417157	1,618033989
20	8,726850191	8,726911053	-0,84603738	-0,846037381	8,726751714	8,72701	6	9,9	0,000257817	1,618033989
21	8,726911053	8,726948668	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,72701	6	9,9	0,00015934	1,618033989
22	8,726887806	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,726949	6	9,9	9,84774E-05	1,618033989
23	8,726911053	8,726925421	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726949	6	9,9	6,08624E-05	1,618033989
24	8,726902174	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726925	6	9,9	3,7615E-05	1,618033989
25	8,726896686	8,726902174	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726911	6	9,9	2,32474E-05	1,618033989
26	8,726902174	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726896686	8,726911	6	9,9	1,43677E-05	1,618033989
27	8,726905565	8,726907662	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726911	6	9,9	8,8797E-06	1,618033989
28	8,72690427	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726908	6	9,9	5,48796E-06	1,618033989
29	8,726905565	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,72690427	8,726908	6	9,9	3,39174E-06	1,618033988
30	8,726906366	8,726906861	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726908	6	9,9	2,09621E-06	1,61803399
31	8,72690606	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726907	6	9,9	1,29553E-06	1,618033988
32	8,726905871	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726906	6	9,9	8,00682E-07	1,61803399
33	8,72690606	8,726906177	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	4,94849E-07	1,618033991
34	8,726905988	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	3,05833E-07	1,618033993
35	8,72690606	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,726905988	8,726906	6	9,9	1,89015E-07	1,618033992
36	8,726906105	8,726906132	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906	6	9,9	1,16818E-07	1,618034004
37	8,726906088	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906	6	9,9	7,21975E-08	1,618033988
38	8,726906105	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906088	8,726906	6	9,9	4,46205E-08	1,618033991
39	8,726906115	8,726906122	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906	6	9,9	2,7577E-08	1,618033983
40	8,726906111	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906	6	9,9	1,70435E-08	1,618034003
41	8,726906115	8,726906118	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906	6	9,9	1,05335E-08	1,618033952
42	8,726906114	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906	6	9,9	6,51004E-09	1,618034085
43	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906	6	9,9	4,02343E-09	1,618033738
44	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906	6	9,9	2,48662E-09	1,61803349
45	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,53681E-09	1,618033425
46	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	9,49802E-10	1,618035463
47	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	5,8701E-10	1,618035024
48	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	3,62792E-10	1,618031278
49	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,24219E-10	1,618028267
50	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,38575E-10	1,618028227
51	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	8,56435E-11	1,618049074
52	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	5,29301E-11	1,618048797
53	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	3,27134E-11	1,617995222
54	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,02185E-11	1,617993323
55	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,24949E-11	1,618140461
56	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	7,72182E-12	1,618127444
57	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	4,77307E-12	1,617789356
58	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,95053E-12	1,617700181
59	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,82432E-12	1,617332035
60	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,12799E-12	1,617322835
61	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	6,96332E-13	1,619897959
62	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	4,29878E-13	1,619834711
63	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,66454E-13	1,613333333
64	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,65201E-13	1,612903226
	x	y								
Expected:	8,72691	-0,846037								
Actual:	8,726906115	-0,846037381								
Difference:	3,88465E-06	3,80722E-07								

Таблица 24: $\epsilon_{ps} = 1.0e-13$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	8,979335	6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335	6	9,9	1,489667444	1,618033989
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335	6	9,9	0,920665112	1,618033989
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335	6	9,9	0,569002332	1,618033989
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335	6	9,9	0,351662781	1,618033989
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012	6	9,9	0,217339551	1,618033989
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995	6	9,9	0,13432323	1,618033989
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995	6	9,9	0,083016321	1,618033989
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995	6	9,9	0,051306908	1,618033989
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398	6	9,9	0,031709413	1,618033989
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398	6	9,9	0,019597495	1,618033989
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912	6	9,9	0,012111918	1,618033989
13	8,725659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,726850347	8,730286	6	9,9	0,007485577	1,618033989
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286	6	9,9	0,004626341	1,618033989
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519	6	9,9	0,002859236	1,618033989
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427	6	9,9	0,001767105	1,618033989
17	8,726751714	8,727009531	-0,846037379	-0,84603738	8,726334557	8,727427	6	9,9	0,001092131	1,618033989
18	8,727009531	8,72716887	-0,84603738	-0,846037375	8,726751714	8,727427	6	9,9	0,000674974	1,618033989
19	8,726911053	8,727009531	-0,846037381	-0,84603738	8,726751714	8,727169	6	9,9	0,000417157	1,618033989
20	8,726850191	8,726911053	-0,84603738	-0,846037381	8,726751714	8,72701	6	9,9	0,000257817	1,618033989
21	8,726911053	8,726948668	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,72701	6	9,9	0,00015934	1,618033989
22	8,726887806	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,726949	6	9,9	9,84774E-05	1,618033989
23	8,726911053	8,726925421	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726949	6	9,9	6,08624E-05	1,618033989
24	8,726902174	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726925	6	9,9	3,7615E-05	1,618033989
25	8,726896686	8,726902174	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726911	6	9,9	2,32474E-05	1,618033989
26	8,726902174	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726896686	8,726911	6	9,9	1,43677E-05	1,618033989
27	8,726905565	8,726907662	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726911	6	9,9	8,8797E-06	1,618033989
28	8,72690427	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726908	6	9,9	5,48796E-06	1,618033989
29	8,726905565	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,72690427	8,726908	6	9,9	3,39174E-06	1,618033988
30	8,726906366	8,726906861	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726908	6	9,9	2,09621E-06	1,61803399
31	8,72690606	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726907	6	9,9	1,29553E-06	1,618033988
32	8,726905871	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726906	6	9,9	8,00682E-07	1,61803399
33	8,72690606	8,726906177	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	4,94849E-07	1,618033991
34	8,726905988	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906	6	9,9	3,05833E-07	1,618033993
35	8,72690606	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,726905988	8,726906	6	9,9	1,89015E-07	1,618033992
36	8,726906105	8,726906132	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906	6	9,9	1,16818E-07	1,618034004
37	8,726906088	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906	6	9,9	7,21975E-08	1,618033988
38	8,726906105	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906088	8,726906	6	9,9	4,46205E-08	1,618033991
39	8,726906115	8,726906122	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906	6	9,9	2,7577E-08	1,618033983
40	8,726906111	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906	6	9,9	1,70435E-08	1,618034003
41	8,726906115	8,726906118	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906	6	9,9	1,05335E-08	1,618033952
42	8,726906114	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906	6	9,9	6,51004E-09	1,618034085
43	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906	6	9,9	4,02343E-09	1,618033738
44	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906	6	9,9	2,48662E-09	1,61803349
45	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,53681E-09	1,618033425
46	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	9,49802E-10	1,618035463
47	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	5,8701E-10	1,618035024
48	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	3,62792E-10	1,618031278
49	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,24219E-10	1,618028267
50	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,38575E-10	1,618028227
51	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	8,56435E-11	1,618049074
52	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	5,29301E-11	1,618048797
53	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	3,27134E-11	1,617995222
54	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,02185E-11	1,617993323
55	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,24949E-11	1,618140461
56	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	7,72182E-12	1,618127444
57	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	4,77307E-12	1,617789356
58	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,95053E-12	1,617700181
59	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,82432E-12	1,617332035
60	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,12799E-12	1,617322835
61	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	6,96332E-13	1,619897959
62	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	4,29878E-13	1,619834711
63	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,66454E-13	1,613333333
64	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,65201E-13	1,612903226
65	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,01252E-13	1,631578947
66	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	6,21725E-14	1,628571429
67	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	3,90799E-14	1,590909091
68	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	2,4869E-14	1,571428571
69	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906	6	9,9	1,59872E-14	1,555555556
	x	y								
Expected:	8,72691	-0,846037								
Actual:	8,726906115	-0,846037381								
Difference:	3,88465E-06	3,80722E-07								

Таблица 25: $\epsilon_{ps} = 1.0e-14$

	x1	x2	fx1	fx2	a	b	leftBound	rightBound	length	len1/len2	
1	8,410332556	8,979334888	-0,839375277	-0,83903123	7,489667444	9,9		6	9,9	2,410332556	null
2	8,058669776	8,410332556	-0,822817757	-0,839375277	7,489667444	8,979335		6	9,9	1,489667444	1,618033989
3	8,410332556	8,627672107	-0,839375277	-0,845259184	8,058669776	8,979335		6	9,9	0,920665112	1,618033989
4	8,627672107	8,761995337	-0,845259184	-0,845927944	8,410332556	8,979335		6	9,9	0,569002332	1,618033989
5	8,761995337	8,845011658	-0,845927944	-0,844697531	8,627672107	8,979335		6	9,9	0,351662781	1,618033989
6	8,710688429	8,761995337	-0,846015054	-0,845927944	8,627672107	8,845012		6	9,9	0,217339551	1,618033989
7	8,678979015	8,710688429	-0,845847727	-0,846015054	8,627672107	8,761995		6	9,9	0,13432323	1,618033989
8	8,710688429	8,730285924	-0,846015054	-0,846036394	8,678979015	8,761995		6	9,9	0,083016321	1,618033989
9	8,730285924	8,742397842	-0,846036394	-0,846016424	8,710688429	8,761995		6	9,9	0,051306908	1,618033989
10	8,722800347	8,730285924	-0,846035934	-0,846036394	8,710688429	8,742398		6	9,9	0,031709413	1,618033989
11	8,730285924	8,734912265	-0,846036394	-0,846031821	8,722800347	8,742398		6	9,9	0,019597495	1,618033989
12	8,727426688	8,730285924	-0,846037357	-0,846036394	8,722800347	8,734912		6	9,9	0,012111918	1,618033989
13	8,725659583	8,727426688	-0,846037247	-0,846037357	8,722800347	8,730286		6	9,9	0,007485577	1,618033989
14	8,727426688	8,728518819	-0,846037357	-0,846037156	8,725659583	8,730286		6	9,9	0,004626341	1,618033989
15	8,726751714	8,727426688	-0,846037379	-0,846037357	8,725659583	8,728519		6	9,9	0,002859236	1,618033989
16	8,726334557	8,726751714	-0,846037353	-0,846037379	8,725659583	8,727427		6	9,9	0,001767105	1,618033989
17	8,726751714	8,727009531	-0,846037379	-0,846037379	8,726334557	8,727427		6	9,9	0,001092131	1,618033989
18	8,727009531	8,72716887	-0,84603738	-0,846037375	8,726751714	8,727427		6	9,9	0,000674974	1,618033989
19	8,726911053	8,727009531	-0,846037381	-0,84603738	8,726751714	8,727169		6	9,9	0,000417157	1,618033989
20	8,726850191	8,726911053	-0,84603738	-0,846037381	8,726751714	8,72701		6	9,9	0,000257817	1,618033989
21	8,726911053	8,726948668	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,726949		6	9,9	0,00015934	1,618033989
22	8,726887806	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726850191	8,726949		6	9,9	9,84774E-05	1,618033989
23	8,726911053	8,726925421	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726949		6	9,9	6,08624E-05	1,618033989
24	8,726902174	8,726911053	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726925		6	9,9	3,7615E-05	1,618033989
25	8,726896686	8,726902174	-0,846037381	-0,846037381	8,726887806	8,726911		6	9,9	2,32474E-05	1,618033989
26	8,726902174	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726896686	8,726911		6	9,9	1,43677E-05	1,618033989
27	8,726905565	8,726907662	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726911		6	9,9	8,8797E-06	1,618033989
28	8,72690427	8,726905565	-0,846037381	-0,846037381	8,726902174	8,726908		6	9,9	5,48796E-06	1,618033989
29	8,726905565	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,72690427	8,726908		6	9,9	3,39174E-06	1,618033988
30	8,726906366	8,726906861	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726908		6	9,9	2,09621E-06	1,61803399
31	8,72690606	8,726906366	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726907		6	9,9	1,29553E-06	1,618033988
32	8,726905871	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905565	8,726906		6	9,9	8,00682E-07	1,61803399
33	8,72690606	8,726906177	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906		6	9,9	4,94849E-07	1,618033991
34	8,726905988	8,72690606	-0,846037381	-0,846037381	8,726905871	8,726906		6	9,9	3,05833E-07	1,618033993
35	8,72690606	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,726905988	8,726906		6	9,9	1,89015E-07	1,618033992
36	8,726906105	8,726906132	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906		6	9,9	1,16818E-07	1,618034004
37	8,726906088	8,726906105	-0,846037381	-0,846037381	8,72690606	8,726906		6	9,9	7,21975E-08	1,618033988
38	8,726906105	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906088	8,726906		6	9,9	4,46205E-08	1,618033991
39	8,726906115	8,726906122	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906		6	9,9	2,7577E-08	1,618033983
40	8,726906111	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906105	8,726906		6	9,9	1,70435E-08	1,618034003
41	8,726906115	8,726906118	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906		6	9,9	1,05335E-08	1,618033952
42	8,726906114	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906111	8,726906		6	9,9	6,51004E-09	1,618034085
43	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906		6	9,9	4,02343E-09	1,618033738
44	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906114	8,726906		6	9,9	2,48662E-09	1,61803349
45	8,726906115	8,726906116	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	1,53681E-09	1,618033425
46	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	9,49802E-10	1,618035463
47	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	5,8701E-10	1,618035024
48	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	3,62792E-10	1,618031278
49	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	2,24219E-10	1,618028267
50	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	1,38575E-10	1,618028227
51	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	8,56435E-11	1,618049074
52	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	5,29301E-11	1,618048797
53	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	3,27134E-11	1,617995222
54	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	2,02185E-11	1,617993323
55	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	1,24949E-11	1,618140461
56	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	7,72182E-12	1,618127444
57	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	4,77307E-12	1,617789356
58	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	2,95053E-12	1,617700181
59	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	1,82432E-12	1,617332035
60	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	1,12799E-12	1,617322835
61	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	6,96332E-13	1,619897959
62	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	4,29878E-13	1,619834711
63	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	2,66454E-13	1,613333333
64	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	1,65201E-13	1,612903226
65	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	1,01252E-13	1,631578947
66	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	6,21725E-14	1,628571429
67	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	3,90799E-14	1,590909091
68	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	2,4869E-14	1,571428571
69	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	1,59872E-14	1,555555556
70	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	1,06581E-14	1,5
71	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906		6	9,9	7,10543E-15	1,5
72	8,726906115	8,726906115	-0,846037381	-0,846037381	8,726906115	8,726906					

Метод Фибоначчи

Метод парабол

Комбинированный метод Брента

Задание №3.

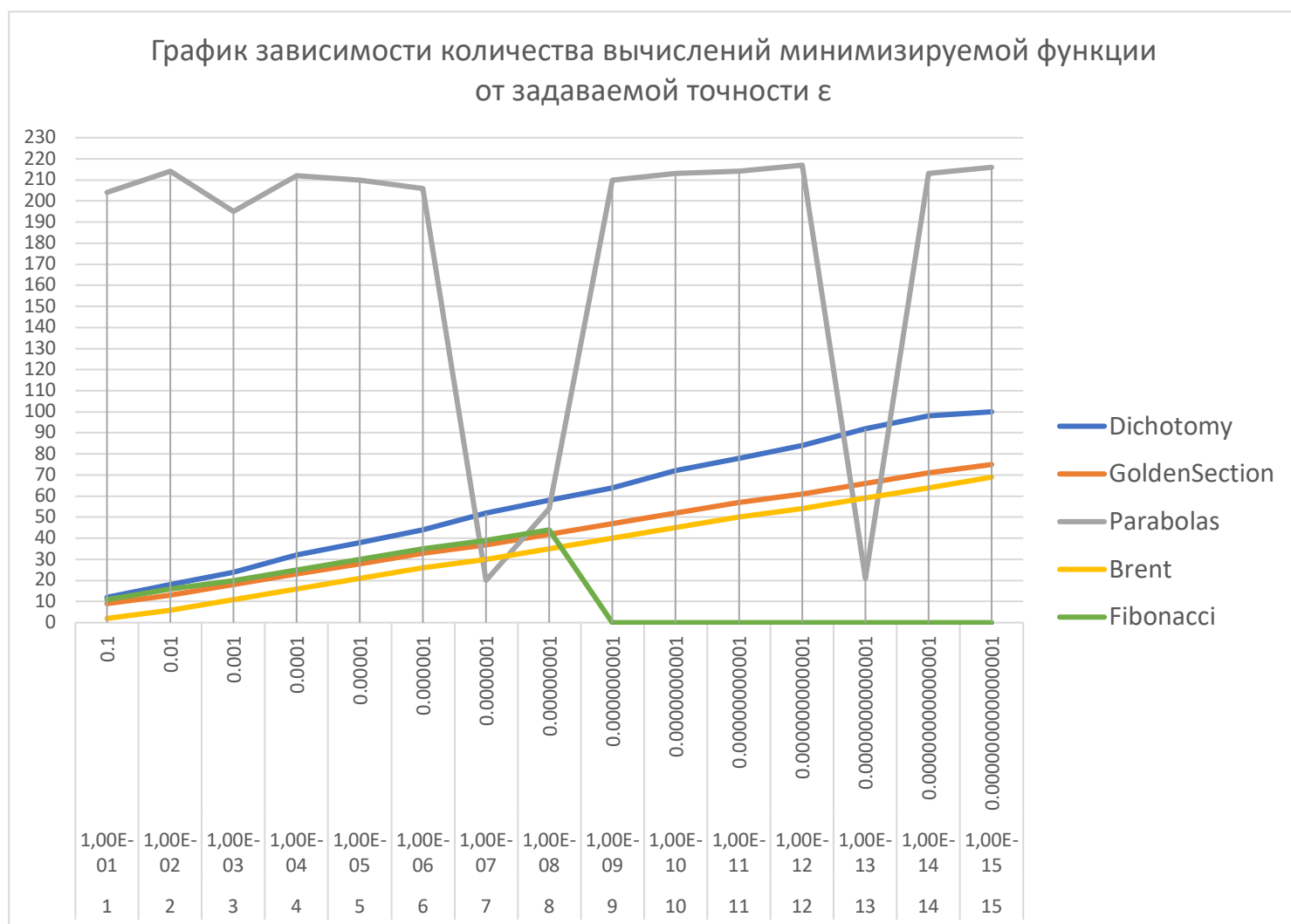
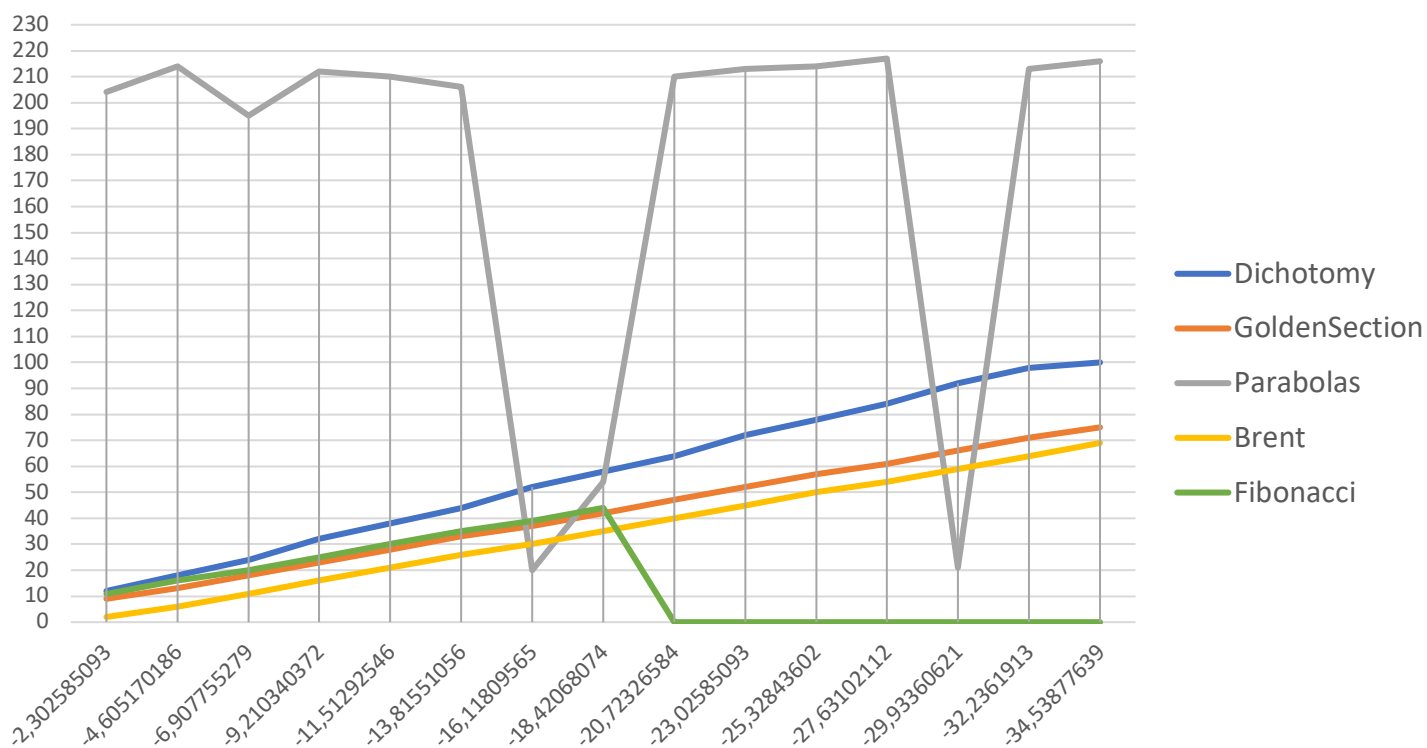


График зависимости количества вычислений минимизируемой функции от натурального логарифма задаваемой точности ε



#	eps with e	eps	iter n
1	1,00E-01	0.1	6
2	1,00E-02	0.01	9
3	1,00E-03	0.001	12
4	1,00E-04	0.0001	16
5	1,00E-05	0.00001	19
6	1,00E-06	0.000001	22
7	1,00E-07	0.0000001	26
8	1,00E-08	0.00000001	29
9	1,00E-09	0.000000001	32
10	1,00E-10	0.0000000001	36
11	1,00E-11	0.00000000001	39
12	1,00E-12	0.000000000001	42
13	1,00E-13	0.0000000000001	46
14	1.00E-14	0.00000000000001	49

Таблица 27: Метод дихотомии

#	eps with e	eps	iter n
1	1,00E-01	0.1	7
2	1,00E-02	0.01	11
3	1,00E-03	0.001	16
4	1,00E-04	0.0001	21
5	1,00E-05	0.00001	26
6	1,00E-06	0.000001	31
7	1,00E-07	0.0000001	35
8	1,00E-08	0.00000001	40
9	1,00E-09	0.000000001	45
10	1,00E-10	0.0000000001	50
11	1,00E-11	0.00000000001	55
12	1,00E-12	0.000000000001	59
13	1,00E-13	0.0000000000001	64
14	1,00E-14	0.00000000000001	69
15	1,00E-15	0.000000000000001	73

Таблица 28: Метод золотого сечения

#	eps with e	eps	iter n
1	1,00E-01	0.1	9
2	1,00E-02	0.01	14
3	1,00E-03	0.001	18
4	1,00E-04	0.0001	23
5	1,00E-05	0.00001	28
6	1,00E-06	0.000001	33
7	1,00E-07	0.0000001	37
8	1,00E-08	0.00000001	42
9	1,00E-09	0.000000001	
10	1,00E-10	0.0000000001	
11	1,00E-11	0.00000000001	
12	1,00E-12	0.000000000001	
13	1,00E-13	0.0000000000001	
14	1,00E-14	0.00000000000001	
15	1,00E-15	0.000000000000001	

Таблица 29: Метод Фибоначчи

#	eps with e	eps	iter n
1	1,00E-01	0.1	204
2	1,00E-02	0.01	214
3	1,00E-03	0.001	195
4	1,00E-04	0.0001	212
5	1,00E-05	0.00001	210
6	1,00E-06	0.000001	206
7	1,00E-07	0.0000001	20
8	1,00E-08	0.00000001	54
9	1,00E-09	0.000000001	210
10	1,00E-10	0.0000000001	213
11	1,00E-11	0.00000000001	214
12	1,00E-12	0.000000000001	217
13	1,00E-13	0.0000000000001	21
14	1,00E-14	0.00000000000001	213
15	1,00E-15	0.000000000000001	216

Таблица 31: Метод парабол

#	eps with e	eps	iter n
1	1,00E-01	0.1	1
2	1,00E-02	0.01	5
3	1,00E-03	0.001	10
4	1,00E-04	0.0001	15
5	1,00E-05	0.00001	20
6	1,00E-06	0.000001	25
7	1,00E-07	0.0000001	29
8	1,00E-08	0.00000001	34
9	1,00E-09	0.000000001	39
10	1,00E-10	0.0000000001	44
11	1,00E-11	0.00000000001	49
12	1,00E-12	0.000000000001	53
13	1,00E-13	0.0000000000001	58
14	1,00E-14	0.00000000000001	63
15	1,00E-15	0.000000000000001	68

Таблица 30: Комбинированный метод Брента

Вывод: Из выше приведенных графиков и таблиц можно заметить, что метод парабол самый неустойчивый. Это происходит из-за случайного выбора «опорных точек». Метод Фибоначчи не способен работать при малых eps. После 1.0E-8 метод Фибоначчи задействует слишком много памяти. Лучше всего себя показали три метода: комбинированный метод Брента, метод золотого сечения и метод дихотомии. Сравнение методов друг с другом будут рассмотрены в следующем задании.

Задание №4.

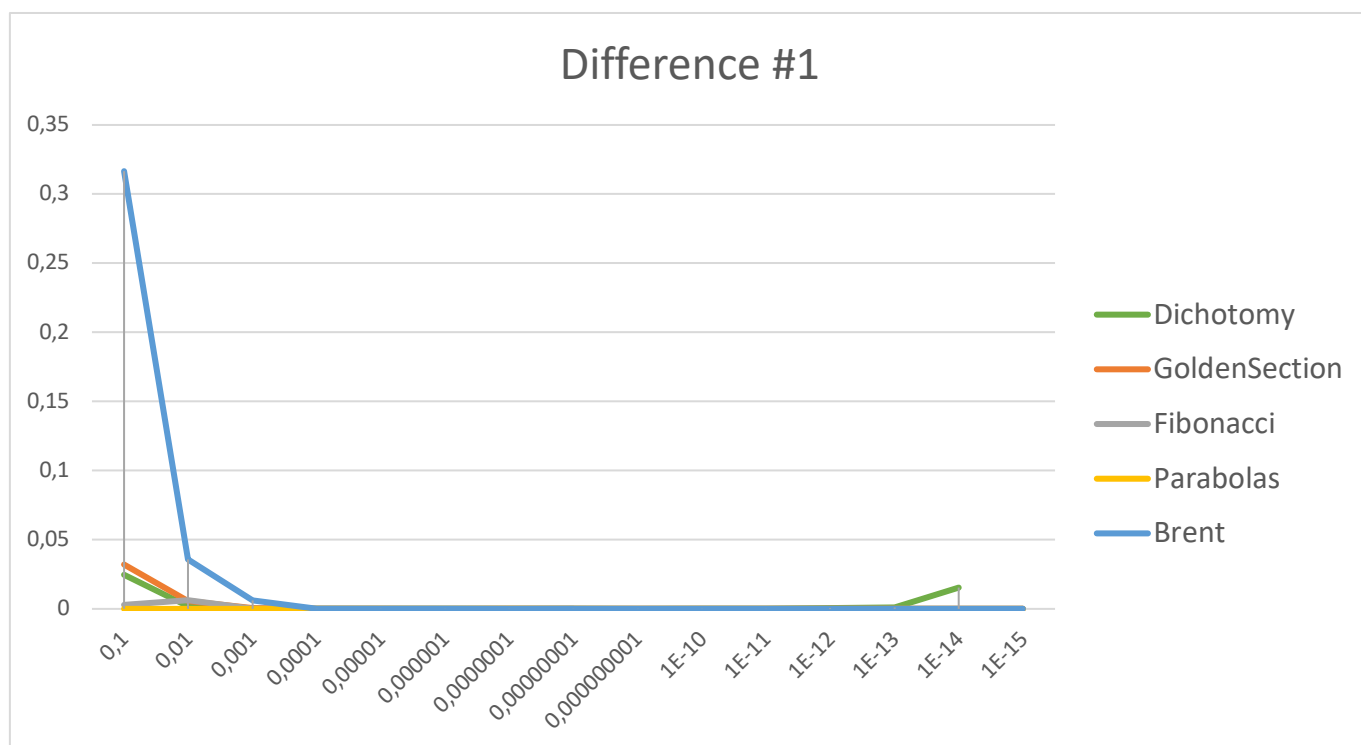


График 1: Разница между полученным и ожидаемым значением

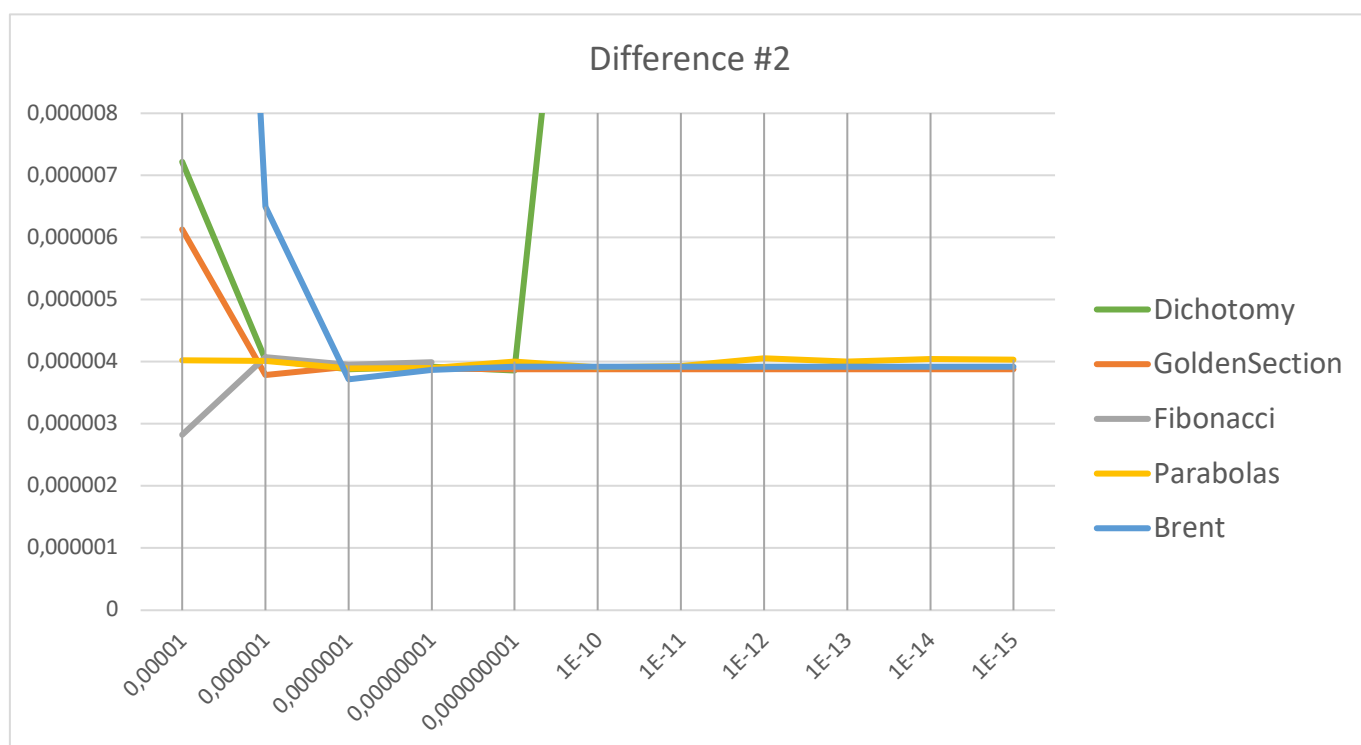


График 2: Разница между полученным и ожидаемым значением (приближенный)

	Dichotomy		GoldenSection		Fibonacci		Parabolas		Brent	
eps	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0,1	0,0246525	5,3145E-05	0,03207628	8,57296E-05	0,00309	4,4589E-07	4,0418E-06	3,8072E-07	0,31657744	0,00666172
0,01	0,00184977	8,4327E-08	0,00568909	2,42457E-06	0,00628672	3,0463E-06	3,969E-06	3,8072E-07	0,03575581	0,00010628
0,001	0,00031986	3,7169E-07	0,00036686	3,6938E-07	0,00010507	3,797E-07	4,0075E-06	3,8072E-07	0,00628919	3,049E-06
0,0001	6,5508E-06	3,8072E-07	1,9861E-05	3,80673E-07	3,0471E-05	3,8066E-07	3,8998E-06	3,8072E-07	0,0001549	3,7855E-07
0,00001	7,2184E-06	3,8072E-07	6,1305E-06	3,80722E-07	2,8245E-06	3,8072E-07	4,0265E-06	3,8072E-07	3,1896E-05	3,8061E-07
0,000001	4,0307E-06	3,8072E-07	3,7869E-06	3,80722E-07	4,0744E-06	3,8072E-07	4,0107E-06	3,8072E-07	6,4971E-06	3,8072E-07
0,0000001	3,8805E-06	3,8072E-07	3,9175E-06	3,80722E-07	3,9516E-06	3,8072E-07	3,8924E-06	3,8072E-07	3,7177E-06	3,8072E-07
0,00000001	3,9243E-06	3,8072E-07	3,8867E-06	3,80722E-07	3,998E-06	3,8072E-07	3,9043E-06	3,8072E-07	3,8726E-06	3,8072E-07
1E-09	3,8594E-06	3,8072E-07	3,8845E-06	3,80722E-07			4,0008E-06	3,8072E-07	3,918E-06	3,8072E-07
1E-10	1,6413E-05	3,8071E-07	3,8847E-06	3,80722E-07			3,906E-06	3,8072E-07	3,9231E-06	3,8072E-07
1E-11	4,3801E-05	3,8053E-07	3,8847E-06	3,80722E-07			3,9292E-06	3,8072E-07	3,9231E-06	3,8072E-07
1E-12	0,0005267	3,5646E-07	3,8847E-06	3,80722E-07			4,0562E-06	3,8072E-07	3,9231E-06	3,8072E-07
1E-13	0,00123412	2,5053E-07	3,8847E-06	3,80722E-07			4E-06	3,8072E-07	3,9231E-06	3,8072E-07
1E-14	0,01528878	2,0037E-05	3,8847E-06	3,80722E-07			4,0417E-06	3,8072E-07	3,9231E-06	3,8072E-07
1E-15			3,8847E-06	3,80722E-07			4,0343E-06	3,8072E-07	3,9231E-06	3,8072E-07

Таблица 32: Разница ожидаемого и полученного результата

Вывод: точность вычислений у комбинированного метода Брента сначала невелика, но при уменьшении eps она растет и становится наилучшей при $\text{eps} = 1.0\text{E}-7$.

Метод парабол имеет наихудшую точность при малых eps.

Метод дихотомии при очень малых eps имеет большие погрешности.

Метод золотого сечения и метод Фибоначчи показали в среднем наилучшие результаты.

- Метод дихотомии:
Самый простой в реализации, но при малых eps количество вычислений функции растет, что негативно сказывается на времени работы алгоритма.
- Метод золотого сечения:
«Улучшенный» метод дихотомии. Погрешность вычислений одна из самых лучших и вычисление функции меньше, чем у метода дихотомии.
- Метод Фибоначчи:
Как видно из графиков погрешность вычислений при больших eps мала, но тут скорее всего повезло с рассматриваемой функцией. Количество вычислений функций примерно равно количеству вычисления функции в методе золотого сечения. Самый главный минус данного метода – неспособность работать при малых eps.
- Метод парабол:
Самый главный минус этого метода – нестабильность. Работа метода во многом зависит от начальных точек. При этом точность метода не самая высокая.
- Комбинированный метод Брента:
Данный метод показал хорошую точность при малых eps и наименьшее количество вычислений функции. Пожалуй, этот метод самый стабильный из всех рассматриваемых.

Задание №5.

$$f(x) = (x - 1.4)(x - 2)(x - 3)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$$

min на интервале $[1.2, 5.1]$
 $eps = 10^{-5}$

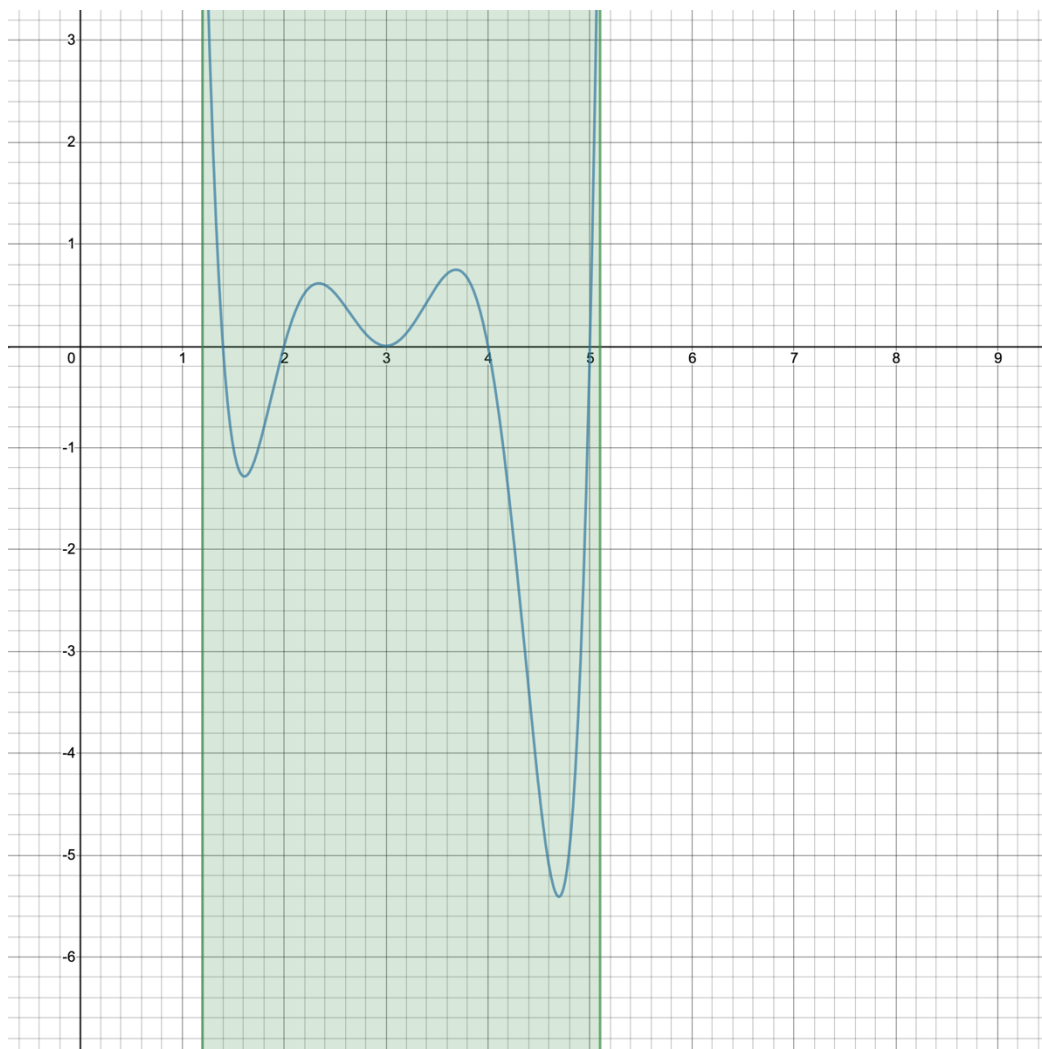


Рисунок 11: График функции $(x-1.4)(x-2)(x-3)(x-3)(x-4)(x-5)$

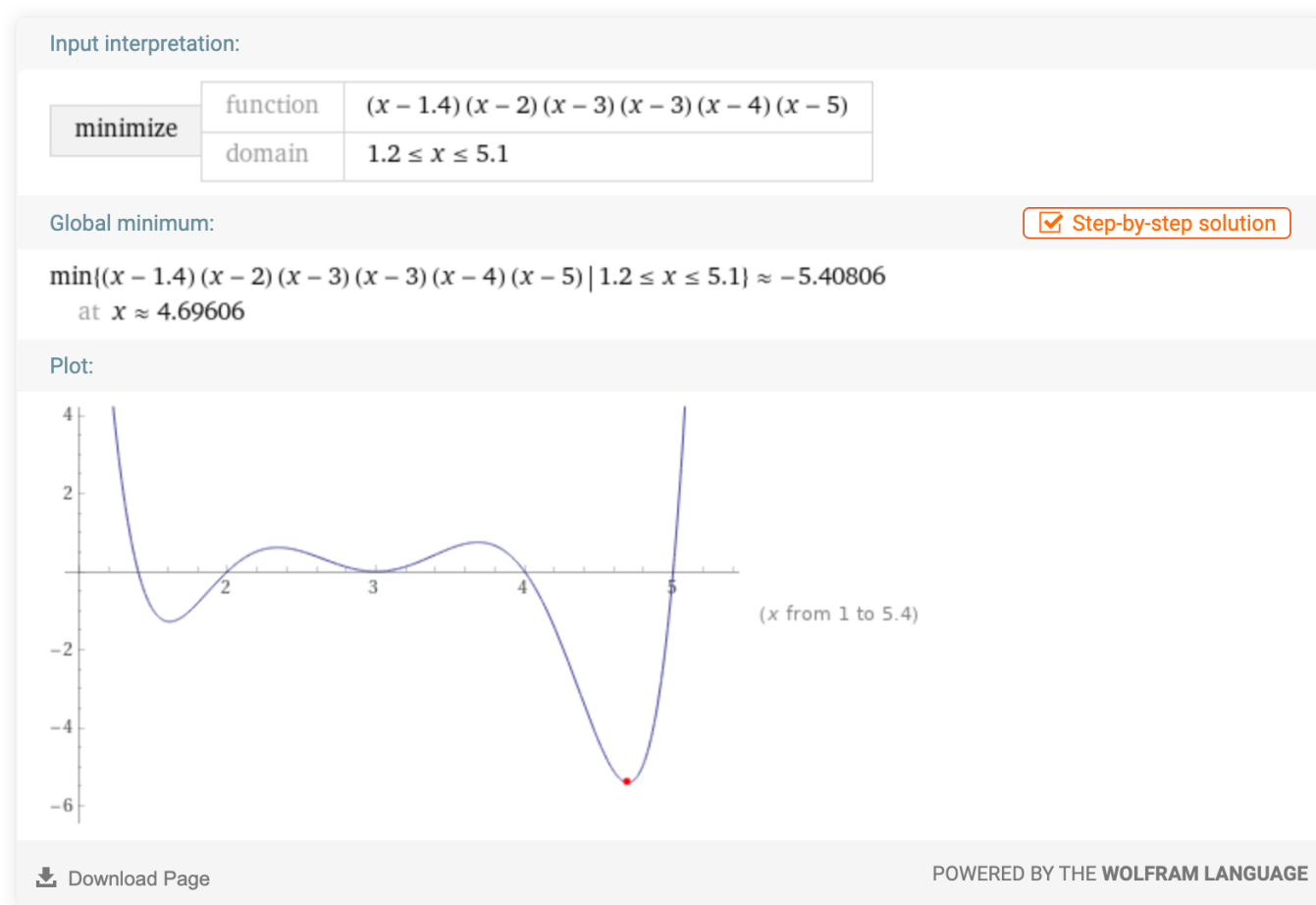


Рисунок 12: График исследуемой функции и ее минимум на интервале $[1.2, 5.1]$ созданный с помощью WolframAlpha

Method	Expected x	Expected y	Actual x	Actual y	Difference x	Difference y
Dichotomy	4,69606	-5,40806	1,61149944	-1,282111804	3,08456056	4,125948196
Fibonacci	4,69606	-5,40806	3,000000292	2,7228E-13	1,696059708	5,40806
GoldenSection	4,69606	-5,40806	2,999995771	5,72241E-11	1,696064229	5,40806
Parabolas	4,69606	-5,40806	1,611497948	-1,282111804	3,084562052	4,125948196
Brent	4,69606	-5,40806	3,000011835	4,48197E-10	1,696048165	5,40806

Таблица 33: Результаты поиска минимума разными методами для исследуемой функции

Вывод: Ответы для разных методов получились разными, причем не один метод не нашел правильного ответа. Из полученных результатов можно сделать вывод, что данные методы нельзя использовать для поиска глобального минимума на многомодалых функциях.

Задание №6.

[Кликни меня](#)

<https://github.com/AntonAsmirko/Optimization-Methods>