Task2_prazdnichnykh

November 25, 2020

0.1 Пункт 1

Функция:

$$F(w) = -\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \log \frac{e^{w^T x_i}}{1+e^{w^T x_i}} + (1-y_i)\log\frac{1}{1+e^{w^T x_i}} = -\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i w^T x_i - \log\left(1+e^{w^T x_i}\right)$$

На матричном языке это можно записать как:

$$F(w) = -\frac{1}{N}\langle x^T w, y\rangle + \frac{1}{N}\langle \log\left(1+e^{x^T w}\right), id\rangle = -\frac{1}{N}\langle x^T w, y\rangle - \frac{1}{N}\langle \log\left(1-\sigma(w^T x)\right), id\rangle,$$

где

$$\forall i \in \{1,\dots,N\}\ id_i = 1$$

Грандиент:

$$\mathsf{d}F(w) = -\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \mathsf{d}w^T x_i - \frac{e^{w^T x_i}\mathsf{d}w^T x_i}{1+e^{w^T x_i}} = -\langle\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i x_i - \frac{e^{w^T x_i} x_i}{1+e^{w^T x_i}}, \mathsf{d}w\rangle \Rightarrow \nabla_w F = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{e^{w^T x_i}}{1+e^{w^T x_i}} - y_i\right)x_i$$

В матричном виде:

$$\nabla_w F = \frac{1}{N}x\left(\frac{e^{x^T w}}{1+e^{x^T w}} - y\right) = \frac{1}{N}x\left(\sigma\left(x^T w\right) - y\right)$$

Гессиан:

$$\mathsf{d}(\mathsf{d}_h F(w)) = -\mathsf{d}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i h^T x_i - \frac{e^{w^T x_i} h^T x_i}{1+e^{w^T x_i}}\right) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\mathsf{d}w^T x_i x_i^T h e^{w^T x_i}}{(1+e^{w^T x_i})^2} = \langle\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{x_i x_i^T e^{w^T x_i}}{(1+e^{w^T x_i})^2}h, \mathsf{d}w\rangle \Rightarrow$$

$$\nabla_w^2 F = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{x_i x_i^T e^{w^T x_i}}{(1+e^{w^T x_i})^2}$$

В матричной формулровке:

$$\nabla_w^2 F = \frac{1}{N} x M x^T,$$

где

$$M_{ij} = \begin{cases} 0, i \neq j \\ \frac{e^{w^T x_i}}{(1+e^{w^T x_i})^2} = \sigma(w^T x_i)(1 - \sigma(w^T x_i)), i = j \end{cases}$$

0.2 Пункт 2

(все тесты ниже происходят на датасете a1a.txt)

[1]:
```
import numpy as np
import scipy.sparse as sp
from sklearn.datasets import load_svmlight_file
from oracle import Oracle, make_oracle, der, der2
import scipy as sc
```

[2]:
```
orac = make_oracle('a1a.txt')

x, y = load_svmlight_file('a1a.txt', zero_based=False)
m = x[0].shape[1] + 1
```

Проверим на всякий случай, что численный гессиан работает правильно. На функции $f1(x) = x^T x$, ожидаем полчить $\nabla^2 f = 2id_n$, где id – единичная марица

[3]:
```
n = np.random.randint(10, 100)
f = lambda x: (x.T @ x).item()
x = np.random.normal(size=(n, 1))
err = np.linalg.norm(der2(f, x) - 2 * np.eye(n))
print('Норма разности гессиана и единичной матрицы: ', err)
```

```
Норма разности гессиана и единичной матрицы:  9.588446187384862e-07
```

Проверим теперь с помощью разностного дифференцирования, что градиент и гессиан вычисленны корректно

[4]:
```
def test(oracle, m):
    w = np.random.normal(size=(m, 1))
    f = lambda w: oracle.value(w)
    grad_norm = np.linalg.norm(oracle.grad(w) - der(f, w))
    hess_norm = np.linalg.norm(oracle.hessian(w) - der2(f, w))
    print('Норма разности аналитического и численного градиентов: ',␣
 ↪grad_norm)
    print('Норма разности аналитического и численного гессианов: ',␣
 ↪hess_norm)

test(orac, m)
```

```
Норма разности аналитического и численного градиентов:  8.
  ↪644339402609234e-09
Норма разности аналитического и численного гессианов:  3.
  ↪777654398377981e-08
```

[5]:
```
test(orac, m)
```

```
Норма разности аналитического и численного градиентов:  4.
  ↪718350033424151e-09
Норма разности аналитического и численного гессианов:  3.
  ↪815734187017456e-08
```

[6]:
```
test(orac, m)
```

```
Норма разности аналитического и численного градиентов:  3.
  ↪6418521318910875e-09
Норма разности аналитического и численного гессианов:  3.
  ↪914370038255826e-08
```

Будем исследовать сходимость наших методов на нулевом векторе

[7]:
```
w0 = np.zeros(m).reshape((-1, 1))
true_val = sc.optimize.minimize(lambda w: orac.value(w), w0).fun
```

[8]:
```
true_val
```

[8]:
```
0.29787637646449144
```

0.3 Пункт 3

Научимся рисовать графики, которые требуются в этом и следующих пунктах

[9]:
```
from methods import *
import matplotlib.pyplot as plt
```

[10]:
```
def non_hfn_plotter(optimizer, line_search_methods, oracle, w0,␣
  ↪true_val):
    opt_name = optimizer.name
    names = []
    rel_errs = []
    vals = []
    times = []
    oracle_calls = []
    n_its = []
    n = 0
    for method in line_search_methods:
        n += 1
```

```
        names.append(method.name)
        point = optimizer(oracle, w0, method)
        rel_errs.append(optimizer.rel_errs)
        vals.append(optimizer.values)
        times.append(optimizer.times)
        oracle_calls.append(optimizer.orac_calls)
        n_its.append(optimizer.n_iter)

    plt.title('Отношение норм градиентов vs время, ' + opt_name)
    for i in range(n):
        plt.plot(times[i], rel_errs[i], label=names[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('вермя работы, c')
    plt.ylabel('(grad(w_k) / grad(w0))^2')
    plt.show()

    plt.title('Отношение норм градиентов vs число вызовов оракула, '␣
↪+ opt_name)
    for i in range(n):
        plt.plot(oracle_calls[i], rel_errs[i], label=names[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('кол-во вызовов оракула')
    plt.ylabel('(grad(w_k) / grad(w0))^2')
    plt.show()

    plt.title('Отношение норм градиентов vs число итераций, ' +␣
↪opt_name)
    for i in range(n):
        plt.plot(list(range(1, n_its[i] + 1)), rel_errs[i],␣
↪label=names[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('кол-во итераций')
    plt.ylabel('(grad(w_k) / grad(w0))^2')
    plt.show()

    plt.title('Модуль разности значений vs время, ' + opt_name)
    for i in range(n):
        plt.plot(times[i], abs(np.array(vals[i]) - true_val),␣
↪label=names[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('вермя работы, c')
    plt.ylabel('|F(w_k) - F(w*)|')
    plt.show()
```

```
    plt.title('Модуль разности значений vs число вызовов оракула, ' +␣
 ↪opt_name)
    for i in range(n):
        plt.plot(oracle_calls[i], abs(np.array(vals[i]) - true_val),␣
 ↪label=names[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('кол-во вызовов оракула')
    plt.ylabel('|F(w_k) - F(w*)|')
    plt.show()

    plt.title('Модуль разности значений vs число итераций, ' +␣
 ↪opt_name)
    for i in range(n):
        plt.plot(list(range(1, n_its[i] + 1)), abs(np.array(vals[i])␣
 ↪- true_val), label=names[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('кол-во итераций')
    plt.ylabel('|F(w_k) - F(w*)|')
    plt.show()
```

[11]:
```
line_searches_for_gd = [GoldenRatioLineSearch(), BrentLineSearch(),␣
 ↪ArmijoLineSearch(), WolfeLineSearch(),
                        NesterovLineSearch()]
line_searches_for_newton = [GoldenRatioLineSearch(),␣
 ↪BrentLineSearch(), ArmijoLineSearch(), WolfeLineSearch()]
```

Исследеуем отдельно зависимость скорости сходимости градиентного спуска от выбора констант в условиях Армихо и Вульфа. Для Армихо будем менять константу c в условии Армихо:

$$f(x + \alpha p_k) \leq f(x_k) + c\alpha p_k^T \nabla f(x_k)$$

А также константу p в адаптивном поиске длины шага. Попробуем взять пары $c = 0.0001$ (слабое условие на значение функции в новой точке); $c = 0.4$ (сильное условие на значении фукции в новой точке); $c = 0.1$ (промежуточное значение c).

[12]:
```
armijo1 = ArmijoLineSearch(c=0.0001)
armijo2 = ArmijoLineSearch(c=0.4)
armijo3 = ArmijoLineSearch(c=0.1)

optimizer = OptimizeGD()
for _ in range(3):
    w = np.random.normal(size=(m, 1))
    point = optimizer(orac, w, armijo1)
```

```
    print('c=0.0001: количество итераций - {0}, ошибка - {1},␣
 ↪предсказанное значение - {2}'.format(optimizer.n_iter,
          optimizer.rel_errs[-1], optimizer.values[-1]))
    point = optimizer(orac, w, armijo2)
    print('c=0.4: количество итераций - {0}, ошибка - {1},␣
 ↪предсказанное значение - {2}'.format(optimizer.n_iter,
          optimizer.rel_errs[-1], optimizer.values[-1]))
    point = optimizer(orac, w, armijo3)
    print('c=0.1: количество итераций - {0}, ошибка - {1},␣
 ↪предсказанное значение - {2}'.format(optimizer.n_iter,
          optimizer.rel_errs[-1], optimizer.values[-1]))
```

```
c=0.0001: количество итераций - 10000, ошибка - 5.274924677102321e-07,
предсказанное значение - 0.30064492968359247
c=0.4: количество итераций - 10000, ошибка - 5.274924677102321e-07,
предсказанное значение - 0.30064492968359247
c=0.1: количество итераций - 10000, ошибка - 5.274924677102321e-07,
предсказанное значение - 0.30064492968359247
c=0.0001: количество итераций - 10000, ошибка - 1.4629396509876434e-06,
предсказанное значение - 0.3007614071757757
c=0.4: количество итераций - 10000, ошибка - 1.4629396509876434e-06,
предсказанное значение - 0.3007614071757757
c=0.1: количество итераций - 10000, ошибка - 1.4629396509876434e-06,
предсказанное значение - 0.3007614071757757
c=0.0001: количество итераций - 10000, ошибка - 2.963721448906259e-06,
предсказанное значение - 0.3005608597597056
c=0.4: количество итераций - 10000, ошибка - 2.963721448906259e-06,
предсказанное значение - 0.3005608597597056
c=0.1: количество итераций - 10000, ошибка - 2.963721448906259e-06,
предсказанное значение - 0.3005608597597056
```

Делаем вывод, что скорость сходимости метода не зависит от выбора константы в условии Армихо. попробуем поварьировать константы c_1, c_2 в условиях Вульфа. Возьмём $c1 = 0.0001, c_2 = 0.9$; $c_1 = 0.4$, $c_2 = 0.6$; $c_1 = 0.25, c_2 = 0.75$

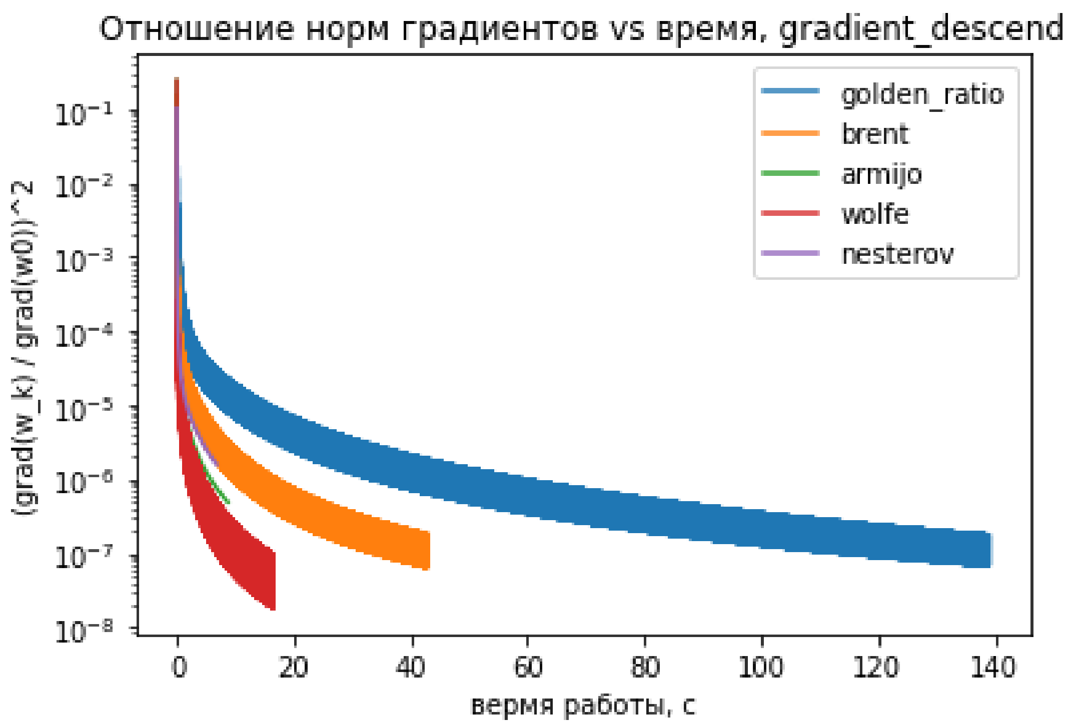
[13]:
```
wolfe1 = WolfeLineSearch(c1=0.0001, c2=0.9)
wolfe2 = WolfeLineSearch(c1=0.4, c2=0.6)
wolfe3 = WolfeLineSearch(c1=0.25, c2=0.75)

optimizer = OptimizeGD()
for _ in range(3):
    w = np.random.normal(size=(m, 1))
    point = optimizer(orac, w, wolfe1)
    print('c1=0.0001, c2=0.9: количество итераций - {0}, ошибка -␣
 ↪{1}, предсказанное значение - {2}'.format(optimizer.n_iter,
          optimizer.rel_errs[-1], optimizer.values[-1]))
    point = optimizer(orac, w, wolfe2)
```

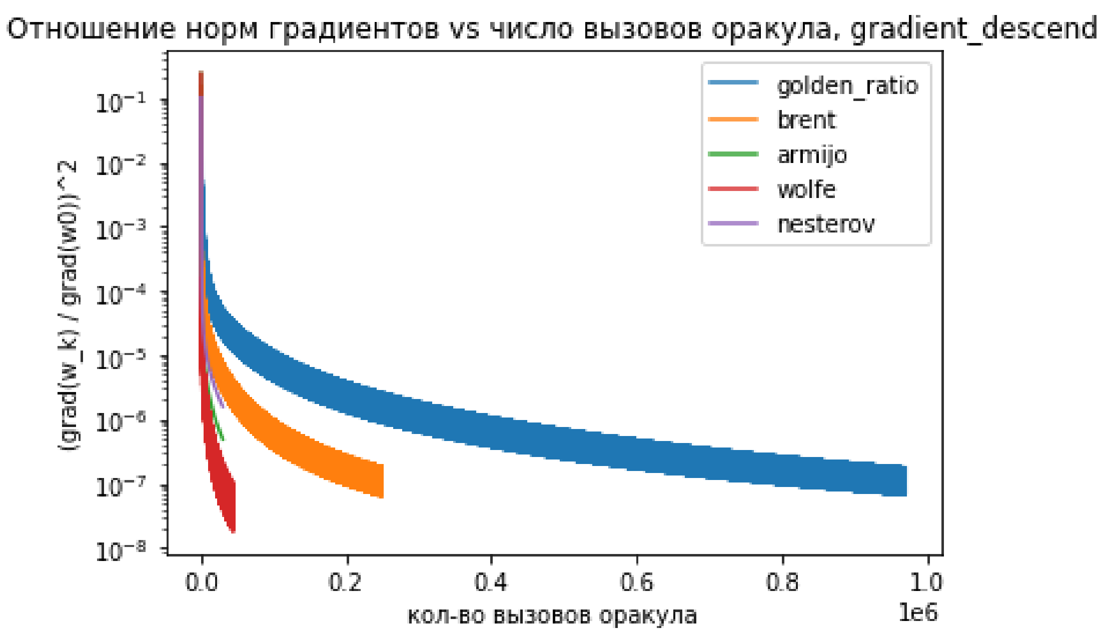
```
    print('c1=0.4, c2=0.6: количество итераций - {0}, ошибка - {1},␣
↪предсказанное значение - {2}'.format(optimizer.n_iter,
          optimizer.rel_errs[-1], optimizer.values[-1]))
    point = optimizer(orac, w, wolfe3)
    print('c1=0.25, c2=0.75: количество итераций - {0}, ошибка - {1},␣
↪предсказанное значение - {2}'.format(optimizer.n_iter,
          optimizer.rel_errs[-1], optimizer.values[-1]))
   ␣
↪print('************************************************************************
```

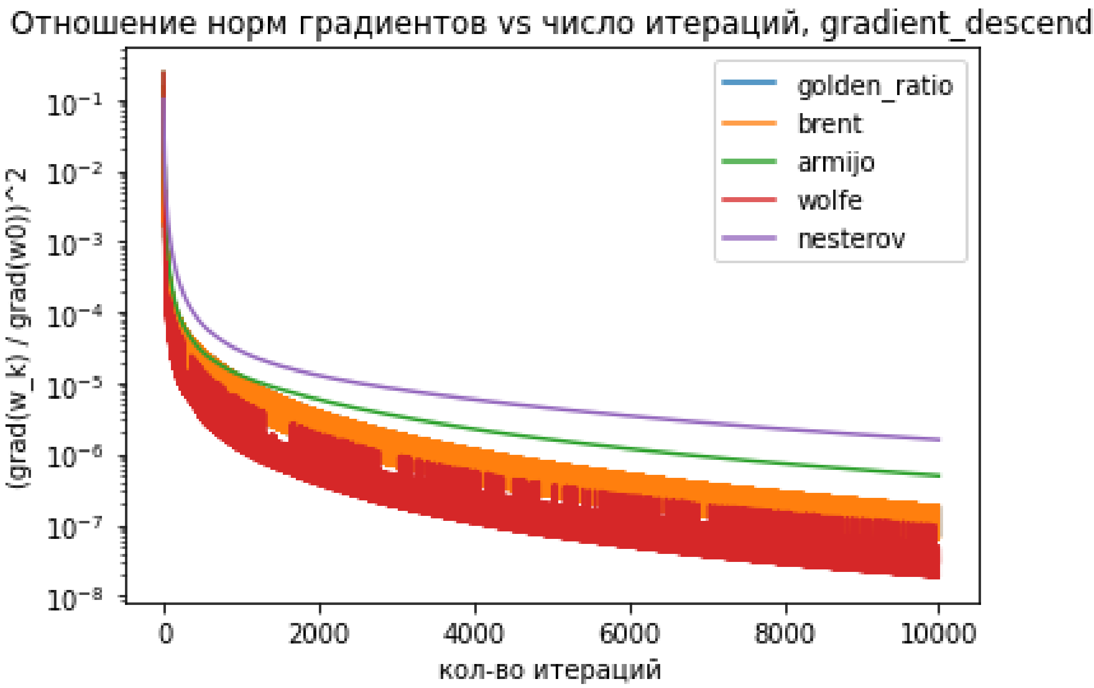
```
c1=0.0001, c2=0.9: количество итераций - 10000, ошибка - 1.
 ↪808393010762729e-08,
предсказанное значение - 0.29838966495042135
c1=0.4, c2=0.6: количество итераций - 10000, ошибка - 7.
 ↪217240951582485e-08,
предсказанное значение - 0.2985292607804972
c1=0.25, c2=0.75: количество итераций - 10000, ошибка - 1.
 ↪3771643397210388e-08,
предсказанное значение - 0.2984489074093751
********************************************************************************
**********************
c1=0.0001, c2=0.9: количество итераций - 10000, ошибка - 1.
 ↪344343208059781e-07,
предсказанное значение - 0.29839763773547856
c1=0.4, c2=0.6: количество итераций - 10000, ошибка - 1.
 ↪935636255523121e-07,
предсказанное значение - 0.2985409635511952
c1=0.25, c2=0.75: количество итераций - 10000, ошибка - 1.
 ↪422002515330248e-07,
предсказанное значение - 0.2984559104416089
********************************************************************************
**********************
c1=0.0001, c2=0.9: количество итераций - 9777, ошибка - 9.
 ↪987839940097241e-09,
предсказанное значение - 0.2984107944926778
c1=0.4, c2=0.6: количество итераций - 10000, ошибка - 2.
 ↪7451080754168835e-08,
предсказанное значение - 0.2985486048506431
c1=0.25, c2=0.75: количество итераций - 10000, ошибка - 1.
 ↪786355067083154e-08,
предсказанное значение - 0.29846279193581815
********************************************************************************
**********************
```

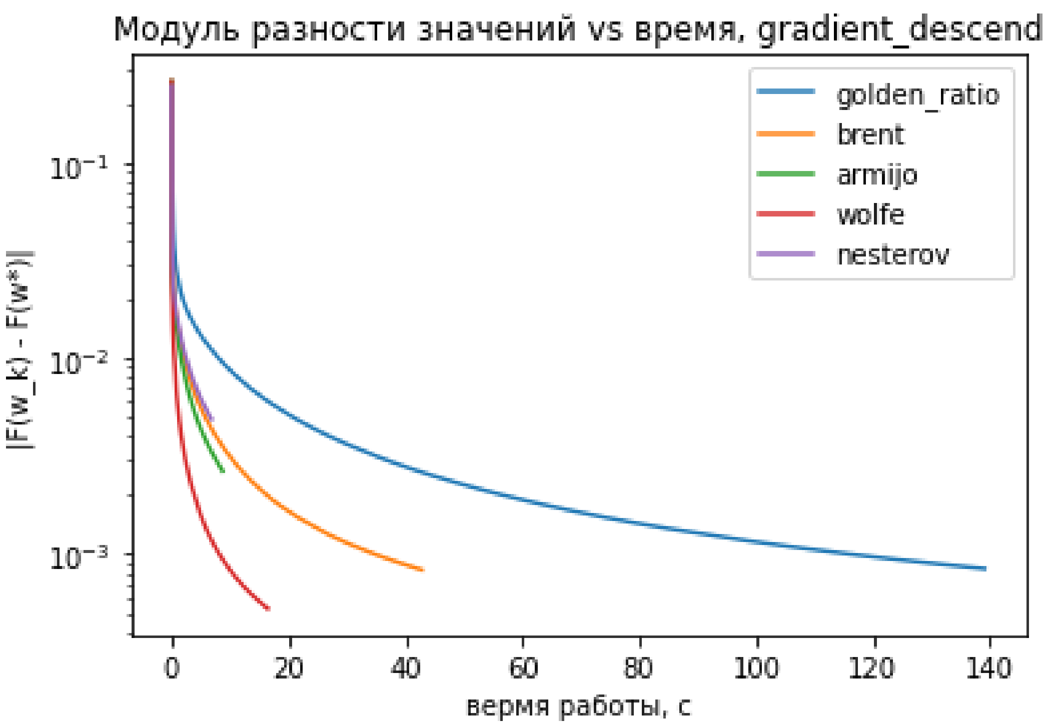
Также убеждаемся в том, что в пределах условий $0 < c_1 < 0.5$, $_1 < c_2 < 1$ константы c_1 и c_2 не оказывают значительного влиния на скорость сходимости метода.

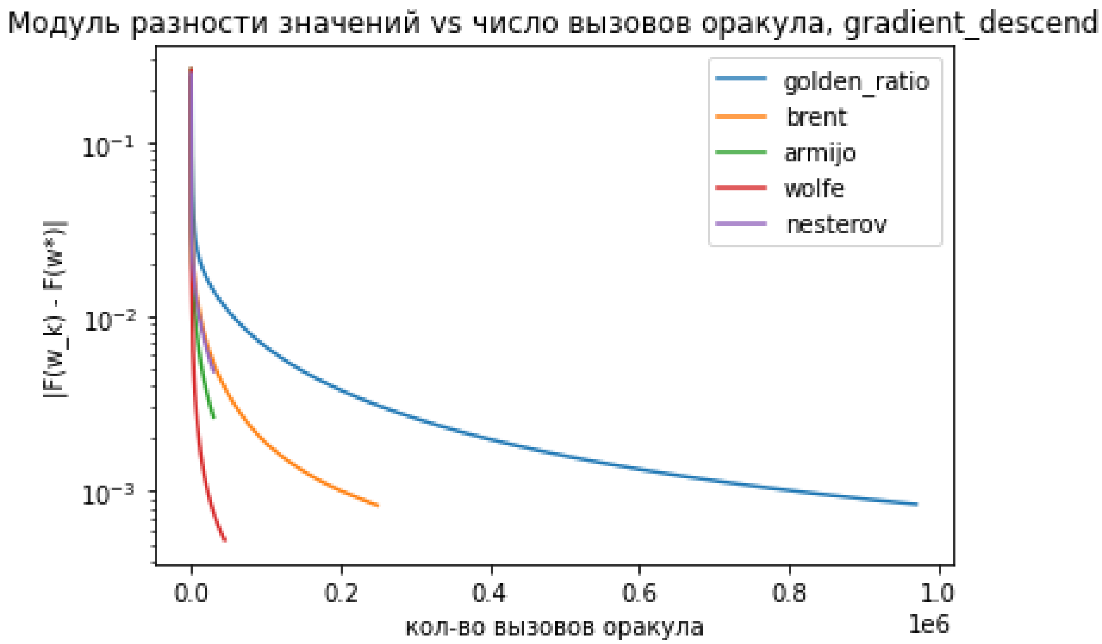
```
[14]: non_hfn_plotter(OptimizeGD(), line_searches_for_gd, orac, w0,
      true_val)
non_hfn_plotter(OptimizeNewton(), line_searches_for_newton, orac, w0,
      true_val)
```

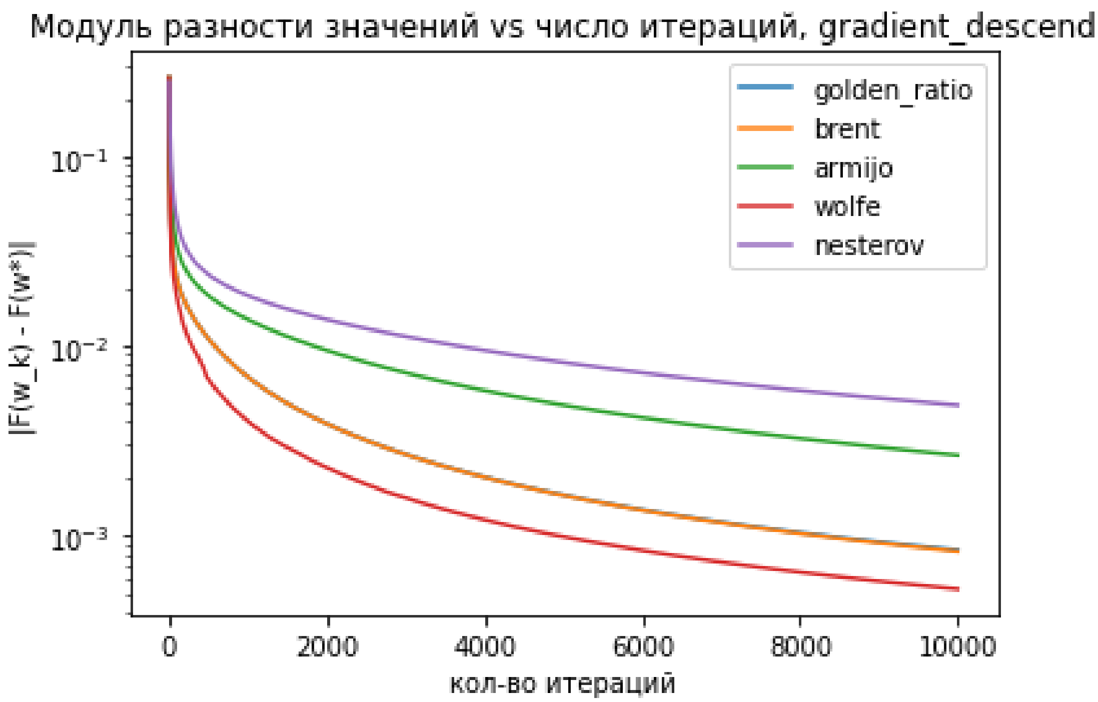


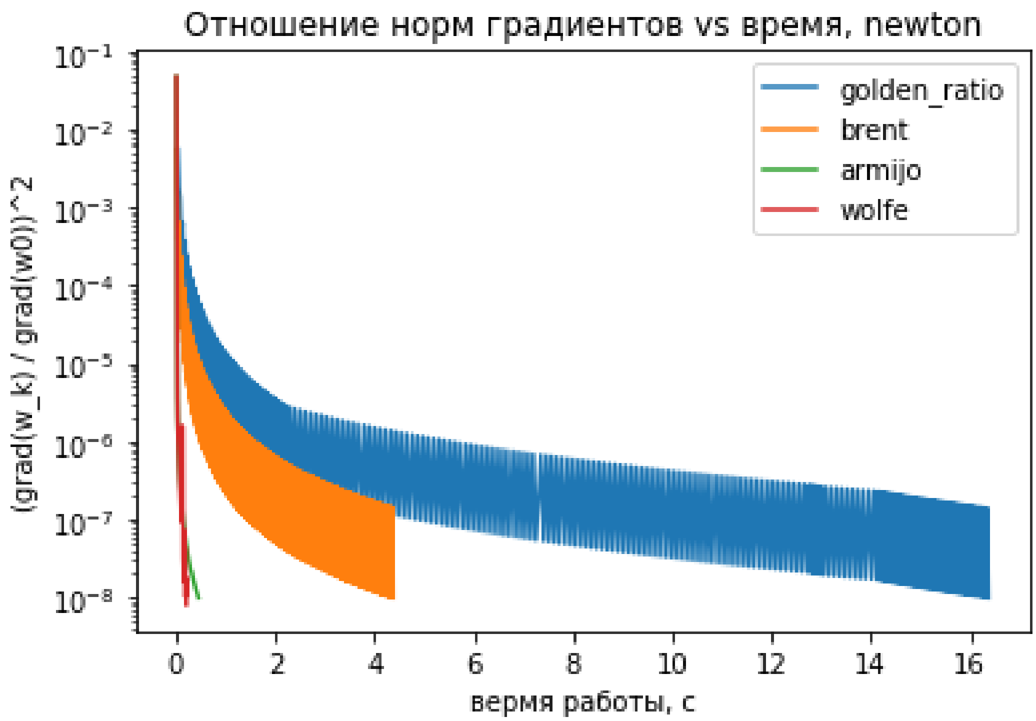


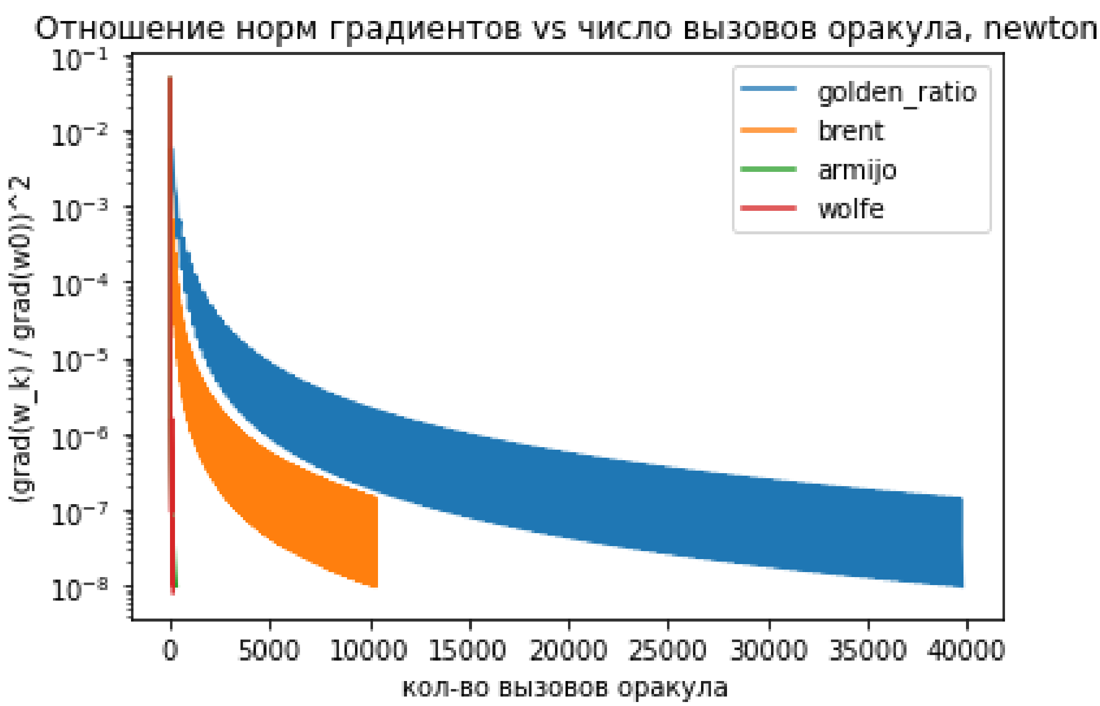

Отношение норм градиентов vs число итераций, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во итераций

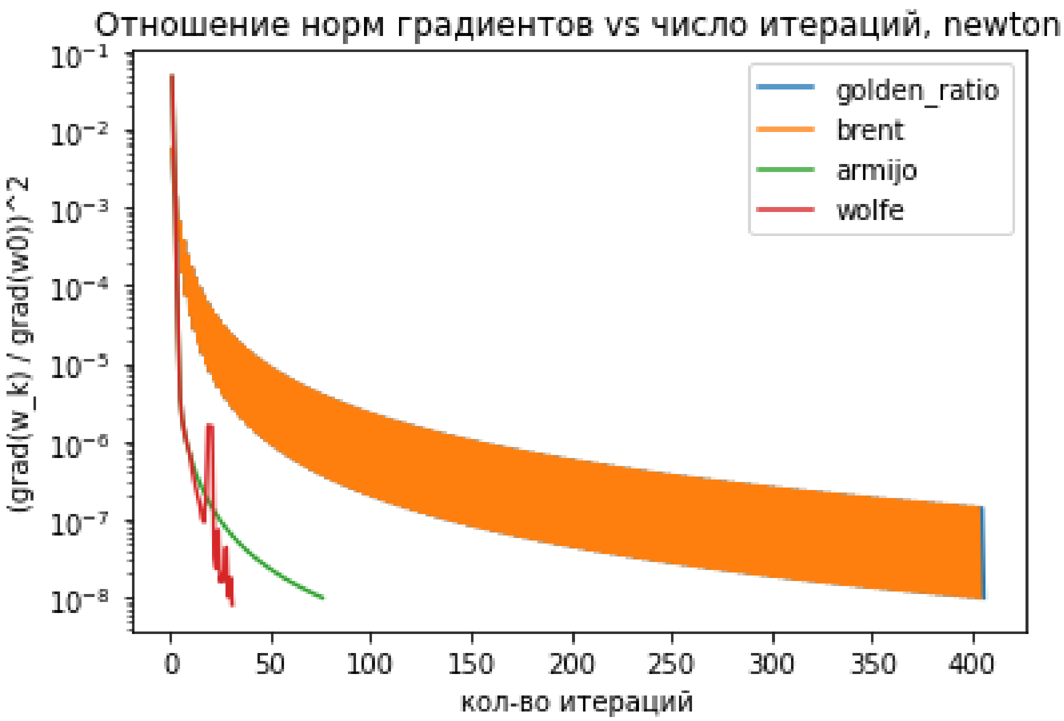

Модуль разности значений vs время, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
|F(w_k) - F(w*)|
вермя работы, с

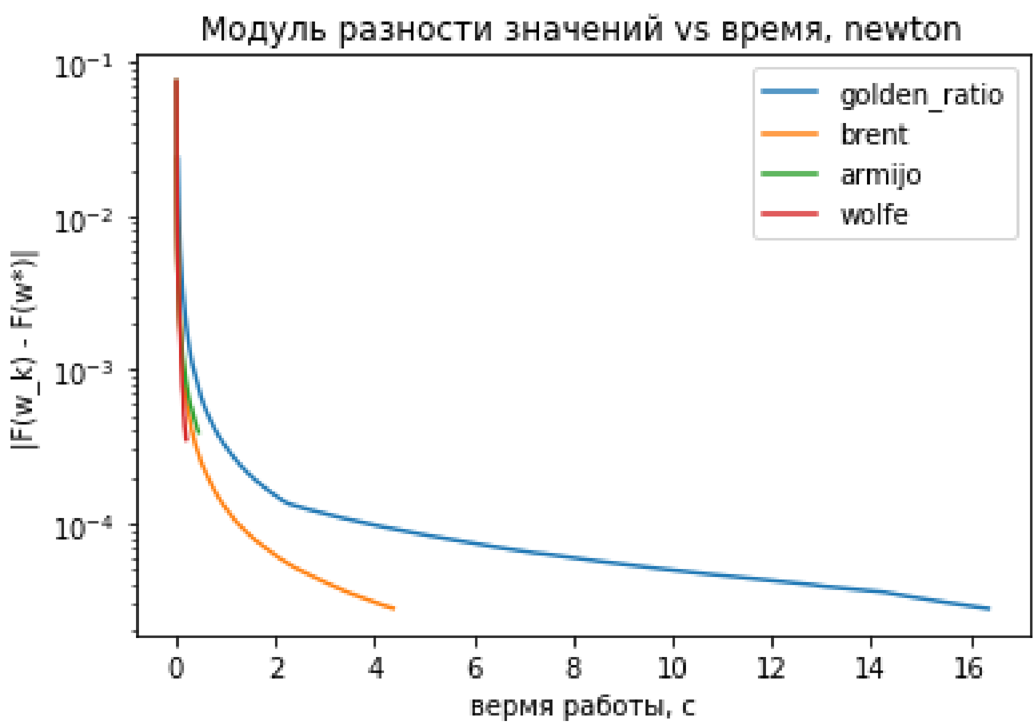

Модуль разности значений vs число вызовов оракула, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
|F(w_k) - F(w*)|
кол-во вызовов оракула
1e6

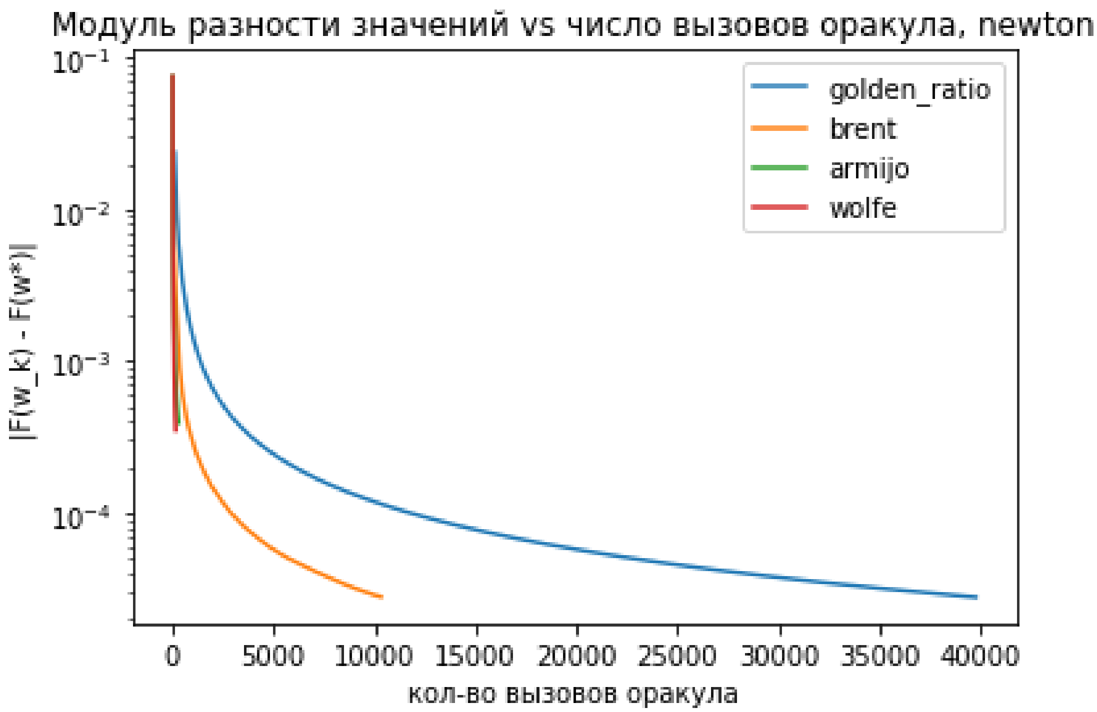

Модуль разности значений vs число итераций, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
|F(w_k) - F(w*)|
кол-во итераций

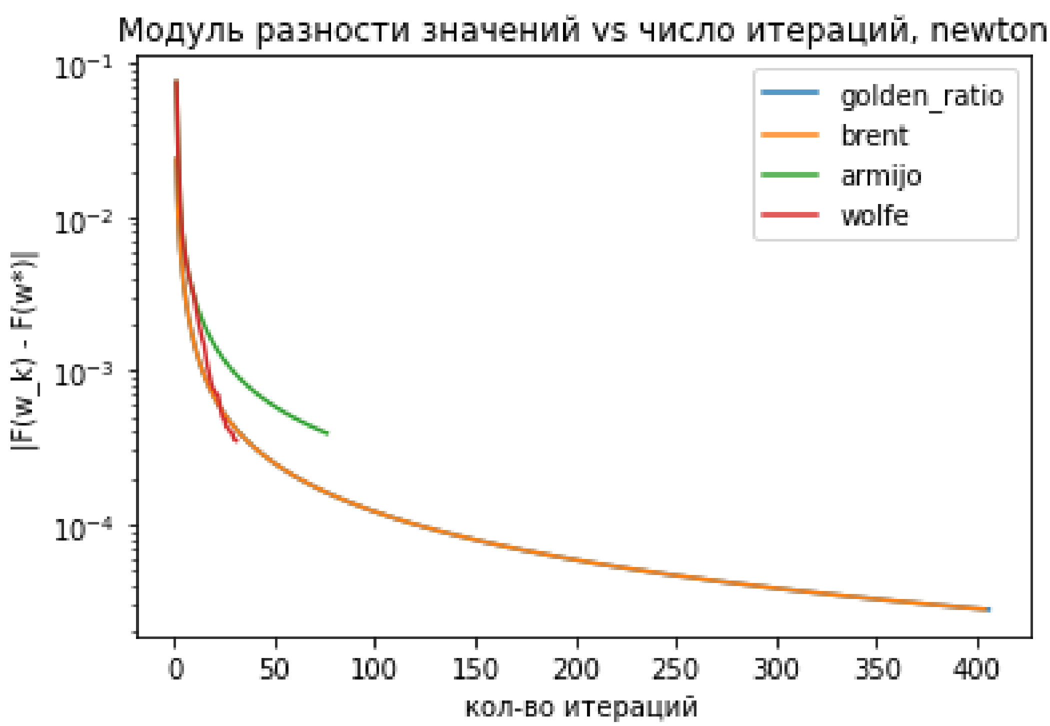

Отношение норм градиентов vs время, newton
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
вермя работы, с


Отношение норм градиентов vs число вызовов оракула, newton
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во вызовов оракула


Отношение норм градиентов vs число итераций, newton
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во итераций
golden_ratio
brent
armijo
wolfe


Модуль разности значений vs время, newton
|F(w_k) - F(w*)|
вермя работы, с
golden_ratio
brent
armijo
wolfe


Модуль разности значений vs число вызовов оракула, newton
|F(w_k) - F(w*)|
кол-во вызовов оракула
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
0
5000
10000
15000
20000
25000
30000
35000
40000


Модуль разности значений vs число итераций, newton
|F(w_k) - F(w*)|
кол-во итераций
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
0
50
100
150
200
250
300
350
400

Изходя из графиков и для метода градиентного спуска и для метода Ньютона наиболее выйгрышной line-search стратегией являются неточная оптимизация с условиями Вульфа.

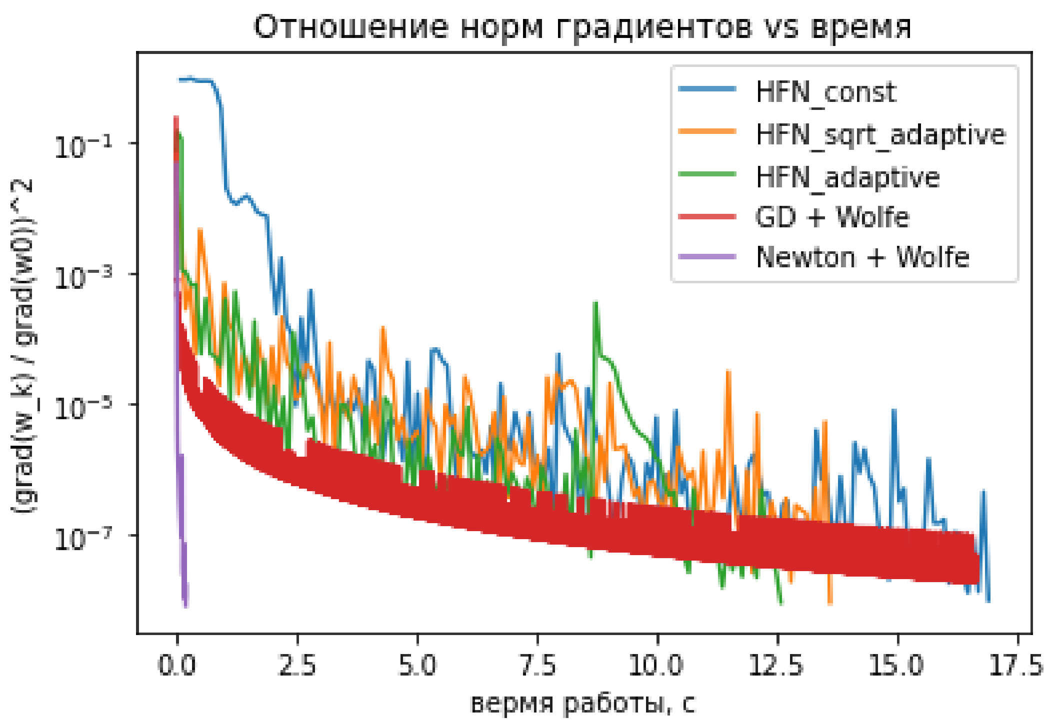
Исследуем теперь скорость сходимости HFN в зависимости от стратегии выбора точности, с которой решается система уравнений в CG. Мы будем сравнивать 3 стратегии $\eta_k = const = 0.0004$ и $\eta_k = \min(1/2, \sqrt{\|\nabla f(w_k)\|})$ и $\eta_k = \min(1/2, \|\nabla f(w_k)\|)$, с условием остановки CG $\|r_k\| \leq \eta_k \|\nabla f(w_k)\|$ (const, sqrt_adaptive и adaptive соответственно). Сравним сразу эти стратегии с методом Ньютона + Wolfe и градиентным спуском + Wolfe.

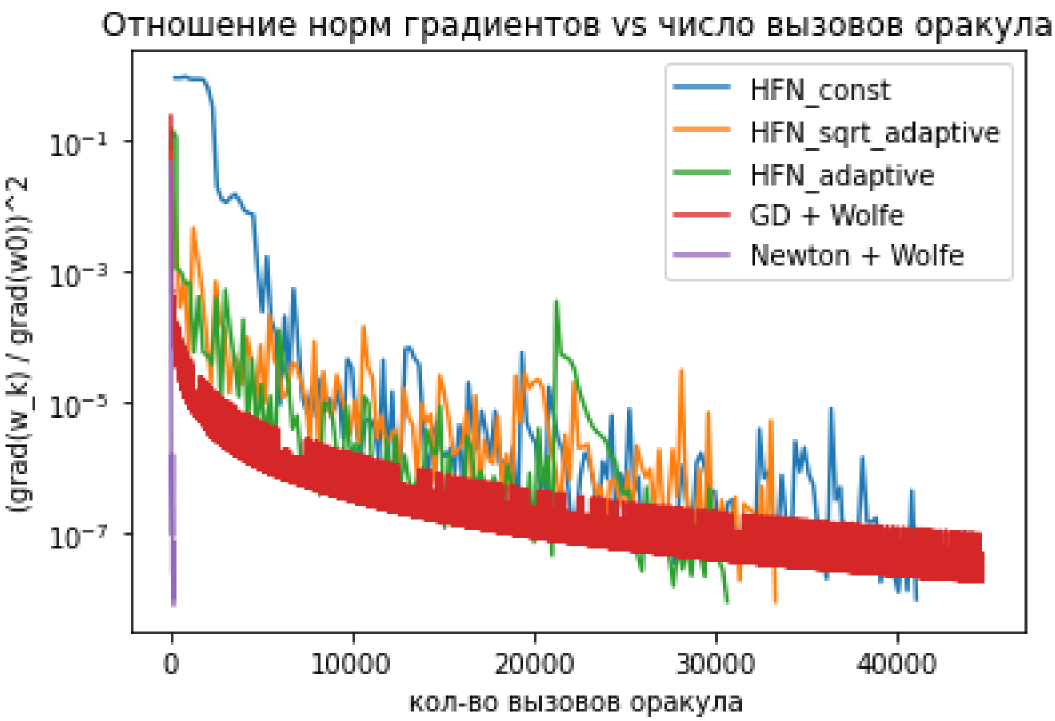
[16]:
```
def hfn_plotter(oracle, w0):
    optimizer = OptimizeHFN()

    rel_errs = []
    vals = []
    times = []
    oracle_calls = []
    n_its = []

    labels = ['HFN_const', 'HFN_sqrt_adaptive', 'HFN_adaptive', 'GD +␣
↪Wolfe', 'Newton + Wolfe']

    n = len(labels)

    for strat in ['const', 'sqrt_adaptive', 'adaptive']:
        point = optimizer(oracle, w0, strat)
        rel_errs.append(optimizer.rel_errs)
        vals.append(optimizer.values)
        times.append(optimizer.times)
        oracle_calls.append(optimizer.orac_calls)
        n_its.append(optimizer.n_iter)

    optimizer = OptimizeGD()
    point = optimizer(oracle, w0, WolfeLineSearch())
    rel_errs.append(optimizer.rel_errs)
    vals.append(optimizer.values)
    times.append(optimizer.times)
    oracle_calls.append(optimizer.orac_calls)
    n_its.append(optimizer.n_iter)

    optimizer = OptimizeNewton()
    point = optimizer(oracle, w0, WolfeLineSearch())
    rel_errs.append(optimizer.rel_errs)
    vals.append(optimizer.values)
    times.append(optimizer.times)
    oracle_calls.append(optimizer.orac_calls)
    n_its.append(optimizer.n_iter)
```

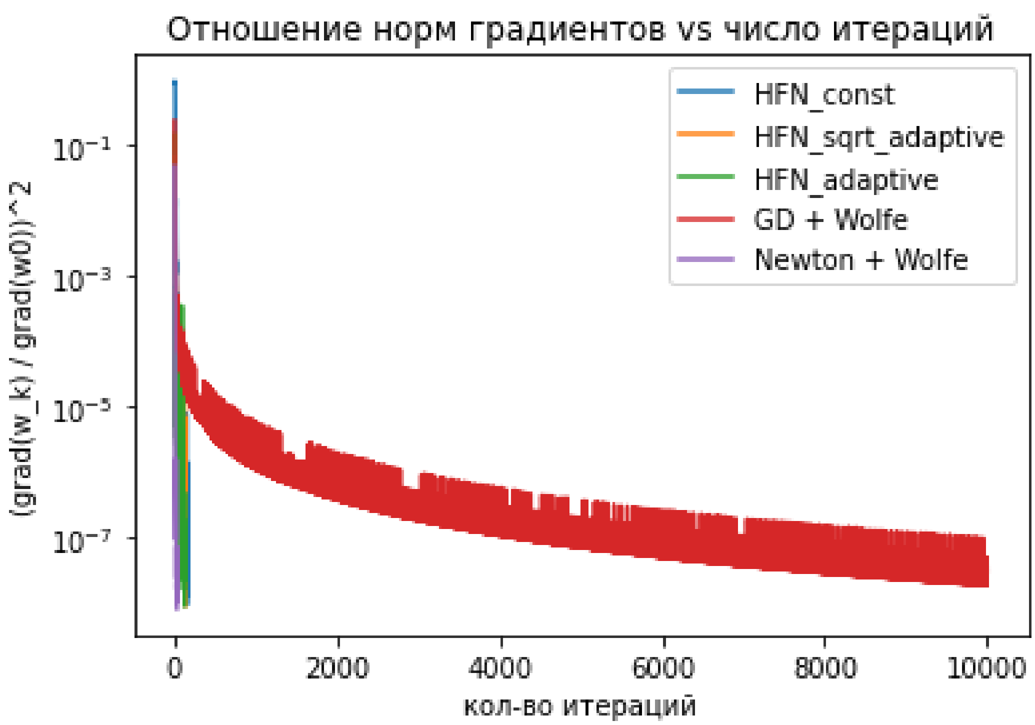
```
    plt.title('Отношение норм градиентов vs время')
    for i in range(n):
        plt.plot(times[i], rel_errs[i], label=labels[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('вермя работы, с')
    plt.ylabel('(grad(w_k) / grad(w0))^2')
    plt.show()

    plt.title('Отношение норм градиентов vs число вызовов оракула')
    for i in range(n):
        plt.plot(oracle_calls[i], rel_errs[i], label=labels[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('кол-во вызовов оракула')
    plt.ylabel('(grad(w_k) / grad(w0))^2')
    plt.show()

    plt.title('Отношение норм градиентов vs число итераций')
    for i in range(n):
        plt.plot(list(range(1, n_its[i] + 1)), rel_errs[i], label=labels[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('кол-во итераций')
    plt.ylabel('(grad(w_k) / grad(w0))^2')
    plt.show()

    plt.title('Модуль разности значений vs время')
    for i in range(n):
        plt.plot(times[i], abs(np.array(vals[i]) - true_val), label=labels[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('вермя работы, с')
    plt.ylabel('|F(w_k) - F(w*)|')
    plt.show()

    plt.title('Модуль разности значений vs число вызовов оракула')
    for i in range(n):
        plt.plot(oracle_calls[i], abs(np.array(vals[i]) - true_val), label=labels[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('кол-во вызовов оракула')
    plt.ylabel('|F(w_k) - F(w*)|')
```

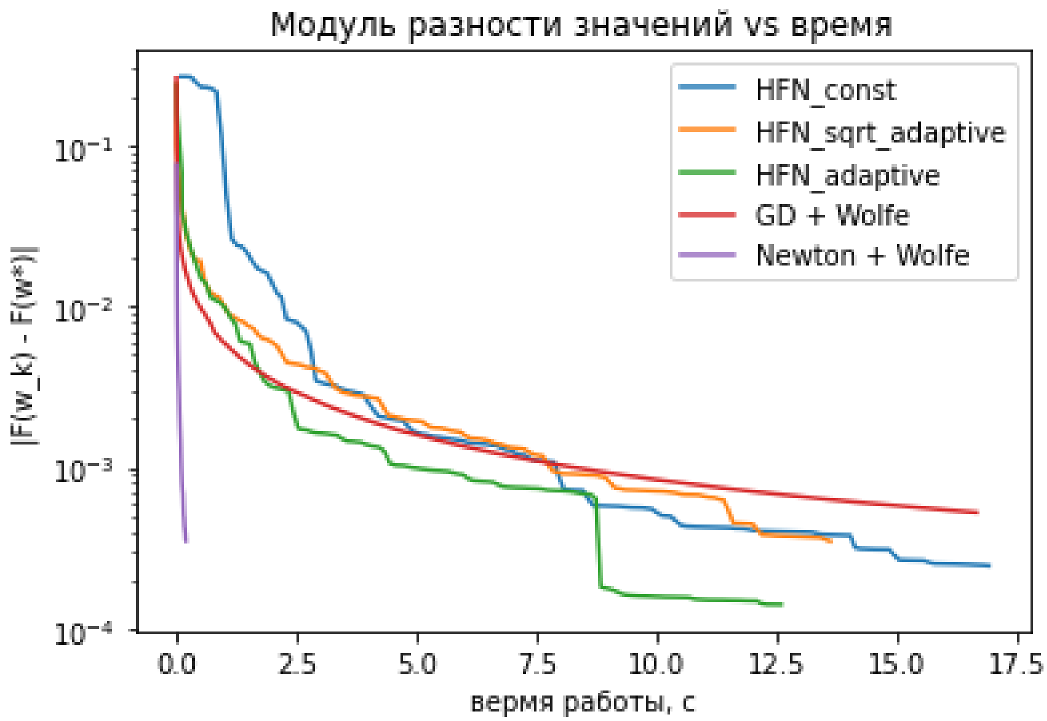
```
    plt.show()

    plt.title('Модуль разности значений vs число итераций')
    for i in range(n):
        plt.plot(list(range(1, n_its[i] + 1)), abs(np.array(vals[i])␣
 ↪- true_val), label=labels[i])
    plt.legend()
    plt.yscale('log')
    plt.xlabel('кол-во итераций')
    plt.ylabel('|F(w_k) - F(w*)|')
    plt.show()

hfn_plotter(orac, w0)
```

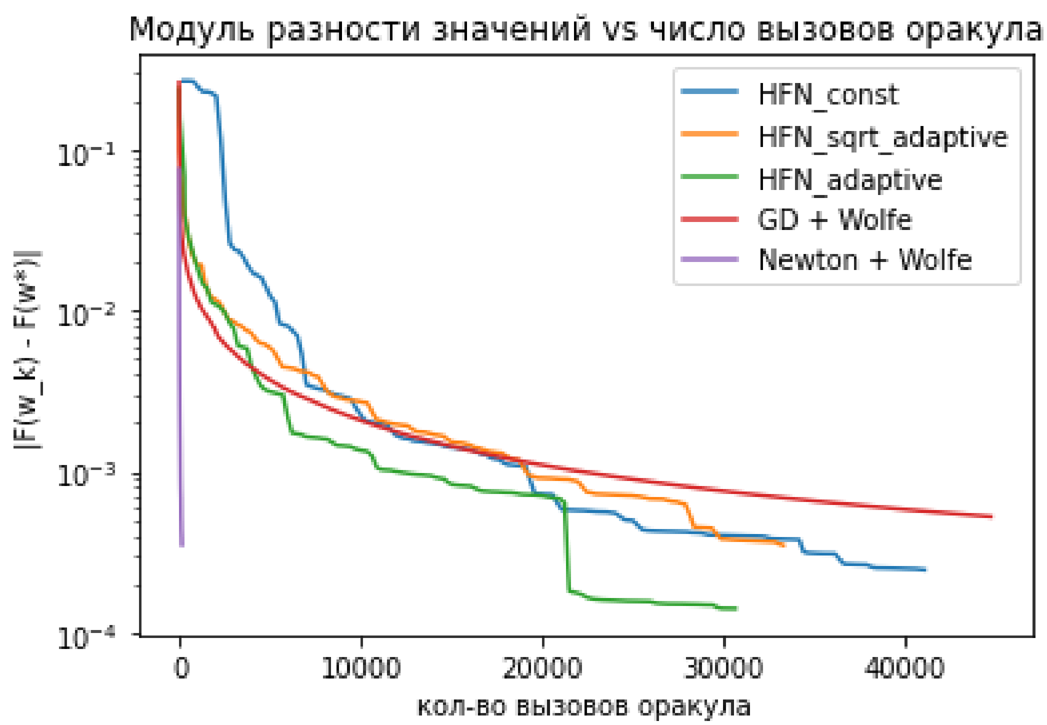
```
/usr/local/lib/python3.6/dist-packages/scipy/optimize/linesearch.py:
 ↪314:
LineSearchWarning: The line search algorithm did not converge
  warn('The line search algorithm did not converge', LineSearchWarning)
```

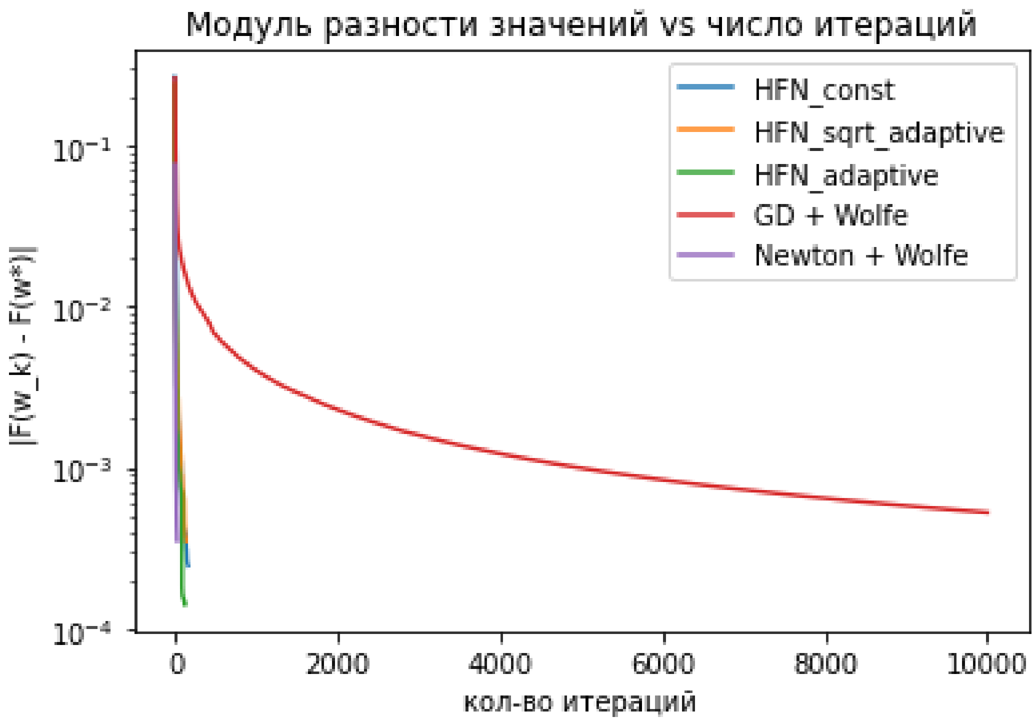



Отношение норм градиентов vs число вызовов оракула
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во вызовов оракула


Отношение норм градиентов vs число итераций
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во итераций


Модуль разности значений vs время
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe
|F(w_k) - F(w*)|
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
вермя работы, с


Модуль разности значений vs число вызовов оракула
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe
|F(w_k) - F(w*)|
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
0
10000
20000
30000
40000
кол-во вызовов оракула



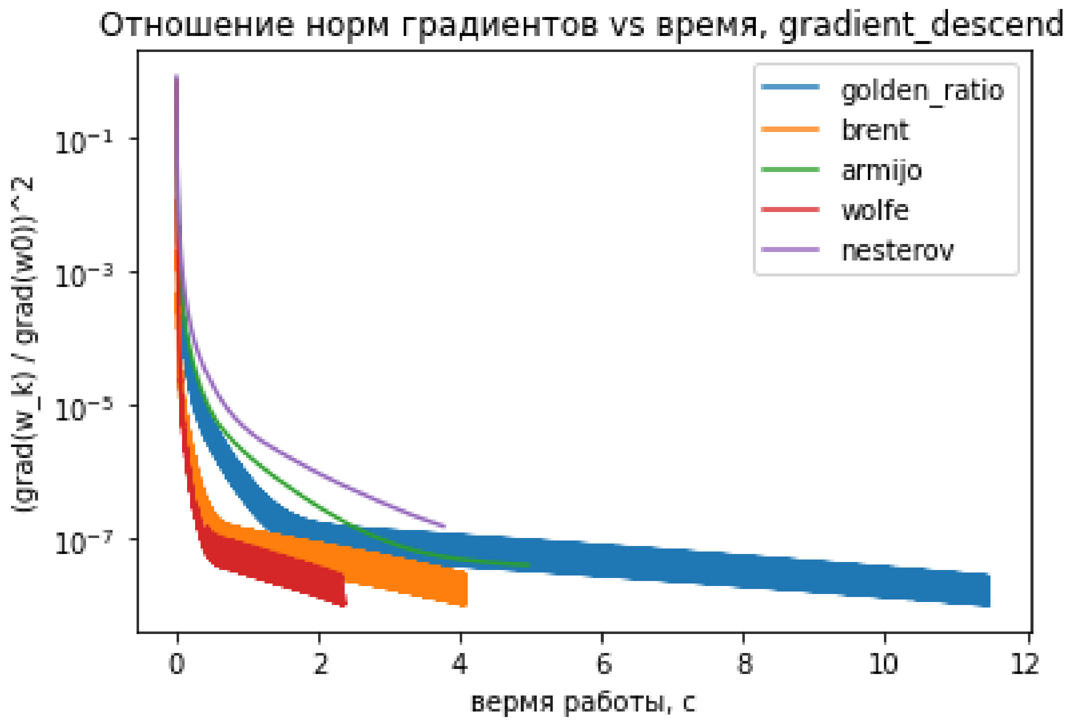
Если смотреть на более адекватные графики для $\log(|F(w_k) - F(w*)|)$, то можно сделать вывод, что самая лучшая стратегия – это метод Ньютона с неточной линейным поиском по условиям Вульфа. Для HFN метода наиболе оптимальным критерием остановки CG является стратегия с $\eta_k = \min(1/2, \sqrt{\|\nabla f(w_k)\|})$ (то есть sqrt_adaptive в наших терминах)

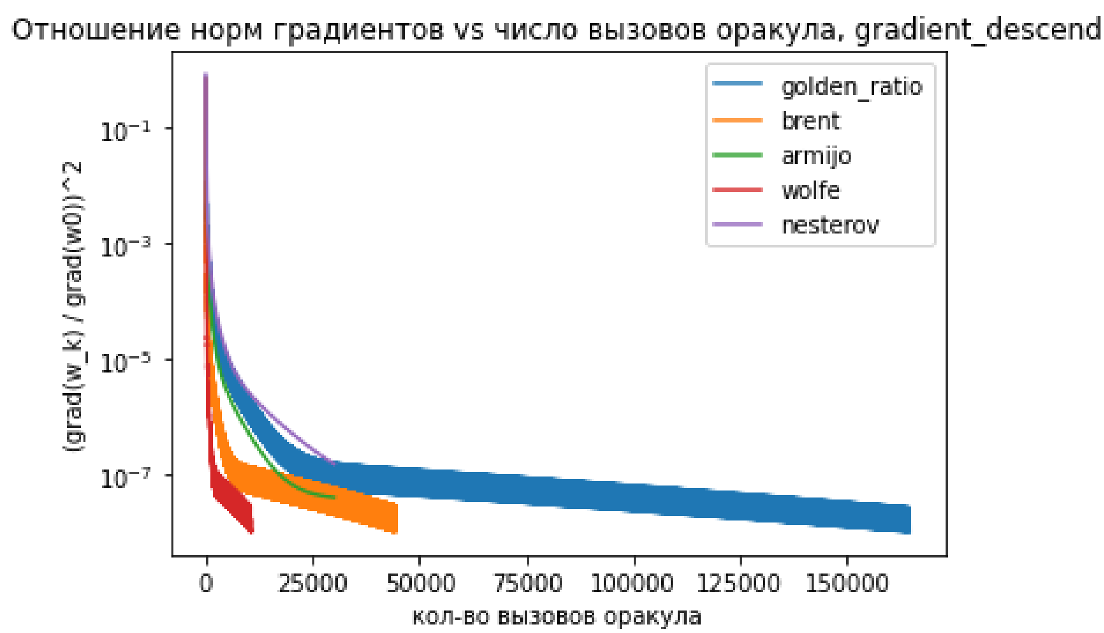
Проделаем аналогичные эксперименты для breast cancer датасета, для случайной начальной точки $w0$, чтобы убедиться, что сделанные нами выводы не зависят от датасета

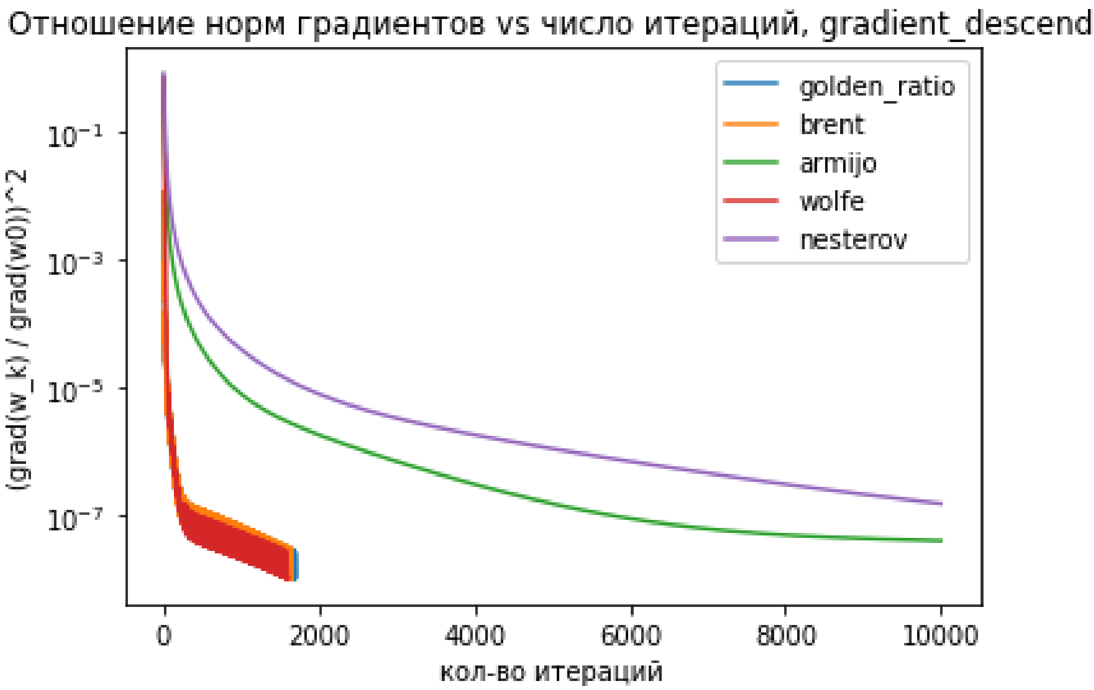
[27]:
```
orac = make_oracle('breast-cancer_scale.txt')

x, y = load_svmlight_file('breast-cancer_scale.txt', zero_based=False)
m = x[0].shape[1] + 1
w0 = np.random.normal(size=(m, 1))
true_val = sc.optimize.minimize(lambda w: orac.value(w), w0).fun
```

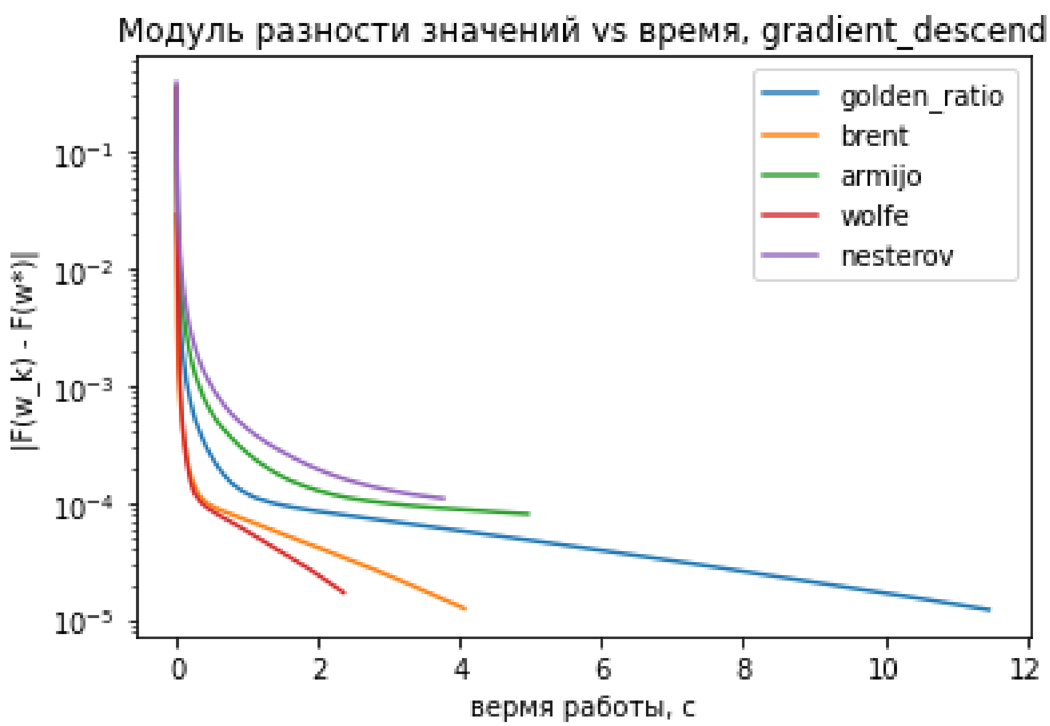
Графики для градиентного спуска

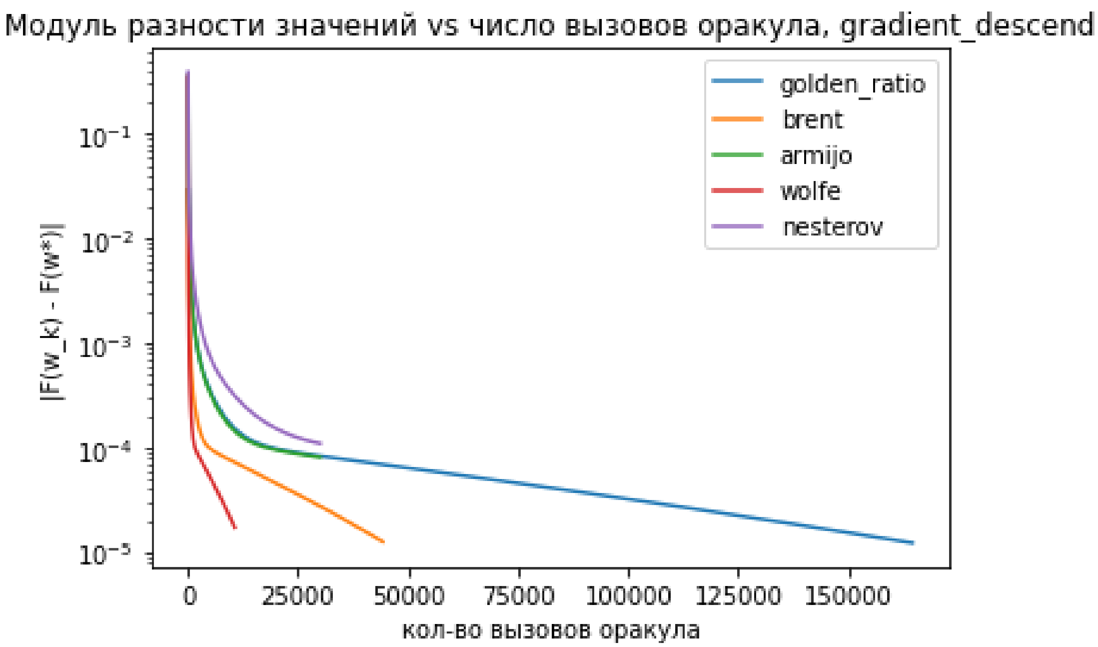
[28]:
```
non_hfn_plotter(OptimizeGD(), line_searches_for_gd, orac, w0,␣
 ↪true_val)
```

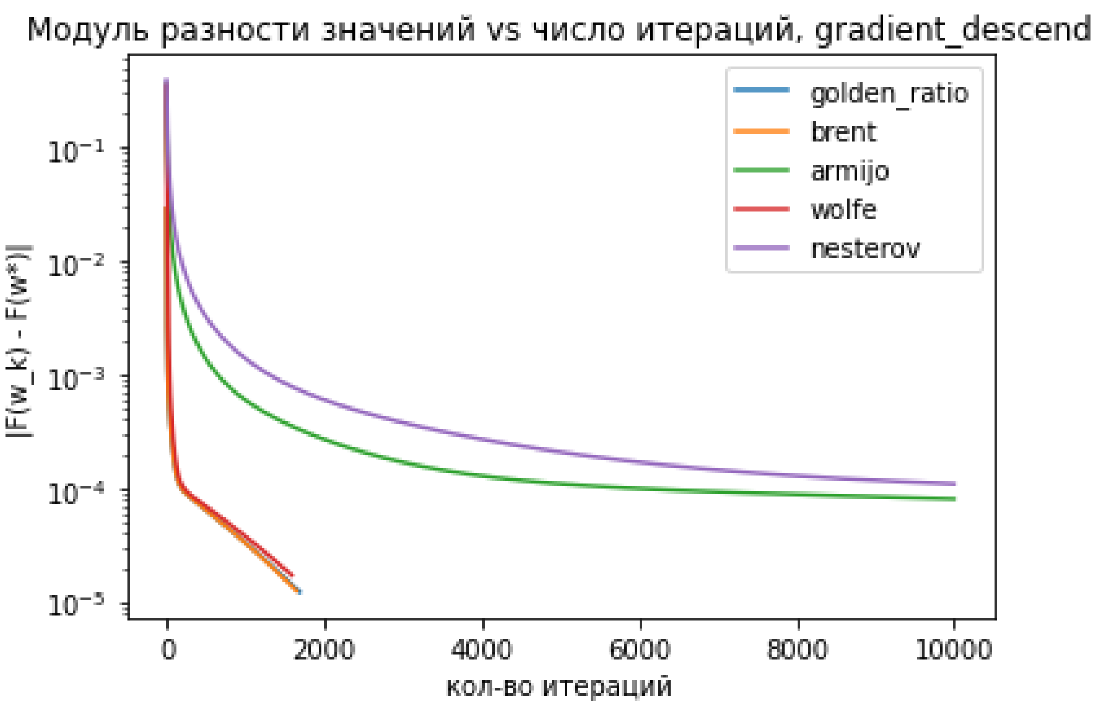

Отношение норм градиентов vs время, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
(grad(w_k) / grad(w0))^2
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
0
2
4
6
8
10
12
вермя работы, с


Отношение норм градиентов vs число вызовов оракула, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
(grad(w_k) / grad(w0))^2
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
0
25000
50000
75000
100000
125000
150000
кол-во вызовов оракула


Отношение норм градиентов vs число итераций, gradient_descend
(grad(w_k) / grad(w0))^2
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
0
2000
4000
6000
8000
10000
кол-во итераций
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov


Модуль разности значений vs время, gradient_descend
|F(w_k) - F(w*)|
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
0
2
4
6
8
10
12
вермя работы, с
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov



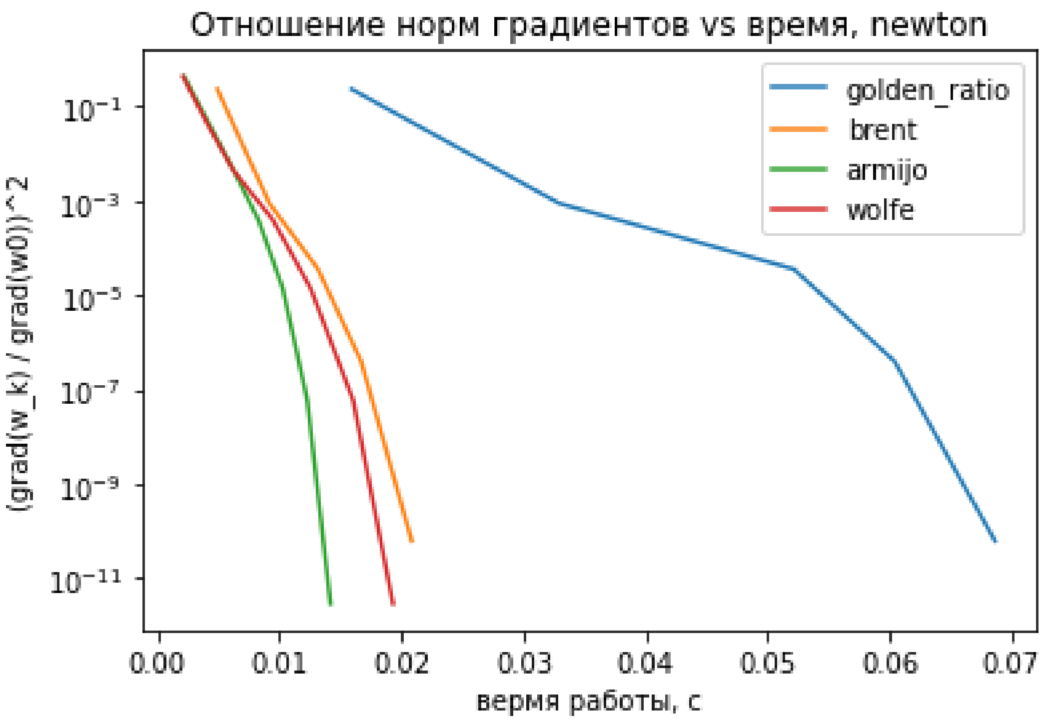


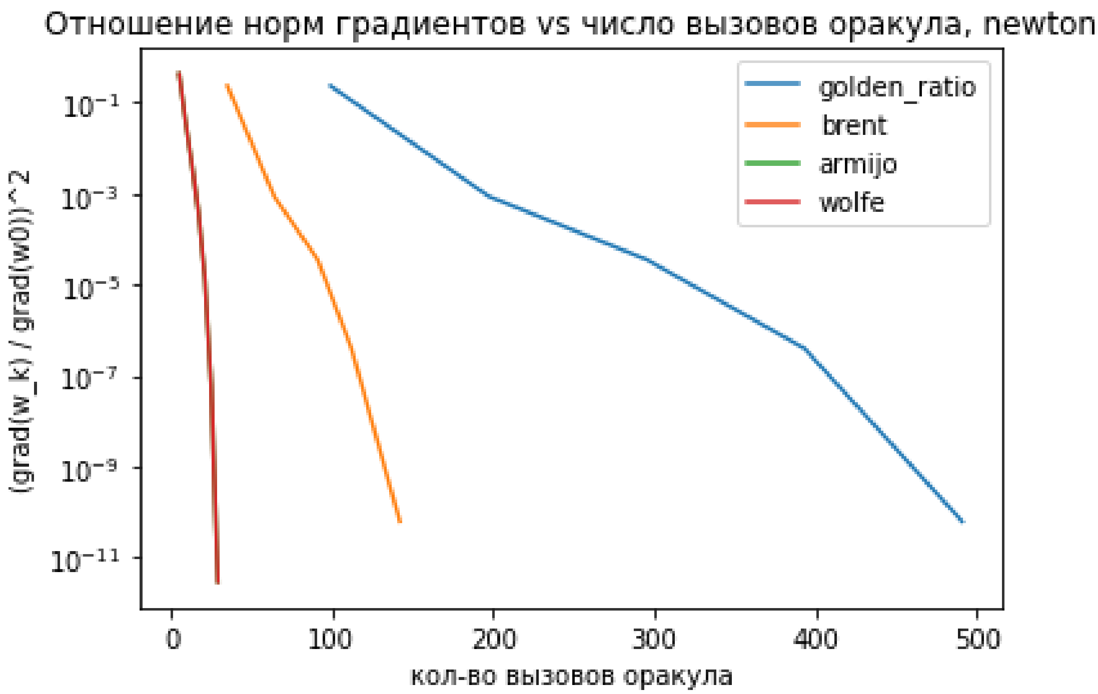
Метод сходится, лучшие результаты показывает точная минимизация методом брента и неточная с условиями Вульфа.

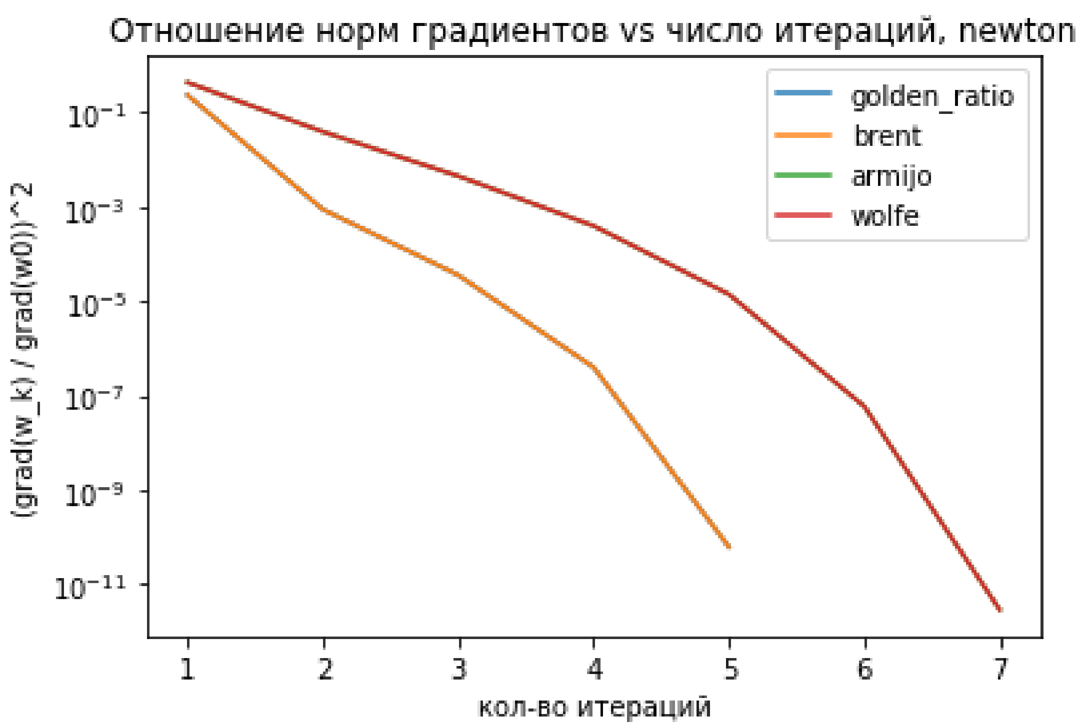
Графики для метода Ньютона

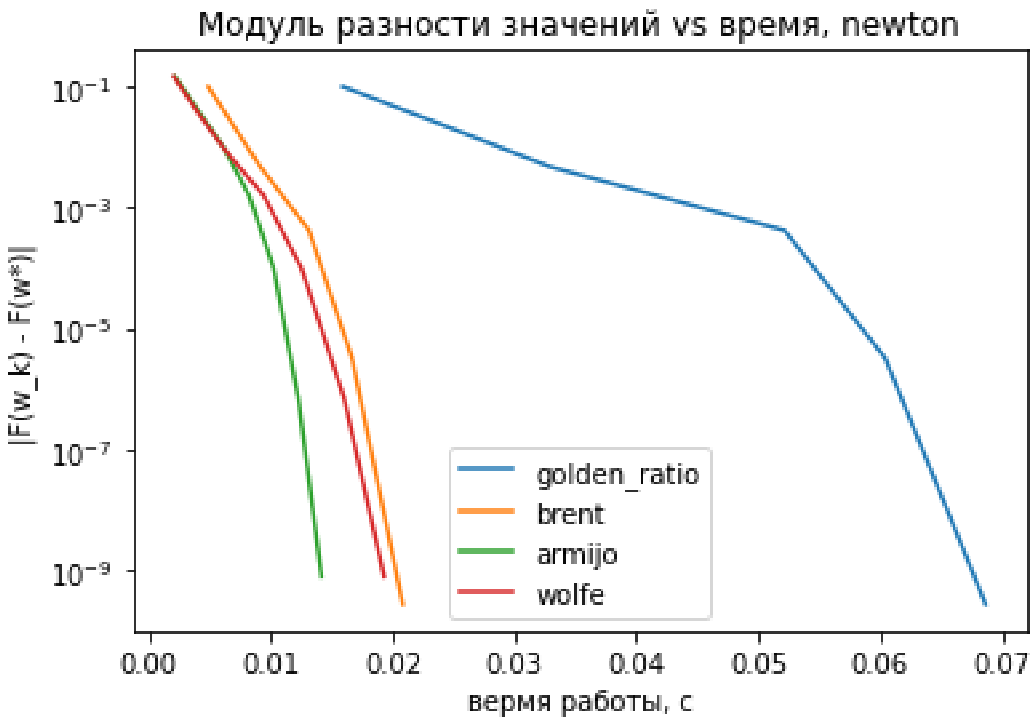
[29]:
```
non_hfn_plotter(OptimizeNewton(), line_searches_for_newton, orac, w0,␣
↪true_val)
```

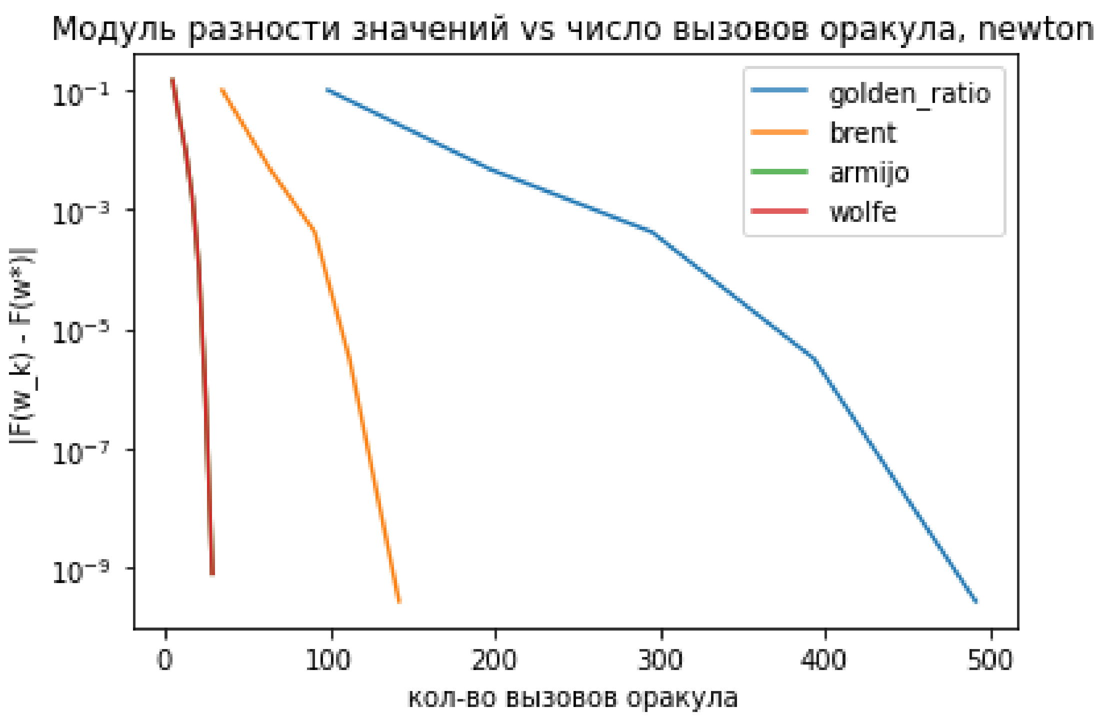
```
/content/oracle.py:22: RuntimeWarning: overflow encountered in exp
  return ((- self.y.reshape((1, -1)) @ z + id @ np.log(1 + np.exp(z)))␣
↪/
self.n).item()
```

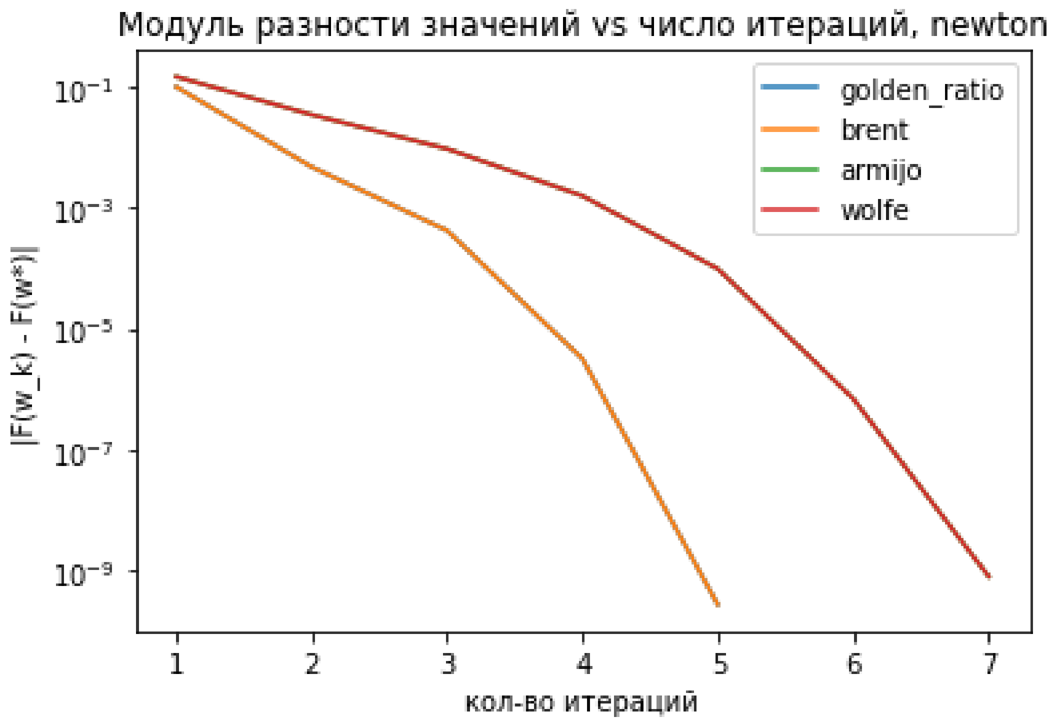



Отношение норм градиентов vs число вызовов оракула, newton
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во вызовов оракула
0
100
200
300
400
500
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
10^{-9}
10^{-11}


Отношение норм градиентов vs число итераций, newton
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во итераций
1
2
3
4
5
6
7
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
10^{-9}
10^{-11}


Модуль разности значений vs время, newton
|F(w_k) - F(w*)|
вермя работы, с
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07

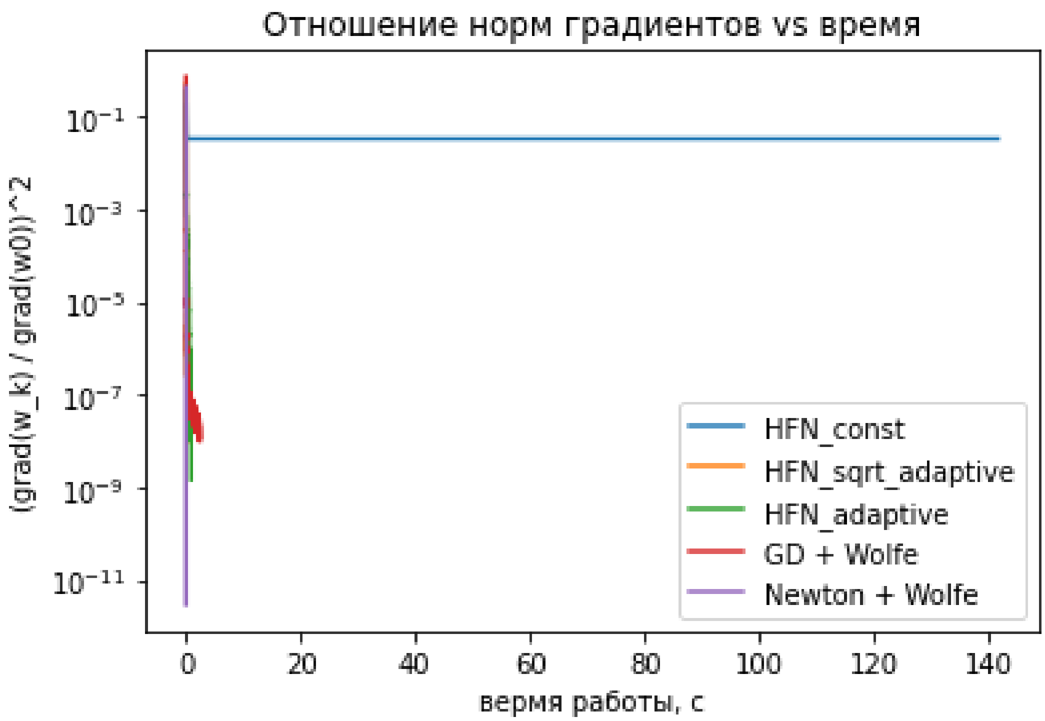

Модуль разности значений vs число вызовов оракула, newton
|F(w_k) - F(w*)|
кол-во вызовов оракула
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
0
100
200
300
400
500

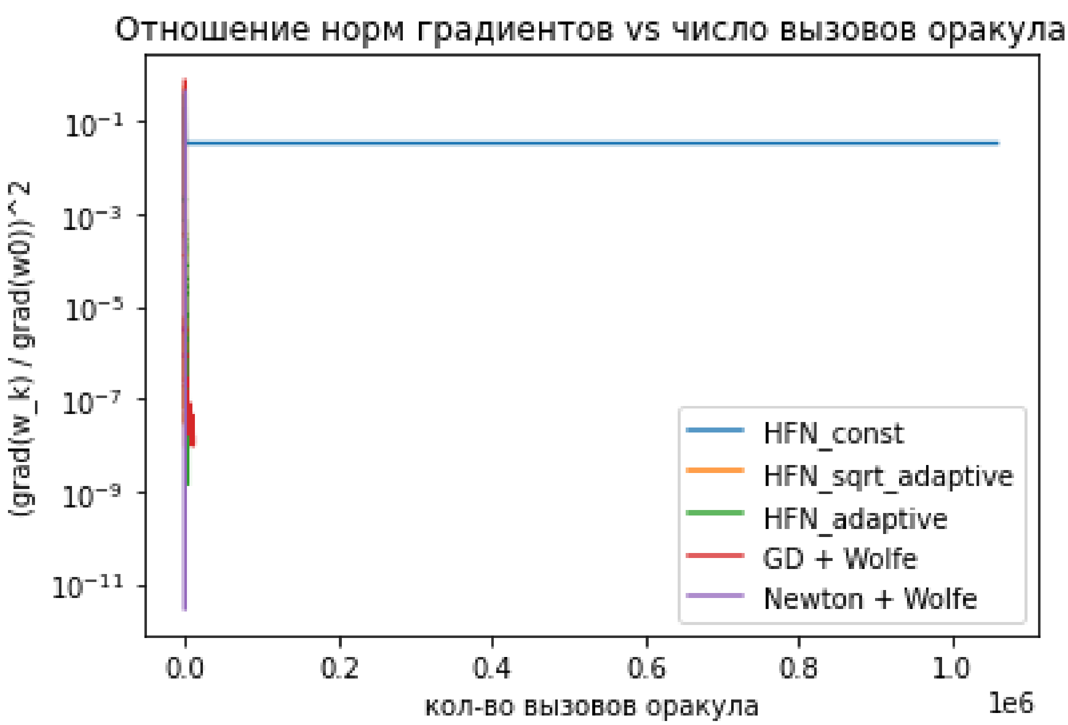


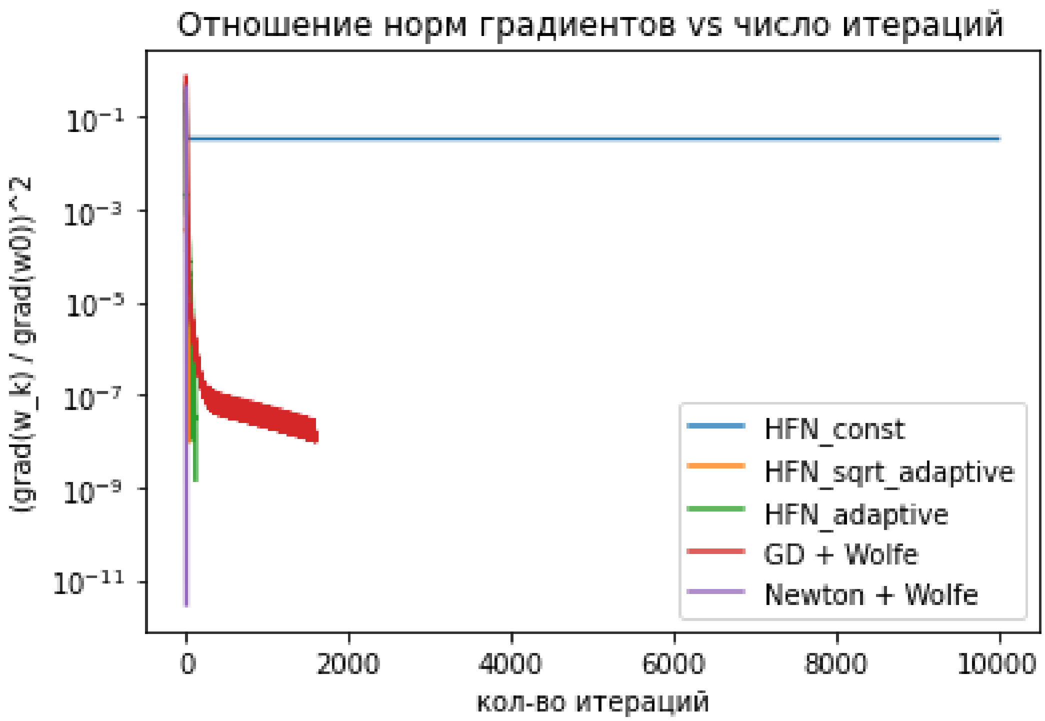
Графики для HFN

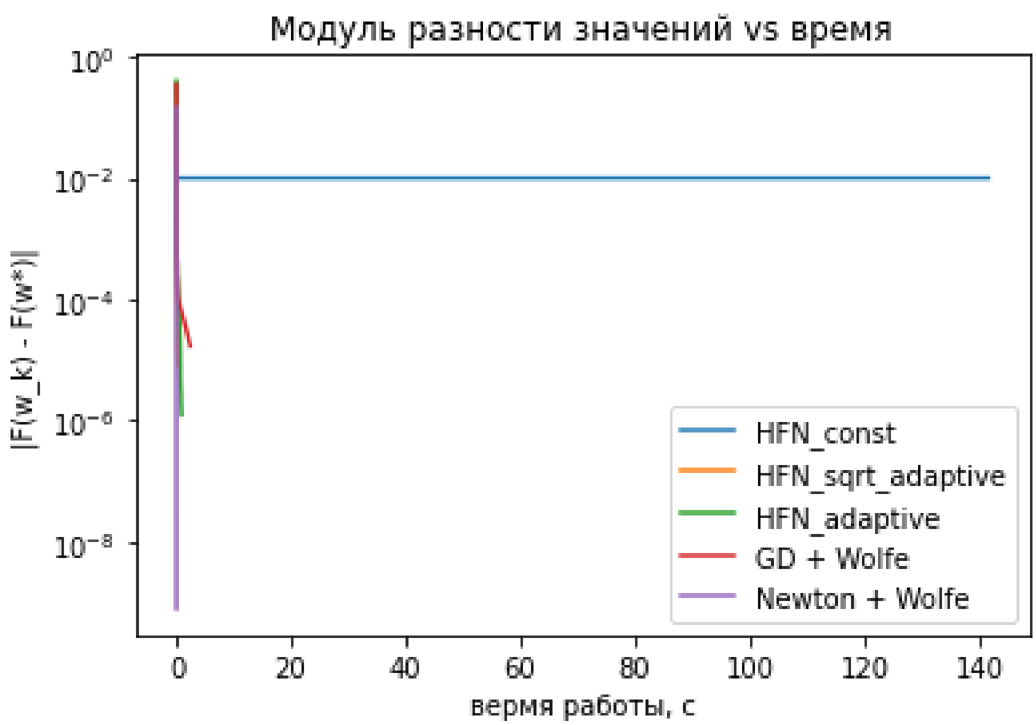
[30]:
```
hfn_plotter(orac, w0)
```

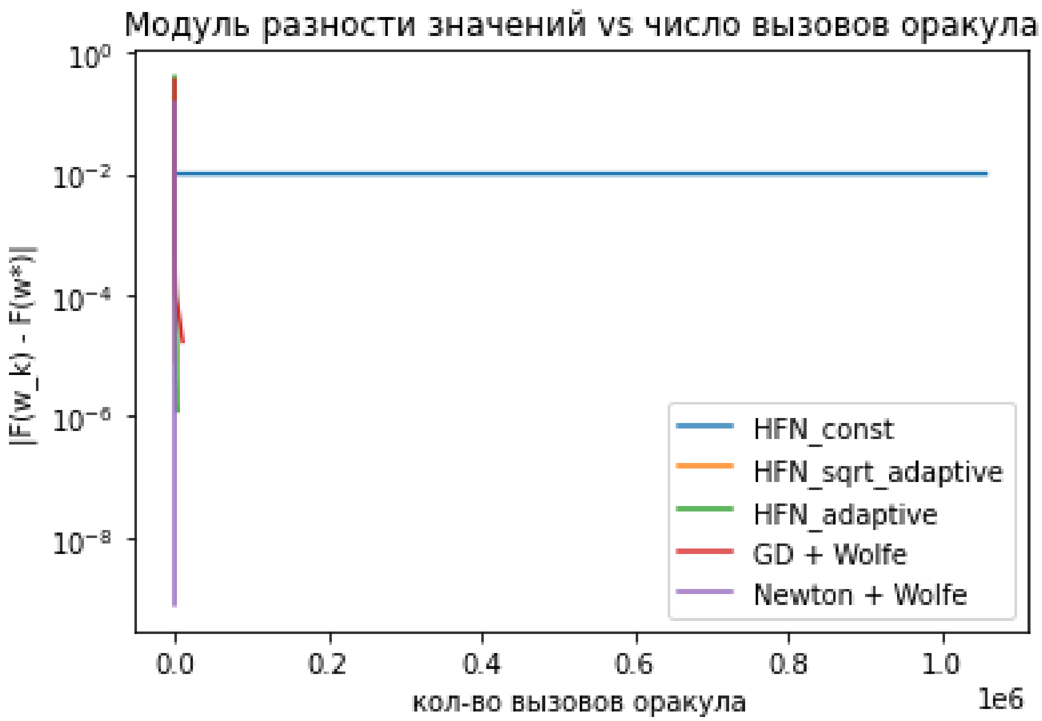
```
/content/oracle.py:22: RuntimeWarning: overflow encountered in exp
  return ((- self.y.reshape((1, -1)) @ z + id @ np.log(1 + np.exp(z)))␣
 ↪/
self.n).item()
/usr/local/lib/python3.6/dist-packages/scipy/optimize/linesearch.py:
 ↪314:
LineSearchWarning: The line search algorithm did not converge
  warn('The line search algorithm did not converge', LineSearchWarning)
```

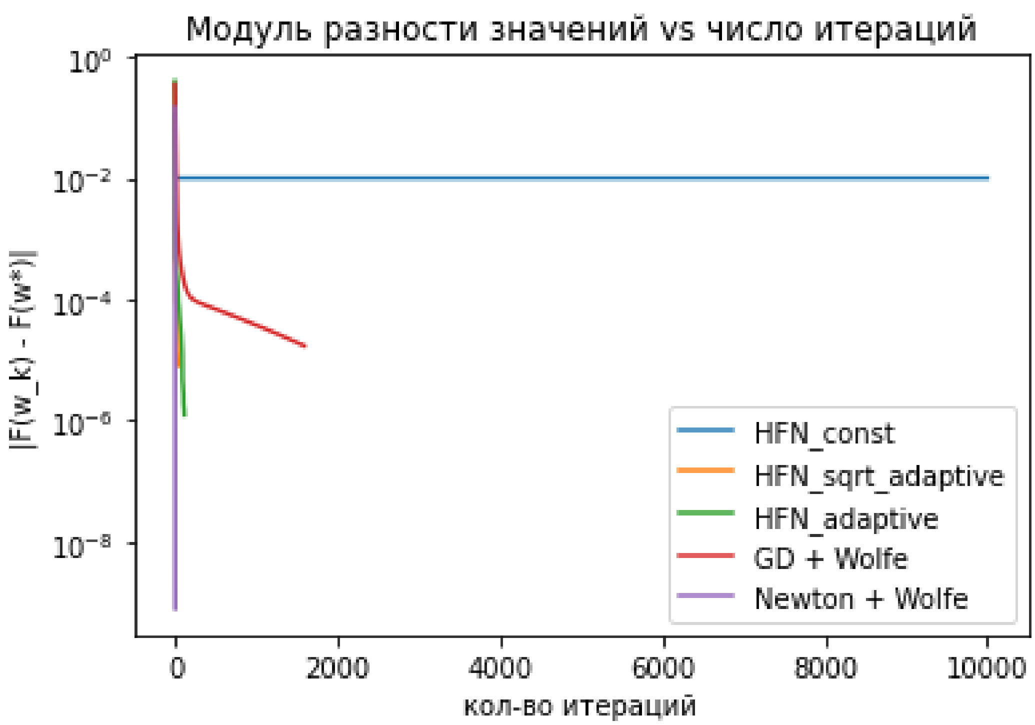

Отношение норм градиентов vs время
(grad(w_k) / grad(w0))^2
верbegin работы, с
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe


Отношение норм градиентов vs число вызовов оракула
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во вызовов оракула
1e6
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe


Отношение норм градиентов vs число итераций
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во итераций
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe


Модуль разности значений vs время
|F(w_k) - F(w*)|
вермя работы, с
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe


Модуль разности значений vs число вызовов оракула
|F(w_k) - F(w*)|
кол-во вызовов оракула
1e6
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe


Модуль разности значений vs число итераций
|F(w_k) - F(w*)|
кол-во итераций
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe

HFN с константной стратегией решения задачи CG показывает свою несостоятельность, в остальном все результаты соответствуют выводам, сделаным на предыдущем датасете.

И чтоб наверняка сделаем все то же самое для случайно сгенерированного, как указано в задании, датасета

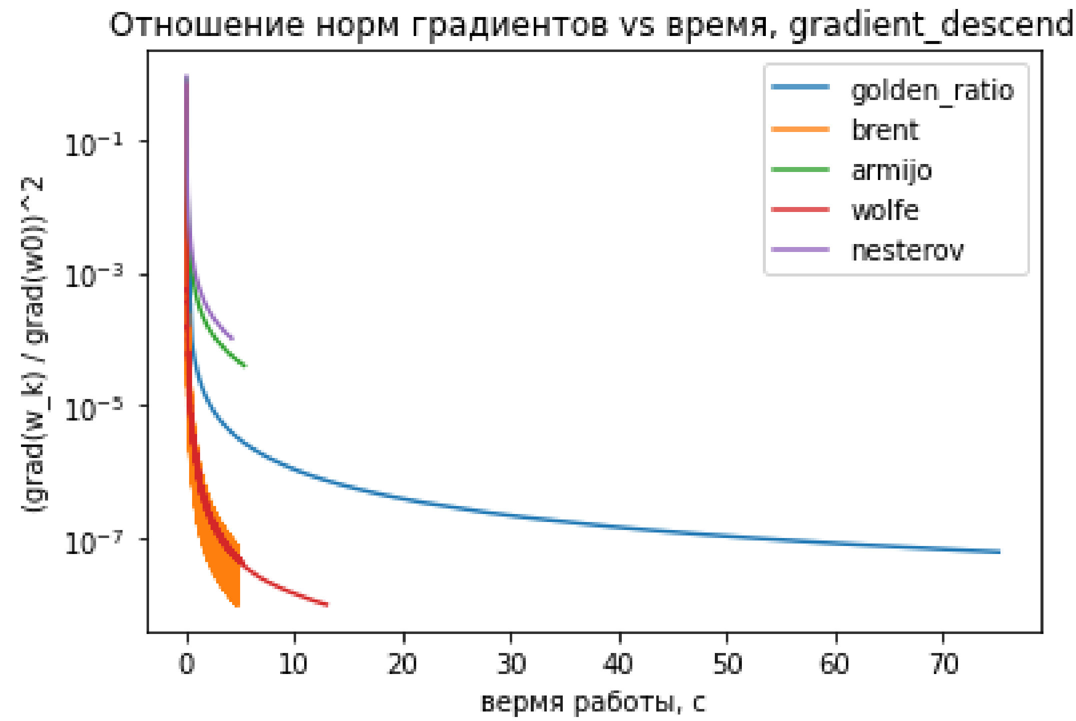
[22]:
```
orac = make_oracle('my_dataset.txt')

x, y = load_svmlight_file('my_dataset.txt', zero_based=False)
m = x[0].shape[1] + 1
w0 = np.random.normal(size=(m, 1))
true_val = sc.optimize.minimize(lambda w: orac.value(w), w0).fun
```

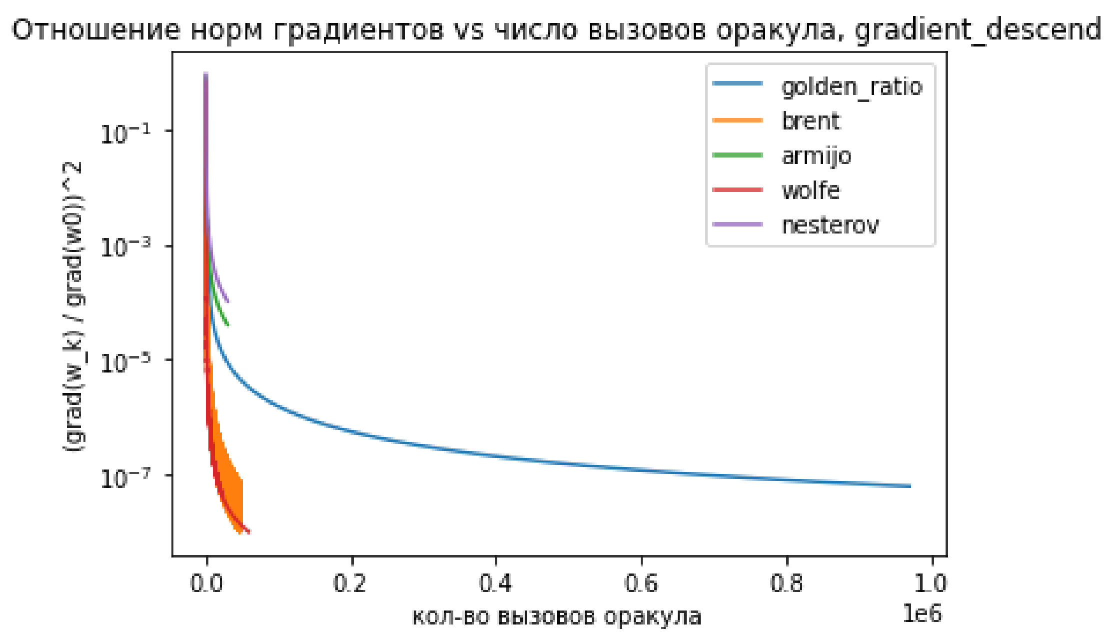
```
/content/oracle.py:22: RuntimeWarning: overflow encountered in exp
  return ((- self.y.reshape((1, -1)) @ z + id @ np.log(1 + np.exp(z)))␣
 ↪/
self.n).item()
/content/oracle.py:22: RuntimeWarning: overflow encountered in exp
  return ((- self.y.reshape((1, -1)) @ z + id @ np.log(1 + np.exp(z)))␣
 ↪/
self.n).item()
/content/oracle.py:22: RuntimeWarning: overflow encountered in exp
  return ((- self.y.reshape((1, -1)) @ z + id @ np.log(1 + np.exp(z)))␣
 ↪/
self.n).item()
/content/oracle.py:22: RuntimeWarning: overflow encountered in exp
  return ((- self.y.reshape((1, -1)) @ z + id @ np.log(1 + np.exp(z)))␣
 ↪/
self.n).item()
```

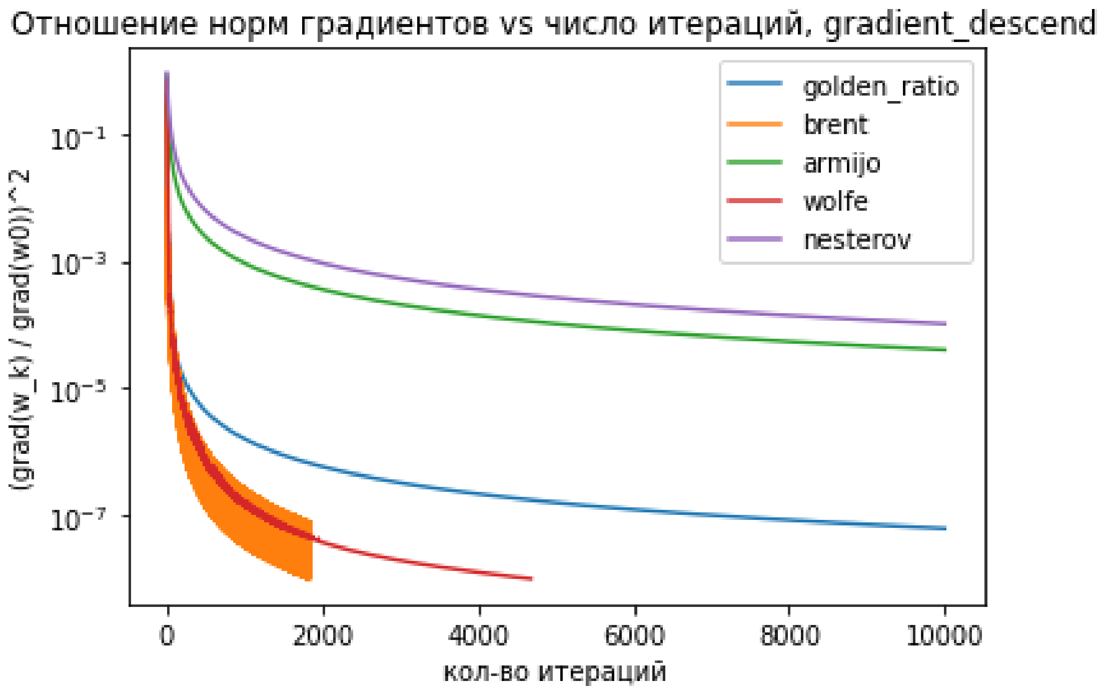
Градиентный спуск

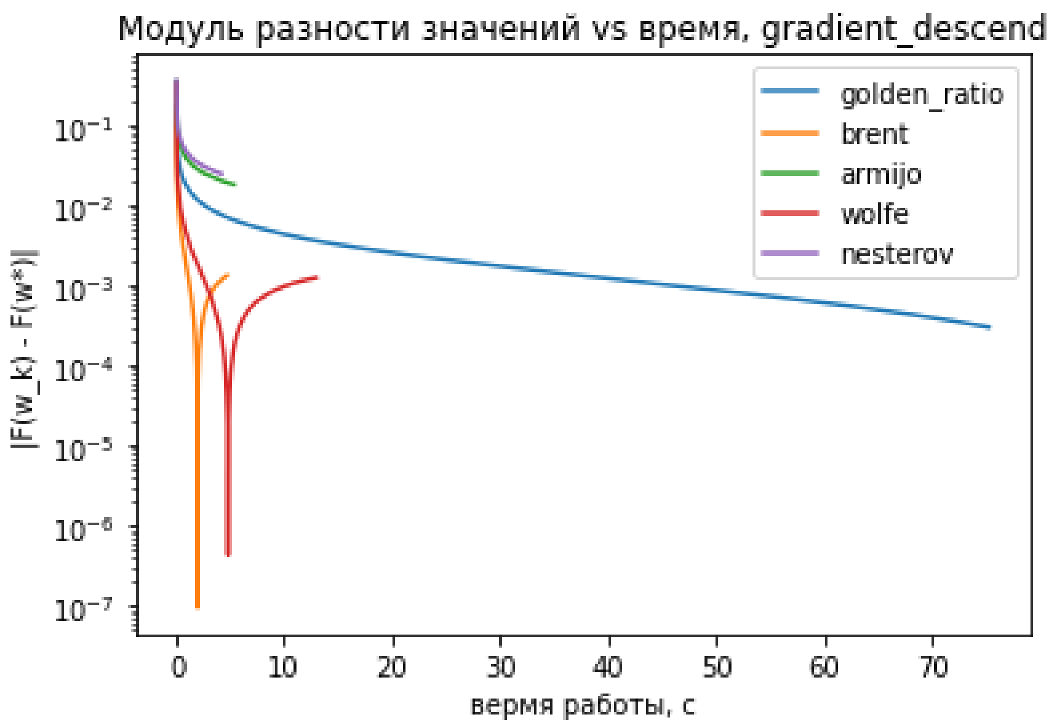
[23]:
```
non_hfn_plotter(OptimizeGD(), line_searches_for_gd, orac, w0,␣
 ↪true_val)
```

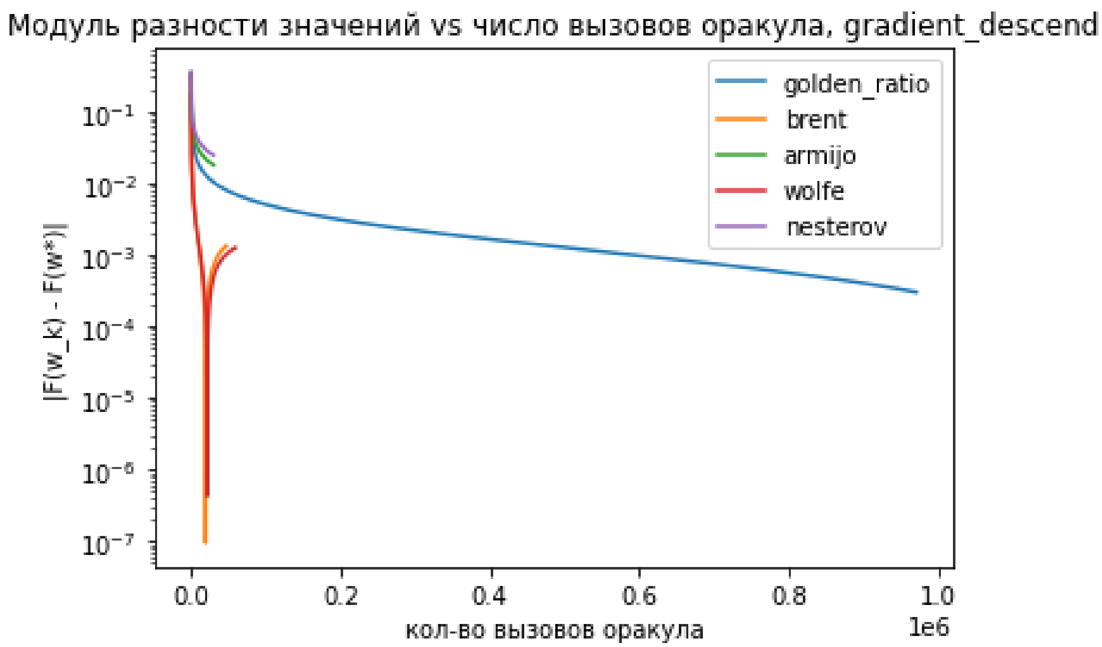
```
/usr/local/lib/python3.6/dist-packages/scipy/optimize/linesearch.py:
 ↪466:
LineSearchWarning: The line search algorithm did not converge
  warn('The line search algorithm did not converge', LineSearchWarning)
/usr/local/lib/python3.6/dist-packages/scipy/optimize/linesearch.py:
 ↪314:
LineSearchWarning: The line search algorithm did not converge
  warn('The line search algorithm did not converge', LineSearchWarning)
```

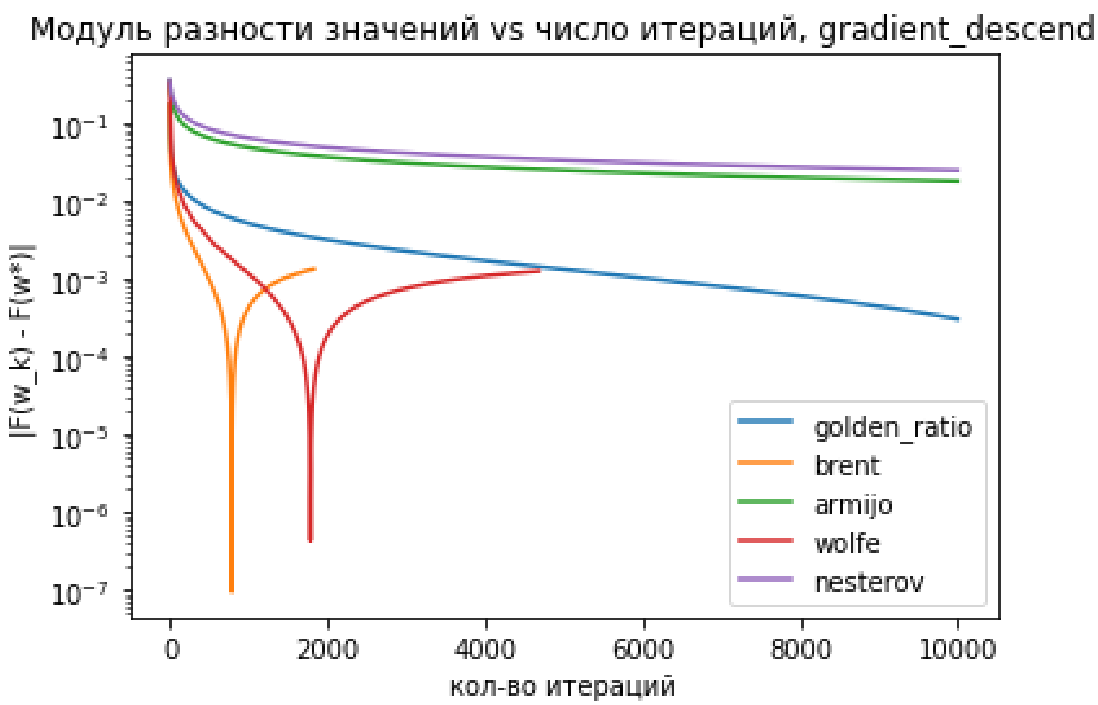

Отношение норм градиентов vs время, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
(grad(w_k) / grad(w0))^2
верमя работы, с


Отношение норм градиентов vs число вызовов оракула, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во вызовов оракула
1e6


Отношение норм градиентов vs число итераций, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
(grad(w_k) / grad(w0))^2
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
0
2000
4000
6000
8000
10000
кол-во итераций


Модуль разности значений vs время, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
|F(w_k) - F(w*)|
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
0
10
20
30
40
50
60
70
верми работы, с

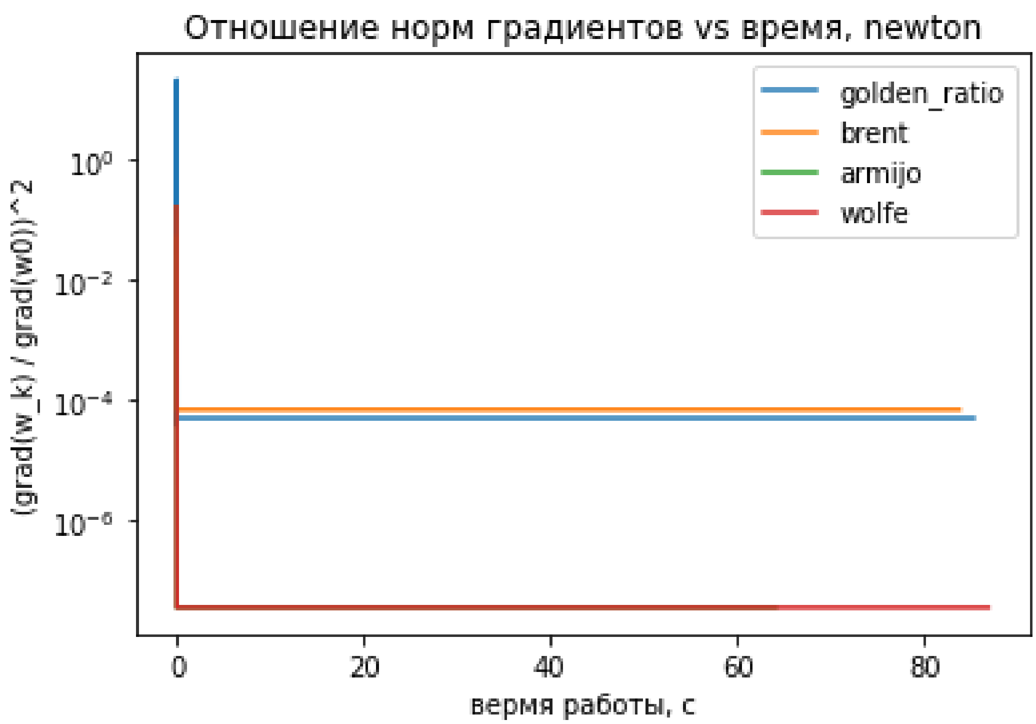

Модуль разности значений vs число вызовов оракула, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
|F(w_k) - F(w*)|
кол-во вызовов оракула
1e6

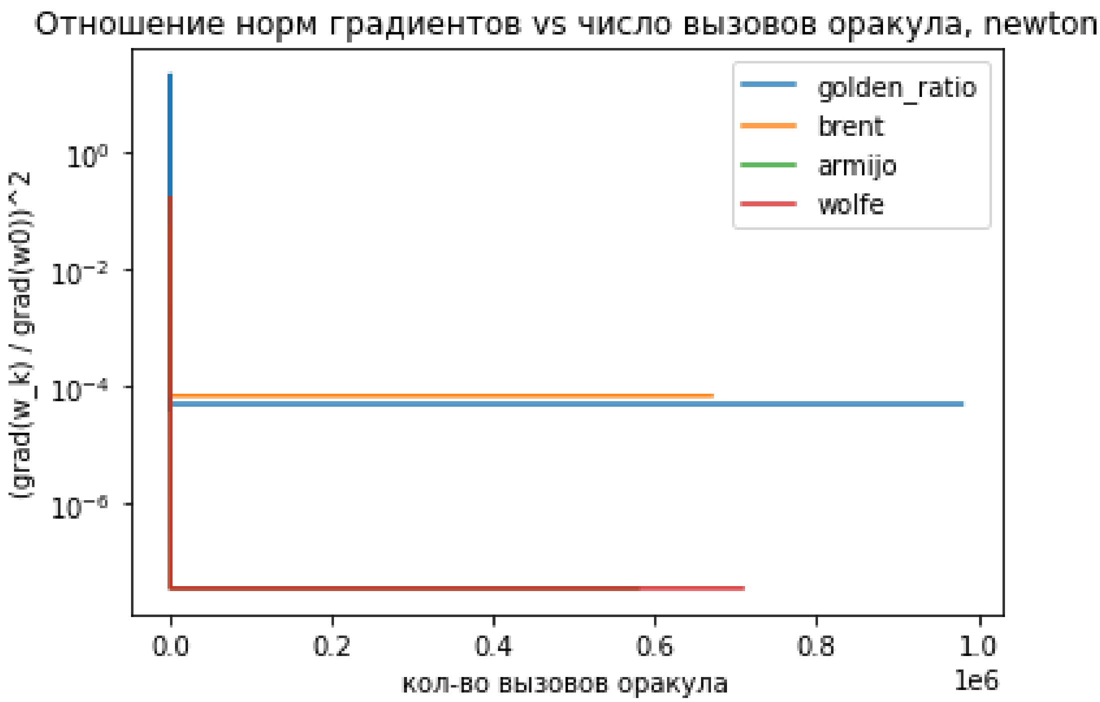

Модуль разности значений vs число итераций, gradient_descend
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
nesterov
|F(w_k) - F(w*)|
кол-во итераций

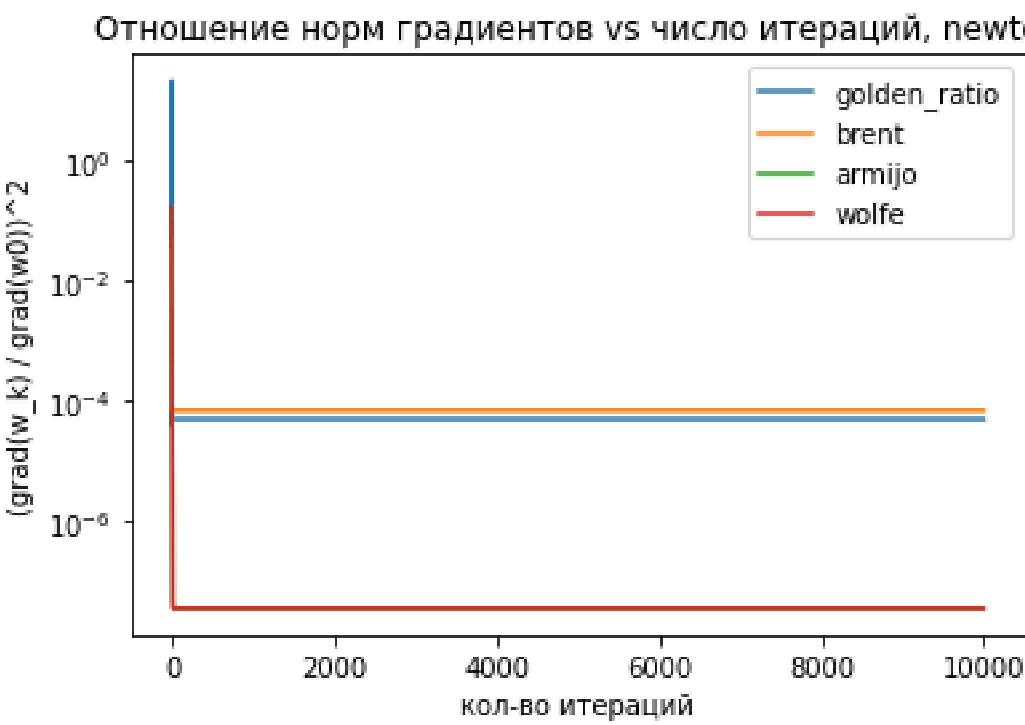
Ньютон

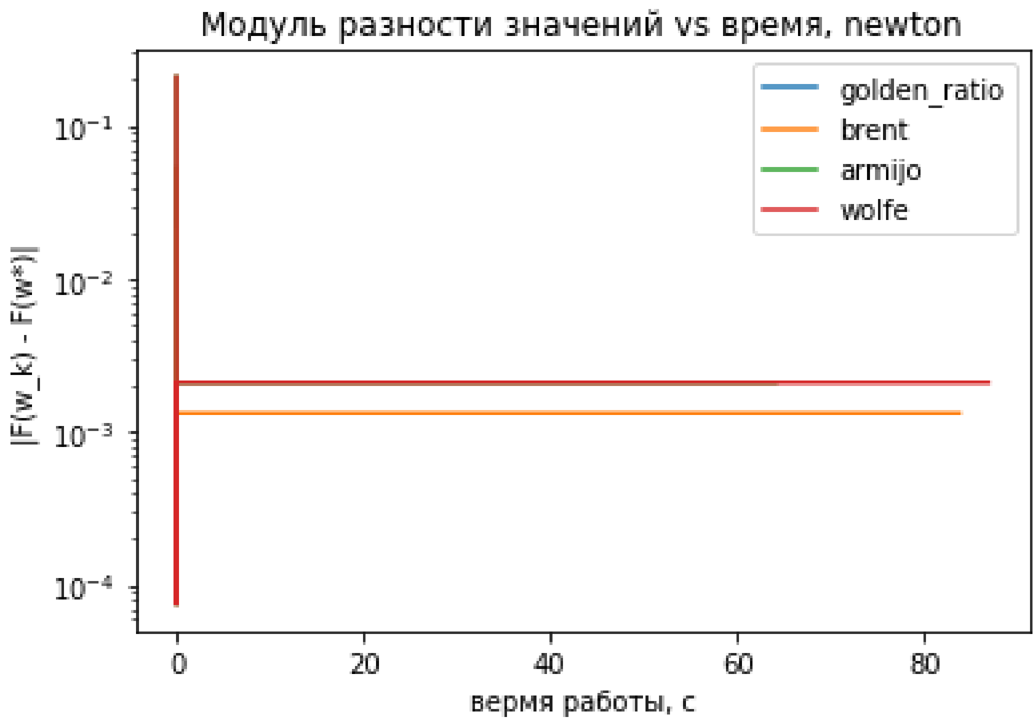
[24]:
```
non_hfn_plotter(OptimizeNewton(), line_searches_for_newton, orac, w0,␣
  ↪true_val)
```

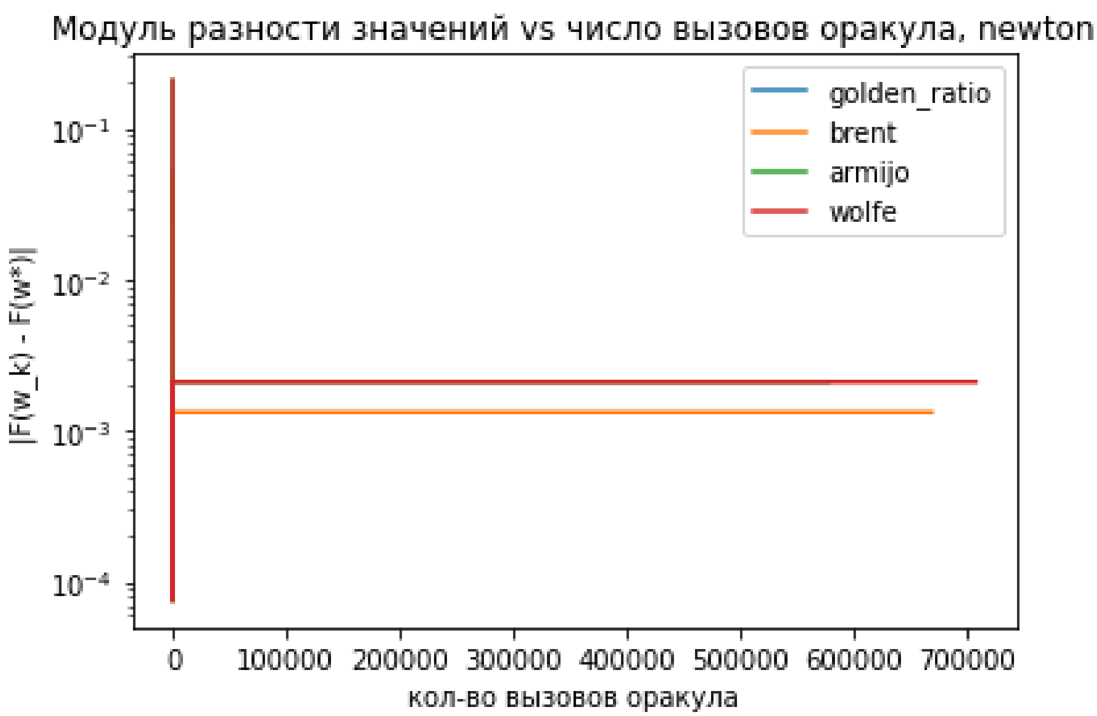
```
/content/oracle.py:22: RuntimeWarning: overflow encountered in exp
  return ((- self.y.reshape((1, -1)) @ z + id @ np.log(1 + np.exp(z)))␣
 ↪/
self.n).item()
/usr/local/lib/python3.6/dist-packages/scipy/optimize/linesearch.py:
 ↪314:
LineSearchWarning: The line search algorithm did not converge
  warn('The line search algorithm did not converge', LineSearchWarning)
```

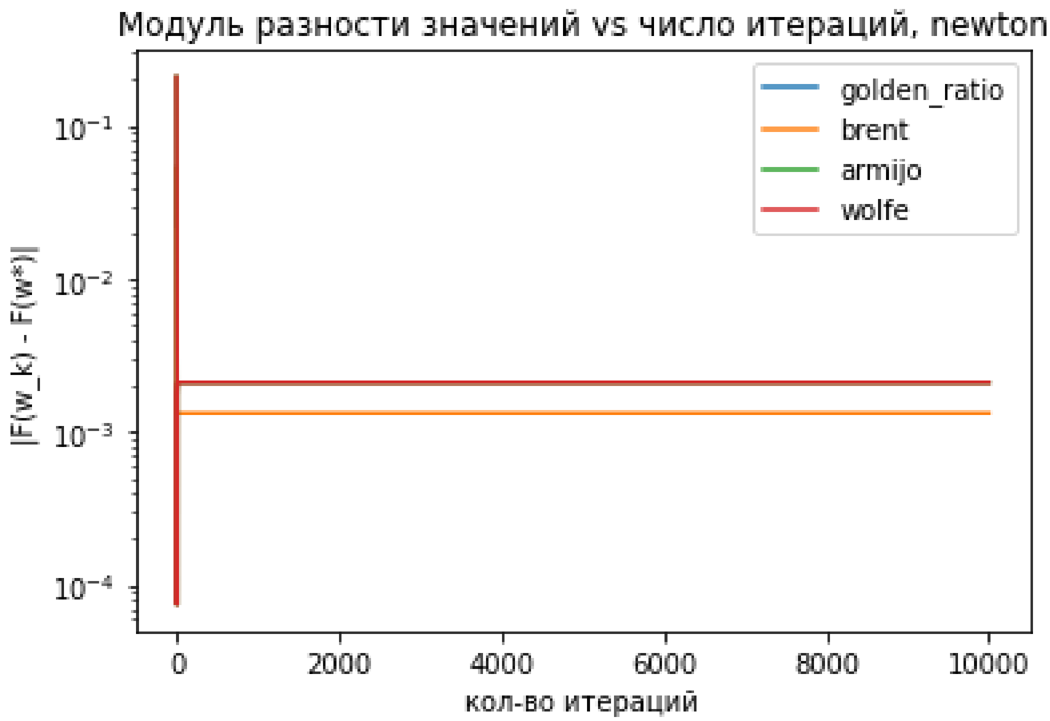



Отношение норм градиентов vs число вызовов оракула, newton
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во вызовов оракула
1e6


Отношение норм градиентов vs число итераций, newton
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во итераций


Модуль разности значений vs время, newton
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
|F(w_k) - F(w*)|
0
20
40
60
80
вермя работы, с

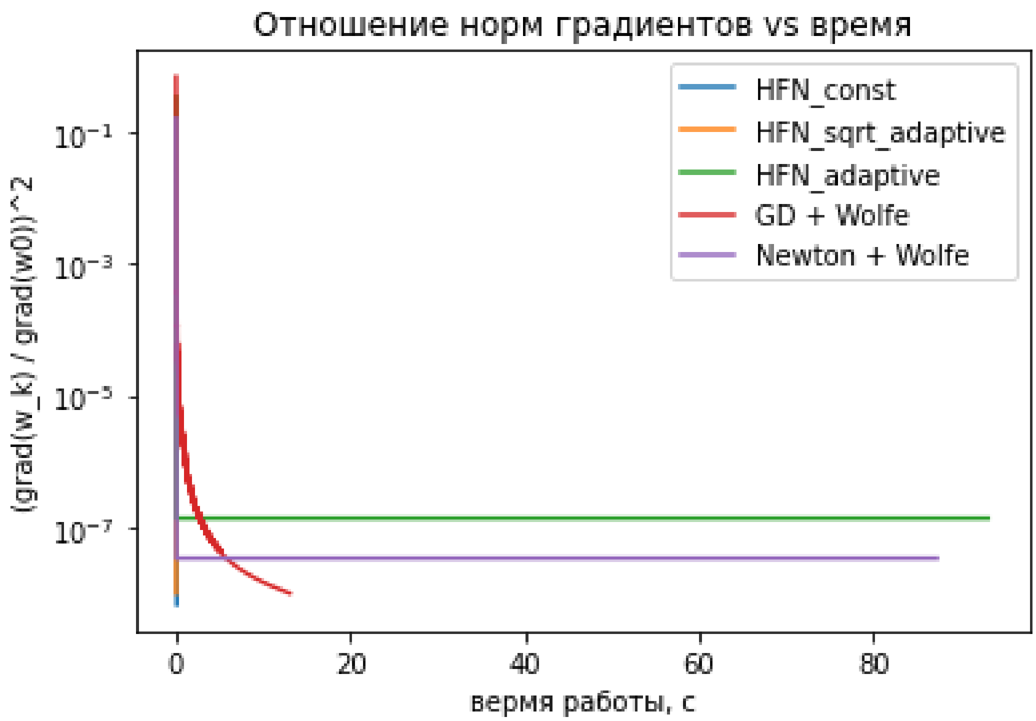

Модуль разности значений vs число вызовов оракула, newton
golden_ratio
brent
armijo
wolfe
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
|F(w_k) - F(w*)|
0
100000
200000
300000
400000
500000
600000
700000
кол-во вызовов оракула

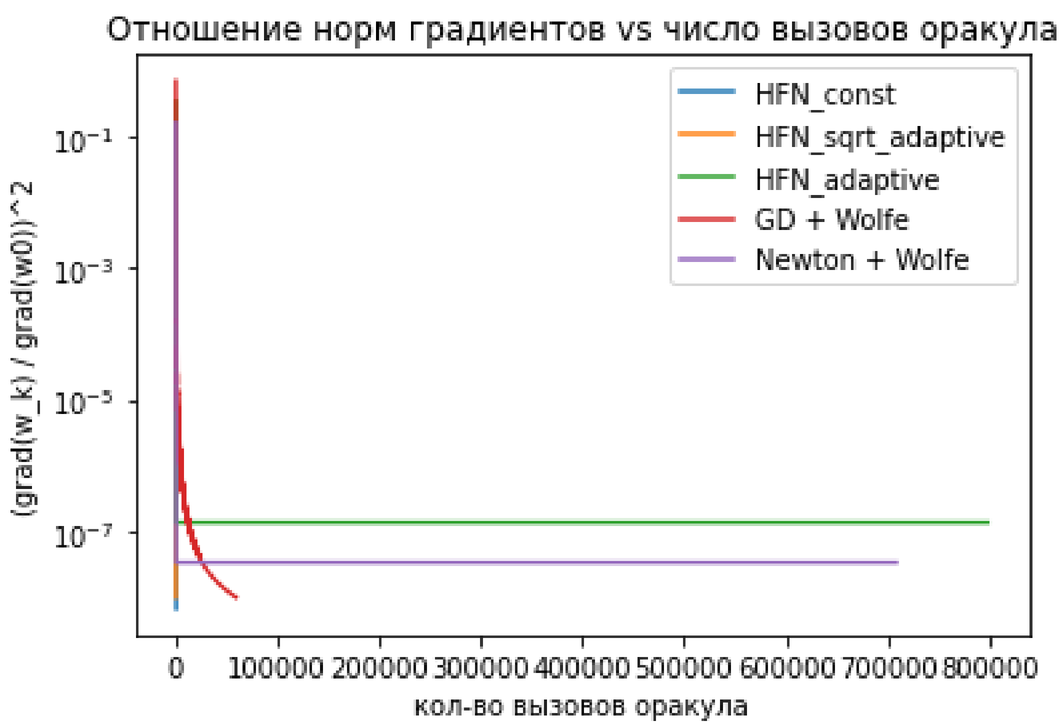


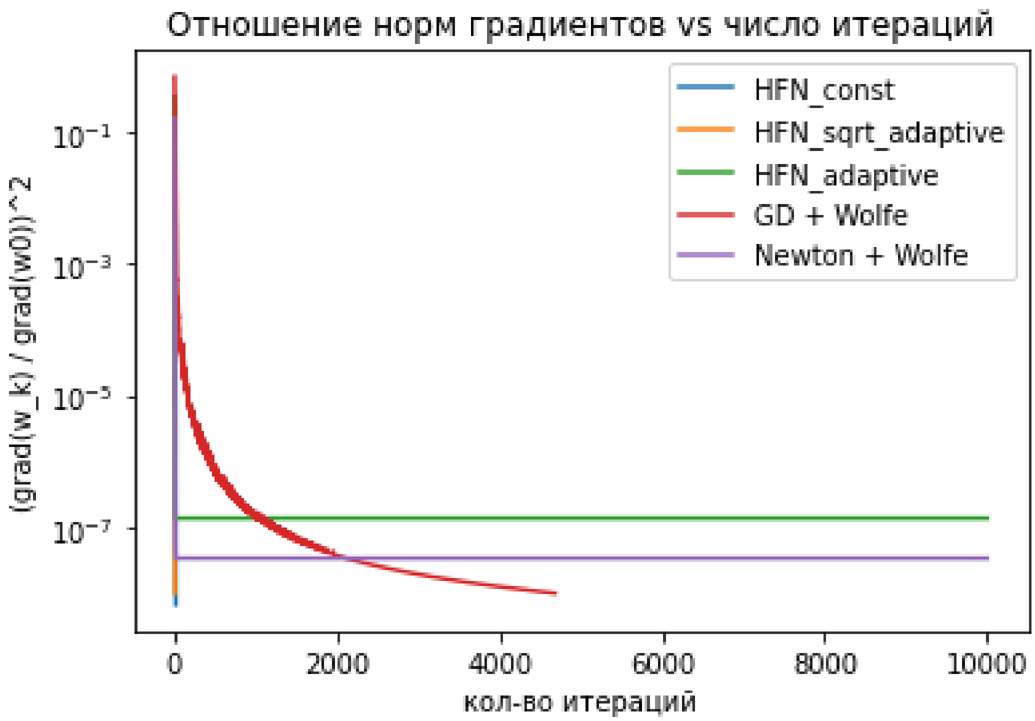
[ ]:
```
HFN
```

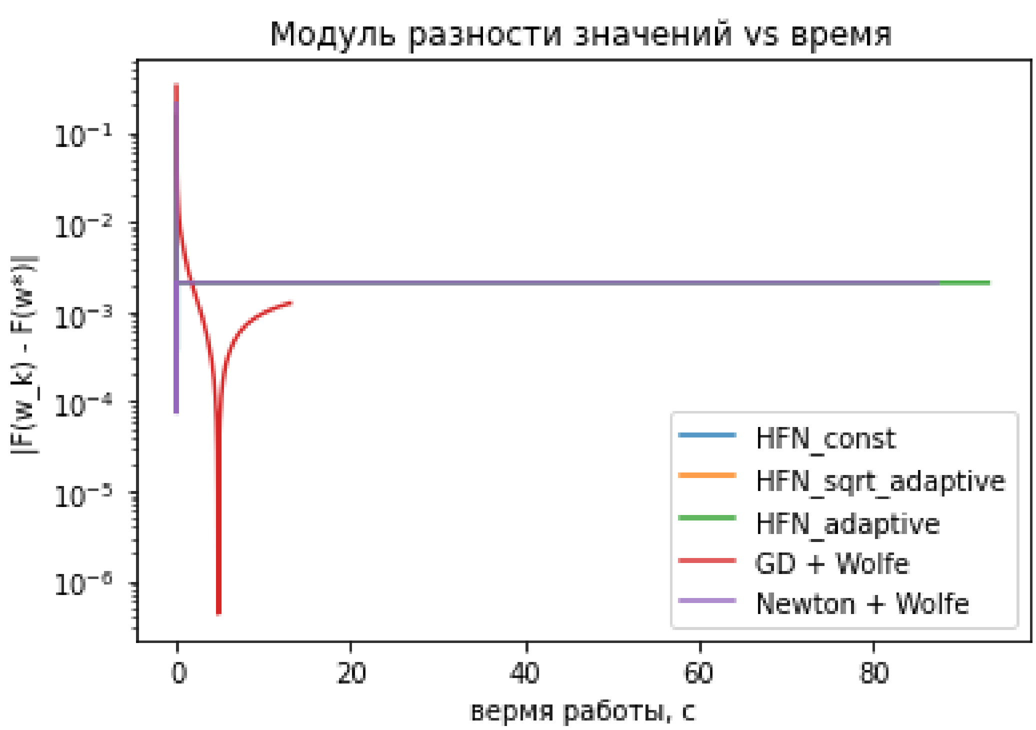
[25]:
```
hfn_plotter(orac, w0)
```

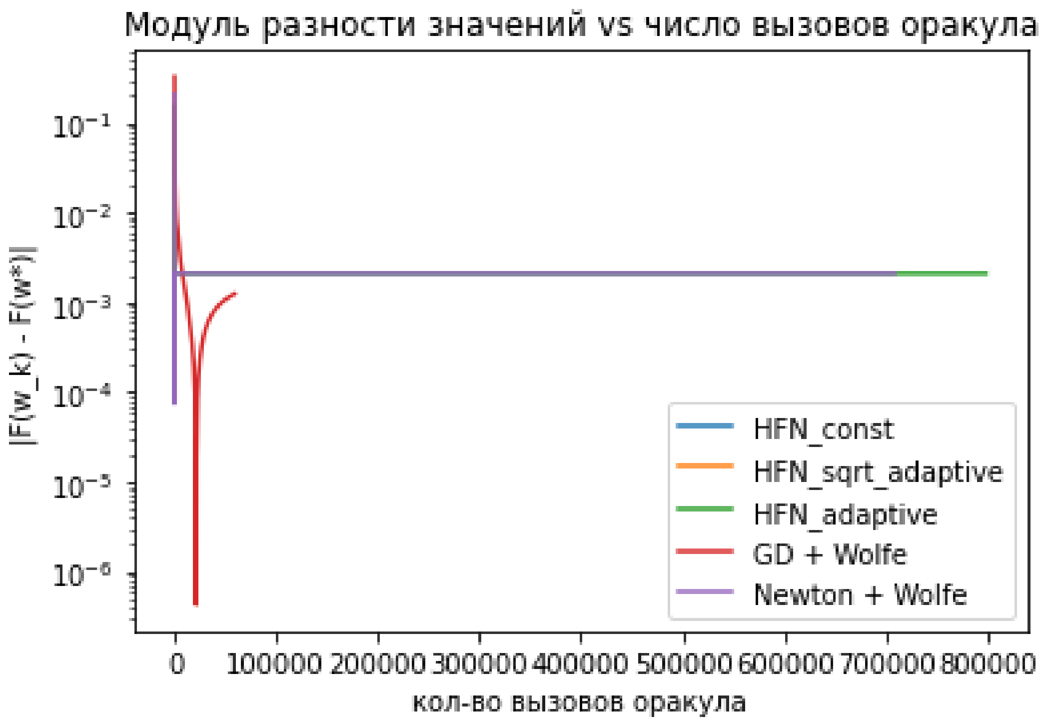
```
/content/oracle.py:22: RuntimeWarning: overflow encountered in exp
  return ((- self.y.reshape((1, -1)) @ z + id @ np.log(1 + np.exp(z)))␣
 ↪/
self.n).item()
/usr/local/lib/python3.6/dist-packages/scipy/optimize/linesearch.py:
 ↪314:
LineSearchWarning: The line search algorithm did not converge
  warn('The line search algorithm did not converge', LineSearchWarning)
/content/oracle.py:35: RuntimeWarning: overflow encountered in square
  M = sp.diags((np.exp(z) / (1 + np.exp(z)) ** 2).reshape((1, -1))[0])
/usr/local/lib/python3.6/dist-packages/scipy/optimize/linesearch.py:
 ↪466:
LineSearchWarning: The line search algorithm did not converge
  warn('The line search algorithm did not converge', LineSearchWarning)
```

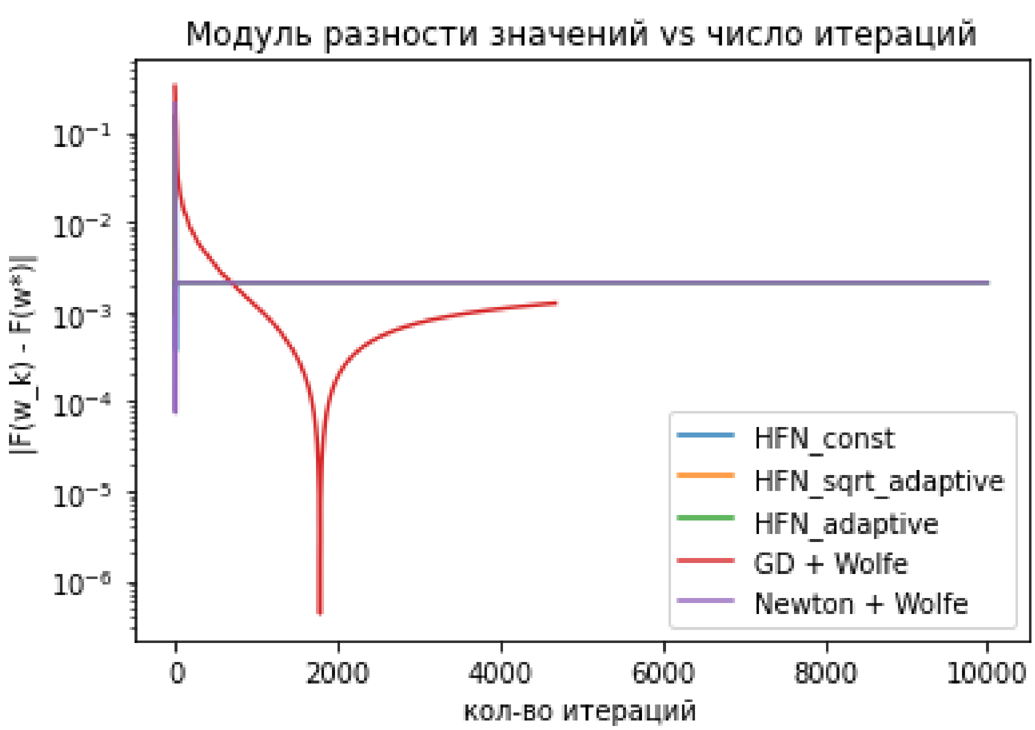

Отношение норм градиентов vs время
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
0
20
40
60
80
вермя работы, с


Отношение норм градиентов vs число вызовов оракула
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
0
100000
200000
300000
400000
500000
600000
700000
800000
кол-во вызовов оракула


Отношение норм градиентов vs число итераций
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe
(grad(w_k) / grad(w0))^2
кол-во итераций


Модуль разности значений vs время
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe
|F(w_k) - F(w*)|
вермя работы, с


Модуль разности значений vs число вызовов оракула
|F(w_k) - F(w*)|
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
0
100000
200000
300000
400000
500000
600000
700000
800000
кол-во вызовов оракула
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe


Модуль разности значений vs число итераций
|F(w_k) - F(w*)|
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
0
2000
4000
6000
8000
10000
кол-во итераций
HFN_const
HFN_sqrt_adaptive
HFN_adaptive
GD + Wolfe
Newton + Wolfe