

XXXV prof. J. Matulionio jaunųjų matematikų konkurso užduotys (2024) 10 klasė			Moksleivis	Mokykla	Klasė
Moksleivis.....					
Mokytojas (ai)					
Mokykla					
Klasė					
<i>Prašome spręsti juodraštyje, teisingą atsakymą įrašykite į abu tam skirtus langelius.</i> <i>Jei langeliuose bus du skirtingi to paties uždavinio atsakymai, uždavinių neįskaitysime.</i> <i>Visus atsakymus užrašyti tiksliai.</i>					
UŽDUOTYS		Atsakymas	Atsakymas		
1 dalis					
1.	Nusirašydami nuo lentos kvadratinės lygties $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ sąlygą, du suolo draugai padarė klaidas. Pirmasis iš jų klaidingai nusirašė koeficiento b reikšmę, ir išsprendęs lygtį gavo sprendinius 3 ir 12. Antrasis klaidingai nusirašė laisvojo nario c reikšmę, ir išsprendęs lygtį gavo sprendinius 6 ir 14. Kokie yra tikrieji kvadratinės lygties sprendiniai?				
2.	Dešimties natūraliųjų skaičių suma yra lygi 2024. Kokia gali būti didžiausia šių skaičių didžiausiojo bendro daliklio reikšmė?				
3.	Ką gauname padalinę $a^{128} - b^{128}$ iš $(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)(a^{16} + b^{16})(a^{32} + b^{32})(a^{64} + b^{64})$?				
4.	Pirmas dviratininkas nuvažiavo 96 kilometrus 2 valandomis greičiau už antrąjį. Be to, pirmasis dviratininkas per valandą nuvažiuodavo 1 kilometru daugiau, negu antrasis per 1 val. 15 min. Raskite abiejų dviratininkų greičius, jei jie yra pastovūs.				
5.	Stačiakampio vienos kraštinės ilgis lygus a , o atstumas nuo viršūnės iki įstrižainės lygus h . Raskite stačiakampio plotą.				
6.	Kiekviena kvadrato kraštinė padalinta į 3 dalis. Apskaičiuokite, kiek galima nubraižyti trikampių, kurių viršūnės yra kvadrato kraštinių dalijimo taškai.				
7.	Vazoje yra 60 rožių: raudonų, geltonų ir baltų. Jeigu visos raudonos rožės būtų pakeistos geltonomis, tai geltonų rožių būtų dvigubai daugiau nei baltų. Jei visos baltos rožės būtų pakeistos geltonomis, tai geltonų rožių būtų 3 kartus daugiau nei raudonų. Kiek žydinčių rožių liko vazoje, kai raudonos ir baltos nuvyto?				
8.	Trikampio ABC kraštinių AB , BC ir CA tęsiniuose atidėti taškai K , L ir M taip, kad $AB = BK$, $BC = CL$ ir $CA = AM$. Trikampio ABC plotas lygus 1. Apskaičiuokite trikampio KML plotą.				
9.	Išspręskite lygčių sistemą: $\begin{cases} x^2 - 3xy - 2y^2 + 5x - y = -4 \\ x^2 - xy + 4y^2 + x - 5y = 12 \end{cases}$				
10.	Kai $a \in \mathbf{R}$, $b \in \mathbf{R}$, $c \in \mathbf{R}$, tai: $\frac{a-c}{b+c} + \frac{b-a}{a+c} + \frac{c-b}{b+a} = 1.$ Apskaičiuokite sumą $\frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{a+c} + \frac{c+a}{b+a}.$				
Taškų suma:					

Pastaba: Antrosios dalies sprendimai taisomi tik tada, kai pirmoje dalyje surinkta 7 ar daugiau taškų.

2 dalis.

NERAŠYTI, NUKIRPSIME

- | | |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Iš popieriaus iškirti vienetinis kvadratas ir skritulys, kurio skersmuo 1. Kokią didžiausią kvadrato perimetro dalį procentais galima uždengti skrituliu? |
| 2. | Su kuriomis a reikšmėmis vienas lygties $x^2 - 2x + a^3 - a^2 - 9a - 7 = 0$ sprendinys yra du kartus didesnis už vieną lygties $4x^2 - 5x + a^3 - a^2 - 8a - 5 = 0$ sprendinį? |