Universität Augsburg
Institut für Informatik

Prof. Dr. A. Knapp
T. Foth

# Logik für Informatiker WS 19/20

# Übungsblatt 10

(Abgabe bis Donnerstag 09.01.2020, 11:30 Uhr)

**Frohe Weihnachten!**
**Die Präsentation der entwickelten SAT-Solver soll in der Vorlesung am 16.01.2020 erfolgen. Geben Sie mit Abgabe dieses Blattes bis 09.01.2020 Tobias Foth Bescheid, ob Sie einen SAT-Solver entwickelt haben und vorstellen möchten.**
**Geben Sie dabei auch an, wie viele Kommilitonen in Ihrem Projekt beteiligt waren und lassen Sie uns bis 10.01.2020 auch Ihren Code zukommen, vorzugsweise als Zugriff auf Ihr GIT-Repository, welches Sie über das Rechenzentrum (git.rz.uni-augsburg.de) erstellen und wo Sie Ihren Code verwalten können.**
**Bei Fragen gerne melden!**

**Aufgabe 1:** (Hoare-Kalkül) **5 Punkte**
Leiten Sie im Hoare-Kalkül für schwache Semantik folgendes Tripel her.
$\{x = 12\}$ `y = 21; x = 2 * y` $\{x = 42\}$
Geben Sie die Herleitung in Listenform an.

**Aufgabe 2:** (Formalisierung – Hoare-Kalkül) **4 Punkte**
Seien $n, i, x, y, z$ integer-Variablen und $n_0$ eine feste ganze Zahl.
Geben Sie ein Hoare-Tripel an, das folgendes ausdrückt:
Wenn initial $x, y$ und $i$ den Wert 0, $z$ den Wert 1 und $n$ den positiven Wert $n_0$ haben, dann berechnet die folgende Programmzeile die dritte Potenz der Zahl $n_0$ und speichert sie in $x$:

$$\textbf{while}(i < n)\ \{i = i + 1;\ x = x + y + z;\ y = y + 2z + 1;\ z = z + 3;\}$$

Welche Semantik unterstellen Sie dabei (kurze Begründung)?

**Aufgabe 3:** (Formalisierung) **9 Punkte**
Dies ist die Fortsetzung von Aufgabe 3 von Übungsblatt 8. Beachten Sie: Es wird voraussichtlich noch einen dritten Teil der Aufgabe auf einem kommenden Übungsblatt geben.
Wir betrachten eine Interpretation $I$ für eine Signatur mit $P, R \in \mathcal{P}^3; S \in \mathcal{P}^2; K \in \mathcal{P}^1$. Wir verstehen die Elemente der Grundmenge $D$ sowohl als Ecken, als auch als Beschriftungen der Kanten. Die Prädikate $P$ und $R$ definieren beschriftete Kanten zweier Graphen (oder Automaten) $G_P$ und $G_R$, wobei $P(x, y, z)$ bedeutet, dass von $x$ eine Kante (also eine Automaten-Transition) mit Beschriftung $y$ nach $z$ führt. $R$ interpretieren wir analog. $K$ entspricht einer Menge (von Ecken oder Beschriftungen).
Sie dürfen $ZP(x)$ (Übungsblatt 8 Aufgabe 3.2 (a)) als abgeleitetes Prädikat verwenden, das besagt, dass $x$ eine Ecke (bzw. Zustand) von $G_P$ ist.

1. Definieren Sie folgende abgeleitete Prädikate. Bedenken Sie, dass $G_P$ und $G_R$ gemeinsame Ecken benutzen können.

   (a) $P_i(x, y)$: In $G_P$ ist die Ecke $y$ von $x$ aus über einen Weg der Länge (Kantenanzahl) $i$ erreichbar. Die Beschriftung spielt dabei keine Rolle. Definieren Sie dieses induktiv mit Verankerung bei 1.

(b) $Alt_i(x, y)$: Die Ecke $y$ ist von $x$ aus in $i$ Schritten erreichbar, wobei abwechselnd Kanten von $G_P$ und $G_R$ verwendet werden. Die Beschriftung spielt dabei keine Rolle. Verwenden Sie induktive Definitionen.

Sie dürfen die abgeleiteten Prädikate $P_i$ aus der ersten Teilaufgabe verwenden; auch $R_i$ analog zu $P_i$. Sie dürfen sich weitere Hilfsprädikate definieren.

**Aufgabe 4:** (Definierbarkeit) **7 Punkte**

In *Beispiel 3.10* (Skript S. 36f) wurde gezeigt, dass die Endlichkeit der Grundmenge nicht elementar definierbar ist. Ihre Aufgabe besteht darin, zu zeigen, dass sie auch nicht definierbar ist; dafür können Sie den Beweis aus der Vorlesung entsprechend anpassen.

**Aufgabe 5:** (SAT-Solver – Resolution und DPLL) **BONUS**

In diesem letzten Teil zum SAT-Solver sollen Sie entweder die Resolution oder den DPLL-Algorithmus implementieren. Schreiben Sie zunächst eine Möglichkeit, KNF-Formeln als Klauselmengen zu repräsentieren und implementieren Sie das Verfahren auf Basis von Klauselmengen. Führen Sie auch eine Möglichkeit ein, um die einzelnen Schritte des Algorithmus nachvollziehen zu können, bei Resolution z.B. jeweils $Res^0$, $Res^1$ usw. auszugeben.