

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Ижевский государственный технический университет
имени М.Т. Калашникова «ИжГТУ им. М.Т. Калашникова»

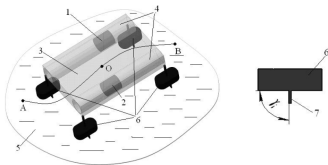
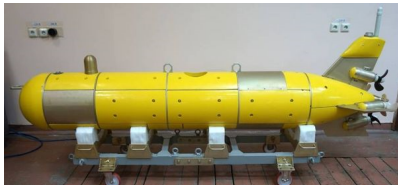
Динамика и управление безвинтовыми мобильными роботами, реализующими движение в жидкости

Выступающий: А. В. Клековкин
Руководитель: д. ф.-м. н., доц. И. С. Мамаев

Ижевск, 2020

Способы перемещения роботов в жидкости:

- Гребные винты. Самый распространенный способ передвижения.
- Механизмы, основывающиеся на способах движения живых существ (рыб, змей и др.). Изменение формы тела. Реактивный привод.
- Действие внутренних механизмов.



Преимущества и недостатки использования гребных винтов (как самого распространенного способа передвижения)

Преимущества

- Теория передвижения хорошо изучена.
- Относительная простота конструкции
- Скорость передвижения

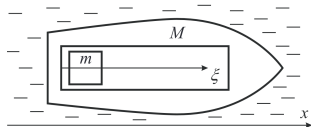
Недостатки

- Наличие гидродинамических шумов.
- Низкая мобильность.
- Повреждение окружающей микрофлоры.
- Выход вала с гребным винтом требует герметизации.

Данные недостатки исключаются в водных роботах, перемещающихся за счет движения внутренних масс и/или вращения внутренних роторов

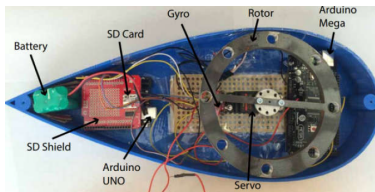
- отсутствие приводных элементов, взаимодействующих со средой;
- возможность полной гидроизоляции;
- низкий уровень гидродинамического шума при передвижении;
- повышенная маневренность.

- Первые работы данной тематики. Модель в рамках идеальной жидкости с учитывающая только эффект присоединенных масс. Показана возможность неограниченного продвижения при наличии анизотропии присоединенных масс. Академик РАН В.В. Козлов, доктор С.М. Рамоданов, доктор Д.А. Онищенко.
- Развитие моделей движения, заданный закон сопротивления. Академик РАН Ф.Л. Черноушко, доктор Н.Н. Болотник, доктор С.Ф. Яцун.
- Численное моделирование гидродинамики движущегося объекта на основе совместного решения уравнений Навье-Стокса и уравнений динамики твердого тела. Доктор В.А. Тененев, доктор С.М. Рамоданов.



История проблематики. Экспериментальные работы.

- Работы Ф. Таллапрагада

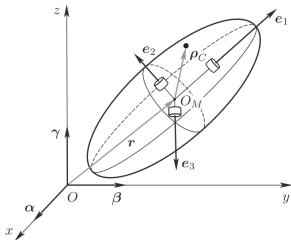


- А.А. Килин, А.И. Кленов, В.А. Тененев. Управление движением тела с помощью внутренних масс в вязкой жидкости.



Математическая модель. Уравнения движения

Рассмотрим систему, состоящую из жесткой внешней оболочки и трех внутренних роторов. **Нарисовать свой рисунок**



$Oxyz$ – неподвижная система координат;
 $O_M e_1 e_2 e_3$ – подвижная система координат;
 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ – координаты геометрического центра оболочки;
 α, β, γ – орты неподвижных осей $Oxyz$, спроецированные на подвижные оси e_1, e_2, e_3 ;
 V и Ω – скорость центра оболочки и его угловая скорость.

Кинематические соотношения и уравнения эволюции (\mathbf{r}, \mathbf{Q}) :

$$\dot{\alpha} = \alpha \times \Omega, \dot{\beta} = \beta \times \Omega, \dot{\gamma} = \gamma \times \Omega, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{pmatrix} \in SO(3)$$
$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{Q}^T V.$$

Уравнения движения рассматриваемой системы имеют вид классических уравнений Кирхгофа

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right) + \Omega \times \frac{\partial T}{\partial V} = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \Omega} \right) + \Omega \times \frac{\partial T}{\partial \Omega} + V \times \frac{\partial T}{\partial V} = 0$$

Кинетическая энергия оболочки:

$$T_s = \frac{1}{2}m_s(V, V) + \frac{1}{2}(\mathbf{I}_s\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}),$$

Кинетическая энергия жидкости:

$$T_f = \frac{1}{2}(\Lambda_1 V, V) + \frac{1}{2}(\Lambda_2 \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}).$$

Кинетическая энергия k -го ротора:

$$T_k = \frac{1}{2}m_R(V + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_k, V + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_k) + \frac{1}{2}(\mathbf{I}_k(\boldsymbol{\Omega} + \omega_k \mathbf{n}_k), \boldsymbol{\Omega} + \omega_k \mathbf{n}_k),$$

Суммарная кинетическая энергия всей системы:

$$T = T_f + T_s + \sum_{k=1}^3 T_k = \frac{1}{2}(\mathbf{I}\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}) + (\mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}, V) + \frac{1}{2}(\mathbf{C}V, V) + (\boldsymbol{\Omega}, \mathbf{K}(t)) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 i\omega_k^2(t),$$

Матрицы \mathbf{I} , \mathbf{B} , \mathbf{C} имеют вид:

$$\mathbf{I} = \Lambda_2 + \mathbf{I}_s + \sum_{k=1}^3 \mathbf{I}_k + \frac{1}{2}m_R \sum_{k=1}^3 (\mathbf{r}_k^2 \mathbf{E} - \mathbf{r}_k \otimes \mathbf{r}_k), \quad \mathbf{B} = m \begin{pmatrix} 0 & z_c & -y_c \\ -z_c & 0 & x_c \\ y_c & -x_c & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C} = m\mathbf{E} + \Lambda_1, \quad m = m_s + 3m_R$$

где x_c, y_c, z_c — компоненты радиус-вектора \mathbf{r}_c центра масс системы.

$\mathbf{K}(t) = \sum_{k=0}^3 i\omega_k(t)\mathbf{n}_k$ — вектор гиросtatического момента.

- После подстановки кинетической энергии в уравнения Кирхгоффа уравнения движения принимают вид

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{V}} + \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\Omega}} = (\mathbf{C}\mathbf{V} + \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}) \times \boldsymbol{\Omega},$$

$$\mathbf{B}^T \dot{\mathbf{V}} + \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \dot{\mathbf{K}}(t) = (\mathbf{B}^T \mathbf{V} + \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{K}(t)) \times \boldsymbol{\Omega} + (\mathbf{C}\mathbf{V} + \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}) \times \mathbf{V} = 0$$

- Для полного описания движения системы данные уравнения необходимо дополнить уравнениями эволюции переменных (\mathbf{r}, \mathbf{Q}) и кинематическими соотношениями

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\Omega}, \dot{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\Omega}, \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\Omega},$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{Q}^T \mathbf{V}.$$

- Уравнения в гамильтоновой форме

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{P} \times \boldsymbol{\Omega}, \dot{\mathbf{M}} = \mathbf{M} \times \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{P} \times \mathbf{V},$$

где $\mathbf{P} = \frac{\partial T}{\partial \mathbf{V}}$ и $\mathbf{M} = \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\Omega}}$

- Связь \mathbf{V} и $\boldsymbol{\Omega}$ с \mathbf{P} и \mathbf{M} :

$$\mathbf{P} = \mathbf{C}\mathbf{V} + \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}, \quad \mathbf{M} = \mathbf{B}^T \mathbf{V} + \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{K}(t),$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{P} - \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}), \quad \boldsymbol{\Omega} = (\mathbf{I} - \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B})^{-1}(\mathbf{M} - \mathbf{K}(t) - \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{P})$$

- Уравнения допускают шесть геометрических интегралов движения:

$$\alpha^2 = \beta^2 = \gamma^2 = 1, (\alpha, \beta) = (\alpha, \gamma) = (\beta, \gamma) = 0$$

- Уравнения в гамильтоновой форме допускают еще шесть интегралов

$$(P, \alpha), (P, \beta), (P, \gamma), (M + r \times P, \alpha), (M + r \times P, \beta), (M + r \times P, \gamma)$$

- В случае движения из состояния покоя первые интегралы приобретают особенно простой вид:

$$P = 0, \quad M = 0,$$

а выражения для скоростей:

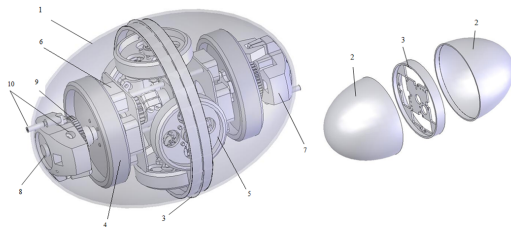
$$V = -C^{-1}B\Omega, \quad \Omega = -(I - B^T C^{-1}B)^{-1}K(t)$$

Проблемы выбора коэффициентов. Что будет для управления.

Тех ограничения, анализ модели.

Безвинтовой подводный робот с внутренними роторами

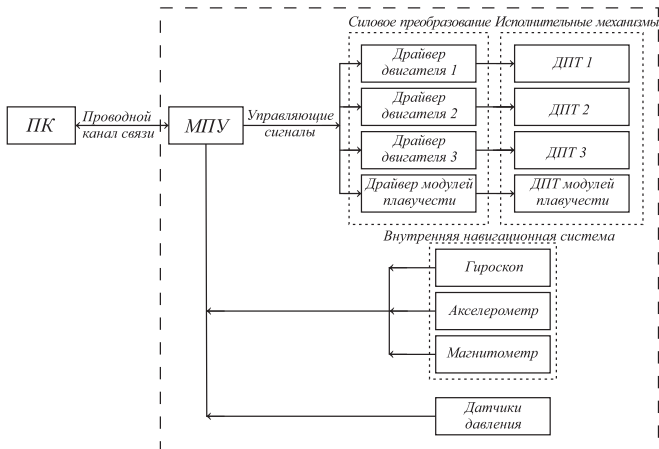
Конструкция и корпусные элементы экспериментальной модели безвинтового подводного робота. **Увеличить цифры**



Фотографии робота в сборе и без половины оболочки



Структурная схема системы управления безвинтового подводного робота



В полученных математических моделях управление роторами задается в виде вектора внутреннего гиросtatического момента K . Для управления отдельным двигателем разработана следующая схема

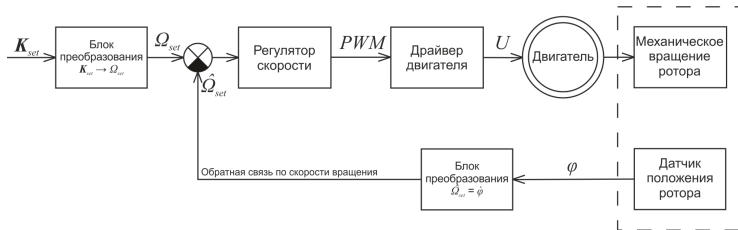


Схема управления отдельным двигателем, где K_{set} – вектор внутреннего гиросtatического момента; Ω_{set} – угловая скорость вращения двигателя; $\hat{\Omega}_{set}$ – фактическая скорость вращения двигателя; PWM – широтно-импульсная модуляция, рассчитанная для заданной скорости вращения; U – напряжение, подаваемое на двигатель; φ – фактическое положение ротора

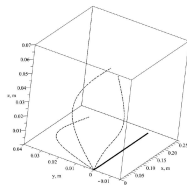
1. Вращение пары больших роторов. $K = (2i_1\omega_{max}, 0, 0)$.



а)



б)



в)

Положение робота а) в начальный момент времени и б) момент времени $t=3$ секунды от начала движения; в) теоретическая (сплошная линия) и экспериментальные (штриховые линии) траектории движения безвинтового подводного робота

	Δx , м	Δy , м	Δz , м	$ r_t $, м	$\Delta\theta$	$\Delta\psi$	$\Delta\varphi$
Теория	0.275	0	0	0.275	0°	0°	738.2°
Эксперимент	0.115	0.010	0.055	0.128	4°	10°	121°

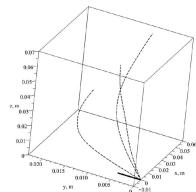
2. Вращение одной пары малых роторов. $K = (0, 2i_2\omega_{max}, 0)$.



а)



б)



в)

Положение робота а) в начальный момент времени и б) момент времени $t=3$ секунды от начала движения; в) теоретическая (сплошная линия) и экспериментальные (штриховые линии) траектории движения безвинтового подводного робота

	$\Delta x, \text{ м}$	$\Delta y, \text{ м}$	$\Delta z, \text{ м}$	$ r_i , \text{ м}$	$\Delta \theta$	$\Delta \psi$	$\Delta \varphi$
Теория	0	0.005	0	0.005	35°	0°	0°
Эксперимент	0.054	0.008	0.068	0.087	61°	62°	10°

3. Вращение пары больших роторов и одной пары малых роторов.

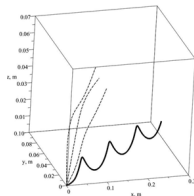
$$K = (2i_1\omega_{max}, 2i_2\omega_{max}, 0).$$



а)



б)



в)

Положение робота а) в начальный момент времени и б) момент времени $t=3$ секунды от начала движения; в) теоретическая (сплошная линия) и экспериментальные (штриховые линии) траектории движения безвинтового подводного робота

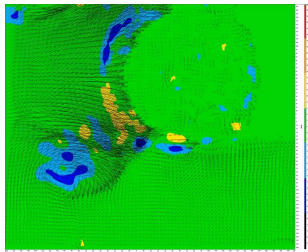
	$\Delta x, \text{ м}$	$\Delta y, \text{ м}$	$\Delta z, \text{ м}$	$ r_t , \text{ м}$	$\Delta\theta$	$\Delta\psi$	$\Delta\varphi$
Теория	0.275	0	0	0.275	35°	0°	738.2°
Эксперимент	0.106	0.050	0.053	0.189	17°	92°	51°

$$\Delta x_{exp} = 0.106 \text{ м}, \Delta y_{exp} = 0.050 \text{ м}, \Delta z_{exp} = 0.053 \text{ м},$$

$$\Delta\theta_{exp} = 17^\circ, \Delta\psi_{exp} = 90^\circ, \Delta\varphi_{exp} = 51^\circ.$$

- Управляемое движение продолжается до тех пор, пока обеспечивается ускоренное вращение роторов. Чем больше ускорение роторов, тем быстрее движется робот. Однако, технически, максимальная угловая скорость вращения роторов ограничена, и после ее достижения робот продолжает движение по инерции.
- Разгон маховиков до максимальной скорости занимает определенное время (разгон большего маховика — $t = 0.9$ секунды, разгон малого маховика — $t = 0.7$ секунды), что не учитывается в теоретической модели и вносит свой вклад в траекторию движения безвинтового подводного робота.
- В теоретической модели используется идеализированная модель вязкости, что так же вносит несоответствия теоретической и реальной траектории движения.

- Движение безвинтового подводного робота сопровождается образованием вихревых структур. Обеспечить безвихревое движение, как этого требует теория с помощью роторов крайне затруднительно.



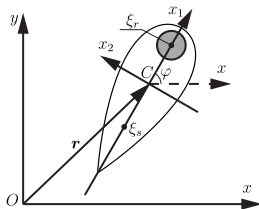
- Подобную схему и алгоритмы управления в качестве практического применения можно использовать для реализации различных маневров (например, разворот на месте) в управлении подводными роботами.
- **Модель качественно описывает движение, но на количественное согласование влияет точность определения большого количества параметров. Движение возможно, однако, его эффективность не высока.**

Недеформируемый водный робот с внутренним ротором

Краткая история

Математическая модель. Уравнения движения

Для описания движения робота рассмотрим систему представленную на рисунке:



Oxy – неподвижная система координат,

Cx_1x_2 – подвижная система координат.

$r = (x, y)$ радиус-вектор точки C , определяющий положение системы.

Угол α определяет ориентацию системы.

Справедливы следующие кинематические соотношения:

$$\dot{x} = v_1 \cos \alpha - v_2 \sin \alpha, \quad \dot{y} = v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \alpha,$$

$$\dot{\alpha} = \omega.$$

Движение твердого тела в идеальной жидкости при нулевой циркуляции описывается уравнениями Кирхгофа. Их необходимо дополнить слагаемыми, описывающими вязкое трение:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial v_1} &= \omega \frac{\partial T}{\partial v_2} - c_1 v_1 |v_1|, & \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial v_2} &= -\omega \frac{\partial T}{\partial v_1} - c_2 v_2 |v_2|, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \omega} &= v_2 \frac{\partial T}{\partial v_1} - v_1 \frac{\partial T}{\partial v_2} - c_3 \omega |\omega|, \end{aligned}$$

где T — кинетическая энергия системы (корпус + ротор + жидкость); c_1 , c_2 , c_3 — коэффициенты сопротивления.

Математическая модель. Уравнения движения

Кинетическая энергия системы с точностью до некоторой функции времени имеет вид:

$$T = \frac{1}{2}(m + \lambda_{11})v_1^2 + \frac{1}{2}(m + \lambda_{22})v_2^2 + \frac{1}{2}(I + \lambda_{33})\omega^2 + \lambda_{23}v_2\omega + \omega k(t),$$
$$m = m_s + m_r, \quad I = I_s + m_s \xi_s^2 + I_r + m_r \xi_r^2, \quad k(t) = I_r \Omega(t),$$

Полная система уравнений рассматриваемой системы может быть записана в следующей форме:

$$(m + \lambda_{11})\dot{v}_1 = (m + \lambda_{22})v_2\omega + \lambda_{23}\omega^2 - c_1 v_1 |v_1|,$$
$$(m + \lambda_{22})\dot{v}_2 + \lambda_{23}\dot{\omega} = -(m + \lambda_{11})v_1\omega - c_2 v_2 |v_2|,$$
$$\lambda_{23}\dot{v}_2 + (I + \lambda_{33})\dot{\omega} = (\lambda_{11} - \lambda_{22})v_1 v_2 - \lambda_{23}v_1\omega - c_3 \omega |\omega| - \dot{k}(t),$$
$$\dot{x} = v_1 \cos \alpha - v_2 \sin \alpha, \quad \dot{y} = v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \alpha, \quad \dot{\alpha} = \omega.$$

Уравнения Ньютона-Эйлера в подвижных осях, жестко связанных с телом:

$$m\dot{v}_1 = mv_2\omega + f_1(v_1, v_2, \omega, \dot{v}_1, \dot{v}_2, \dot{\omega}), \quad m\dot{v}_2 = -mv_1\omega + f_2(v_1, v_2, \omega, \dot{v}_1, \dot{v}_2, \dot{\omega}),$$
$$I\dot{\omega} = g(v_1, v_2, \omega, \dot{v}_1, \dot{v}_2, \dot{\omega}),$$

Выражения для сил f_1, f_2 и момента g :

$$f_1 = -\lambda_{11}\dot{v}_1 + \lambda_{22}v_2\omega + \lambda_{23}\omega^2 - c_1 v_1 |v_1|, \quad f_2 = -\lambda_{22}\dot{v}_2 - \lambda_{23}\dot{\omega} - \lambda_{11}v_1\omega - c_2 v_2 |v_2|,$$
$$g = -\lambda_{23}\dot{v}_2 - \lambda_{33}\dot{\omega} + (\lambda_{11} - \lambda_{22})v_1 v_2 - \lambda_{23}v_1\omega - c_3 \omega |\omega| - \dot{k}(t).$$

Методика определения коэффициентов

Уравнения Навье-Стокса, записанные относительно криволинейной системы координат (ξ, η) , связанной с движущимся профилем имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Du_1}{\partial \xi} + \frac{\partial Du_2}{\partial \eta} &= 0, \\ \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{D^2} \left(\frac{\partial D(u_1 - w_1)u_1}{\partial \xi} + \frac{\partial D(u_2 - w_2)u_1}{\partial \eta} \right) &= \\ &= -\frac{1}{D\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{\nu}{D^2} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial \eta^2} \right) + \beta_1 + 2u_2\omega \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{1}{D^2} \left(\frac{\partial D(u_1 - w_1)u_2}{\partial \xi} + \frac{\partial D(u_2 - w_2)u_2}{\partial \eta} \right) &= \\ &= -\frac{1}{D\rho} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{1}{D^2} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial \eta^2} \right) + \beta_2 - 2u_1\omega,\end{aligned}$$

где u_1, u_2 — проекции вектора скорости жидкости на криволинейные оси, p — давление, ρ — плотность жидкости, ν — кинематическая вязкость, $w_1 = v_1 - \omega x_2(\xi, \eta)$, $w_2 = v_2 + \omega x_1(\xi, \eta)$ — компоненты переносной скорости.

Методика определения коэффициентов

Коэффициент Ламэ D и члены β_1 , β_2 , возникающие вследствие искривления сеточных линий, имеют вид:

$$D = \sqrt{\left(\frac{\partial x_1}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \xi}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial x_1}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \eta}\right)^2},$$
$$\beta_1 = \frac{\nu}{D^3} \left(u_1 \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial \eta^2} \right) + 2 \frac{\partial u_1}{\partial \xi} \frac{\partial D}{\partial \xi} + 2 \frac{\partial u_2}{\partial \xi} \frac{\partial D}{\partial \eta} + \right. \\ \left. + \frac{2u_2}{D} \frac{\partial D}{\partial \xi} \frac{\partial D}{\partial \eta} - \frac{2u_1}{D} \left(\frac{\partial D}{\partial \eta} \right)^2 \right)$$
$$\beta_2 = \frac{\nu}{D^3} \left(u_2 \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial \eta^2} \right) + 2 \frac{\partial u_1}{\partial \eta} \frac{\partial D}{\partial \xi} + 2 \frac{\partial u_2}{\partial \eta} \frac{\partial D}{\partial \eta} + \right. \\ \left. + \frac{2u_1}{D} \frac{\partial D}{\partial \xi} \frac{\partial D}{\partial \eta} - \frac{2u_2}{D} \left(\frac{\partial D}{\partial \xi} \right)^2 \right)$$

Методика определения коэффициентов

При известных распределениях u_1 , u_2 , p силы f_1 , f_2 и момент g , действующие на тело со стороны жидкости, определяются следующими интегралами по контуру L профиля:

$$f_1 = \oint_L \left(p \frac{\partial x_2}{\partial \xi} + \frac{\rho \nu}{D} \frac{\partial u_1}{\partial \eta} \frac{\partial x_1}{\partial \xi} \right) d\xi,$$

$$f_2 = \oint_L \left(-p \frac{\partial x_1}{\partial \xi} + \frac{\rho \nu}{D} \frac{\partial u_1}{\partial \eta} \frac{\partial x_2}{\partial \xi} \right) d\xi,$$

$$g = \oint_L \left(x_1 \left(-p \frac{\partial x_1}{\partial \xi} + \frac{\rho \nu}{D} \frac{\partial u_1}{\partial \eta} \frac{\partial x_2}{\partial \xi} \right) - x_2 \left(p \frac{\partial x_2}{\partial \xi} + \frac{\rho \nu}{D} \frac{\partial u_1}{\partial \eta} \frac{\partial x_1}{\partial \xi} \right) \right) d\xi - \dot{k}(t).$$

Поскольку движение робота является существенно нестационарным, оказывается невозможным определение коэффициентов λ_{11} , λ_{22} , λ_{33} , λ_{23} , c_1 , c_2 , c_3 по-отдельности. Таким образом данные коэффициенты должны определяться совместно с учетом нестационарности движение профиля.

$$\lambda_{11}^{(1)} \approx 0.3087, \quad \lambda_{22}^{(1)} \approx -0.5796, \quad \lambda_{23}^{(1)} \approx 0.039085,$$

$$\lambda_{22}^{(2)} \approx 2.0996, \quad \lambda_{23}^{(2)} \approx 0.17629, \quad \lambda_{11}^{(2)} \approx -7.9826,$$

$$\lambda_{23,l}^{(3)} \approx 0.083474, \quad \lambda_{33}^{(2)} \approx 0.018935, \quad \lambda_{11}^{(3)} - \lambda_{22}^{(3)} \approx -4.7550, \quad \lambda_{23,r}^{(3)} \approx 1.4488,$$

$$c_1 = 0.04715, \quad c_2 = 17.702, \quad c_3 = 0.092872.$$

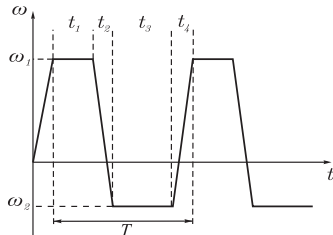
Закон изменения угловой скорости ротора

- В общем случае, зависимость угловой скорости ротора от времени будет иметь характерные переходные интервалы, соответствующие разгону и торможению

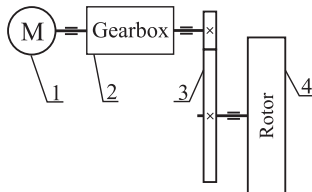
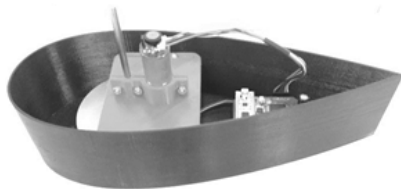
$$\omega_r(t) = \begin{cases} \omega_1 & t \in [nT; nT + t_1], \\ \frac{(\omega_2 - \omega_1)(t - nT)}{t_2} - \frac{(\omega_2 - \omega_1)(t_1 + t_2)}{t_2} + \omega_2 & t \in [nT + t_1; nT + t_1 + t_2], \\ \omega_2 & t \in [nT + t_1 + t_2; nT + t_1 + t_2 + t_3], \\ \frac{(\omega_1 - \omega_2)(t - nT)}{t_4} - \frac{(\omega_1 - \omega_2)(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)}{t_4} + \omega_1 & t \in [nT + t_1 + t_2 + t_3; nT + t_1 + t_2 + t_3 + t_4], \end{cases}$$

где $n \in \mathbb{N}$, T – период управляющего воздействия; ω_1, ω_2 – амплитуды угловой скорости вращения ротора по часовой стрелке и против часовой стрелки соответственно; t_1, t_2, t_3, t_4 – задают продолжительность по времени характерных интервалов угловой скорости вращения ротора.

Графически данная зависимость приведена на рисунке



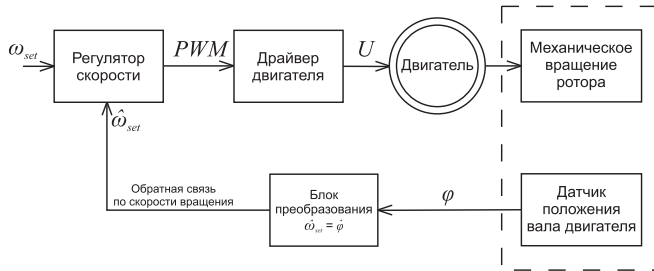
Моделирование различных управляющих воздействий



Параметр	Обозначение	Значение
Масса робота	m	0.905 кг
Осевой момент инерции робота	I_0	0.00844 кг·м ²
Масса ротора	m_r	0.327 кг
Осевой момент инерции ротора	I_r	0.00058 кг·м ²

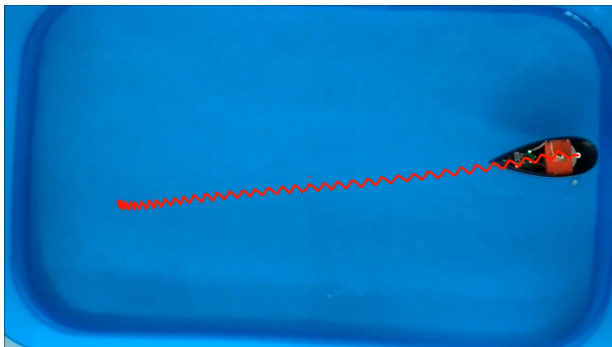
Значения параметров созданного робота

Для управления безвинтовым недеформируемым рыбоподобным надводным роботом была разработана система управления, структурная схема которой представлена на рисунке

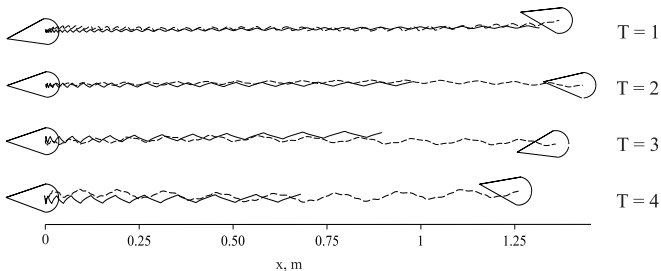
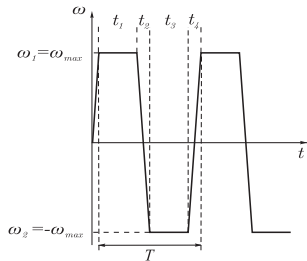


Методика проведения экспериментов

- Эксперименты проводились в бассейне размерами 2×1.2 метра.
- Траектория движения робота и его ориентация в процессе движения восстанавливались с помощью системы захвата движения фирмы Vicon, включающей 7 камер, расположенных по периметру бассейна.
- Типовая траектория движения, восстановленная с помощью системы захвата движения и наложенная на кадр с видеозаписи в бассейне

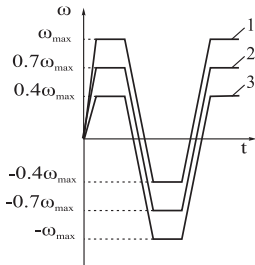


- $t_1 = t_3, t_2 = t_4 \approx 0.1$ секунды
- $\omega_1 = \omega_{max}, \omega_2 = -\omega_{max}$.
- Таким образом, в качестве изменяемого параметра в экспериментах движения вдоль прямой выступает период T , а $t_1 = t_3 = 0.5(T - 2t_2)$.



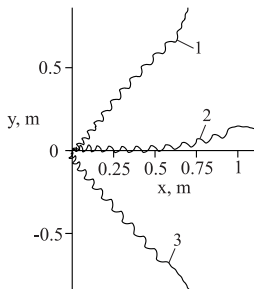
- $t_2 = t_4 = 0.1$ $t_1 = t_3 = 0.9$, $T = 2$ с.
- Вращение ротора по часовой и против часовой стрелки с разными угловыми скоростями, при $\omega_1 - \omega_2 = \text{const}$

Вид функции $\omega_r(t)$



а)

Экспериментальные траектории движения робота



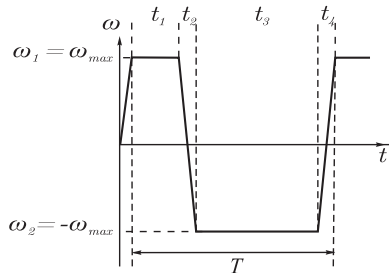
б)

- Рассматриваемая теоретическая модель управляемого движения водного робота качественно правильно описывает его движение вдоль прямой, которое реализуется симметричным управляющим воздействием.
- Сдвиг управляющего воздействия $\omega(t) \rightarrow \omega_0 + \omega(t)$ не влияет на форму траектории, она остается прямой, но меняется направление движение.
- Количественного согласования результатов моделирования и экспериментов можно достичь для конкретных тестов, проводя перерасчет коэффициентов под конкретные экспериментальные данные.

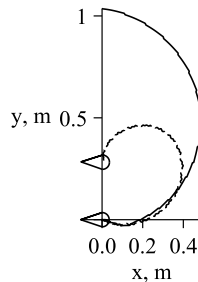
Движение вдоль окружности

$$t_1 \neq t_3, t_2 = t_4 \text{ с}; \quad \omega_1 = \omega_{\max}, \omega_2 = -\omega_{\max}; \quad k_1 = t_3/t_1$$

Зависимость угловой скорости ротора от времени



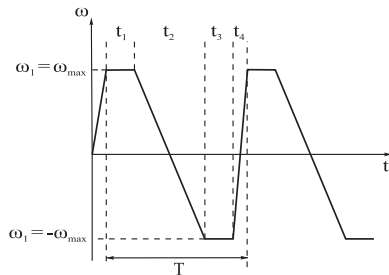
Траектория движения робота по окружности при эксперименте (штриховая линия) и моделировании (сплошная линия)



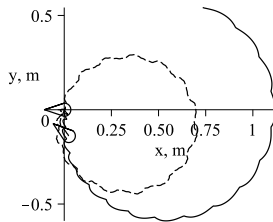
Движение вдоль окружности

$$t_1 = t_3, t_2 \neq t_4 \text{ с}; \quad \omega_1 = \omega_{\max}, \omega_2 = -\omega_{\max} \quad k_2 = t_2/t_4$$

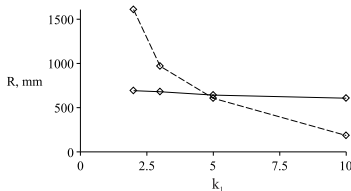
Зависимость угловой скорости ротора от времени



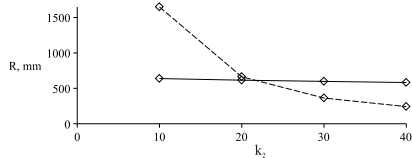
Траектория движения робота по окружности при эксперименте (штриховая линия) и моделировании (сплошная линия)



Зависимость радиуса траектории движения робота от $k_1 = \frac{t_3}{t_1}$ при эксперименте (штриховая линия) и моделировании (сплошная линия) построенная по экспериментам при $k_1 = 2, 3, 5, 10$



Зависимость радиуса траектории движения робота от $k_2 = \frac{t_2}{t_4}$ при эксперименте (штриховая линия) и моделировании (сплошная линия) построенная по экспериментам при $k_2 = 10, 20, 30, 40$

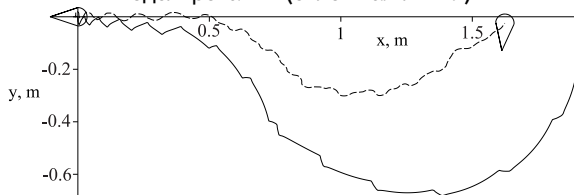


- Рассматриваемая теоретическая модель управляемого движения водного робота качественно правильно описывает его движение вдоль окружности, которое реализуется асимметричным на периоде управляющим воздействием.
- На размер и форму траектории движения влияет асимметрия управляющего воздействия на его периоде. Изменение направления движения – поворот, может быть реализован либо при изменении продолжительности интервала вращения с постоянной угловой скоростью, либо вращением ротора по и против часовой стрелки с различными угловыми ускорениями.
- Количественного согласования результатов моделирования и экспериментов, как и в при движении вдоль прямой, можно достичь для конкретных тестов, проводя перерасчет коэффициентов под конкретные экспериментальные данные, полученные при движении вдоль окружности.

Экспериментальные исследования. Движение вдоль сложных траекторий



Траектория движения робота при эксперименте (штриховая линия) и моделировании (сплошная линия)



- Адекватность математической модели.
- Основная причина отклонения результатов моделирования – расчет коэффициентов модели на основании экспериментальных данных, полученных при симметричном управляющем воздействии с $T = 1$ с.
- Вторая причина несогласованности теории и эксперимента – не точное совпадение формы углового ускорения в моделировании и при эксперименте.

Зависимость угловой скорости ротора и углового ускорения ротора от времени при эксперименте (штриховая линия) и моделировании (сплошная линия)

