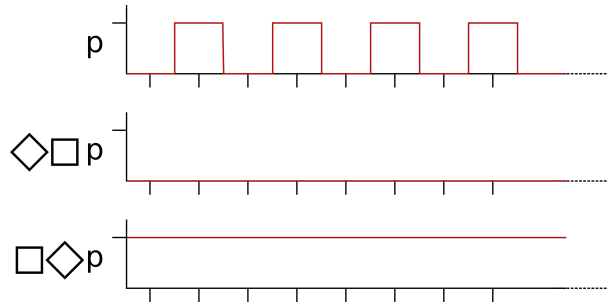


Aufgabe 1 Lineare Temporale Logik I

10 Punkte

(a)

$$\Diamond \Box p \Leftrightarrow \Box \Diamond p$$



Anhand der Grafik lässt sich erkennen, dass die Aussage nicht für alle Belegungen gilt.

(b)

$$((\Box p \Rightarrow \Diamond q) \wedge \Diamond \Box q) \Rightarrow \Diamond q \quad (1)$$

Die Aussage gilt für alle Belegungen, da die schwächere Aussage $\Diamond \Box q \Rightarrow \Diamond q$ für alle Belegungen gilt: Wenn ab einem Zeitpunkt q immer *true* ist, dann ist q auch irgendwann in der Zukunft *true*.

- (c) (i) zu Zeigen: $(\Box p \wedge \Box q) \Leftrightarrow \Box(p \wedge q)$
 $\Box p_i \wedge \Box q_i := \forall j \geq i : p_j \wedge \forall j \geq i : q_j \Rightarrow \forall j \geq i : p_j \wedge q_j$
 $\Box(p_i \wedge q_i) := \forall j \geq i : p_j \wedge q_j$
 q.e.d.
- (ii) zu Zeigen: $(\Diamond p \vee \Diamond q) \Leftrightarrow \Diamond(p \vee q)$
 $\Diamond p_i \vee \Diamond q_i := \exists j \geq i : p_j \vee \exists j \geq i : q_j \Rightarrow \exists j \geq i : p \vee q$
 $\Diamond(p \vee q) := \exists j \geq i : p \vee q$
 q.e.d.

Aufgabe 2 Lineare Temporale Logik II

10 Punkte

- (a) (i) $I_x(\alpha U \beta) = I_x(\alpha) \dot{U} I_x(\beta)$ mit $\dot{U} : \{t, f\}^{NxN} \rightarrow \{t, f\}^N$
 wobei $\dot{U}((a_i)_{i \in N}, (b_i)_{i \in N}) = (w_i)_{i \in N}$
 und $w_i = \begin{cases} t & \text{falls } \exists j \geq i : b_j = t \wedge \forall k \in [i, \dots, j) : a_k = t \\ f & \text{sonst} \end{cases}$

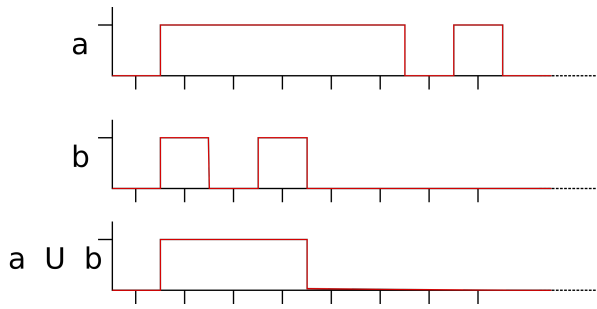


Abbildung 1: Beispiel für den *bis* Operator

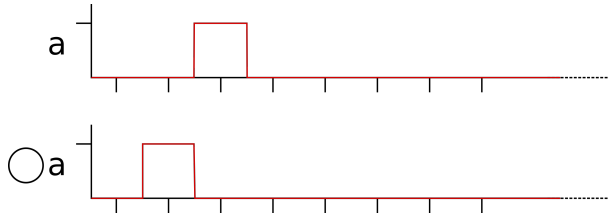


Abbildung 2: Beispiel für den *nächster* Operator

- (ii) $I_x(\bigcirc \alpha) = \bigcirc I_x(\alpha)$ mit $\bigcirc : \{t, f\}^N \rightarrow \{t, f\}^N$
wobei $\bigcirc((a_i)_{i \in N}) = (w_i)_{i \in N}$
und $w_i = \begin{cases} t, & \text{falls } a_{i+1} = t \\ f, & \text{sonst} \end{cases}$

- (b) Falls mehrere Threads im Spiel sind, ist der nächste Schritt unter Annahme schwacher Fairness nicht genau definiert.
- (c) $\Box a = aUa \wedge \neg(aU\neg a)$
 $\Diamond a = aUa \vee \neg aUa$

Aufgabe 3 Der Algorithmus von Peterson II

10 Punkte

```
=====
global adrin = false, bdrin = false, letzter = a
a1: U | b1: U
a2: adrin <- true | b2: bdrin <- true
a3: letzter <- a | b3: letzter <- b
a4: while bdrin && | b4: while adrin &&
      letzter = a do | letzter = b do
a5: NOP | b5: NOP
a6: K | b6: K
a7: adrin <- false | b7: bdrin <- false
```

Für alle möglichen Zustandsfolgen gilt:

- $\Box(a_1 \Rightarrow \Diamond(a_2 \vee a_\perp))$

- $\Box(a_2 \Rightarrow \Diamond a_3)$
- $\Box(a_3 \Rightarrow \Diamond a_4)$
- $\Box(a_4 \Rightarrow \Diamond(a_5 \vee a_6))$
- $\Box(a_5 \Rightarrow \Diamond a_4)$
- $\Box(a_6 \Rightarrow \Diamond a_7)$
- $\Box(a_7 \Rightarrow \Diamond a_1)$
- $\Box(a_{\perp} \Rightarrow \Box a_{\perp})$
- Analog für die Zustände von b

Außerdem legen wir folgende Invarianten fest:

- $\Box(letzter = a \vee letzter = b)$
- $\Box(adrin \equiv a_3 \vee a_4 \vee a_5 \vee a_6 \vee a_7)$
- $\Box(bdrin \equiv b_3 \vee b_4 \vee b_5 \vee b_6 \vee b_7)$

(a) Zu beweisen:

- $(a_6 \wedge (b_4 \vee b_5)) \Rightarrow (adrin \wedge letzter = b)$
- $((a_4 \vee a_5) \wedge b_6) \Rightarrow (bdrin \wedge letzter = a)$

(b) Zu zeigen:

- $\Box[(a_4 \wedge \Box \neg a_6) \Rightarrow \Box \Diamond(bdrin \wedge letzter \neq b)]$
- $\Box[\Diamond \Box(\neg bdrin) \vee \Diamond(letzter = b)]$
- $\Box[(a_4 \wedge \Box \neg a_6 \wedge \Diamond(letzter = b)) \Rightarrow \Diamond \Box(letzter = b)]$