

Matematikos praktinis darbas

Uždavinius surinko:

Anton Vytautas Liutvinas ir Pijus Piekus

2025/02/11

Uždaviniai

1. Trikampio ABC pusiaukampinės AD ir BE kertasi taške G , o kampas C lygus 60° . Įrodykite, kad $GD = GE$.
2. Natūralieji skaičiai a , b ir c tenkina lygybę

$$28a + 30b + 31c = 365.$$

- a) Kelias reikšmes gali įgyti suma $a + b + c$?
 - b) Raskite visus šios lygties natūraliuosius sprendinius (a, b, c) .
3. Lentoje užrašyti skaičiai $1, 2, \dots, 2011, 2012$. Vienu ėjimu galima bet kuriuos du iš jų, a ir b , nutrinti ir vietoje jų parašyti skaičių $a - b$ arba $b - a$. Šis veiksmas kartojamas 2011 kartų, kol lentoje lieka vienas skaičius.
 - a) Ar gali lentoje likti skaičius 0?
 - b) Ar gali lentoje likti skaičius 1?
 - c) Koks didžiausias skaičius gali likti lentoje?
 4. Keturkampio $ABCD$ kraštinės AD ir CD lygios, $\angle BCD = 60^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$. Įrodykite, kad kraštinės BC ir CD taip pat lygios.
 5. Raskite mažiausią reikšmę, kurią įgyja

$$\sqrt{x^2 + xy + y^2} + \sqrt{y^2 + yz + z^2} + \sqrt{z^2 + zx + x^2}$$

kai x, y, z yra trys realieji skaičiai, tenkinantys sąlygą $x + y + z = 1$.

6. Kabineto forma yra taisyklingasis šešiakampis, kurio kraštinė lygi 3 metrams. Kiekvienoje šešiakampio viršūnėje yra prietaisas, kuris rodo, kiek mokinių, nutolusių nuo jo ne didesniu kaip 3 metrų atstumu, miega. Kiek mokinių miega, jei visų šešių prietaisų parodymų suma yra lygi 7?