

# Übungsblatt 8

## Übungsgruppe 1

Daniel Schubert

Anton Lydike

Donnerstag 12.12.2019

### Aufgabe 1)

— /8p.

1.

(1)	$A, \neg\neg B \vdash_G A$	A
(2)	$A, \neg B \vdash_G \neg B$	A
(3)	$A, \neg A \vdash_G \neg B$	$\neg L(1)$
(4)	$A, (\neg A \vee \neg B) \vdash_G \neg B$	$\vee L(2)(3)$
(5)	$A, B \vdash_G \neg(\neg A \vee \neg B)$	$\neg R$
(6)	$(A \wedge B) \vdash_G \neg(\neg A \vee \neg B)$	$\wedge L$
(7)	$\vdash_G (A \wedge B) \rightarrow \neg(\neg A \vee \neg B)$	$\rightarrow R$

2.

(1)	$A, B, C, \neg C \vdash_G A$	A
(2)	$A, \neg C \vdash_G A$	A
(3)	$A, B \wedge C, \neg C \vdash_G A$	A
(4)	$B, C, A \vdash_G \neg(\neg C)$	A
(5)	$B, \neg C, C \vdash_G A$	$\neg R$
(6)	$B \wedge C, B, \neg C \vdash_G A$	$\wedge L$
(7)	$A, B, \neg C \vdash_G A$	
(8)	$A \vee (B \wedge C), A, \neg C \vdash_G A$	$\vee L$
(9)	$A \vee (B \wedge C), B, \neg C \vdash_G A$	$\vee L$
(10)	$A \vee (B \wedge C), A \vee B, \neg C \vdash_G A$	$\vee L$
(11)	$A \vee (B \wedge C), A \vee B \vdash_G A \vee C$	$\vee R$
(12)	$A \vee (B \wedge C), A \vee B \vdash_G A \vee B$	$\vee R$
(13)	$A \vee (B \wedge C), A \vee B \vdash_G (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	$\wedge R$
(14)	$\vdash_G (A \vee (B \wedge C)) \rightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$	$\rightarrow R$
(15)		

### Aufgabe 2)

— /8p.

1.

(1)	$\vdash y = x \rightarrow (x = y \rightarrow y = x)$	Ax2
(2)	$\vdash \forall x . \forall y . (y = x \rightarrow (x = y \rightarrow y = x))$	ge
(3)	$\vdash (\forall x . \forall y . (y = x \rightarrow (x = y \rightarrow y = x))) \rightarrow ((\forall x . \forall y . y = x) \rightarrow (\forall x . \forall y . x = y \rightarrow y = x))$	DV
(4)	$\vdash (\forall x . \forall y . y = x) \rightarrow (\forall x . \forall y . x = y \rightarrow y = x)$	MP
(5)	$\vdash \forall x . \forall y . x = y \rightarrow y = x$	MP

2.

- |     |  |                         |
|-----|--|-------------------------|
| (1) | $\{P(y) \rightarrow \forall x . Q(x)\} \vdash P(y) \rightarrow \forall x . Q(x)$             | Trivial                 |
| (2) | $\{P(y) \rightarrow \forall x . Q(x)\} \vdash \forall x . P(y) \rightarrow \forall x . Q(x)$ | ge(1)                   |
| (3) | $\{P(y) \rightarrow \forall x . Q(x)\} \vdash \forall x . P(y) \rightarrow Q(x)$             | D $\forall$ - Umgekehrt |

**Aufgabe 3)**

\_\_\_ /9p.

1. (a)  $\forall e . K(e) \rightarrow \forall z . K(z) \wedge \exists x . P(x, e, z)$   
 (b)  $\text{anzahl} \in P^2, \text{anzahl}^I := \#(e \xrightarrow{x} z)$  (zu deutsch: Anzahl der Kanten x von e zu z.)  
 $\forall e . K(e) \rightarrow \forall x . P(x, e, z) \rightarrow \text{anzahl}(P) = 1$   
 (c)  $\forall k . K(k) \rightarrow \forall i . K(i) \rightarrow \forall x . P(x, i, i) \wedge (\neg \exists z . P(z, i, k) \wedge i \neq K)$
2. (a)  $ZP, ZR \in P^1$   
 $ZP^I := x$  ist Zustand aus  $G_P$   
 $ZR^I := x$  ist Zustand aus  $G_R$   
  
 (b)  $\forall x_1 . \forall x_2 . \forall y_1 . \forall y_2 . \rightarrow ZP(x_1) \wedge ZP(x_2) \wedge ZR(y_1) \wedge ZR(y_2) \rightarrow x_1 = y_1 \rightarrow ZP(x_1) = x_2 \wedge ZR(y_1) = y_2 \rightarrow x_2 = y_2$

**Gesamtpunkte:**

\_\_\_ /25p.

シ