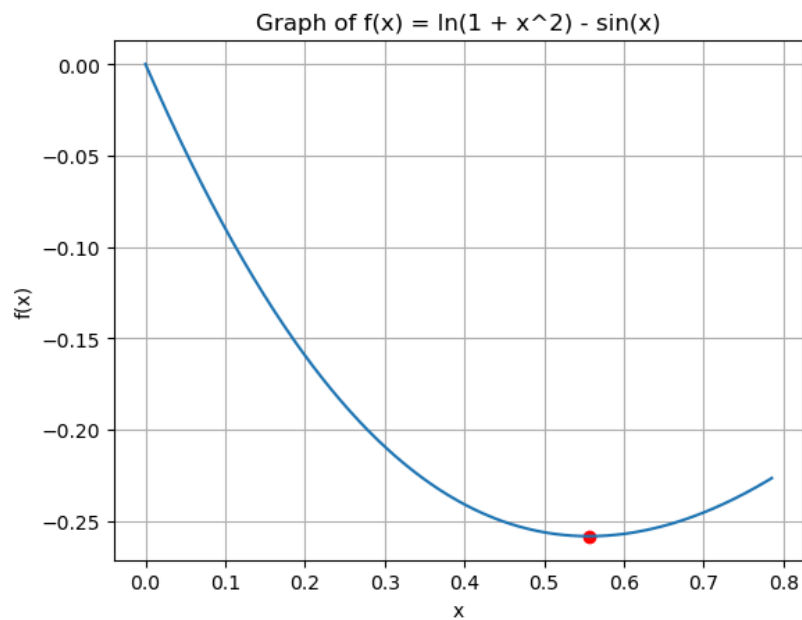


Домашнее задание № 2 по дисциплине «Методы оптимизации»
Выполнил: Ведерников Антон, Группа Р3223, isu: 367970
Вариант № 2

Исходная функция: $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin(x)$



Код выполненный на языке программирования Python(Так же код доступен на [Github](#)):

Метод бисекции:

```
import math
import numpy as np

def bisection_method(a, b, eps, f, der_f, out_file = None):

    output = ""
    iter_n = 1;
    mid = a
    while(np.abs(b - a) >= 2 * eps):

        if(iter_n>25):
            output += "Лимит итераций превышен \n"
            break

        mid = (a+b)/2
        output += f"Номер итерации: {iter_n} | x = {mid} | f(x) = {f(mid)} | f\'(x) = {der_f(mid)} \n"
        iter_n += 1

        if(der_f(mid) == 0.0):
            break

        if(der_f(mid) > 0):
            b = mid
        else:
            a = mid

    if(out_file != None):
        output += f"Ответ найден | Экстремум функции {f(mid)} при x = {mid} \n"
        with open(out_file, "w") as file:
            file.write(output)
    else:
        print(output)

if __name__ == "__main__":

    f = lambda x: np.log(1 + x**2) - np.sin(x)
    derivative_f = lambda x: (2*x)/(x**2 + 1) - np.cos(x)

    bisection_method(0, np.pi/4, 10**-10, f, derivative_f, "bisection_output.log")
```

Результат работы программы:

Номер итерации: 1 | $x = 0.39269908169872414$ | $f(x) = -0.2392650795377084$ | $f'(x) = -0.2434172115746469$
Номер итерации: 2 | $x = 0.5890486225480862$ | $f(x) = -0.25770646064655206$ | $f'(x) = 0.04315269069108274$
Номер итерации: 3 | $x = 0.4908738521234052$ | $f(x) = -0.25551376891272337$ | $f'(x) = -0.09079990033696128$
Номер итерации: 4 | $x = 0.5399612373357456$ | $f(x) = -0.2582533959150112$ | $f'(x) = -0.021589342982862303$
Номер итерации: 5 | $x = 0.5645049299419159$ | $f(x) = -0.25837713994505485$ | $f'(x) = 0.011322310583305017$
Номер итерации: 6 | $x = 0.5522330836388307$ | $f(x) = -0.25841623723427687$ | $f'(x) = -0.004995917394486793$
Номер итерации: 7 | $x = 0.5583690067903733$ | $f(x) = -0.25842172028404986$ | $f'(x) = 0.0031973024681450912$
Номер итерации: 8 | $x = 0.555301045214602$ | $f(x) = -0.2584252628706256$ | $f'(x) = -0.0008907435317114798$
Номер итерации: 9 | $x = 0.5568350260024877$ | $f(x) = -0.2584250593227473$ | $f'(x) = 0.0011554158128735947$
Номер итерации: 10 | $x = 0.5560680356085448$ | $f(x) = -0.25842555344278967$ | $f'(x) = 0.0001328708093516484$
Номер итерации: 11 | $x = 0.5556845404115733$ | $f(x) = -0.2584255062945012$ | $f'(x) = -0.00037880262140777$
Номер итерации: 12 | $x = 0.5558762880100591$ | $f(x) = -0.25842555439668324$ | $f'(x) = -0.00012293248014$
Номер итерации: 13 | $x = 0.5559721618093019$ | $f(x) = -0.25842556005094475$ | $f'(x) = 4.977519939330932e-06$
Номер итерации: 14 | $x = 0.5559242249096805$ | $f(x) = -0.2584255587567162$ | $f'(x) = -5.8975391127535914e-05$
Номер итерации: 15 | $x = 0.5559481933594912$ | $f(x) = -0.2584255597870435$ | $f'(x) = -2.6998413367840257e-05$
Номер итерации: 16 | $x = 0.5559601775843965$ | $f(x) = -0.25842556001479583$ | $f'(x) = -1.10103161600e-05$
Номер итерации: 17 | $x = 0.5559661696968492$ | $f(x) = -0.25842556005682055$ | $f'(x) = -3.0163654720638e-06$
Номер итерации: 18 | $x = 0.5559691657530755$ | $f(x) = -0.25842556005987016$ | $f'(x) = 9.805853931066366e-07$
Номер итерации: 19 | $x = 0.5559676677249623$ | $f(x) = -0.25842556005984224$ | $f'(x) = -1.01788799966e-06$
Номер итерации: 20 | $x = 0.5559684167390189$ | $f(x) = -0.2584255600602305$ | $f'(x) = -1.8650793354169082e-08$
Номер итерации: 21 | $x = 0.5559687912460471$ | $f(x) = -0.2584255600601439$ | $f'(x) = 4.80967427329837e-07$
Номер итерации: 22 | $x = 0.555968603992533$ | $f(x) = -0.2584255600602106$ | $f'(x) = 2.3115834890674591e-07$
Номер итерации: 23 | $x = 0.5559685103657759$ | $f(x) = -0.2584255600602263$ | $f'(x) = 1.0625378565887189e-07$
Номер итерации: 24 | $x = 0.5559684635523974$ | $f(x) = -0.25842556006022993$ | $f'(x) = 4.3801498206264e-08$
Номер итерации: 25 | $x = 0.5559684401457081$ | $f(x) = -0.2584255600602305$ | $f'(x) = 1.2575352870136669e-08$
Лимит итераций превышен
Ответ найден | Экстремум функции -0.2584255600602305 при $x = 0.5559684401457081$

Метод золотого сечения:

```
import math
import numpy as np

def golden_section_search(a, b, eps, f, out_file=None):
    output = ""
    iter_n = 1

    phi = (1 + math.sqrt(5)) / 2
    c = b - (b - a) / phi
    d = a + (b - a) / phi

    while (b - a) >= 2 * eps:
        if iter_n > 25:
            output += "Лимит итераций превышен \n"
            break

        if f(c) < f(d):
            b = d
            d = c
            c = b - (b - a) / phi
        else:
            a = c
            c = d
            d = a + (b - a) / phi

        output += f"Номер итерации: {iter_n} | a = {a} | b = {b} | c = {c} | d = {d} | f(c) = {f(c)} | f(d) = {f(d)} \n"
        iter_n += 1

    if out_file is not None:
        min_value = min(f(c), f(d))
        min_x = c if f(c) < f(d) else d
        output += f"Ответ найден | Экстремум функции {min_value} при x = {min_x} \n"
        with open(out_file, "w") as file:
            file.write(output)
    else:
        print(output)

if __name__ == "__main__":
    f = lambda x: np.log(1 + x**2) - np.sin(x)
    golden_section_search(0, np.pi / 4, 10 ** -10, f, "golden_section_output.log")
```

Результат работы программы:

Номер итерации: 1 | a = 0.2999954037160817 | b = 0.7853981633974483 | c = 0.4854027596813666 | d = 0.5999908074321634 | f(c) = -0.25499513208700786 | f(d) = -0.2571582977296171

Номер итерации: 2 | a = 0.4854027596813666 | b = 0.7853981633974483 | c = 0.5999908074321634 | d = 0.6708101156466516 | f(c) = -0.2571582977296171 | f(d) = -0.25006672248302164

Номер итерации: 3 | a = 0.4854027596813666 | b = 0.6708101156466516 | c = 0.5562220678958549 | d = 0.5999908074321634 | f(c) = -0.25842551715362205 | f(d) = -0.2571582977296171

Номер итерации: 4 | a = 0.4854027596813666 | b = 0.5999908074321634 | c = 0.529171499217675 | d = 0.5562220678958549 | f(c) = -0.2579406946236642 | f(d) = -0.25842551715362205

Номер итерации: 5 | a = 0.529171499217675 | b = 0.5999908074321634 | c = 0.5562220678958549 | d = 0.5729402387539835 | f(c) = -0.25842551715362205 | f(d) = -0.2582348980897894

Номер итерации: 6 | a = 0.529171499217675 | b = 0.5729402387539835 | c = 0.5458896700758036 | d = 0.5562220678958549 | f(c) = -0.2583574904218475 | f(d) = -0.25842551715362205

Номер итерации: 7 | a = 0.5458896700758036 | b = 0.5729402387539835 | c = 0.5562220678958549 | d = 0.5626078409339321 | f(c) = -0.25842551715362205 | f(d) = -0.25839624446482695

Номер итерации: 8 | a = 0.5458896700758036 | b = 0.5626078409339321 | c = 0.5522754431138807 | d = 0.5562220678958549 | f(c) = -0.25841644765575267 | f(d) = -0.25842551715362205

Номер итерации: 9 | a = 0.5522754431138807 | b = 0.5626078409339321 | c = 0.5562220678958549 | d = 0.5586612161519577 | f(c) = -0.25842551715362205 | f(d) = -0.25842072924024795

Номер итерации: 10 | a = 0.5522754431138807 | b = 0.5586612161519577 | c = 0.5547145913699835 | d = 0.5562220678958549 | f(c) = -0.2584245108087546 | f(d) = -0.25842551715362205

Номер итерации: 11 | a = 0.5547145913699835 | b = 0.5586612161519577 | c = 0.5562220678958549 | d = 0.5571537396260862 | f(c) = -0.25842551715362205 | f(d) = -0.25842462340945493

Номер итерации: 12 | a = 0.5547145913699835 | b = 0.5571537396260862 | c = 0.5556462631002147 | d = 0.5562220678958549 | f(c) = -0.2584254908172525 | f(d) = -0.25842551715362205

Номер итерации: 13 | a = 0.5556462631002147 | b = 0.5571537396260862 | c = 0.5562220678958549 | d = 0.5565779348304458 | f(c) = -0.25842551715362205 | f(d) = -0.25842531232860744

Номер итерации: 14 | a = 0.5556462631002147 | b = 0.5565779348304458 | c = 0.5560021300348056 | d = 0.5562220678958549 | f(c) = -0.2584255593027284 | f(d) = -0.25842551715362205

Номер итерации: 15 | a = 0.5556462631002147 | b = 0.5562220678958549 | c = 0.555866200961264 | d = 0.5560021300348056 | f(c) = -0.2584255530887787 | f(d) = -0.2584255593027284

Номер итерации: 16 | a = 0.555866200961264 | b = 0.5562220678958549 | c = 0.5560021300348056 | d = 0.5560861388223135 | f(c) = -0.2584255593027284 | f(d) = -0.2584255508188278

Номер итерации: 17 | a = 0.555866200961264 | b = 0.5560861388223135 | c = 0.555950209748772 | d = 0.5560021300348056 | f(c) = -0.25842555983877075 | f(d) = -0.2584255593027284

Номер итерации: 18 | a = 0.555866200961264 | b = 0.5560021300348056 | c = 0.5559181212472977 | d = 0.555950209748772 | f(c) = -0.2584255583718986 | f(d) = -0.25842555983877075

Номер итерации: 19 | a = 0.5559181212472977 | b = 0.5560021300348056 | c = 0.555950209748772 | d = 0.5559700415333312 | f(c) = -0.25842555983877075 | f(d) = -0.25842556005849987

Номер итерации: 20 | a = 0.555950209748772 | b = 0.5560021300348056 | c = 0.5559700415333312 | d = 0.5559822982502464 | f(c) = -0.25842556005849987 | f(d) = -0.25842555993195515

Номер итерации: 21 | a = 0.555950209748772 | b = 0.5559822982502464 | c = 0.5559624664656871 | d = 0.5559700415333312 | f(c) = -0.2584255600365026 | f(d) = -0.25842556005849987

Номер итерации: 22 | a = 0.5559624664656871 | b = 0.5559822982502464 | c = 0.5559700415333312 | d = 0.5559747231826023 | f(c) = -0.25842556005849987 | f(d) = -0.2584255600338193

Номер итерации: 23 | a = 0.5559624664656871 | b = 0.5559747231826023 | c = 0.5559671481149583 | d = 0.5559700415333312 | f(c) = -0.25842556005913325 | f(d) = -0.25842556005849987

Номер итерации: 24 | a = 0.5559624664656871 | b = 0.5559700415333312 | c = 0.55596535988406 | d = 0.5559671481149583 | f(c) = -0.25842556005394046 | f(d) = -0.25842556005913325

Номер итерации: 25 | a = 0.55596535988406 | b = 0.5559700415333312 | c = 0.5559671481149583 | d = 0.555968253302433 | f(c) = -0.25842556005913325 | f(d) = -0.2584255600602096

Лимит итераций превышен

Ответ найден | Минимум функции -0.2584255600602096 при x = 0.555968253302433

Метод Ньютона:

```
import math
import numpy as np

def newton_method(x, eps, f, derivative_f, second_derivative_f, out_file=None):
    output = ""
    iter_n = 1

    while True:

        if iter_n > 25:
            output += "Лимит итераций превышен \n"
            break

        if abs(derivative_f(x)) < eps:
            output += f"Ответ найден | Экстремум функции {f(x)} при x = {x} \n"
            break

        x_next = x - derivative_f(x) / second_derivative_f(x)
        output += f"Номер итерации: {iter_n} | x = {x} | f(x) = {f(x)} | f'(x) = {derivative_f(x)} | f''(x) = {second_derivative_f(x)} | x_next = {x_next} \n"

        x = x_next
        iter_n += 1

    if out_file is not None:
        with open(out_file, "w") as file:
            file.write(output)
    else:
        print(output)

if __name__ == "__main__":

    f = lambda x: np.log(1 + x**2) - np.sin(x)
    derivative_f = lambda x: (2*x)/(x**2 + 1) - np.cos(x)
    second_derivative_f = lambda x: np.sin(x) - (2*(x**2) - 2)/(x**4 + 2*(x**2) + 1)

    newton_method(0, 10**-10, f, derivative_f, second_derivative_f, "newton_output.log")
```

Результат работы программы:

```
Номер итерации: 1 | x = 0 | f(x) = 0.0 | f'(x) = -1.0 | f''(x) = 2.0 | x_next = 0.5
Номер итерации: 2 | x = 0.5 | f(x) = -0.25628198728999324 | f'(x) = -0.07758256189037271 |
f''(x) = 1.439425538604203 | x_next = 0.5538982808138889
Номер итерации: 3 | x = 0.5538982808138889 | f(x) = -0.25842269877932467 | f'(x) =
-0.002765622844400406 | f''(x) = 1.3378383751536083 | x_next = 0.555965513220855
Номер итерации: 4 | x = 0.555965513220855 | f(x) = -0.25842556005455286 | f'(x) =
-3.892153049189773e-06 | f''(x) = 1.3340746296332744 | x_next = 0.5559684307135969
Ответ найден | Экстремум функции -0.25842556006023065 при x = 0.5559684307135969
```