

Matematikos praktinis darbas V

Uždavinius surinko:

Matematikos universiteto Geometrijos fakulteto profesorius dekanas Anton Vytautas Liutvinas
ir Matematikos universiteto Kombinatorikos mokslų fakulteto profesorius daktaras Pijus Piekus

2025/04/08

Uždaviniai

1. Duotas įbrėžtinis keturkampis $ABCD$, kurio įstrižainė AC dalina kampą BAD pusiau. AD tęsinyje yra taškas E . Įrodykite, kad $CE = CA$ tada ir tik tada, kai $DE = AB$.
2. Raskite visus natūraliuosius n , su kuriais $n + 2018$ dalina $n^2 + 2018$ ir $n + 2019$ dalina $n^2 + 2019$.
3. Įrodykite nelygybę su visais teigiamais a , b ir c :

$$(a^2 + b^2)^2 \geq (a + b + c)(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b)$$

4. Antonas ir Pijus moko klasę sudarytą iš šešių porų (Karolis ir Kristupas, Girius ir Jonas, Romualdas ir Vilius, Motiejus ir Elijus, Jurgis ir Ugnius, Mindaugas ir Lukas). Jie nori mokinius padalinti į komandas Kahoot žaidimėliui, tačiau jokia pora negali būti kartu vienoje komandoje.
 - (a) Kiek būdų yra juos suskirstyti į dvi komandas po 6?
 - (b) Kiek būdų yra juos suskirstyti į tris komandas po 4?
5. Raskite visas funkcijas $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, kurios su visais realiaisiais x ir y tenkina sąlygą:

$$f(x)f(y) = f(x + y) + xy$$