



TENTAMEN / EXAMINATION

Fylls i av student / To be completed by the student

Skriv anonymiseringstoden på samtliga svarsblad! Write your anonymity code on each sheet!					Anonymiseringstod / Anonymity code
M	A	G	A	5	5 - 0001 - F R P
Provbenämning / Exam name					Omnämnd
Diskret matematik					
Kurskod / Course code	Provkod / Exam code			Tentamensdatum / Examination date	
M A G A 5 5	1	0	0	0	2 0 1 9 - 0 1 - 1 2
Jag har lagt del av regler som gäller i tentamenssalen / I have read the current exam hall rules					Antal inlämnade blad / Number of sheets
<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes					<input checked="" type="checkbox"/> 14 ✓

Fylls i av skrivvakt / To be completed by the invigilator

Kontroll av legitimation / Identification checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Härmed intygas att ovanstående kontroller utförts / This is to certify that the above mentioned checks have been carried out
Kontroll av inlämnade blad / Answer sheets checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Tydlig sign. / Signature
Inlämningstid / Time of submission	13.10	J

Fylls i av lärlare / To be completed by the examiner

Bedömning av uppgifter / Questions attempted									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	✓	0	15	0	0	0		
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Totalt antal poäng / Total points									
Betyg / Grade									

Examin läste / Kursansättning höll sig till reglerna
Namnförtydligande / Clarification of the signature

8164617

För sättboket ska alltid lämnas in även om ingen uppgift behövdes /
Examination should always be submitted even if no questions are answered



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
Med icke anonym tentanen ange kurskod + namn + personnummer
(for non-anonymous exams, write the course code + name + civic registration number)

Löpande sidnr
Consecutive no.:

MAGA55-0001-FRP

1

1) $f(x, y, z) = (x \wedge y \Leftrightarrow (x \Rightarrow \neg z)) \vee z$

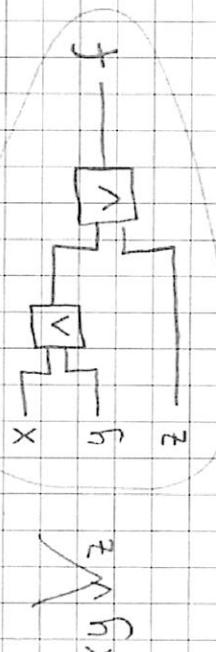
$x \wedge y$	$\neg z$	$x \Rightarrow \neg z$	$(x \Rightarrow \neg z) \Leftrightarrow (x \wedge y \Leftrightarrow (x \Rightarrow \neg z)) \vee z$
0 0	0	0	0
0 0	1	1	0
0 1	0	0	0
0 1	1	1	1
1 0	0	0	0
1 0	1	1	1
1 1	0	1	1
1 1	1	0	1

x	y	z	f
0 0 0	0	0	0
0 0 1	0	1	0
0 1 0	1	0	0
0 1 1	1	1	1
1 0 0	0	0	0
1 0 1	0	1	1
1 1 0	1	0	1
1 1 1	1	1	1

b)

x	y	z
0 0	0	1
0 1	0	1
1 1	1	1
1 0	0	0

c)



DNF: $\bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee xy\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

CNF: $\overline{\bar{x}\bar{y}z \wedge \bar{x}yz \wedge xy\bar{z} \wedge xyz \wedge \bar{x}\bar{y}\bar{z}} =$

$CNF = x\bar{y}\bar{z} \wedge x\bar{y}z \wedge \bar{x}\bar{y}z \wedge \bar{x}\bar{y}\bar{z} \wedge \bar{x}yz \wedge \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

Häftområde

Skriv ej i detta område blank
Leave this area blank



MAGA55 -0001-FRP

2

$$\exists U = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

a) $\forall x \forall y (x+y \text{ är udda tal})$

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

Antagande: x och y får endast väljas från universalmängden U .

Uppgift nr /
 Question no: 2

Poäng / Points
 awarded:

Beskrivning: "För alla x , för alla y , i mängden U så är $x+y$ ett udda tal".

Motivering: Då ett jämt tal plus ett annat jämt tal alltid blir ett jämt tal så är denna uttunga falsk.

$$\forall x \forall y (\exists z (x+y = \text{udda tal}))$$

Beskrivning: "För alla x , existear ett y så att $x+y$ är ett udda tal".

Motivering: Samma motivering som första uttagen. Falsk.

$$\exists x \forall y : (\exists z (x+y = \text{udda tal}) \rightarrow (\forall z : (x+z = \text{udda tal}))$$

Beskrivning: "Existerar ett x , för alla y så att $x+y = \text{udda tal}"$

Motivering ①: Samma motivering som tidigare uttagen,

falsk

Beskrivning ②: "För alla z så är $x \leq z"$

Motivering ②: Om x växjs till 0 uppfylls villkoret $x \leq z$ för alla z , sant

Sintligem har vi ① \rightarrow ② vilket ger falsk \rightarrow sann (eller $0 \rightarrow 1$) vilket

är sant.



$$\exists x \exists y (x+y = x \cdot y)$$

Beskrivning: "Existerar ett x , existerar ett y så att

$$x+y = x \cdot y$$

Motivering: Värs både x och y till 0 så ger det

$$\begin{aligned} x+y &= 0+0=0 \\ x \cdot y &= 0 \cdot 0=0 \end{aligned}$$

Svar a) $\forall x \forall y (x+y \text{ är udda tal})$ False

$\forall x \exists y (x+y = \text{udda tal})$ False

$\exists x \forall y (x+y = \text{udda tal} \rightarrow \forall z (x \leq z))$ Sant

$\exists x \exists y (x+y = x \cdot y)$ Sant

$$2.b) \forall x \forall y (x+y \text{ är udda tal}) = \exists x \exists y (x+y = \text{jämnt tal})$$

Kontroll: t.ex. $x=2, y=6$

$$x+y = 2+6=8$$

Vilket är ett jämnt tal.

$$\forall x \exists y (x+y = \text{udda tal}) = \exists x \forall y (x+y = \text{jämnt tal})$$

Kontroll: t.ex. $x=2, y=4$

$$x+y = 2+4=6$$

Vilket är ett jämnt tal.

Därför är detta svar felaktigt. Om vi väljer $x=0$ och $y=1$ är detta svar riktigt. Detta är eftersom $0+1=1$ är en udda tal.

Sant

001
001



$$\exists x \forall y (x+y = \text{odata tal} \rightarrow \forall z (x \leq z)) =$$

$$= \forall x \exists y \underbrace{(x+y = \text{jämnt tal})}_{\text{del 1}} \rightarrow \exists z \underbrace{(x > z)}_{\text{del 2}}$$

Kontroll

del 1: L'ex: $y = 2$

För alla x så blir $x+2$ ett jämnt tal
 $\underbrace{\text{ut ifj}}$

del 2: Existerar ett z så att $z < x$ för alla x ?

Nj, välj s z till det minsta möjliga
 värdet, dvs 0, så är detta mindre
 än alla möjliga värden på x utom $x=0$,
 vilket ger falskt

Vi får då del 1 \rightarrow del 2 = Sänt \rightarrow falskt

$= 1 \rightarrow 0$ vilket ger 0,

Falskt

$$\exists x \exists y (x+y = x \cdot y) = \forall x \forall y (x+y \neq x \cdot y)$$

Kontroll: L'ex $x=0$
 $y=0$ ger $0+0 \neq 0 \cdot 0$ vilket är

falskt

Svar 2b) $\exists x \exists y (x+y \text{ är jämnt tal})$, Sant

$\exists x \forall y (x+y = \text{jämnt tal})$, Sant

$\forall x \exists y (x+y = \text{jämnt tal}) \rightarrow \exists z (x > z)$, Falskt

$\forall x \forall y (x+y \neq x \cdot y)$, Falskt



Anga anonymitetskod / Write your anonymity code
Vid icke anonyma tentamen ange kurskod + namn + personnummer
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

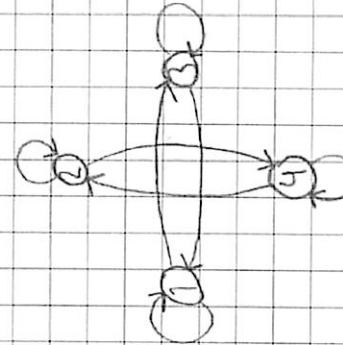
Löpande sidnr
Consecutive no.:

MAGA55-0001 - FRP

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$
$$\begin{array}{c|ccccc} & & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & & \checkmark & & & \\ 2 & & & \checkmark & & \\ 3 & & & & \checkmark & \\ 4 & & & & & \checkmark \end{array}$$

$$\text{Relation } S = \{x+y \text{ är jämnt till } 3\}$$



Uppgift nr /
Question no: 3

Poäng / Points
awarded:

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

5

Egenskaper: Reflexiv och symmetrisk.

b) Ja ✓

a)



Häftområde

Leave this area blank
Skiv ei i detta område

Anga anonymitetskod / Write your anonymity code
Vid icke-anonym tentamen ange kurskod + namn +
(For non-anonymous exams write the course code)

MAGA55-00001-FRP

$$25x + 34y = 152$$

$$39 = 25 + 14$$

$$25 = 14.5 + 1$$

$$14 = 11 \cdot 1 + 3$$

113

$$B = -2 + 0$$

100

$$117 + 25x + 39y = 1$$

$$25(-14) + 39(9) = 1$$

Multi-well 152

$$25(-2128) + 39(1368) = 152$$

All genuine

$$25(-2128 + 39t) + 39(1368 - 25t) = 152$$

$$5 \text{ years: } \begin{cases} x = -2128 + 39t \\ y = 1368 - 25t \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} x \\ y \end{array} \right\} \sqrt{2}$$

Universitätszyklen



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonyma tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

Löpande siffror
 Consecutive no:

MAGA55-0001-FRP

7

5 b) $12x + 6 \equiv 18 \pmod{101}$

$$12x \equiv 12 \pmod{101}$$

$$12x + 101y = 12 \quad (\text{over } \mathbb{Z}_{101})$$

$$\begin{aligned} 101 &= 12 \cdot 8 + 5 \\ 12 &= 5 \cdot 2 + 2 \\ 5 &= 2 \cdot 2 + 1 \\ 2 &= 1 \cdot 2 + 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 101 &= [8 \cdot 2 \cdot 2] + 5 = 8 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} = 8 + \frac{1}{\frac{5}{2} + \frac{1}{2}} = \\ &= 8 + \frac{1}{\frac{4}{5} + \frac{1}{2}} = 8 + \frac{1}{\frac{13}{10}} = 8 + \frac{10}{13} = \frac{108}{13} = 8 \frac{4}{13} \end{aligned}$$

Hittar först $12x + 101y = 1$

$$12(-42) + 101(5) = 1$$

Mult. med 12

$$12(-504) + 101(60) = 12$$

$$-504 \pmod{101} \equiv 1 \pmod{101} \quad \checkmark$$

Svar: $x = 1$

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

Häftområde

Uppgift nr / Question no: 5
Poäng / Points awarded:
Lärarens anteckning Examiner's remarks:



Ande anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

MAGA55-0001-FRP

Löpande sidnr
 Consecutive no:

8

$$12x + 6 \equiv 18 \pmod{102}$$

$$12x \equiv 12 \pmod{102}$$

$$12x + 102y = 12 \quad (\text{over } \mathbb{Z}_{102})$$

$$102 = 12 \cdot 8 + 6$$

$$102 = 6 \cdot 2 + 0$$

$$[8] = 8 = \frac{8}{1}$$

$$12(-8) + 102(1) = 6$$

Mult. med 2

$$12\cancel{(-8)} + 102\cancel{(1)} = 12$$

$$-16 \pmod{102} \equiv 86 \pmod{102}$$

Svar: x = 86

c) $\begin{cases} 2x \equiv 2 \pmod{10} \\ 3x \equiv 6 \pmod{11} \end{cases}$

$$3x + 11y = 6 \quad (\text{over } \mathbb{Z}_n)$$

$$\begin{aligned} 11 &= 3 \cdot 3 + 2 & [3:1] &= 3 + \frac{1}{1} = 3 + 1 = 4 = \frac{4}{1} \\ 3 &= 2 \cdot 1 + 1 & 2 = 1 \cdot 2 + 0 \\ -3(4) + 11(-1) &= 1 & -3(4) + 11(-1) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2x + 3x \equiv 2 \pmod{10} + 6 \pmod{11} \\ 5x \equiv 2 \pmod{10} + 6 \pmod{11} \end{cases}$$

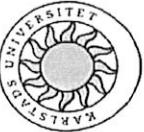
$$3(2^4) + 11(-6) = 6$$

Universitetsstycket

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

Behandla endast en uppgift per sida / Answer only one question per page



Anga anonymitetskod / Write your anonymity code
(När icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

Löpande sidnr
Consecutive no:

9

Uppgift nr /
Question no:
6

Poäng / Points
awarded:

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

MAGA55-0001-FRP

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$V_L = \binom{n+1}{2} = \frac{(n+1)!}{(n+1)!\cdot((n+1)-2)!} =$$

$$= \frac{(n+1)\cdot n!}{(n+1)\cdot n!\cdot((n+1)-2)!} =$$

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Häftområde



Vid icke anonym tentamen ange kursskod + personnummer
For non-anonymous exams write the course code + civic registration number

Löpande sidnr
Consecutive no:

MAG455-0001-FRP

10

Uppgift nr / Question no:	7
Poäng / Points awarded:	
Lärarens anteckning Examiner's remarks:	

7/ 4 barn

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

16 böcker

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

a) 1 barn, 4 böcker : 4!

$$4 \text{ barn}, 16 \text{ böcker} : (4!)^4 = 331\,776 \text{ sätt}$$

b) $6! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 2! = 829\,440 \text{ sätt}$

Svar:
a) 331 776 sätt

b) 829 440 sätt

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank



Ljupanide sluit
Consecutive no:

For non-anonymous exams write the course code + civic registration number
via ICKE anonymous lenmanen aitge kutskoid + personnummeli!

MAGA55-0001-FRP

Leave this area blank
if I didn't mark

11

Uppgift nr /
Question no

Lärarens
anteckning

A hand-drawn diagram illustrating a graph coloring problem. On the left, a 6x6 grid of squares is shown, with a 3x3 subgrid in the bottom-left corner shaded with diagonal lines. Below the grid, the numbers 5, 6, and 0 are written. To the right, there are two graphs. The top graph has six nodes labeled 1 through 6. Node 1 is isolated. Nodes 2, 3, and 4 are connected to each other and to node 6. Node 5 is connected to nodes 2, 3, 4, and 6. The bottom graph is a more complex, hand-drawn version of the same graph structure, showing curved lines connecting the nodes.

Aantal nodes N = 6

$$\text{Antal bögar } B = 6$$

Antal områden = 2

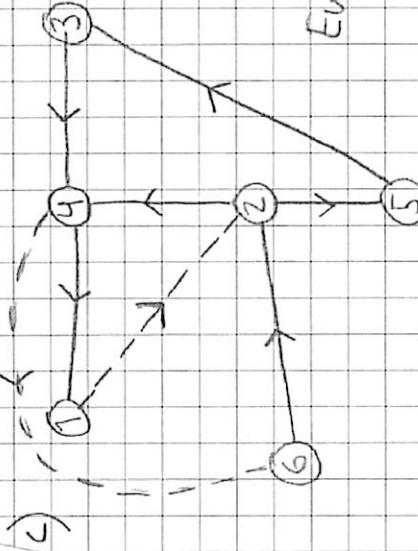
Kontroll av Euler's polygonalets:

$$N - \beta + \ell = 2$$

sett in värden.

$$6 - 6 + 2 = 2, \text{ grauen wppfijer}$$

Enter's Polyadesters.

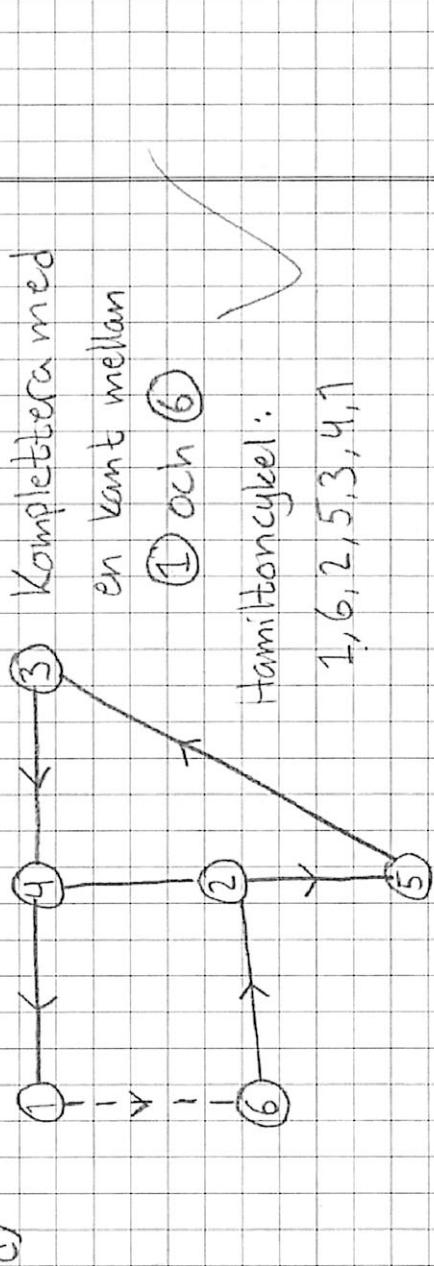


Komplettera med kantet

mellan ① och ② samt
④ och ⑥

Eulerbets:

1, 2, 5, 3, 4, 6, 2, 4, 1



Komplettera med

en kant mellan

① och ⑥

Hamiltoncykel:

1, 6, 2, 5, 3, 4, 1

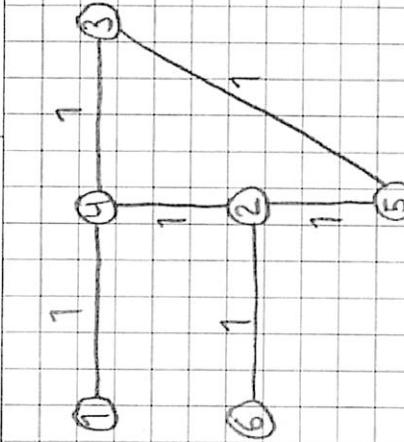


Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

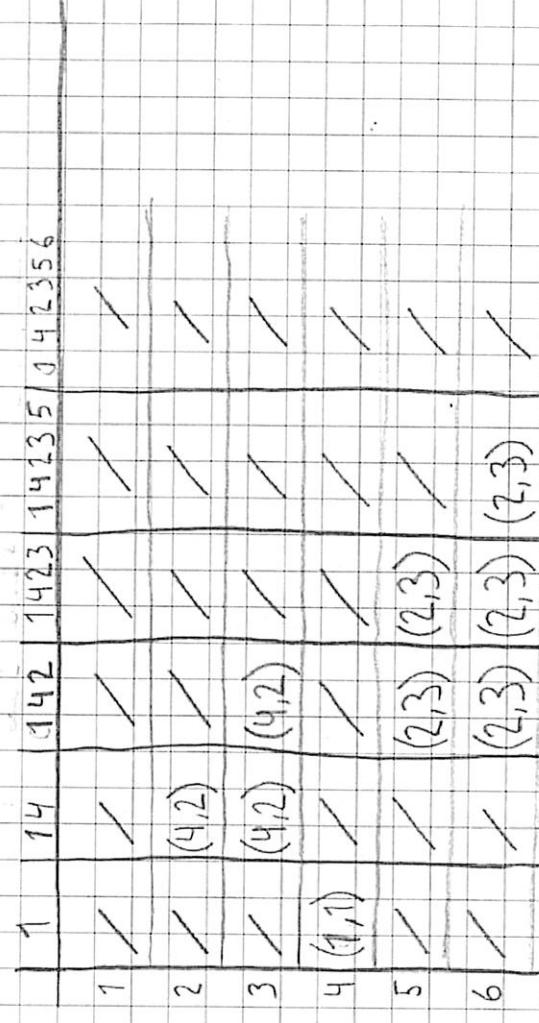
MAGA55-0001-FRP

Löpande sidnr
Consecutive no:

13



Skriv ej i detta område
Leave this area blank



b) Länges: 6, 2, 4, 1

Svar: Kortaste vägen blir: 1, 4, 2, 6 med ett totalt
avstånd 3.



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen anger kurstid + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

MAGA55 - 0001-FRP

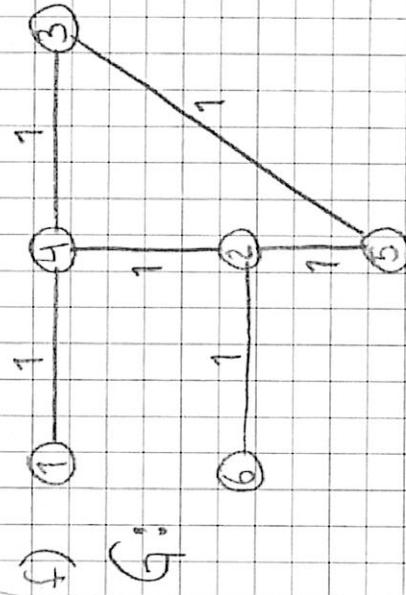
Löpande sidnr
Consecutive no:

14

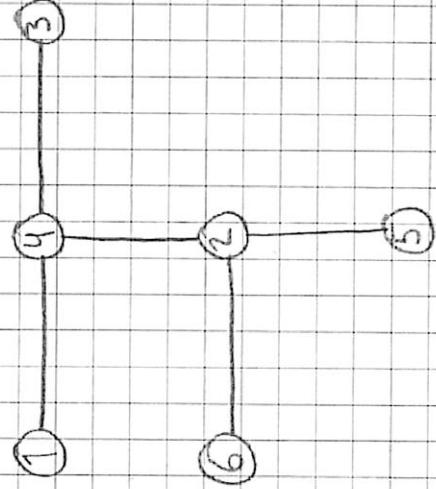
Uppgift nr /
Question no: 8

Poäng / Points
awarded:

Lärares
anteckning
Examiner's remarks:



Minimalt stamtred



Ordning: 1, 4, 3, 2, 5, 6

✓

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Häftområde