

Matematikos praktinis darbas IV

Uždavinius surinko:

Geometrijos mėgėjas Anton Vytautas Liutvinas ir nelygybių meistras Pijus Piekus

2025/04/01

Uždaviniai

1. Šachmatų lošikas Karolis deda pėstininkus ant standartinės 8×8 šachmatų lentos. Kiek daugiausiai pėstininkų jis gali sudėti, kad nebūtų daugiau negu 5 pėstininkai vienoje eilutėje, stulpelyje ar dviejose iš ilgujų įstrižainių?
2. Du apskritimai S ir T liečiasi taške X . Jie turi bendrą liestinę, kuri liečia S taške A , o T - taške B (čia $A \neq B$). Tegul AP yra S skersmuo. Įrodykite, kad taškai B , X ir P yra vienoje tiesėje.

3. Duoti teigiami skaičiai p, a, b , tenkinantys lygtį

$$p^2 + a^2 = b^2$$

Įrodykite, kad jei p yra pirminis ir $p > 3$, tai tada a dalijasi iš 12 ir $2(p + a + 1)$ yra natūraliojo skaičiaus kvadratas.

4. Piratas Džekas Sperou gavo paslėpto lobio žemėlapią nuo Hektoro Barboso. Hektoras užkasė lobį koordinatėse (x, y) , kur x ir y yra sveikieji skaičiai. Taip pat Hektoras ant žemėlapio užrašė kam lygu $x + y^2$ ir $x^2 + y$, be to šitie skaičiai yra skirtingi. Įrodykite, kad Džekas turės kasti tik vienoje vietoje, kad surastų lobį.