

Recursivitate + Divide et impera

Exercitii laborator Marti 16-18

1. Folositi un algoritm recursiv pentru a afla al k-lea termen al sirului fibonacci. Explicati complexitatea algoritmului.
2. Imbunatatiti complexitatea algoritmului de mai sus folosind memorizare.
3. Implementati algoritmul MergeSort pentru sortarea unui vector.
4. Calculati radicalul unui numar cu o precizie de 3 zecimale folosind cautare binara.
5. Se da un vector sortat si rotit, fara a se sti numarul de pozitii cu care este rotit (de ex 6 7 8 1 2 3 4 5). Sa se caute un element in vector.

6. (bonus)

Calculati produsul a doua numere folosind divide et impera, in felul urmator.

Se considera n_1 = numarul de cifre pentru a, n_2 = numarul de cifre pentru b. Putem scrie a si b in functie de prima jumătate de cifre si a doua jumătate, astfel:

$$a = 10^{(n_1/2)} * a_1 + a_2$$

$$b = 10^{(n_2/2)} * b_1 + b_2$$

De exemplu, daca $a = 12345678$, $a_1 = 1234$ si $a_2 = 5678$.

$$\Rightarrow a * b = 10^{(n_1+n_2)/2} * a_1 * b_1 + 10^{(n_1/2)} * a_1 * b_2 + 10^{(n_2/2)} * b_1 * a_2 + a_2 * b_2$$

Pentru fiecare din cele 4 inmultiri, vom apela recursiv.

Pentru a reduce numarul de inmultiri, consideram $n = \max(n_1, n_2)$ si rescriem a_1, a_2, b_1, b_2 in functie de $n \Rightarrow$

$$a * b = 10^n * a_1 * b_1 + 10^{(n/2)} * (a_1 * b_2 + a_2 * b_1) + a_2 * b_2$$

Consideram urmatoarele produse:

$$p = a_1 * b_1$$

$$q = a_2 * b_2$$

$$r = (a_1 + a_2) * (b_1 + b_2) \Rightarrow$$

$$a * b = 10^n * p + 10^{(n/2)} * (r - p - q) + q$$

Pentru fiecare din cele 3 produse p, q si r apelam recursiv.