12) <u>Tidsdilatasjon</u>

$$\Delta T = \gamma \, \Delta T' \quad , \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$$

$$\Rightarrow \Delta T' = \sqrt{1-v^2} \, \Delta T$$

konstant $g \Rightarrow v = gT$

$$\Rightarrow \Delta T' = \sqrt{1-g^2T^2} \, \Delta T$$

---

13) Definerer $T=0$ i event E: turning point

tid det tok for Lisa å akselerere:

$V_0 + gt = 0 \Rightarrow t = -\frac{V_0}{g}$, symmetri gir

$t = \frac{V_0}{g}$ for å komme tilbake til destiny.

Integrerer $\Delta T' = \sqrt{1-g^2T^2} \, \Delta T$ fra event E til Destiny:

$$T' = \int_0^{\frac{V_0}{g}} \sqrt{1-g^2T^2} \, dT$$

---

14) Med $V_0 = 0.99$, $g = -\frac{1}{3} 10^{-9}$ får vi for

$$T' = \frac{V_0\sqrt{1-V_0^2} + \arcsin(V_0)}{(-2g)}$$

← fordi vi har negativ g

$\Rightarrow$ gir oss $T' = 74.5$ år

15) Event E skjer der $v=0$ ⇒ turning point.

Vi har $r = r_0 + V_0 t + \frac{1}{2}at^2$

der $r_0 = 0$, $V_0 = 0$, $a = g$. Det gir oss

$r = \frac{1}{2}gT^2$ der $T = t$

16) Ved litt formel tolking fra 15) gir oss

$r = \frac{1}{2}gT^2 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2r}{g}}$

17) Vi har

$$r = \frac{1}{2} g T^2, \quad \text{der} \quad v = gT \Rightarrow T = \frac{v}{g}$$

Setter inn og får $r = \frac{1}{2} g \left(\frac{v}{g}\right)^2 = \frac{v^2}{2g}$

Løser for v^2 og får

$v^2 = 2gr$. Vi har fra tidsdilatasjon at

$$\Delta T = \gamma \Delta T' \Rightarrow \Delta T' = \sqrt{1 - v^2}\, \Delta T$$

Setter inn for v^2 og får til slutt

$$\Delta T' = \sqrt{1 - 2gr}\, \Delta T$$

---

18) Akselerert frame og gravitasjonsfelt er samme greie, derfor uttrykker vi

$$g = \frac{GM}{r^2} \quad \text{(Ekvivalensprinsippet)}$$

Setter inn i likning fra 17) og får

$$\Delta T' = \sqrt{1 - \frac{2GM}{r}}\, \Delta T$$
