

Matematikos praktinis darbas III

Uždavinius surinko:

Darbo ministras Anton Vytautas Liutvinas ir prievaizdas Pijus Piekus

2025/03/18

Uždaviniai

A1. Išspręskite lygčių sistemą realiaisiais skaičiais:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -1 \\ x^2 - 4y^2 + 9z^2 = 1 \\ -x^3 + 8y^3 + 27z^3 = -1 \end{cases}$$

A2. Įrodykite, kad jei a, b ir c yra realieji teigiami skaičiai, tai

$$\frac{a^4 b^4}{a^3 + b^3} + \frac{b^4 c^4}{b^3 + c^3} + \frac{c^4 a^4}{c^3 + a^3} \leq \frac{a^5 + b^5 + c^5}{2}$$

G1. Trikampio ABC kampas B yra status, o jo pusiauakraštinės BD ir CE statmenos. Įžambinės AC statmuo, išvestas iš jos taško D , kerta statinį AB taške F . Raskite santykį $AF : FB$.

G2. Trikampio ABC pusiaukampinė AL lygi kraštinei AC . Toje pusiaukampinėje yra toks taškas K , kad $CK = BL$. Įrodykite, kad $\angle CKL = \angle ABC$.

C1. Iš skaičių 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 išmetant kelis, sudaromas toks rinkinys A , kad visos galimos jo dviejų skaičių sumos būtų skirtingos. Kiek daugiausia skaičių gali būti rinkinyje A ?

C2. Kvadratinės lentelės $n \times n$ kiekviename langelyje įrašomas 1 arba -1. Tegul a_i yra i -tojoje eilutėje esančių skaičių sandauga, o b_j yra j -tajame stulpelyje esančių skaičių sandauga. Ar galima taip užpildyti lentelę, kad suma $a_1 + a_2 + \dots + a_n + b_1 + b_2 + \dots + b_n$ būtų lygi nuliui, kai
a) $n = 10$;
b) $n = 9$?

N1. Tegul $n > 7$ yra toks natūralusis skaičius, kad skaičiai $n - 1$ ir $n + 1$ yra pirminiai. Įrodykite, kad skaičius $n^4 + 16n^2$ dalijasi iš 720.

N2. Sveikasis skaičius n yra vadinamas keistu, jei skaičius $n^4 + 2014$ dalijasi iš $n^2 + 2014$, o skaičius $n^4 + 2015$ dalijasi iš $n^2 + 2015$. Raskite visus keistus skaičius n .