

# Управление комбинированным сферороботом с обратной связью

## 1 Введение

## 2 Экспериментальное исследование движения сфероробота с обратными связями

В работах [4, 5] рассмотрено управление сферороботом комбинированного типа с обратной связью, стабилизирующей заданные частные решения для свободной системы на конечном этапе движения. В рассмотренном подходе обратная связь зависит от текущего положения и скоростей сфероробота, не зависит от конкретного вида траектории, и заключается в вычислении управляющих моментов  $K_\vartheta$  и  $K_\varphi$  в виде

$$K_\vartheta = \tilde{k}_\vartheta(\dot{\vartheta} + \frac{v^*}{R_s}), \quad K_\varphi = \tilde{k}_\varphi(\Omega, e_2 + e_3), \quad (1)$$

где  $\tilde{k}_\vartheta, \tilde{k}_\varphi$  – постоянные коэффициенты;  $\vartheta$  – угол поворота маятника вокруг оси  $e_1$  в подвижной системе координат;  $R_s$  – радиус сферической оболочки;  $v^*$  – заданное значение линейной скорости качения сфероробота после стабилизации движения;  $\Omega$  – угловая скорость вращения оболочки.

Результаты моделирования движения сфероробота комбинированного типа, приведенные в [4, 5] с учетом обратной связи, подтверждают возможность стабилизации сфероробота, однако, вопрос выбора и обоснования значений коэффициентов  $\tilde{k}_\vartheta$  и  $\tilde{k}_\varphi$  остается не раскрытым. На практике определение значений данных коэффициентов имеет ключевое значение.

### 2.1 Особенности технической реализации управления с обратными связями

Для определения значений коэффициентов  $\tilde{k}_\vartheta$  и  $\tilde{k}_\varphi$  проведем исследование предложенного алгоритма стабилизации сфероробота комбинированного типа для реальной модели сфероробота (см. рис. 1), разработанной в лаборатории нелинейного анализа и новых средств передвижения Удмуртского государственного университета. Технические характеристики данной модели сфероробота приведены в работе [2].



Рис. 1: Лабораторная модель сфероробота комбинированного типа.

Данная модель сфероробота комбинированного типа приводится в движение колесной тележкой, перемещающейся в экваториальной плоскости сферической оболочки  $R_s = 0.15$  м по ободу, имеющему специальный профиль. Каждое колесо приводится в движение отдельным двигателем постоянного тока, обеспечивающим необходимый момент  $K_\vartheta$ , а для синхронизации скоростей используются датчики угла поворота колес, установленные на выходных валах приводных двигателей. На колесной тележке ротор расположен так, что его ось вращения направлена вдоль радиуса сферической оболочки. Вращение ротора используется для поворота сферического робота и реализуется двигателем постоянного тока, обеспечивающим необходимый момент  $K_\varphi$ .

Уравнения (1) предполагают линейную зависимость необходимых моментов от отклонения фазовых переменных, что на практике возможно реализовать только на конечном интервале из-за ограниченности кинематического момента, который могут обеспечить двигатели постоянного тока. Принимая данный факт во внимание запишем уравнения (1) в следующем виде

$$K_\vartheta = \frac{2K_{max}}{\pi} \arctg((\dot{\vartheta} + \frac{v^*}{R_s})\zeta_\vartheta), \quad K_\varphi = \frac{2K_{max}}{\pi} \arctg((\Omega, e_2 + e_3)\zeta_\varphi), \quad (2)$$

где  $\zeta_\vartheta, \zeta_\varphi$  – коэффициенты регуляторов;  $K_{max}$  – максимальный момент двигателей.

Контроль за текущим значением кинематических моментов на практике реализуется с помощью измерения тока в двигателях, так как зависимость момента от тока определяется выражением  $K = C_T \cdot i$ , где  $K$  – момент на выходном валу двигателя;  $i$  – ток, проходящий через двигатель;  $C_T$  – постоянная момента. Для выбранных двигателей постоянного тока  $C_T = 0.963$  Нм/А,  $i_{max} = 1$  А – максимальное значение тока, при котором обеспечивается максимальный момент двигателя. Тогда с учетом (2), управляющие воздействия, стабилизирующие движение сфероробота комбинированного типа запишутся в виде

$$i_\vartheta = 0.661 \arctg\left(\left(\dot{\vartheta} + \frac{v^*}{R_s}\right)\zeta_\vartheta\right), \quad i_\varphi = 0.661 \arctg\left((\Omega, e_2 + e_3)\zeta_\varphi\right), \quad (3)$$

где  $i_\vartheta$  и  $i_\varphi$  – управляющие токи двигателя, приводящего во вращение колеса, и двигателя, вращающего ротор, соответственно.

Для поддержания требуемого значения тока реализован регулятор, обеспечивающий его изменение пропорционально величине отклонения реального значения величины тока от заданной. Для измерения реального тока каждого из двигателей ( $\hat{i}_\vartheta$  и  $\hat{i}_\varphi$ ) сфероробота комбинированного типа используется линейный датчик тока на базе эффекта Холла – ACS712.

Общая структурная схема регуляторов для стабилизации движения сфероробота в этом случае будет иметь два контура регулирования (см. рис. 2). Внешний контур отвечает за регулирование угловых скоростей сфероробота, на выходе которого получаем величину тока, которую необходимо поддерживать. Внутренний контур обеспечивает регулирование тока, а соответственно и величину момента на валу каждого из двигателей на требуемом уровне.

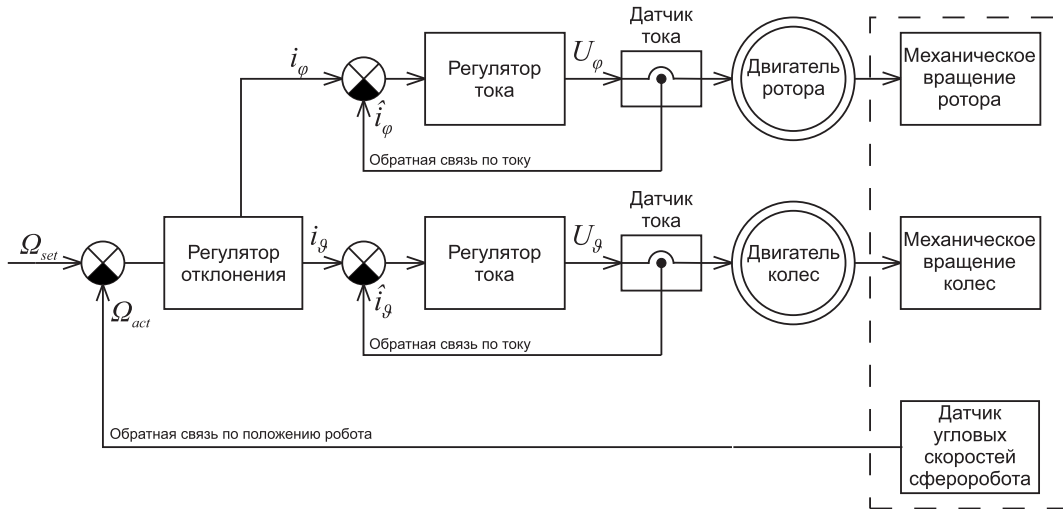


Рис. 2: Схема регуляторов стабилизации движения сфероробота.

На рисунке 2:  $\Omega_{set}$  – вектор заданной угловой скорости сфероробота комбинированного типа;  $\Omega_{act}$  – вектор фактической угловой скорости;  $i_\vartheta, i_\varphi$  – требуемые значения тока для двигателя колес и двигателя ротора соответственно, рассчитанные в соответствии с (3);  $\hat{i}_\vartheta, \hat{i}_\varphi$  – фактические значения тока, протекающего через двигатель колес и двигатель ротора соответственно;  $U_\vartheta, U_\varphi$  – значения напряжений, подаваемые на двигатель колес и двигатель ротора соответственно.

Измерения угловых скоростей  $\Omega_{act}$  сфероробота осуществляются девятиосевым сенсором движения – MPU9250, который содержит трехосевой гироскоп, трехосевой акселерометр и трехосевой магнитометр.

## 2.2 Определение коэффициентов регулирования $\zeta_\vartheta$ и $\zeta_\varphi$

Для исключения взаимного влияния контуров обратной связи проведем исследование частных случаев движения, при которых рассматриваемые управления задействованы по отдельности.

Для восстановления траектории движения сфероробота  $(x, y, z)$  и его ориентации  $(\alpha, \beta, \gamma)$  использовалась система захвата движения фирмы Vicon, где  $\alpha, \beta, \gamma$  – векторы проекций ортов неподвижной системы координат на оси подвижной системы координат, связанной с центром сферической оболочки.

Из выражений (3) следует, что коэффициент  $\zeta_\vartheta$  используется в регуляторе, обеспечивающем минимизацию отклонения от вертикали в плоскости движения сфероробота. Поэтому для определения его оптимального значения удобно использовать компоненту  $\gamma_3$ . А для определения оптимального значения коэффициента  $\zeta_\varphi$  будем использовать компоненту  $\alpha_1$ , так как коэффициент  $\zeta_\varphi$  отвечает за отклонение сфероробота от первоначального курса.

### 1. Определение коэффициента $\zeta_\vartheta$

Репрезентативной траекторией движения сфероробота комбинированного типа для определения коэффициента  $\zeta_\vartheta$  является прямая. Движение вдоль прямой обеспечивается уравнением  $K_\vartheta$ , а ротор остается неподвижным, т.е.  $K_\varphi = 0$ .

Отклонение сфероробота при движении вдоль прямой формируется тем, что на его пути (см. рисунок 3) устанавливается препятствие (высотой 5 мм и длиной 600 мм), преодолевая которое, сфероробот совершает колебания в плоскости, параллельной направлению движения.

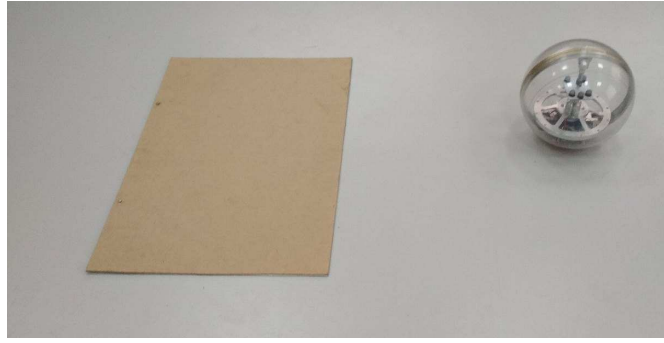


Рис. 3: Препятствие на пути движения робота.

Типовые отклонения сфероробота в процессе его движения при преодолении препятствия в виде колебаний компоненты  $\gamma_3$  показаны на рисунке 5 пунктирной линией.

Для одинаковых начальных условий, но при различных значениях коэффициента  $\zeta_\vartheta \in [1; 4]$  проведено  $N(N > 3)$  серий экспериментов. Для каждого значения коэффициента  $\zeta_\vartheta$  вычислялась интегральная ошибка для всех экспериментов в рамках одной серии

$$\sigma_{\gamma_3} = \sum_{j=1}^N \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_{3i}^j - 1)^2}{n-1}} \cdot \frac{1}{N}, \quad (4)$$

где  $n$  – количество точек, полученных при захвате траектории движения для отдельного эксперимента;  $N$  – количество экспериментов в серии;  $j$  – номер эксперимента.

На рисунке 4 показана зависимость интегральной ошибки  $\sigma_{\gamma_3}$  от значения коэффициента  $\zeta_\vartheta$ . Минимуму ошибки соответствует значение  $\zeta_\vartheta = 2$ .

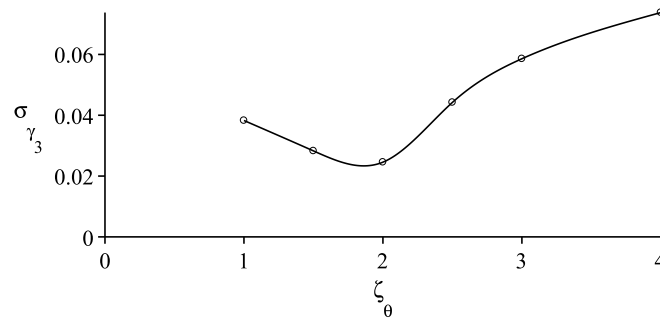


Рис. 4: Зависимость интегральной ошибки  $\sigma_{\gamma_3}$  от значения коэффициента  $\zeta_\vartheta$ .

Изменение компоненты  $\gamma_3$  при стабилизации движения сфероробота комбинированного типа, используя (3), приведено на рисунке 5 сплошной линией, при  $\zeta_\vartheta = 2, \zeta_\varphi = 0, v^* = 0.3$  м/с. Интегральная ошибка

$\sigma_{\gamma_3}$  для приведенных данных от идеального значения для экспериментов с обратной связью  $\sigma_{\gamma_3} = 0.025$ , для экспериментов без обратной связи –  $\sigma_{\gamma_3} = 0.078$ . Уменьшение ошибки более чем в 3 раза позволяет сделать вывод о работоспособности регулятора.

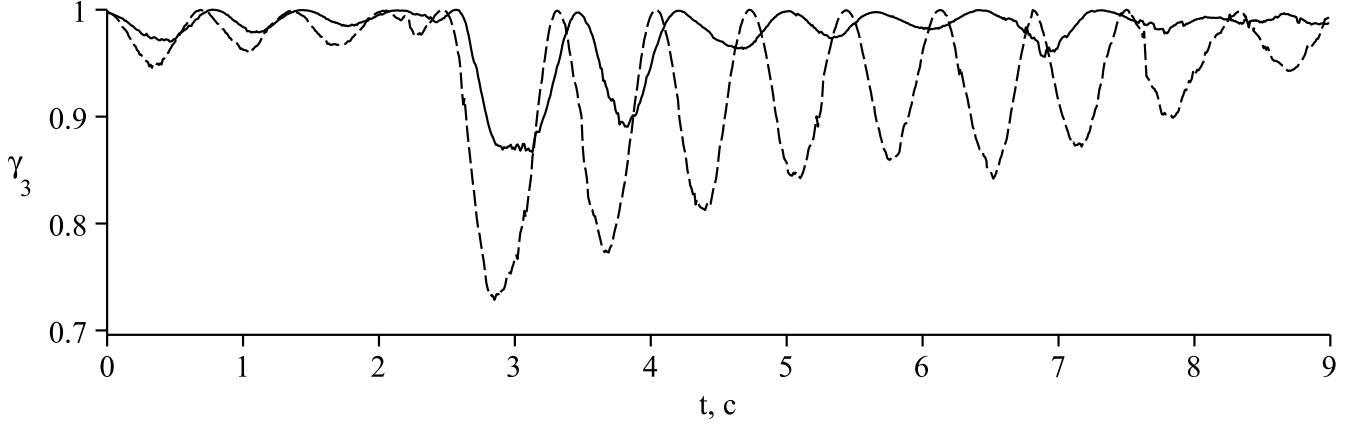


Рис. 5: Изменение компоненты  $\gamma_3$  при движении сфероробота комбинированного типа по прямой и преодолении препятствия: сплошная линия –  $\gamma_3$  при  $\zeta_\vartheta = 2, \zeta_\varphi = 0, v^* = 0.3$  м/с, штриховая линия –  $\gamma_3$  при  $\zeta_\vartheta = 0, \zeta_\varphi = 0, v^* = 0.3$  м/с (без обратной связи)

## 2. Определение коэффициента $\zeta_\varphi$

Аналогично вышеописанному эксперименту рассмотрим траекторию движения сфероробота комбинированного типа для определения коэффициента  $\zeta_\varphi$  в виде прямой. Но препятствие (высотой 3 мм и длиной 25 мм) установлено таким образом (см. рисунок 6), что, преодолевая его, сфероробот отклоняется от первоначального прямолинейного направления движения.

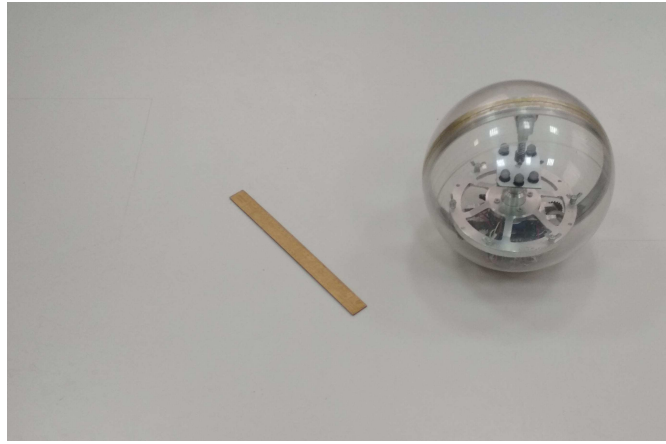


Рис. 6: Препятствие на пути движения робота.

Типовые отклонения сфероробота в процессе его движения при преодолении препятствия, установленного под углом к направлению движения, в виде колебаний компоненты  $\alpha_1$  показаны на рисунке 8 пунктирной линией.

Для одинаковых начальных условий, но при различных значениях коэффициента  $\zeta_\varphi \in [0.1; 0.3]$  проведено  $N(N > 3)$  серий экспериментов. Для каждого значения коэффициента  $\zeta_\varphi$  вычислялась интегральная ошибка для всех экспериментов в рамках одной серии

$$\sigma_{\alpha 1} = \sum_{j=1}^N \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_{1i}^j - 1)^2}{n - 1}} \cdot \frac{1}{N}, \quad (5)$$

где  $n$  – количество точек, полученных при захвате траектории движения для отдельного эксперимента;  $N$  – количество экспериментов в серии;  $j$  – номер эксперимента.

На рисунке 7 показана зависимость интегральной ошибки  $\sigma_{\alpha_1}$  от значения коэффициента  $\zeta_\varphi$ . Минимуму ошибки соответствует значение  $\zeta_\varphi = 0.15$ .

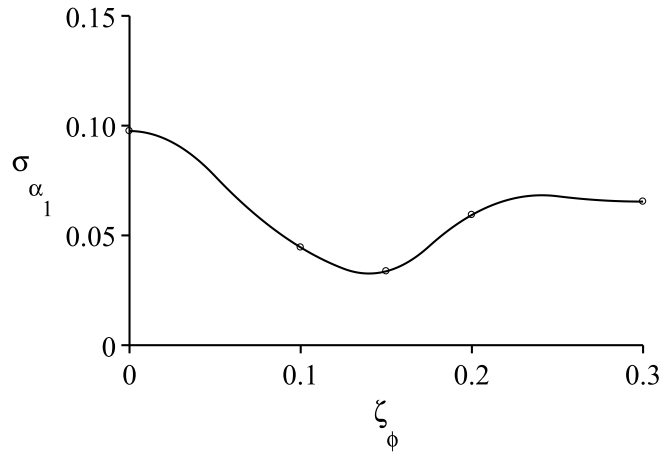


Рис. 7: Зависимость интегральной ошибки  $\sigma_{\alpha_1}$  от значения коэффициента  $\zeta_\varphi$

Изменение компоненты  $\alpha_1$  при стабилизации движения сфероробота комбинированного типа, используя (3), приведено на рисунке 8 сплошной линией, при  $\zeta_\vartheta = 0, \zeta_\varphi = 0.15, v^* = 0.3$  м/с. Интегральная ошибка  $\sigma_{\alpha_1}$  для приведенных данных от идеального значения для экспериментов с обратной связью  $\sigma_{\alpha_1} = 0.033$ , для экспериментов без обратной связи  $\sigma_{\alpha_1} = 0.097$ . Уменьшение ошибки приблизительно в 3 раза позволяет сделать вывод о работоспособности регулятора.

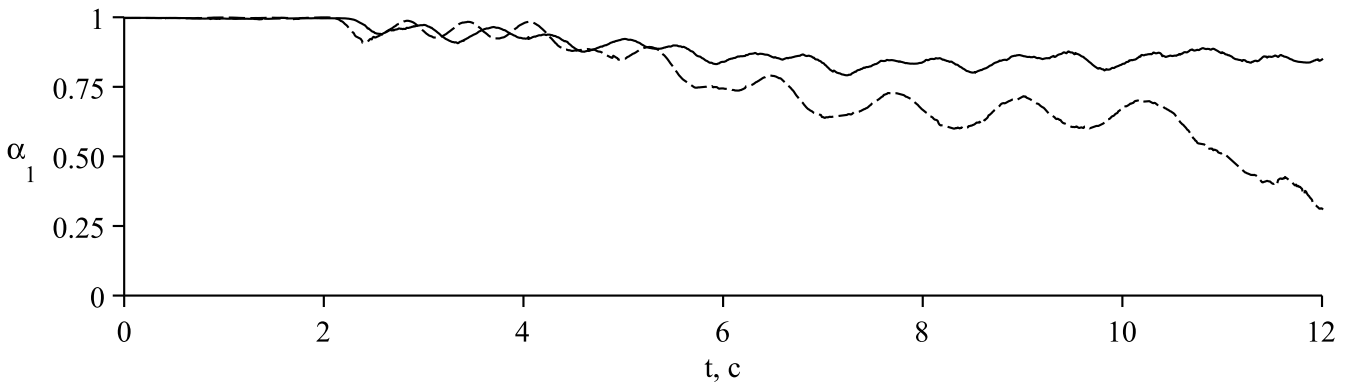


Рис. 8: Изменение компоненты  $\alpha_1$  при движении сфероробота комбинированного типа по прямой и преодолении препятствия: сплошная линия –  $\alpha_1$  при  $\zeta_\vartheta = 0, \zeta_\varphi = 0.15, v^* = 0.3$  м/с, штриховая линия –  $\alpha_1$  при  $\zeta_\vartheta = 0, \zeta_\varphi = 0, v^* = 0.3$  м/с (без обратной связи)

Далее рассмотрим результаты экспериментов при совместном использовании регуляторов при оптимальных значениях их коэффициентов.

### 3 Сравнение движений с обратной связью и без нее

Рассмотрим движение робота по прямой, аналогичное движению в экспериментах по определению оптимального коэффициента  $\zeta_\varphi$ . Типовые отклонения сфероробота в процессе его движения при преодолении препятствия в виде колебаний компонент  $\gamma_3$  и  $\alpha_1$  показаны пунктирной линией на рисунках 9а и 9б соответственно.

Проведено две серии экспериментов с одинаковыми начальными условиями. Изменение компонент  $\gamma_3$  и  $\alpha_1$  при стабилизации движения сфероробота комбинированного типа, используя (3), приведено сплошной линией

на рисунках 9а и 9б соответственно, где  $\zeta_\theta = 2$ ,  $\zeta_\varphi = 0.15$ ,  $v^* = 0.3$  м/с.

Ссылки на видео!!!

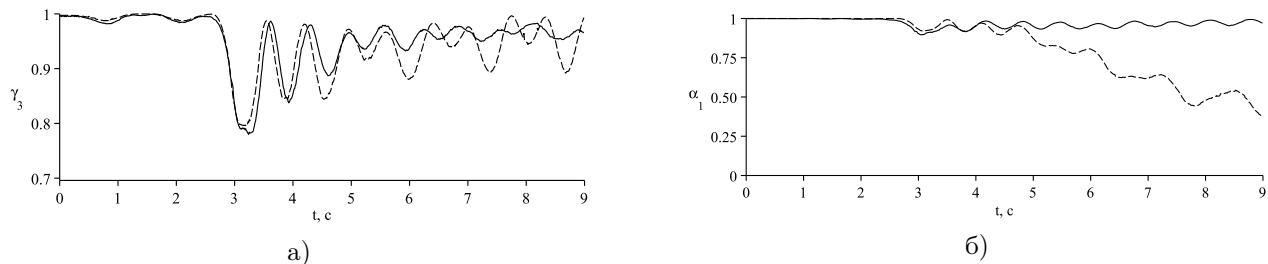


Рис. 9: Проекция  $\gamma_3$  (а) и  $\alpha_1$  (б) для экспериментов с обратной связью (сплошная линия) и без (штриховая линия)

Сравним интегральные ошибки компонент  $\gamma_3$  и  $\alpha_1$  для экспериментов с обратной связью и без нее. Для экспериментов с обратной связью  $\sigma_{\gamma_3} = 0.042$ ,  $\sigma_{\alpha_1} = 0.031$ ; а для экспериментов без обратной связи  $\sigma_{\gamma_3} = 0.076$ ,  $\sigma_{\alpha_1} = 0.179$ . Что подтверждает, что движение с рассмотренным видом обратной связи более устойчивое, чем без нее.

## 4 Заключение

Приведем кратко основные результаты исследований, проведенных в данной работе.

1. Регулятор, описанный в работах [4, 5], обеспечивающий стабилизацию движения сфероробота комбинированного типа, преобразован с учетом специфики технической реализации, а именно ограниченности максимального момента на валу двигателя и использование в качестве управления величину токов двигателей.
2. Определены оптимальные значения коэффициентов регуляторов  $\zeta_\theta = 2$  и  $\zeta_\varphi = 0.15$ , обеспечивающие минимальное отклонение траектории движения от заданной, даже при возникновении препятствий на пути сфероробота.

Минимальные колебания сфероробота в процессе движения с "включенной" стабилизацией вызваны неидеальностью конструкции, которая выражается смещением центра масс, кинематическими зазорами и люфтами зубчатых передач редукторов.

В дальнейшем минимизация отклонения позволит обеспечить выбор более мощных (моментных, скоростных) приводных двигателей, а также использование более точной и быстродействующей измерительной системы, способной фиксировать любые отклонения.

Тем не менее результаты экспериментальных исследований подтвердили возможность использования регуляторов, описанных в работах [4, 5] для стабилизации движения, а также продемонстрировали их эффективность на практике.

## Список литературы

- [1] Karavaev Y. L., Kilin A. A., The Dynamics and Control of a Spherical Robot with an Internal Omniwheel Platform, Regular and Chaotic Dynamics, 2015, vol. 20, no. 2, pp. 134-152
- [2] Килин А. А., Караваев Ю. Л., Экспериментальные исследования динамики сферического робота комбинированного типа, Нелинейная динамика, 2015, т. 11, №4, с. 721-734
- [3] Kilin A.A., Pivovarova E.N., Ivanova T.B. Spherical robot of combined type: Dynamics and control // Regul. Chaotic Dyn., 2015, vol.20, no.6, pp.716-728.
- [4] Ivanova T. B., Kilin A. A., Pivovarova E. N. Controlled Motion of a Spherical Robot with Feedback. I // Journal of Dynamical and Control Systems. II 2017. II С. 1-14. <https://doi.org/10.1007/s10883-017-9390-7>

- [5] Ivanova T. B., Kilin A. A., Pivovarova E. N. Controlled Motion of a Spherical Robot with Feedback. II // Journal of Dynamical and Control Systems. II 2017. II С. 1-16. <https://doi.org/10.1007/s10883-017-9387-2>
- [6] Pololu Robotics'n'Electronics [Электронный ресурс] // URL: <https://www.pololu.com/product/1443/faqs>