

Karlstads universitet,
Fakulteten för teknik och naturvetenskap, Avdelningen för Matematik
TENTAMEN I MATEMATIK, MAGA55, 7,5 poäng 2018-08-23

Hjälp medel: Miniräknare.

Ansvariga lärare: Igor Gachkov, tel 837089 (h) 7001103 (a) 0768894025 (mobil) rum 21F519

Logik, Relationer och Rekursion

1. Vilka av följande lagar är sanna?

- a) $x \rightarrow (y \rightarrow z) \Leftrightarrow (x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)$
 $x \rightarrow (y \leftrightarrow z) \Leftrightarrow (x \rightarrow y) \leftrightarrow (x \rightarrow z)$
 $(x \wedge y) \rightarrow z \Leftrightarrow (x \rightarrow z) \wedge (y \rightarrow z)$

b) Rita minsta möjliga elektroniskrets. (en bas \neg, \vee, \wedge) för första funktion i uppgift a)

c) Bestäm disjunktiv normalform (DNF) och konjunktiv normalform(CNF) för andra funktion i uppgift a)

2 Antag att universalmängden $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

- a) Avgör om följande utsagor är sanna $\forall x \forall y (x + y > 8)$
 $\exists x \forall y (x + y > 8)$
 $\forall x \exists y (x + y > 8)$
 $\exists x \exists y (x + y > 8)$

b) Negera första utsagan i a-uppgiften.

3. Låt R vara följande relation på mängden $S = \{w, x, y, z\}$.

$R = \{(w,z), (w, y), (x,w), (x, x), (y,w), (y, x), (z,w)\}$

- (a) Rita relationsgraf för R.
(b) Relationen R är inte symmetrisk. Ange den minsta mängden av par som måste läggas till R för att R skall bli symmetrisk.
(c) Relationen R är inte reflexiv. Ange den minsta mängden av par som måste läggas till R för att R skall bli reflexiv.
(d) Relationen R är inte transitiv. Ange den minsta mängden av par som måste läggas till R för att R skall bli transitiv.
(e) Är relationen R antisymmetrisk? Motivera ditt svar!

4. Lös det rekursiva sambandet

- a) $2a_{n+2} + 5a_{n+1} - 7a_n = 0, \quad a_0 = 1, a_1 = 4$
b) $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 3^n, \quad a_0 = 1, a_1 = 1$
c) Beräkna antal heltal lösningar för ekvationen of $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 1, x_3 \geq 1, 1 < x_4 < 4$

Primtal och delare, E.A. och Diofantiska ekvationer, Modulär aritmetik, induktionsbevis, mängdlära

5. Lös kongruensekvationerna

- a) $12x + 13 \equiv 1 \pmod{36}$
b) $12x + 13 \equiv 1 \pmod{37}$
c) $12x + 13 \equiv 1 \pmod{38}$

6.

Visa med hjälp av induktion att

- a) $(n + 1)^3 + (n - 1)^3$ är delbart med 4 för alla $n \geq 0$
b) $7^{2n+1} + 17^n$ är delbart med 8 för alla $n \geq 0$

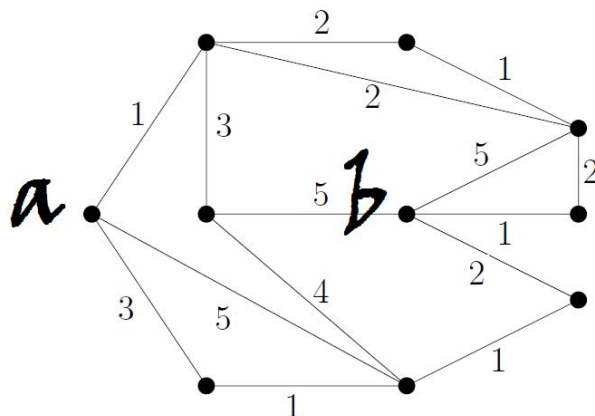
7. Låt $D=\{1,2,3,5,7\}$. Ange tre mängder A, B och C sådana att

$$(A \cup B) \cap C = D, A \cap C = \emptyset, A \neq \emptyset \text{ och } A \cap B \neq \emptyset.$$

Graf teori .

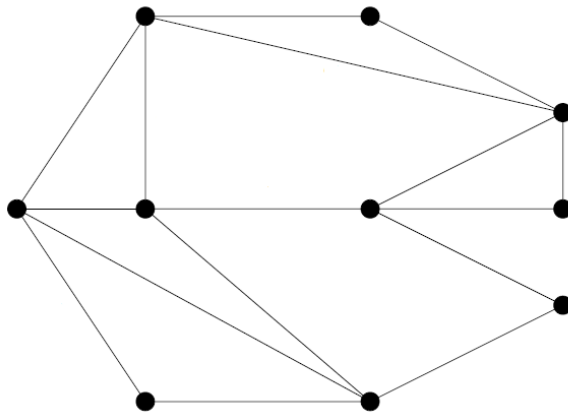
8.

a) Bestäm kortaste vägen från a till b med användning av Dijkstra's algoritm.



b) Bestäm ett minimalt stomträd (*spanning tree*) för grafen.
Du måste ange i vilken ordning kanterna valts.

c) Visa at grafen nedan har någon Eulerkrets.
Beskriv i förekommande fall Eulerkretsen (hur den "går")



d) Kontrollera Eulers polyadersats $N-B+O=2$ för graf (uppgift c)
(bestäm värde för N, B, O)

e) Har graf G_1 någon hamiltonian cycle?
Beskriv i förekommande fall HC (hur den "går")

Lycka till.

Igor varje uppgift -1p.