

# Алгоритмы в биоинформатике

## Домашнее задание №11

Иван Щукин

27 мая 2023 г.

Для начала определим понятие филогенетического дерева. Филогенетическое дерево представляет собой древовидную структуру, где листья соответствуют видам или таксонам, а внутренние узлы представляют собой предки этих видов.

Пусть  $T(n)$  обозначает количество всех возможных неукорененных филогенетических деревьев с  $n$  листьями. Чтобы получить рекуррентное соотношение для  $T(n)$ , рассмотрим следующие случаи:

1. Базовый случай: При  $n = 1$ , существует только одно дерево, состоящее из одного листа, поэтому  $T(1) = 1$ .

2. Рассмотрим случай  $n > 1$ . При построении филогенетического дерева с  $n$  листьями, выберем один из листьев в качестве корня дерева. Этот выбор делает остальные  $n-1$  листьев потомками корневого узла. Количество возможных вариантов выбора корня дерева равно  $n$ . Для каждого выбранного корня, количество деревьев в его левом поддереве зависит от количества листьев в левом поддереве, а количество деревьев в его правом поддереве зависит от количества листьев в правом поддереве. Таким образом, общее количество деревьев можно представить в виде суммы всех возможных комбинаций выбора корня и количества деревьев в каждом поддереве:

$$T(n) = \sum_{k=1}^{n-1} [C_{n-1}^{k-1} * T(k) * T(n-k)],$$
 где Биномиальный коэффициент  $C_{n-1}^{k-1}$  представляет собой количество возможных комбинаций выбора  $k-1$  элементов из  $n-1$  элементов. Он используется для учета всех возможных способов выбора корня и распределения листьев по левому и правому поддереву.

Это рекуррентное соотношение описывает зависимость между деревьями разного размера.

Чтобы получить количество укорененных филогенетических деревьев с  $n$  листьями, необходимо вычесть 1 из значения  $T(n)$ , так как в укорененных деревьях есть один корень.