

Karlstads universitet,
Fakulteten för teknik och naturvetenskap, Avdelningen för Matematik
TENTAMEN I MATEMATIK, MAGA55, 7,5 poäng 2018-06-07

Hjälp medel: Miniräknare.

Ansvariga lärare: Igor Gachkov, tel 837089 (h) 7001103 (a) 0768894025 (mobil) rum 21F519

Logik, Relationer och Rekursion

1. a) Skriv ner sanningstabellen för
 $f(x,y,z) = (((x \vee y) \rightarrow (x \wedge \bar{z})) \leftrightarrow z) \vee x$
b) Rita minsta möjliga elektroniskrets. (en bas \neg, \vee, \wedge) för funktion i uppgift a)
c) Bestäm disjunktiv normalform (DNF) och konjunktiv normalform(CNF) i uppgift a)
2. Antag att universalmängden U är alla udda tal $=\{1,3,5,7,9,\dots\}$
Vilka av följande utsagor är sanna :
a) $\forall x \forall y (x+y \text{ är jämnt tal })$, $\forall x \exists y (x * y = \text{jämnt} \rightarrow \exists z (z < x))$
 $\exists x \forall y (x * y = \text{Udde} \rightarrow \exists z (z < x))$, $\exists x \exists y (x + y = x \cdot y)$
b) Negera alla utsagorna och kontrollera svaret
3. S är en relation på $A = \{1,2,3,4\}$ där $S=x$ är en delare till y .
a) Avgör vilken/vilka av egenskaperna, reflexiv, symmetrisk, anti-symmetrisk, transitiv som S har.
b) Hur många reflexiva och anti-symmetriska relationer finns det på A
c) Är det relation S ordningsrelation? Är det relation S ekvivalenssrelation?
4. Lös det rekursiva sambandet
a) $2a_{n+2} + 3a_{n+1} - 5a_n = 0$, $a_0 = 1$, $a_1 = 4$
b) $3a_{n+2} + 2a_{n+1} - 8a_n = 2^n$, $a_0 = 1$, $a_1 = 5$
c) Beräkna antal heltal lösningar för ekvationen of $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$
 $x_i \geq 0$, $1 \leq i \leq 4$.

Primtal och delare, E.A. och Diofantiska ekvationer, Modulär aritmetik, induktionsbevis, mängdlära

5. Lös
a) Diofantiska ekvationen $23x + 29y = 101$
b) Kongruenser $11x+5 \equiv 10 \pmod{17}$
 $6x+13 \equiv 7 \pmod{18}$
c) Systemet $\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{7} \\ x \equiv 2 \pmod{8} \end{cases}$
6. Visa med hjälp av induktion att
 $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ är delbart med 9 för alla $n \geq 0$
7.
Det är givet att $|A \cup B| = 20$, $|A| = 15$, $|B| = 13$, $|C| = 30$, $|C \cap A| = 12$,
 $|C \cap B| = 9$, $|C \cap A \cap B| = 5$.
(a) Hur många element finns det i $A \cap B$?
(b) Hur många element finns det i mängden $A \cup B \cup C$?
(c) Hur många element finns det i A som ej ligger i B eller C ?

Graf teori .

8.

a) Bestäm tal a, b och c så att kopplingsmatrisen (adjacency matrix)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & a & 1 & 0 & 1 & b \\ 1 & 1 & 0 & a & a & 0 & 1 & b & c \\ 1 & 0 & a & 0 & 1 & 1 & 1 & c & a \\ 1 & a & a & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & b \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & a & 1 \\ 1 & 1 & b & c & 0 & 1 & a & 0 & 1 \\ 1 & b & c & a & 0 & b & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

är matris för graf som har Eulerkrets

Beskriv i förekommande fall Eulerkretsen (hur den "går")

b) Bestäm tal a, b och c så att kopplingsmatrisen (adjacency matrix)

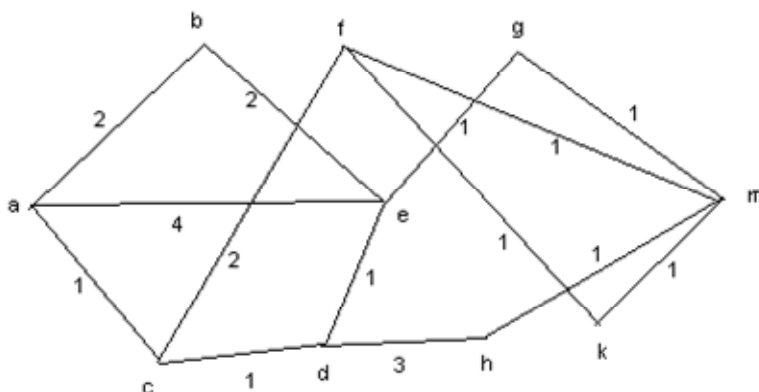
A är matris för graf som har någon Hamintoncykel.

Beskriv i förekommande fall Hamintoncykel (hur den "går")

c) Bestäm tal a, b och c så att kopplingsmatrisen (adjacency matrix)

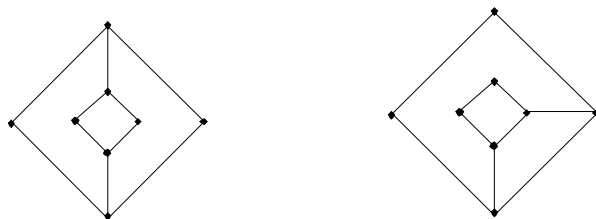
A är matris för planär graf. Rita graf i detta fall.

d) Bestäm kortaste väg från a till m med användning av Dijkstra's algoritm.



e) Bestäm ett minimalt stomträd (*spanning tree*) för grafen. Du måste ange i vilken ordning kanterna valts.

f) Visa att två grafer är inte isomorfa?



Lycka till.

Igor varje uppgift -1p.