

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3. ВСПЛЫТИЕ ПОДВОДНОЙ ЛОДКИ

Цель работы: изучить методы численного дифференцирования для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений и применить их на практике для решения практической задачи (определения траектории и точки всплытия подводной лодки).

Краткие теоретические сведенияПостановка задачи.

H - глубина известна, T - время всплытия, L - точка всплытия, они неизвестны, их нужно найти.

По оси абсцисс $\frac{dx}{dt} = v, x = vt$

Тогда: $L = vT$

По второму закону Ньютона получим:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_B - P - F_c$$

$$m = \rho_1 V, F_B = \rho_0 V g,$$

$$P = \rho_1 V g,$$

$$F_c = k \eta \frac{dy}{dt}, k = \frac{S_{сеч}}{l}$$

Подставим и получим:

$$\rho_1 V \frac{d^2 y}{dt^2} = \rho_0 V g - \rho_1 V g - k \eta \left(1 + \alpha \frac{y}{H}\right) \frac{dy}{dt} \quad (1)$$

Здесь: $\eta = 0,001$; $\rho_0 = 1000$; $g = 9,8$; $\alpha = 0,01$

Самим задать $V, S_{сеч}, l, H, \rho_1, v$

Получим систему:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = z \\ \frac{dz}{dt} = -\frac{\eta k}{v \rho_1} \left(1 + \alpha \frac{y}{H}\right) z + g \left(\frac{\rho_0}{\rho_1} - 1\right) \end{cases} \quad (2)$$

Задание

1. Численно решить систему (*) методом «прогноз – коррекция» или Рунге – Кутта 4 порядка (на выбор). Оценить погрешность по правилу Рунге. Шаг выбрать в пределах от 0,01 – 0,001 от H .

2. Аппроксимировать полученное решение по методу наименьших квадратов (точек взять не меньше 20). В качестве модели выбрать квадратичную аппроксимацию, $y = at^2 + bt + c$. Оценить погрешность, т.е. найти среднее квадратичное отклонение.

3. По выбранным точкам построить траекторию $y = y(x)$, при этом в y подставить $t = x/v$.

4. В полученную аппроксимацию подставить H вместо y . Получится уравнение относительно времени всплытия T :

$$H = aT^2 + bT + c. \text{ Найти } T. \text{ Соответственно, найти точку всплытия } L = vT.$$

5. Провести анализ работы и сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Численное дифференцирование.
2. Явный и неявный метод Эйлера.
3. Погрешности численного дифференцирования.
4. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности.
5. Метод «прогноз-коррекция».

Содержание отчета по лабораторной работе

1. Титульный лист.
2. По заданиям 1-5:
 - система дифференциальных уравнений;
 - численное решение системы методом на выбор (Рунге – Кутта 4 порядка или «прогноз – коррекция»)
 - код программы, блок-схема алгоритма метода численного дифференцирования;
 - график аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов для полученного решения (траектория всплытия подводной лодки);
 - вычисление погрешности численного метода дифференцирования;
 - анализ полученных результатов.

Литература: [11], [13]-[14]