### Управление комбинированным сферороботом с обратной связью

### 1 Введение

На сегодняшний день существует большое количество работ, посвященных сферическим роботам. Подробные обзоры конструкций и принципов приведения в движение можно найти в работах [1]. Наиболее популярными способами реализации движения сферических роботов являются изменение положения центра масс и изменение внутреннего гиростатического момента.

Теоретические исследования динамики сфероробота комбинированного типа, использующего для движения как смещение центра масс, так и изменение гиростатического момента, катящегося без проскальзывания по горизонтальной плоскости, проведены в работе [3]. В работе [2] были проведены экспериментальные исследования, была доказана возможность управления сферическим роботом комбинированного типа. При проведении экспериментов было отмечено, что введение в систему управления обратных связей позволит повысить эффективность управления и устойчивость движения. Теоретическое исследование модели управления сфероробота комбинированного типа с обратной связью, рассмотрена в работе [], также было проведено компьютерное моделирование движения, которое показало эффективность предложенной модели. В предлагаемом подходе обратная связь зависит от фазовых переменных (текущего положения, скоростей) и не зависит от конкретного вида траектории. В данной работе мы проведем экспериментальные исследования, на основе теоретических данных введем в систему управления обратные связи и покажем как это влияет на движение сфероробота.

# 2 Экспериментальное исследование движения сфероробота с обратными связями

Рассмотрим уравнения определяющие обратную связь [] в виде управляющих моментов  $K_{\vartheta}$  и  $K_{\varphi}$ 

$$K_{\vartheta} = \tilde{k_{\vartheta}}(\dot{\vartheta} + \frac{v^*}{R_s}), \quad K_{\varphi} = \tilde{k_{\varphi}}(\mathbf{\Omega}, e_2 + e_3).$$
 (1)

где  $\tilde{k_{\vartheta}}$ ,  $\tilde{k_{\varphi}}$  – постоянные коэффициенты,  $\vartheta$  – угол поворота маятника вокруг оси  $e_1$  в подвижной системе координат,  $R_s$  – радиус сферической оболочки,  $v^*$  – заданное значение линейной скорости качения сфероробота после стабилизации движения,  $\Omega$  – угловая скорость вращения оболочки.

## 2.1 Описание экспериментальной модели сферического робота комбинированного типа

Для проведения экспериментальных исследований используется лабораторная модель сфероробота комбинированного типа, представленная на рисунке 1.



Рис. 1: Лабораторная модель сфероробота комбинированного типа.

В данной модели по экваториальной плоскости сферической оболочки движется тележка, на которой закреплен ротор так, что его ось вращения направлена вдоль радиуса сферической оболочки. Сферическая оболочка изготовлена из ПЭТ-материала. Для исключения проскальзывания, колеса тележки изготовлены из резины. Каждое колесо приводится в движение отдельным двигателем постоянного тока, а для синхронизации

скоростей используются датчики угла поворота (энкодеры), установленные на выходных валах двигателей. Ротор выполнен в качестве алюминиевого диска. Основные характеристики робота представлены в таблице 1.

Характеристика	Обозначение	Значение
Радиус сферы:	$R_s$	0.15 м
Масса сферы:	$m_s$	$1.625\  m kг$
Тензор инерции сферы:	$I_s$	$diag(25.27 \cdot 10^{-3}, 20.73 \cdot 10^{-3}, 25.27 \cdot 10^{-3})$ кг·м <sup>2</sup>
Радиус ротора:	$R_r$	$0.087 \; \mathrm{M}$
Масса ротора:	$m_r$	$2.46~\mathrm{kf}$
Осевой момент инерции ротора:	$I_r$	$5.64\cdot 10^{-3}\ \mathrm{kr}\cdot \mathrm{m}^2$
Масса тележки с ротором:	$m_b$	$3.25~\mathrm{kf}$
Тензор инерции тележки с ротором:	$oldsymbol{I}_b$	$diag(31.88 \cdot 10^{-3}, 30.59 \cdot 10^{-3}, 8.76 \cdot 10^{-3}) \text{ kg·m}^2$

Таблица 1: Основные характеристики сферического робота

Для вращения роликов и ротора используются двигатели постоянного тока фирмы Pololu [4]. Моментная характеристика двигателей расчитана в соответствии с рекомендациями производителя и приведена на рисунке 2. Момент на валу двигателя прямо пропорционален току, протекающему через обмотки двигателя:  $K = c \cdot i$ . Поэтому для определения величины момента достаточно знать величину тока, протекающего через обмотки.

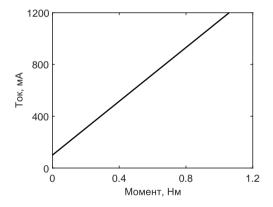


Рис. 2: Зависимость характеристик двигателя.

Для управления моментом двигателя постоянного тока предлагается использовать следующую схему (см. рисунок 3). На схеме изображена система двухконтурного регулирования. Первый контур поддерживает величину тока, а соответственно и величину момента на валу двигателя на заданном уровне. Второй контур отвечает за регулирование угловых скоростей сфероробота, на выходе которого получаем величину момента, которую необходимо поддерживать.

Для измерения тока используется датчик ACS712 — линейный датчик тока на базе эффекта Холла. На выходе датчика имеем аналоговый сигнал пропорциональный силе тока. Измерения тока проводятся с частотой 20 КГп, для каждого двигателя берется среднее значение из 50 измерений. Для поддержания заданного значения тока реализован П-регулятор.

Для измерения угловых скоростей сфероробота используется датчик MPU9250 – миниатюрный девятиосевой сенсор движения компании InvenSense, который содержит 3-х осевой гироскоп, 3-х осевой акселерометр и 3-х осевой магнитометр. Для измерения угловых скоростей используются только данные с гироскопа. Измерения производятся с частотой 50 Гц, на этой же частоте работает второй контур системы регулирования. Выходные значения контура рассчитываются по уравнениям (1). Но эти уравнения предполагают линейную зависимость необходимых моментов от отклонения фазовых переменных. В действительности же мы ограничены максимальным моментом двигателя, приводящего в движение тот или иной компонент сфероробота, при котором через двигатель протекает максимальный ток. Поэтому перепишем уравнения (1) в следующем виде

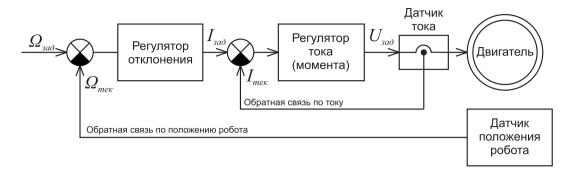


Рис. 3: Схема регулирования скорости двигателя.

$$K_{\vartheta} = \frac{2K_{max}}{\pi} arctg((\dot{\vartheta} + \frac{v^*}{R_s})\zeta_{\vartheta}), \quad K_{\varphi} = \frac{2K_{max}}{\pi} arctg((\mathbf{\Omega}, e_2 + e_3)\zeta_{\varphi}). \tag{2}$$

где  $\zeta_{\vartheta}, \zeta_{\varphi}$  — коэффициенты наклона графика,  $K_{max}$  — максимальный ток, обеспечивающий максимальный момент двигателя. Для выбранного типа двигателей максимальный ток ограничим значением 1000 мА.

#### 2.2 Определение коэффициентов регулирования

Рассмотрим определение коэффициентов  $\zeta_{\vartheta}$  и  $\zeta_{\varphi}$  по отдельности.

1. Рассмотрим движение сфероробота по прямолинейной траектории с небольшим препятствием (см. рисунок 4), преодолевая которое, сфероробот начинает совершать колебания в плоскости, параллельной направлению движения.

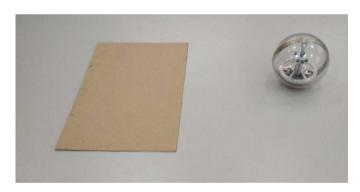


Рис. 4: Препятствие на пути движения робота.

Препятствие представляет собой ступеньку высотой в 5 мм и длиной 600 мм. В данных экспериментах рассмотрено только уравнение момента  $K_{\vartheta}$ , так как раскачивание сфероробота происходит по ходу движения.

Для определения траектории движения сфероробота использовалась система захвата движения Vicon Motion Capture, которая позволяет получать зависимость от времени как координат, так и ориентации объекта.

Чтобы найти оптимальный коэффициент  $\zeta_{\vartheta}$  проведено несколько серий экспериментов, в которых использовались различные значения  $\zeta_{\vartheta}$  в интервале от [1,4]. Анализ экспериментов проводился по вертикальной компоненте вектора  $\gamma_3$ . Оптимальному значению коэффициента  $\zeta_{\vartheta}$  соответствует минимум отклонения вертикальной компоненты вектора  $\gamma_3$  от 1 (так как  $\gamma_3 = 1$  – целевое состояние, для которого определялись уравнения (1)). Запишем уравнение среднего отклонения

$$\sigma = \sum_{j=1}^{N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\gamma_{3_i}^j - 1)^2}{n - 1}} \cdot \frac{1}{N},$$
(3)

где n — количество точек полученных при захвате траектории движения для одного эксперимента, N — количество экспериментов в серии, j — номер эксперимента.

На рисунке 5 показана зависимость среднего отклонения  $\sigma$  от значения коэффициента  $\zeta_{\vartheta}$ .

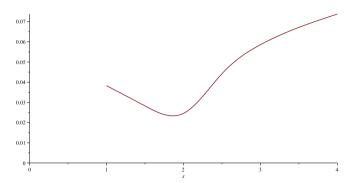


Рис. 5: Зависимость среднего отклонения  $\langle \sigma \rangle_{av}$  от значения коэффициента  $\zeta_{\vartheta}$ .

Можно сделать вывод, что оптимальным является значение  $\zeta_{\vartheta}=2.$ 

Далее проведены 3 эксперимента для движения с обратной связью и 3 эксперимента для движения без обратной связь. В экспериментах с обратной связью для расчета управляющих моментов (2) использовались следующие значения параметров:  $\zeta_{\vartheta}=2,\zeta_{\varphi}=0,v^*=0.3$  м/с. В экспериментах без обратной связи:  $\zeta_{\vartheta}=0,\zeta_{\varphi}=0,v^*=0.3$  м/с.

Для сравнения, на рисунке 6 показаны графики, отображающие проекцию компоненты  $\gamma_3$  для одного из экспериментов движения сфероробота с обратной связью и одного из экспериментов движения сфероробота без обратной связи.

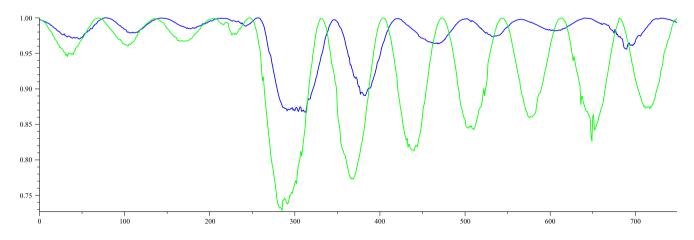


Рис. 6: Проекции компоненты  $\gamma_3$ . Сравнение эксперимента с обратной связью и без обратной связи.

Сравним среднее отклонение проекции  $\gamma_3$  от 1 для трех экспериментов с обратной связью и без нее, расчитанное по уравнению (3). Для экспериментов с обратной связью  $\sigma=0.025$ , а для экспериментов без обратной связью  $\sigma=0.078$ . Это показывает, что движение с обратной связью более устойчивое, чем без нее.

2. Рассмотрим движение сфероробота по прямолинейной траектории с небольшим препятствием (рисунок 7), преодолевая которое, сфероробот начинает совершать колебания в плоскостях, параллельной и перпендикулярной направлению движения.

Цель данных экспериментов – определить оптимальное значение коэффициента  $\zeta_{\varphi}$ . Для этого было проведено несколько серий экспериментов, в которых значение момента на колесах тележки сфероробота устанавливалось постоянным  $K_{\vartheta}=const$ , а коэффициент  $\zeta_{\varphi}$  изменялся в интервале от [0.1, 0.3]. Анализ экспериментов проводился по вертикальной компоненте вектора  $\gamma_3$  и горизонтальной компоненте вектора  $\alpha_1$ . Аналогично первой серии экспериментов оптимальному значению коэффициента  $\zeta_{\varphi}$ 



Рис. 7: Препятствие на пути движения робота.

соответствует минимум отклонения как вертикальной компоненты вектора  $\gamma_3$ , так и горизонтальной компоненты вектора  $\alpha_1$  от 1. Среднее отклонение для каждого из векторов расчитывалось по (3). На рисунке 8 показаны зависимости коэффициента  $\zeta_{\varphi}$  от отклонений робота.

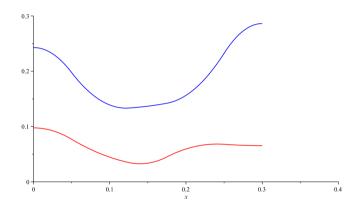


Рис. 8: Зависимость коэффициента  $\zeta_{\varphi}$  от отклонений робота.

Проанализировав полученные результаты, принимаем оптимальное значение коэффициента  $\zeta_{\varphi}=0.15$ . Далее проведены 3 эксперимента для движения с обратной связью и 3 эксперимента для движения без обратной связи. В экспериментах с обратной связью для расчета управляющих моментов (2) использовались следующие значения параметров:  $\zeta_{\vartheta}=0,\zeta_{\varphi}=0.15,v^*=0.3$  м/с. В экспериментах без обратной связи:  $\zeta_{\vartheta}=0,\zeta_{\varphi}=0,v^*=0.3$  м/с.

Для сравнения, на рисунке 9а показаны графики, отображающие проекцию  $\gamma_3$  для одного из экспериментов движения сфероробота с обратной связью и одного из экспериментов движения сфероробота без обратной связи, а на рисунке 96 – графики проекций  $\alpha_1$ .

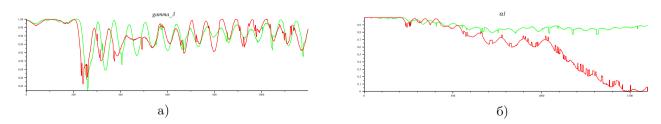


Рис. 9: Проекции векторов  $\gamma_3$  (a) и  $\alpha_1$  (б) для экспериментов с обратной связью (зеленая линия) и без (красная линия)

Сравним среднее отклонение проекций  $\gamma_3$  и  $\alpha_1$  от 1 для трех экспериментов с обратной связью и без нее, расчитанное по уравнению (3). Для экспериментов с обратной связью  $\sigma_{\gamma_3}=0.136$ ,  $\sigma_{\alpha_1}=0.033$ ; а для экспериментов без обратной связи  $\sigma_{\gamma_3}=0.242$ ,  $\sigma_{\alpha_1}=0.097$ . Что также показывает, что движение с рассмотренным видом обратной связи более устойчивое.

Получив оптимальные значения коэффициентов регулирования  $\zeta_{\vartheta}$  и  $\zeta_{\varphi}$  проведем эксперименты, используя эти значения в совокупности, и сравним движение сфероробота с регулятором и без него.

### 3 Сравнение движений с обратной связью и без нее

Рассмотрим движение робота по прямой, аналогичное движению в экспериментах по определению оптимального коэффициента  $\zeta_{\varphi}$ . Для расчета управляющих моментов (2) использовались следующие значения параметров:  $\zeta_{\vartheta}=2, \zeta_{\varphi}=0.15, v^*=0.3$  м/с. В экспериментах без обратной связи:  $\zeta_{\vartheta}=0, \zeta_{\varphi}=0, v^*=0.3$  м/с. Проведем по пять экспериментов для каждого из вариантов. Для сравнения, на рисунке 10а показаны графики, отображающие проекцию  $\gamma_3$  для одного из экспериментов движения сфероробота с обратной связью и одного из экспериментов движения сфероробота без обратной связи, а на рисунке 10б – графики проекций  $\alpha_1$ .

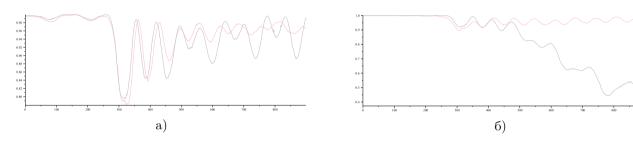


Рис. 10: Проекции векторов  $\gamma_3$  (a) и  $\alpha_1$  (б) для экспериментов с обратной связью (розовая линия) и без (серая линия)

Сравним среднее отклонение проекций  $\gamma_3$  и  $\alpha_1$  от 1 для трех экспериментов с обратной связью и без нее, расчитанное по уравнению (3). Для экспериментов с обратной связью  $\sigma_{\gamma_3}=0.042$ ,  $\sigma_{\alpha_1}=0.031$ ; а для экспериментов без обратной связи  $\sigma_{\gamma_3}=0.076$ ,  $\sigma_{\alpha_1}=0.179$ . Что подтверждает, что движение с рассмотренным видом обратной связи более устойчивое, чем без нее.

### Список литературы

- [1] Karavaev Y. L., Kilin A. A., The Dynamics and Control of a Spherical Robot with an Internal Omniwheel Platform, Regular and Chaotic Dynamics, 2015, vol. 20, no. 2, pp. 134-152
- [2] Килин А. А., Караваев Ю. Л., Экспериментальные исследования динамики сферического робота комбинированного типа, Нелинейная динамика, 2015, т. 11, №4, с. 721-734
- [3] Kilin A.A., Pivovarova E.N., Ivanova T.B. Spherical robot of combined type: Dynamics and control // Regul. Chaotic Dyn., 2015, vol.20, no.6, pp.716-728.
- [4] Pololu Robotics'n' Electronics [Электронный ресурс] // URL: <a href="https://www.pololu.com/product/1443/faqs">https://www.pololu.com/product/1443/faqs</a>