Übungsblatt 11

Übungsgruppe 1

Daniel Schubert
Anton Lydike

Donnerstag 16.1.2020

Aufgabe 1) __ /9p.

(1)	$x < (y+1) * 2^n \wedge \texttt{y} > \texttt{1} \Rightarrow x < (y+\frac{1}{2}) * 2^n \wedge \texttt{y} > \frac{3}{2} \Vert x < (y+\frac{1}{2}) * 2^{n+1} \wedge \texttt{y} > \frac{3}{2} \Rightarrow x < (2y+1) * 2^n \wedge \texttt{y} > \frac{3}{2}$	*Logik/Arithmetik*
(2)	$\{ x < (y+\frac{1}{2}) * 2^n \wedge \texttt{y} > \frac{3}{2} \}$ `n = n + 1;` $\{ x < (y+\frac{1}{2}) * 2^{n+1} \wedge \texttt{y} > \frac{3}{2} \}$	=p
(3)	$\{ x < (y+1) * 2^n \wedge \texttt{y} > \texttt{1} \}$ `n = n + 1;` $\{ x < (2y+1) * 2^n \wedge \texttt{y} > \frac{3}{2} \}$	(K) $(1), (2)$
(4)	$\{ x < (2y+1) * 2^n \wedge \texttt{y} > \frac{3}{2} \}$ `y = y / 2;` $\{ x < (y+1) * 2^n \}$	=p
(5)	$\{x < (y+1) * 2^n \wedge \texttt{y} > \texttt{1}\}$ `n = n + 1; y = y / 2;` $\{x < (y+1) * 2^n \}$	(Seq)(3)(4)
(6)	$\{x < (y+1) * 2^n\}$ `while (y > 1) { n = n + 1; y = y / 2; }` $\{\underline{x < (y+1) * 2^n \wedge \neg(\texttt{y} > \texttt{1})}\}$	(Wh_p) (5)
(7)	$n = 0 \wedge y = x \Rightarrow x < (y+1) * 2^n$	*Logik/Arithmetik*
(8)	$x < (y+1) * 2^n \wedge \neg(\texttt{y} > \texttt{1}) \Rightarrow x < 2^{n+1}$	*Logik/Arithmetik*
(9)	$\{n = 0 \wedge y = x\}$ `while (y > 1) { n = n + 1; y = y / 2; }` $\{x < 2^{n+1}\}$	(K)(6)(7)(8)

Aufgabe 2) __ /6p.

1. Erfüllbar, mit Ablauf $(\{p, q\})^\omega$
2. Erfüllbar, mit Ablauf $\{p\}, \varnothing^\omega$
3. Nicht erfüllbar, da $p \rightarrow \neg p$ in keinem zustand erfüllt sein kann.
4. Erfüllbar, mit Ablauf $(\{p\})^\omega$

Aufgabe 3) __ /6p.

1. $\mathbf{XG}p \models \mathbf{G}p$ ist nicht herleitbar, da für $(\varnothing, \{p\}^\omega)$ zwar $\mathbf{XG}p$ erfüllt, aber nicht $\mathbf{G}p$.
2.

(1)	$\mathbf{G}p \models \mathbf{G}p$	$\in$ M
(2)	$\mathbf{G}p \models \mathbf{GX}p$	Folgt nach T3 aus (1)
(3)	$\mathbf{G}p \models \mathbf{XG}p$	Satz 5.2 (2)

$\square$

3. $\mathbf{F}(A\mathbf{U}B) \Rightarrow$ es existiert ein $i \geqslant 0$ mit $\pi^i \models A\mathbf{U}B \Rightarrow$ es existiert ein $j \geqslant i$ mit $\pi^j \models B \Rightarrow \mathbf{F}B$. Die Rückrichtung gilt auch, da $A\mathbf{U}B$ auf für $\pi = (B, \varnothing^\omega)$ erfüllt ist (da in T4 auch $j = 0$ gelten kann, und dann $0 \leqslant i < j$ keine Elemente enthält). Damit folgt aus $\mathbf{F}B$ auch $\mathbf{F}(A\mathbf{U}B)$. $\square$

Aufgabe 4) __ /4p.

1. **Abu ist der Täter**, Abu und Hasib haben gelogen. Jede andere Kombination macht keinen Sinn. Wenn Abu nich gelogen hat, haben wir $\{H, \neg H\}$. Wenn Hasib nicht gelogen hat, haben wir $\{H, A\}$, was auch nicht sein kann, da es nur einen Täter gibt.
2. **Ibn ist der Täter**. Wenn Abu der täter wäre, hätten alle anderen gelogen, was laut vorraussetzung nicht stimmmt. Wenn Hasib der Täter wäre, würde das Heißen, dass Ibn die Wahrheit sagt, dieser sagt aber, dass Hasib nicht der täter ist. Wenn Ibn der Täter ist, dann lügt Abu, und Hasib sagt die Wahrheit.
3. **Hasib ist der Täter**. Wenn Abu der Täter wäre, hätte Hasib gelogen, und Ibn, dessen Aussage den NSU-Briefkasten genommen hat, wäre auch der Täter gewesen. Dies ist ein Wiederspruch. Wenn Ibn der Täter wäre, hätte Abu gelogen, und Hasib wäre auch Täter. Nur wenn Hasib der Täter ist, und die Wahrheit sagt, dass Ibn nicht der Täter war, und Abu lügt, geht alles auf. *Weil das ja klar ist.* $\square$
4. **Hasib ist der Täter**. Da Abu und Ibn beide die Wahrheit sagen, müssen beide die gleich Person beschuldigen. Da Aber niemand sich selbst beschulfigt, können sie nur Hasib beschuldigen. Deshalb muss Hasib der Täter sein.

Gesamtpunkte: __ /25p.

シ