Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»

Динамика и управление недеформируемыми безвинтовыми водными роботами

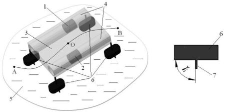
Выступающий: А. В. Клековкин
Руководитель: д. ф.-м. н., проф. РАН И. С. Мамаев

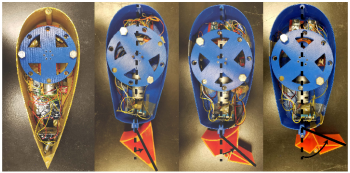
Специальность 05.02.05— Роботы, мехатроника и робототехнические системы

Ижевск, 2020

Основные работы по тематике исследования

Модель в рамках идеальной жидкости.
В.В. Козлов, С.М. Рамоданов, Д.А. Онищенко.
Заданный закон сопротивления.
Ф.Л. Черноусько, Н.Н. Болотник, С.Ф. Яцун.
Совместное решения уравнений Навье-Стокса и уравнений динамики твердого тела.
В.А. Тененев, С.М. Рамоданов, Е.В. Ветчанин.
Исследование движения роботов различной формы, приводимых в движение внутренними механизмами.
Е.В. Ветчанин, И.С. Мамаев, А.А. Килин, А.И. Кленов, S. Childress, Ph. Tallapragada, B. Pollard.





Цель и задачи работы

Целью данной работы является исследование механизмов, обеспечивающих движение водоплавающих роботов за счет изменения гиростатического момента, возникающего от вращения роторов, расположенных внутри оболочки объектов.

Задачи:

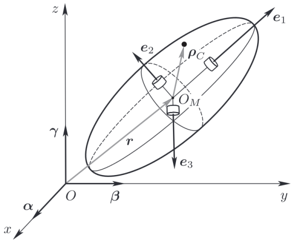
- Построение математической модели движения водных роботов за счет изменения внутреннего гиростатического момента: безвинтового подводного робота в форме эллипсоида в жидкости и недеформируемого водного робота с острой кромкой.
- Разработка алгоритма управления для реализации движения водных роботов: безвинтового подводного робота в форме эллипсоида и недеформируемого водного робота с острой кромкой.
- Разработка конструкции и прототипов водных роботов: безвинтового подводного робота в форме эллипсоида и недеформируемого водного робота с острой кромкой; разработка систем управления.
- Проведение натурных экспериментов и исследования влияния режимов работы механизма на динамику роботов: безвинтового подводного робота в форме эллипсоида и недеформируемого водного робота с острой кромкой.
- Сравнение экспериментальных данных с результатами численного моделирования для безвинтового подводного робота в форме эллипсоида и недеформируемого водного робота с острой кромкой.

Положения, выносимые на защиту

- Математическая модель движения безвинтового подводного робота в форме эллипсоида в жидкости за счет изменения внутреннего гиростатического момента.
- Математическая модель движения недеформируемого водного робота с острой кромкой в жидкости за счет изменения внутреннего гиростатического момента с учетом вязкого трения.
- Алгоритм управления недеформируемым водным роботом с острой кромкой в жидкости за счет изменения внутреннего гиростатического момента.
- Конструкция роботов, реализующих движение в жидкости за счет изменения внутреннего гиростатического момента: безвинтового подводного робота в форме эллипсоида и недеформируемого водного робота с острой кромкой.
- Результаты экспериментальных исследований по оценке разработанных алгоритмов управления для безвинтового подводного робота в форме эллипсоида и недеформируемого водного робота с острой кромкой.

Математическая модель. Уравнения движения

Рассмотрим систему, состоящую из жесткой внешней оболочки и трех внутренних роторов.



$Oxyz$ – неподвижная система координат;
$O_M e_1 e_2 e_3$ – подвижная система координат;
$\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ – координаты геометрического центра оболочки;
$\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\gamma}$ – орты неподвижных осей $Oxyz$, спроецированные на подвижные оси e_1, e_2, e_3;
$\boldsymbol{V}$ и $\boldsymbol{\Omega}$ – скорость центра оболочки и его угловая скорость.

Кинематические соотношения и уравнения эволюции $(\boldsymbol{r}, \mathbf{Q})$:

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\Omega}, \dot{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\Omega}, \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\Omega}, \qquad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{pmatrix} \in SO(3)$$

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \mathbf{Q}^T \boldsymbol{V}.$$

Уравнения движения рассматриваемой системы имеют вид классических уравнений Кирхгофа

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{V}}\right) + \boldsymbol{\Omega} \times \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{V}} = 0, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\Omega}}\right) + \boldsymbol{\Omega} \times \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{V} \times \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{V}} = 0$$

Уравнения движения

- После подстановки кинетической энергии в уравнения Кирхгоффа система уравнений, описывающих движение имеет вид

$$\mathbf{C}\dot{\boldsymbol{V}} + \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \left(\mathbf{C}\boldsymbol{V} + \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}\right) \times \boldsymbol{\Omega},$$

$$\mathbf{B}^T\dot{\boldsymbol{V}} + \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \dot{\boldsymbol{K}}(t) = \left(\mathbf{B}^T\boldsymbol{V} + \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{K}(t)\right) \times \boldsymbol{\Omega} + \left(\mathbf{C}\boldsymbol{V} + \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}\right) \times \boldsymbol{V} = 0$$

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\Omega}, \quad \dot{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\Omega}, \quad \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\Omega}, \quad \dot{\boldsymbol{r}} = \mathbf{Q}^T\boldsymbol{V}.$$

- Уравнения в форме импульса и момента импульса:

$$\dot{\boldsymbol{P}} = \boldsymbol{P} \times \boldsymbol{\Omega}, \quad \dot{\boldsymbol{M}} = \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{P} \times \boldsymbol{V},$$

где $\boldsymbol{P} = \dfrac{\partial T}{\partial \boldsymbol{V}}$ и $\boldsymbol{M} = \dfrac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\Omega}}$

- Связь $\boldsymbol{V}$ и $\boldsymbol{\Omega}$ с $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{M}$:

$$\boldsymbol{P} = \mathbf{C}\boldsymbol{V} + \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}, \quad \boldsymbol{M} = \mathbf{B}^T\boldsymbol{V} + \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{K}(t),$$

$$\boldsymbol{V} = \mathbf{C}^{-1}\left(\boldsymbol{P} - \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}\right), \quad \boldsymbol{\Omega} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{B}^T\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{M} - \boldsymbol{K}(t) - \mathbf{B}^T\mathbf{C}^{-1}\boldsymbol{P}\right)$$

- Уравнения допускают шесть геометрических интегралов движения:

$$\boldsymbol{\alpha}^2 = \boldsymbol{\beta}^2 = \boldsymbol{\gamma}^2 = 1, \quad (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\gamma}) = (\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}) = 0$$

- Уравнения в форме импульса и момента допускают еще шесть интегралов

$$(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{\alpha}), (\boldsymbol{P}, \boldsymbol{\beta}), (\boldsymbol{P}, \boldsymbol{\gamma}), (\boldsymbol{M} + \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{P}, \boldsymbol{\alpha}), (\boldsymbol{M} + \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{P}, \boldsymbol{\beta}), (\boldsymbol{M} + \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{P}, \boldsymbol{\gamma}).$$

- В случае движения из состояния покоя первые интегралы приобретают особенно простой вид:

$$\boldsymbol{P} = 0, \quad \boldsymbol{M} = 0,$$

а выражения для скоростей:

$$\boldsymbol{V} = -\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}, \quad \boldsymbol{\Omega} = \widetilde{\mathbf{I}}\boldsymbol{K}(t).$$

- Уравнения движения на нулевом уровне

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \widetilde{\mathbf{I}}\boldsymbol{K}(t) \times \boldsymbol{\alpha}, \quad \dot{\boldsymbol{\beta}} = \widetilde{\mathbf{I}}\boldsymbol{K}(t) \times \boldsymbol{\beta}, \quad \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \widetilde{\mathbf{I}}\boldsymbol{K}(t) \times \boldsymbol{\gamma},$$
$$\dot{\boldsymbol{r}} = \mathbf{Q}^T\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}\widetilde{\mathbf{I}}\boldsymbol{K}(t),$$

где $\boldsymbol{K}(t) = \sum\limits_{k=0}^{3} i_k \omega_k(t) \boldsymbol{n}_k$, $\widetilde{\mathbf{I}} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{B}^T\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}\right)^{-1}$.

Представим систему уравнений движения в виде

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{X}_1(\psi,\theta,\varphi)\Omega_1 + \boldsymbol{X}_2(\psi,\theta,\varphi)\Omega_2 + \boldsymbol{X}_3(\psi,\theta,\varphi)\Omega_3,$$

$$\boldsymbol{X}_1 = \left(\frac{\sin\varphi}{\sin\theta},\ \cos\varphi,\ -\cot\theta\sin\varphi,\ \frac{my_c\alpha_3}{c_3} - \frac{mz_c\alpha_2}{c_2},\ \frac{my_c\beta_3}{c_3} - \frac{mz_c\beta_2}{c_2},\ \frac{my_c\gamma_3}{c_3} - \frac{mz_c\gamma_2}{c_2}\right)^T,$$

$$\boldsymbol{X}_2 = \left(\frac{\cos\varphi}{\sin\theta},\ -\sin\varphi,\ -\cot\theta\cos\varphi,\ \frac{mz_c\alpha_1}{c_1} - \frac{mx_c\alpha_3}{c_3},\ \frac{mz_c\beta_1}{c_1} - \frac{mx_c\beta_3}{c_3},\ \frac{mz_c\gamma_1}{c_1} - \frac{mx_c\gamma_3}{c_3}\right)^T,$$

$$\boldsymbol{X}_3 = \left(0, 0, 1, \frac{mx_c\alpha_2}{c_2} - \frac{my_c\alpha_1}{c_1},\ \frac{mx_c\beta_2}{c_2} - \frac{my_c\beta_1}{c_1},\ \frac{mx_c\gamma_2}{c_2} - \frac{my_c\gamma_1}{c_1}\right)^T,$$

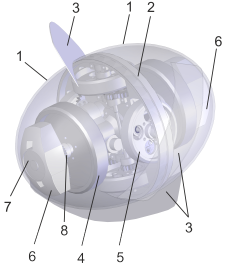
где $\boldsymbol{q} = (x, y, z\,\psi, \theta, \varphi)$ – вектор обобщенных координат.
Выберем три набора векторных полей

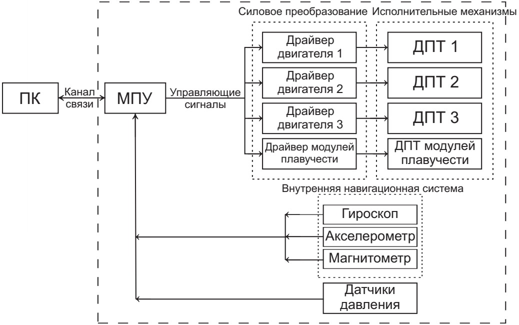
$$\left(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2, \boldsymbol{X}_3, \boldsymbol{X}_{1,2}, \boldsymbol{X}_{2,3}, \boldsymbol{X}_{2,(3,1)},\right), \quad \left(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2, \boldsymbol{X}_3, \boldsymbol{X}_{2,3}, \boldsymbol{X}_{3,1}, \boldsymbol{X}_{3,(1,2)},\right),$$
$$\left(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2, \boldsymbol{X}_3, \boldsymbol{X}_{3,1}, \boldsymbol{X}_{1,2}, \boldsymbol{X}_{1,(2,3)},\right),$$

где $\boldsymbol{X}_{i,j} = [\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{X}_j]$.
Условия линейной зависимости векторных полей в указанных наборах имеют вид

$$x_c(c_2 - c_3) = 0, \quad y_c(c_3 - c_1) = 0, \quad z_c(c_1 - c_2) = 0.$$

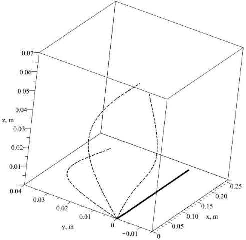
Конструкция и корпусные элементы экспериментальной модели безвинтового подводного робота.



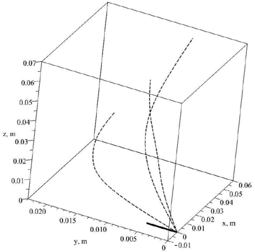


Параметр	Значение
Размеры	300x200x200 мм
Масса оболочки	2.923 кг
Масса большого ротора	0.903 кг
Масса малого ротора	0.337 кг

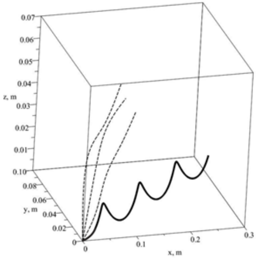
Экспериментальные исследования



а) $K = (2i_1\omega_m, 0, 0)$



б) $K = (0, 2i_2\omega_m, 0)$



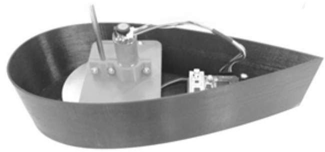
в) $K = (2i_1\omega_m, 2i_2\omega_m, 0)$

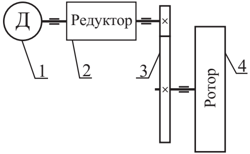
а) Вращение одной пары больших роторов, $|\boldsymbol{r}_t| = 0.275$ м., $|\boldsymbol{r}_{exp}| = 0.128$ м.
б) Вращение одной пары малых роторов, $|\boldsymbol{r}_t| = 0.005$ м., $|\boldsymbol{r}_{exp}| = 0.087$ м.
в) Вращение одной пары больших роторов и одной пары малых роторов, $|\boldsymbol{r}_t| = 0.275$ м., $|\boldsymbol{r}_{exp}| = 0.189$ м.

Выводы.

- Движение только при ускоренном вращении роторов.
- Влияние вихрей и взякого сопротивления на траеткорию движения.
- Модель качественно описывает движение.

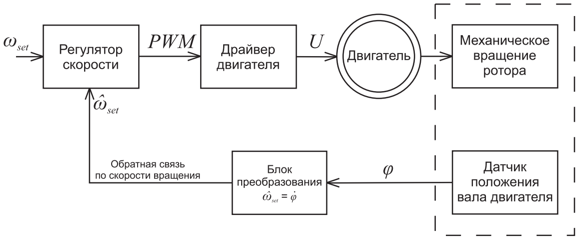
Недеформируемый водный робот с острой кромкой



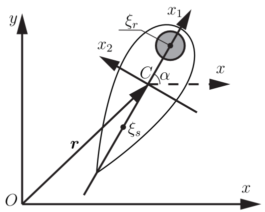


Параметр	Обозначение	Значение
Размеры	–	340 x 130 x 80 мм
Масса робота	m	0.905 кг
Осевой момент инерции робота	I_0	0.00844 кг·м^2
Масса ротора	m_r	0.327 кг
Осевой момент инерции ротора	I_r	0.00058 кг·м^2

Структурная схема системы управления



Математическая модель. Уравнения движения



Oxy – неподвижная система координат,
Cx_1x_2 – подвижная система координат.
$\boldsymbol{r} = (x, y)$ радиус-вектор точки C, определяющий положение системы.
Угол α определяет ориентацию системы.
Справедливы следующие кинематические соотношения:

$$\dot{x} = v_1 \cos\alpha - v_2 \sin\alpha, \quad \dot{y} = v_1 \sin\alpha + v_2 \cos\alpha,$$
$$\dot{\alpha} = \omega.$$

Описание движения – уравнения Ньютона-Эйлера в подвижных осях:

$$m\dot{v}_1 = mv_2\omega + f_1(v_1, v_2, \omega, \dot{v}_1, \dot{v}_2, \dot{\omega}), \quad m\dot{v}_2 = -mv_1\omega + f_2(v_1, v_2, \omega, \dot{v}_1, \dot{v}_2, \dot{\omega}),$$
$$I\dot{\omega} = g(v_1, v_2, \omega, \dot{v}_1, \dot{v}_2, \dot{\omega}),$$

Для определения вида f_1, f_2 и g воспользуемся уравнениями Кирхгофа, дополнеными слагаемыми, описывающими вязкое сопротивление:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial v_1} = \omega\frac{\partial T}{\partial v_2} - c_1 v_1|v_1|, \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial v_2} = -\omega\frac{\partial T}{\partial v_1} - c_2 v_2|v_2|,$$
$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \omega} = v_2\frac{\partial T}{\partial v_1} - v_1\frac{\partial T}{\partial v_2} - c_3\omega|\omega|,$$

Математическая модель. Уравнения движения

Кинетическая энергия системы с точностью до некоторой функции времени имеет вид:

$$T = \frac{1}{2}(m+\lambda_{11})v_1^2 + \frac{1}{2}(m+\lambda_{22})v_2^2 + \frac{1}{2}(I+\lambda_{33})\omega^2 + \lambda_{23}v_2\omega + \omega k(t),$$

$$m = m_s + m_r, \quad I = I_s + m_s\xi_s^2 + I_r + m_r\xi_r^2, \quad k(t) = I_r\Omega(t),$$

Полная система уравнений рассматриваемой системы может быть записана в следующей форме:

$$\begin{aligned}
(m+\lambda_{11})\dot v_1 &= (m+\lambda_{22})v_2\omega + \lambda_{23}\omega^2 - c_1 v_1|v_1|,\\
(m+\lambda_{22})\dot v_2 + \lambda_{23}\dot\omega &= -(m+\lambda_{11})v_1\omega - c_2 v_2|v_2|,\\
\lambda_{23,l}\dot v_2 + (I+\lambda_{33})\dot\omega &= (\lambda_{11}-\lambda_{22})v_1v_2 - \lambda_{23,r}v_1\omega - c_3\omega|\omega| - \dot k(t),
\end{aligned}$$

$$\dot x = v_1\cos\alpha - v_2\sin\alpha, \quad \dot y = v_1\sin\alpha + v_2\cos\alpha, \quad \dot\alpha = \omega.$$

Выражения для сил f_1, f_2 и момента g:

$$f_1 = -\lambda_{11}\dot v_1 + \lambda_{22}v_2\omega + \lambda_{23}\omega^2 - c_1v_1|v_1|, \quad f_2 = -\lambda_{22}\dot v_2 - \lambda_{23}\dot\omega - \lambda_{11}v_1\omega - c_2v_2|v_2|,$$

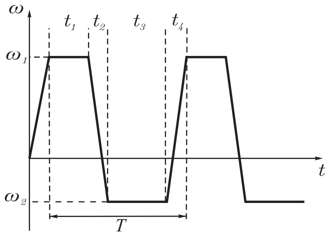
$$g = -\lambda_{23}\dot v_2 - \lambda_{33}\dot\omega + (\lambda_{11}-\lambda_{22})v_1v_2 - \lambda_{23}v_1\omega - c_3\omega|\omega| - \dot k(t).$$

Закон изменения угловой скорости ротора

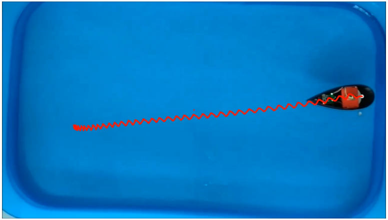
Аналитическая запись функции угловой скорости ротора

$$\omega_r(t) = \begin{cases} \omega_1 & t \in [nT; nT + t_1], \\ \frac{(\omega_2-\omega_1)(t-nT)}{t_2} - \frac{(\omega_2-\omega_1)(t_1+t_2)}{t_2} + \omega_2 & t \in [nT + t_1; nT + t_1 + t_2], \\ \omega_2 & t \in [nT + t_1 + t_2; nT + t_1 + t_2 + t_3], \\ \frac{(\omega_1-\omega_2)(t-nT)}{t_4} - \frac{(\omega_1-\omega_2)(t_1+t_2+t_3+t_4)}{t_4} + \omega_1 & t \in [nT + t_1 + t_2 + t_3; nT + t_1 + t_2 + t_3 + t_4], \end{cases}$$

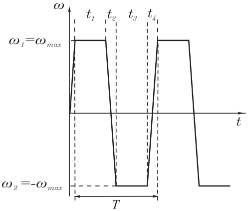
График угловой скорости ротора

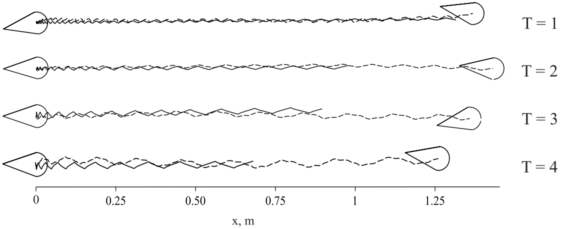


Кадр эксперимента с наложенной траекторией движения.

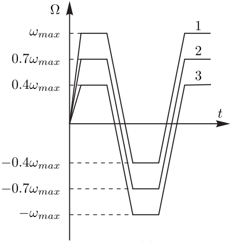


1. $t_1 = t_3,\ t_2 = t_4;\quad \omega_1 = \omega_{max},\ \omega_2 = -\omega_{max}.$

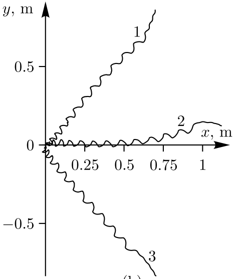




2. $t_1 = t_3,\ t_2 = t_4,\ T = 2$ с.; $\quad \omega_1 - \omega_2 = const$



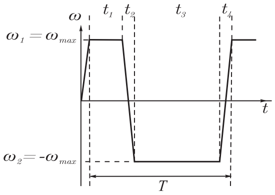
(a)



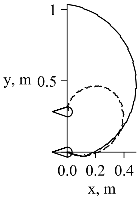
(b)

1. $t_1 \neq t_3$, $t_2 = t_4$ с; $\omega_1 = \omega_{max}$, $\omega_2 = -\omega_{max}$; $k_1 = t_3/t_1$

Угловая скорость ротора

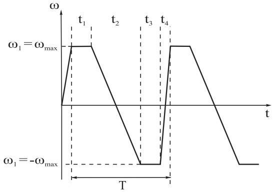


Траектория движения робота

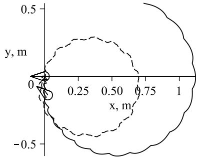


2. $t_1 = t_3$, $t_2 \neq t_4$ с; $\omega_1 = \omega_{max}$, $\omega_2 = -\omega_{max}$ $k_2 = t_2/t_4$

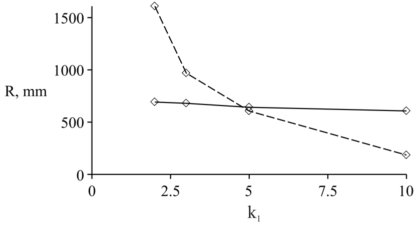
Угловая скорость ротора



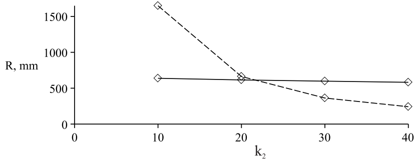
Траектория движения робота



Зависимость радиуса траектории движения робота от $k_1 = t_3/t_1$ построенная по экспериментам при $k_1 = 2, 3, 5, 10$

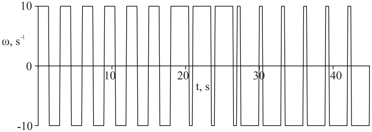


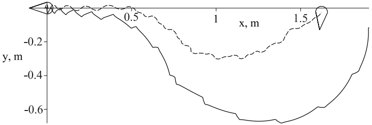
Зависимость радиуса траектории движения робота от $k_2 = t_2/t_4$ построенная по экспериментам при $k_2 = 10, 20, 30, 40$



Движение вдоль сложных траекторий. Выводы

Пример движения вдоль сложной траектории





Выводы по экспериментам с недеформируемым водным роботом с острой кромкой

- Рассматриваемая теоретическая модель управляемого движения водного робота качественно правильно описывает его движение. Симметричное управляющее воздействие – движение вдоль прямой. Асимметричное управляющее воздействие – движение вдоль окружности.
- Сдвиг управляющего воздействия $\omega(t) \to \omega_0 + \omega(t)$ не влияет на форму траектории. На размер и форму траектории движения влияет асимметрия управляющего воздействия на его периоде.
- Комбинируя описанные маневры, можно двигаться по сложной траектории.
- Количественное отклонение может быть минимизировано уточнением коэффициентов модели движения для различных движений.

Выводы по работе

- Разработаны математические модели движения, конструкции, алгоритмы управления для роботов, перемещающихся в жидкости за счет вращения внутренних роторов: безвинтового подводного робота в форме эллипсоида и недеформируемого водного робота с острой кромкой. Проведены экспериментальные исследования.
- Экспериментально показано, что движение за счет вращения внутренних роторов возможно.
- Модели, построенные в рамках теории идеальной жидкости качественно адекватно описывают движение водных роботов, перемещающихся за счет вращения внутренних роторов. Адекватность математических моделей подтверждена экспериментально.
- Для увеличения количественного согласования необходимо учитывать вязкое сопротивление, возникновение вихревых структур, с большой точностью определять коэффициенты присоединенных масс.

Конференции:

- Молодые ученые – ускорению научно-технического прогресса в XXI веке 2016 (Ижевск),
- GDIS-2016 (Ижевск),
- МИКМУС-2018 (Москва),
- Scientific Heritage of Sergey A. Chaplygin: nonholonomic mechanics, vortex structures and hydrodynamics 2019 (Чебоксары),
- Экстремальная робототехника-2019 (Санкт-Петербург),
- CLAWAR-2020 (Москва).

Публикации:

- Ветчанин Е. В, Караваев Ю.Л., Калинкин А.А., Пивоварова Е.Н., Клековкин А.В. Модель безвинтового подводного робота. Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2015. Т.25. №.4. С. 544-553. (ВАК)
- Y. Karavaev, A. Kilin, A. Klekovkin. Experimental investigations of the controlled motion of a screwless underwater robot // Regular and Chaotic Dynamics. 2016. T.21. №. 7-8. C. 918-926 (WoS)
- Y. Karavaev, A. Klekovkin, I. Mamaev, V. Tenenev, E. Vetchanin, "A Simple Physical Model for Control of an Propellerless Aquatic Robot Journal of Mechanisms and Robotics, 2020. Направлена в журнал. (WoS)

Патенты:

- Патент на полезную модель. №172254 РФ. Безвинтовой подводный робот // А.В. Борисов, И.С. Мамаев, А.А. Килин, А.А. Калинкин, Ю.Л. Караваев, А.В. Клековкин, Е.В. Ветчанин; 3.07.2017
- № 2017613219. Программа для управления безвинтовым подводным роботом // А.В. Борисов, И.С. Мамаев, А.А. Килин, Ю.Л. Караваев, А.В. Клековкин. 16.03.2017
- № 2019612284. Программа управления безвинтовым надводным роботом с внутренним ротором // А.В. Борисов, И.С. Мамаев, А.А. Килин, А.В. Клековкин, Ю.Л. Караваев. 14.02.2019

Кинетическая энергия оболочки:

$$T_s = \frac{1}{2} m_s (\boldsymbol{V}, \boldsymbol{V}) + \frac{1}{2} (\mathbf{I}_s \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}),$$

Кинетическая энергия жидкости:

$$T_f = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Lambda}_1 \boldsymbol{V}, \boldsymbol{V}) + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Lambda}_2 \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}).$$

Кинетическая энергия k-го ротора:

$$T_k = \frac{1}{2} m_R (\boldsymbol{V} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}_k, \boldsymbol{V} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}_k) + \frac{1}{2} \Big(\mathbf{I}_k (\boldsymbol{\Omega} + \omega_k \boldsymbol{n}_k), \boldsymbol{\Omega} + \omega_k \boldsymbol{n}_k \Big),$$

Суммарная кинетическая энергия всей системы:

$$T = T_f + T_s + \sum_{k=1}^{3} T_k = \frac{1}{2} (\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}) + (\mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{V}) + \frac{1}{2} (\mathbf{C} \boldsymbol{V}, \boldsymbol{V}) + (\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{K}(t)) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{3} i \omega_k^2(t),$$

Матрицы $\mathbf{I}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ имеют вид:

$$\mathbf{I} = \boldsymbol{\Lambda}_2 + \mathbf{I}_s + \sum_{k=1}^{3} \mathbf{I}_k + \frac{1}{2} m_R \sum_{k=1}^{3} (\boldsymbol{r}_k^2 \mathbf{E} - \boldsymbol{r}_k \otimes \boldsymbol{r}_k), \qquad \mathbf{B} = m \begin{pmatrix} 0 & z_c & -y_c \\ -z_c & 0 & x_c \\ y_c & -x_c & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C} = m\mathbf{E} + \boldsymbol{\Lambda}_1, \quad m = m_s + 3m_R$$

где x_c, y_c, z_c — компоненты радиус-вектора $\boldsymbol{r}_c$ центра масс системы.

$\boldsymbol{K}(t) = \sum_{k=0}^{3} i \omega_k(t) \boldsymbol{n}_k$ — вектор гиростатического момента.

Представим систему уравнений движения в виде

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{X}_1(\psi,\theta,\varphi)\Omega_1 + \boldsymbol{X}_2(\psi,\theta,\varphi)\Omega_2 + \boldsymbol{X}_3(\psi,\theta,\varphi)\Omega_3,$$

где $\boldsymbol{q} = (x, y, z\,\psi, \theta, \varphi)$ – вектор обобщенных координат.

Теорема. Система вида $\dot{\boldsymbol{q}} = \sum_{i=1}^{M} \boldsymbol{X}_i(\boldsymbol{q}) u_i$, управляема в некоторой области N-мерного пространства, если среди векторных полей $\boldsymbol{X}_i$ и всевозможных их коммутаторов $\boldsymbol{X}_{i,j} = [\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{X}_j]$, $\boldsymbol{X}_{k,(i,j)} = [\boldsymbol{X}_k, \boldsymbol{X}_{i,j}]$, . . . , составленных последовательными применениями скобки Ли $[\cdot,\cdot]$, найдется N линейно независимых в каждой точке области.

Построим следующие векторные поля:

$$\boldsymbol{X}_{1,2} = [\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2], \quad \boldsymbol{X}_{3,1} = [\boldsymbol{X}_3, \boldsymbol{X}_1], \quad \boldsymbol{X}_{2,3} = [\boldsymbol{X}_2, \boldsymbol{X}_3],$$

$$\boldsymbol{X}_{1,(2,3)} = [\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_{2,3}], \quad \boldsymbol{X}_{2,(3,1)} = [\boldsymbol{X}_2, \boldsymbol{X}_{3,1}], \quad \boldsymbol{X}_{3,(1,2)} = [\boldsymbol{X}_3, \boldsymbol{X}_{1,2}],$$

Выберем три набора векторных полей

$$\Big(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2, \boldsymbol{X}_3, \boldsymbol{X}_{1,2}, \boldsymbol{X}_{2,3}, \boldsymbol{X}_{2,(3,1)},\Big), \quad \Big(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2, \boldsymbol{X}_3, \boldsymbol{X}_{2,3}, \boldsymbol{X}_{3,1}, \boldsymbol{X}_{3,(1,2)},\Big),$$

$$\Big(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2, \boldsymbol{X}_3, \boldsymbol{X}_{3,1}, \boldsymbol{X}_{1,2}, \boldsymbol{X}_{1,(2,3)},\Big),$$

Скобка Ли для векторных полей $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{u}$ имеет выражение

$$[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u}]_i = \sum_j v_j \frac{\partial u_i}{\partial q_j} - u_j \frac{\partial v_i}{\partial q_j}$$

Исследование управляемости системы

Условия линейной зависимости векторных полей в указанных наборах имеют вид

$$x_c(c_2 - c_3) = 0, \quad y_c(c_3 - c_1) = 0, \quad z_c(c_1 - c_2) = 0.$$

Движение в идеальной жидкости однородной оболочки, имеющей форму эллипсоида, вполне управляемо с помощью вращения трех роторов, за исключением трех частных случаев:

1. система “ оболочка + роторы” уравновешена;
2. оболочка имеет сферическую форму;
3. оболочка имеет форму эллипсоида вращения, а центра масс всей системы расположен на оси вращения.

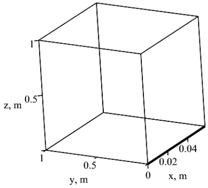
Добавим к оболочке в виде эллипсоида винтовые лопасти. Так, объект будет представлять из себя трехлопастной винт.

Для решения уравнений движения необходимо:

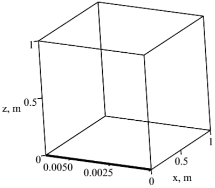
- Определить значения тензоров присоединенных масс и присоединенных моментов инерции. Для робота винтовой формы коэффициенты расчитывались с помощью программных продуктов SALOME (генерация сетки) и OpenFOAM (численные расчеты).
- Определить значения моментов инерции. Для робота разработанной конструкции моменты инерции определялись с помощью программного продукта SolidWorks.

Рассмотрим движение тела при постоянных скоростях вращения роторов $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$.

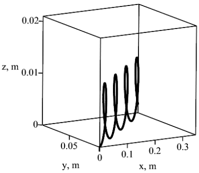
а) $\omega_1 = 10$ рад/с, $\omega_2 = 0$, $\omega_3 = 0$. б) $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = 10$ рад/с, $\omega_3 = 0$.
в) $\omega_1 = 10$ рад/с, $\omega_2 = 10$ рад/с, $\omega_3 = 0$.



а)



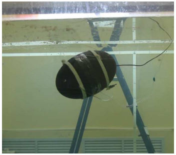
б)



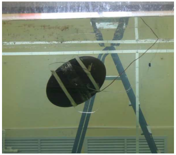
в)

Экспериментальные исследования

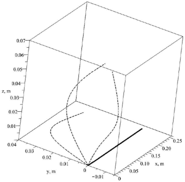
1. Вращение пары больших роторов. $K = (2i_1\omega_{max}, 0, 0)$.



а)



б)



в)

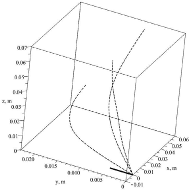
Положение робота а) в начальный момент времени и б) момент времени t=3 секунды от начала движения; в) теоретическая (сплошная линия) и экспериментальные (штриховые линии) траектории движения безвинтового подводного робота

	Δx, м	Δy, м	Δz, м	$\lvert \boldsymbol{r}_t \rvert$, м	$\Delta\theta$	$\Delta\psi$	$\Delta\varphi$
Теория	0.275	0	0	0.275	0°	0°	738.2°
Эксперимент	0.115	0.010	0.055	0.128	4°	10°	121°

2. Вращение одной пары малых роторов. $K = (0, 2i_2\omega_{max}, 0)$.

а)

б)



в)

Положение робота а) в начальный момент времени и б) момент времени t=3 секунды от начала движения; в) теоретическая (сплошная линия) и экспериментальные (штриховые линии) траектории движения безвинтового подводного робота

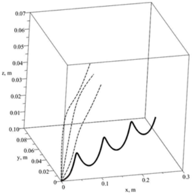
	Δx, м	Δy, м	Δz, м	$\lvert \boldsymbol{r}_t \rvert$, м	$\Delta\theta$	$\Delta\psi$	$\Delta\varphi$
Теория	0	0.005	0	0.005	35°	0°	0°
Эксперимент	0.054	0.008	0.068	0.087	61°	62°	10°

Экспериментальные исследования

3. Вращение пары больших роторов и одной пары малых роторов.
$K = (2i_1\omega_{max}, 2i_2\omega_{max}, 0)$.

а)

б)



в)

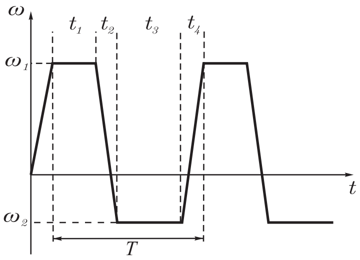
Положение робота а) в начальный момент времени и б) момент времени t=3 секунды от начала движения; в) теоретическая (сплошная линия) и экспериментальные (штриховые линии) траектории движения безвинтового подводного робота

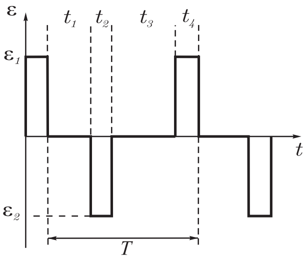
	Δx, м	Δy, м	Δz, м	$\lvert r_t \rvert$, м	$\Delta\theta$	$\Delta\psi$	$\Delta\varphi$
Теория	0.275	0	0	0.275	35°	0°	738.2°
Эксперимент	0.106	0.050	0.053	0.189	17°	92°	51°

В общем случае, зависимость угловой скорости ротора от времени будет иметь характерные переходные интервалы, соответствующие разгону и торможению

$$\omega_r(t) = \begin{cases} \omega_1 & t \in [nT; nT + t_1], \\ \frac{(\omega_2-\omega_1)(t-nT)}{t_2} - \frac{(\omega_2-\omega_1)(t_1+t_2)}{t_2} + \omega_2 & t \in [nT + t_1; nT + t_1 + t_2], \\ \omega_2 & t \in [nT + t_1 + t_2; nT + t_1 + t_2 + t_3], \\ \frac{(\omega_1-\omega_2)(t-nT)}{t_4} - \frac{(\omega_1-\omega_2)(t_1+t_2+t_3+t_4)}{t_4} + \omega_1 & t \in [nT + t_1 + t_2 + t_3; nT + t_1 + t_2 + t_3 + t_4], \end{cases}$$

где $n \in \mathbf{N}$, T – период управляющего воздействия; ω_1, ω_2 – амплитуды угловой скорости вращения ротора по часовой стрелке и против часовой стрелки соответственно; t_1, t_2, t_3, t_4 – задают продолжительность по времени характерных интервалов угловой скорости вращения ротора.





Методика определения коэффициентов

Уравнения Навье-Стокса, записанные относительно криволинейной системы координат (ξ, η), связанной с движущимся профилем имеют вид:

$$\frac{\partial D u_1}{\partial \xi} + \frac{\partial D u_2}{\partial \eta} = 0,$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{D^2}\left(\frac{\partial D(u_1 - w_1)u_1}{\partial \xi} + \frac{\partial D(u_2 - w_2)u_1}{\partial \eta}\right) =$$

$$= -\frac{1}{D\rho}\frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{\nu}{D^2}\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial \eta^2}\right) + \beta_1 + 2u_2\omega$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{1}{D^2}\left(\frac{\partial D(u_1 - w_1)u_2}{\partial \xi} + \frac{\partial D(u_2 - w_2)u_2}{\partial \eta}\right) =$$

$$= -\frac{1}{D\rho}\frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{1}{D^2}\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial \eta^2}\right) + \beta_2 - 2u_1\omega,$$

где u_1, u_2 — проекции вектора скорости жидкости на криволинейные оси, p — давление, ρ — плотность жидкости, ν — кинематическая вязкость, $w_1 = v_1 - \omega x_2(\xi, \eta)$, $w_2 = v_2 + \omega x_1(\xi, \eta)$ — компоненты переносной скорости.

Коэффициент Ламэ D и члены β_1, β_2, возникающие вследствие искривления сеточных линий, имеют вид:

$$D = \sqrt{\left(\frac{\partial x_1}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \xi}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial x_1}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \eta}\right)^2},$$

$$\beta_1 = \frac{\nu}{D^3}\left(u_1\left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial \eta^2}\right) + 2\frac{\partial u_1}{\partial \xi}\frac{\partial D}{\partial \xi} + 2\frac{\partial u_2}{\partial \xi}\frac{\partial D}{\partial \eta} + \right.$$
$$\left. + \frac{2u_2}{D}\frac{\partial D}{\partial \xi}\frac{\partial D}{\partial \eta} - \frac{2u_1}{D}\left(\frac{\partial D}{\partial \eta}\right)^2\right)$$

$$\beta_2 = \frac{\nu}{D^3}\left(u_2\left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial \eta^2}\right) + 2\frac{\partial u_1}{\partial \eta}\frac{\partial D}{\partial \xi} + 2\frac{\partial u_2}{\partial \eta}\frac{\partial D}{\partial \eta} + \right.$$
$$\left. + \frac{2u_1}{D}\frac{\partial D}{\partial \xi}\frac{\partial D}{\partial \eta} - \frac{2u_2}{D}\left(\frac{\partial D}{\partial \xi}\right)^2\right)$$

Методика определения коэффициентов

При известных распределениях u_1, u_2, p силы f_1, f_2 и момент g, действующие на тело со стороны жидкости, определяются следующими интегралами по контуру L профиля:

$$f_1 = \oint_L \left(p\frac{\partial x_2}{\partial \xi} + \frac{\rho\nu}{D}\frac{\partial u_1}{\partial \eta}\frac{\partial x_1}{\partial \xi} \right) d\xi,$$

$$f_2 = \oint_L \left(-p\frac{\partial x_1}{\partial \xi} + \frac{\rho\nu}{D}\frac{\partial u_1}{\partial \eta}\frac{\partial x_2}{\partial \xi} \right) d\xi,$$

$$g = \oint_L \left(x_1 \left(-p\frac{\partial x_1}{\partial \xi} + \frac{\rho\nu}{D}\frac{\partial u_1}{\partial \eta}\frac{\partial x_2}{\partial \xi} \right) - x_2 \left(p\frac{\partial x_2}{\partial \xi} + \frac{\rho\nu}{D}\frac{\partial u_1}{\partial \eta}\frac{\partial x_1}{\partial \xi} \right) \right) d\xi - \dot{k}(t).$$

Поскольку движение робота является существенно нестационарным, оказывается невозможным определение коэффициентов λ_{11}, λ_{22}, λ_{33}, λ_{23}, c_1, c_2, c_3 по-отдельности. Таким образом данные коэффициенты должны определяться совместно с учетом нестационарности движение профиля.

$$\lambda_{11}^{(1)} \approx 0.3087, \quad \lambda_{22}^{(1)} \approx -0.5796, \quad \lambda_{23}^{(1)} \approx 0.039085,$$

$$\lambda_{22}^{(2)} \approx 2.0996, \quad \lambda_{23}^{(2)} \approx 0.17629, \quad \lambda_{11}^{(2)} \approx -7.9826,$$

$$\lambda_{23,l}^{(3)} \approx 0.083474, \quad \lambda_{33}^{(2)} \approx 0.018935, \quad \lambda_{11}^{(3)} - \lambda_{22}^{(3)} \approx -4.7550, \quad \lambda_{23,r}^{(3)} \approx 1.4488,$$

$$c_1 = 0.04715, \quad c_2 = 17.702, \quad c_3 = 0.092872.$$