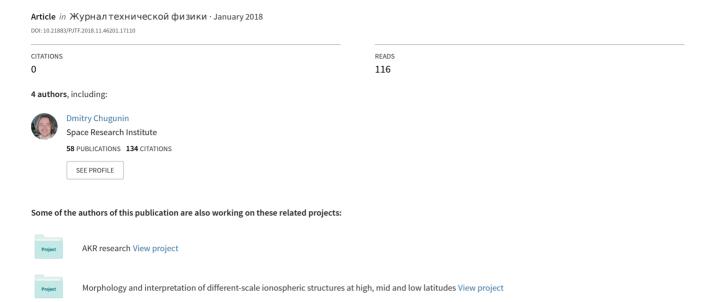
## Электрические токи, индуцированные в плазме ионно-звуковыми солитонами: учет захваченных электронов



04

## Электрические токи, индуцированные в плазме ионно-звуковыми солитонами: учет захваченных электронов

© Ф.М. Трухачев <sup>1,2</sup>, А.В. Томов <sup>3</sup>, М.М. Могилевский <sup>4</sup>, Д.В. Чугунин <sup>4</sup>

- <sup>1</sup> Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
- <sup>2</sup> Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия
- 3 Могилевский государственный университет, Могилев, Беларусь
- <sup>4</sup> Институт космических исследований РАН, Москва, Россия E-mail: ftru@mail.ru

Поступило в Редакцию 3 ноября 2017 г.

Исследованы токи, индуцируемые ионно-звуковыми солитонами в двухкомпонентной плазме, в приближении магнитной гидродинамики (МГД-модели) с учетом захваченных электронов. Показано, что солитоны возбуждают однополярные импульсы ионного и электронного токов, описаны механизмы их возбуждения. Рассчитаны пространственно-временные характеристики токовых импульсов, определены требования к пространственно-временному разрешению экспериментального оборудования, необходимого для регистрации плазменных токов, индуцированных солитонами. Показано, что солитоны являются эффективным механизмом генерации плазменных токов.

DOI: 10.21883/PJTF.2018.11.46201.17110

Основные свойства ионно-звуковых солитонов были детально изучены к началу 80-х годов прошлого века [1]. Тем не менее ряд вопросов остается нерешенным до сих пор. Одним из них является вопрос об электрических токах, возбуждаемых электрическими полями солитонов в плазме. Задачу можно свести к анализу движения заряженных частиц, формирующих солитон. Вопрос о движении частиц холодных популяций в электрических полях ионно-звуковых солитонов был решен в [2]. Исследования были мотивированы необходимостью определения пространственно-временного разрешения токоизмерительной аппаратуры для регистрации солитонов в космосе, актуальность указанной задачи отмечена в [3]. В приближении магнитной гидродинамики

(МГД-модели) в [2] было показано, что солитоны могут осуществлять однонаправленный перенос заряженных частиц на значительное расстояние; установлено также, что среднее значение (постоянная составляющая) ионного тока, обусловленного движением ансамбля солитонов, по величине сопоставимо с током, создаваемым пучками ионов. Выводы [2] были экспериментально подтверждены в пылевой плазме [4], которая представляет интерес как с технологической, так и с научной точки зрения [5]. В настоящей работе модель [2] обобщена с учетом захваченных электронов, что позволяет рассчитать движение всех плазменных популяций и, следовательно, более точно описать поведение реальной плазмы.

Для определения направления потоков, формирующих возмущение плотности и заряда в солитоне, рассмотрим модель водородной плазмы при  $T_e >> T_i$  (где  $T_e$ ,  $T_i$  — температуры электронов и ионов соответственно), в которой можно пренебречь затуханием Ландау для ионнозвуковых волн. Такая плазма наблюдается как в лаборатории [1,5], так и в отдельных областях космоса [6]. Как показано в [7], корректный анализ солитонов требует учета захваченных электронов. Ионно-звуковой солитон сжатия является для электронов потенциальной ямой [7,8], в которой часть из них совершает колебательное движение. Такие электроны двигаются вместе с солитоном и называются захваченными в отличие от пролетных, которые находятся в яме конечное время. Воспользуемся МГД-моделью [7]

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x},\tag{1}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v_i}{\partial x} = 0, \tag{2}$$

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{T_e}\right) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{e\varphi}{T_e}}\right)\right] + 2n_0\sqrt{\frac{e\varphi}{\pi T_e}},$$
 (3)

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_i - n_e). \tag{4}$$

Здесь  $v_i$  — скорость ионов,  $n_i$ ,  $n_e$  — концентрации ионов и электронов,  $n_0$  — невозмущенная концентрация заряженных частиц,  $m_i$  — масса ионов, e — элементарный заряд,  $\varphi$  — электрический потенциал,

соответствующий электростатическому полю  $E=-\partial\varphi/\partial x$ . В рассматриваемом простейшем случае  $T_i\approx 0,\ p_i\approx 0,\ r$ де  $p_i$  — ионное давление. При  $T_i>0,\$ согласно [1], в уравнение (1) нужно добавить член, учитывающий  $p_i$ . Ограничимся поиском стационарных решений системы (1)—(4), выполнив замену переменных  $X=(x-Vt)/\lambda_{\rm D},\$ где V — установившаяся скорость солитона,  $\lambda_{\rm D}=\sqrt{\varepsilon_0T_e/e^2n_0}$  — радиус Дебая. Введем нормировку для концентраций  $N_i=n_i/n_0,\ N_e=n_e/n_0$  и потенциала  $\Phi=e\varphi/T_e$ , амплитуду солитонов обозначим  $\Phi_0$ . Выражение для  $N_i$  можно записать в виде [2]:

$$N_i(\Phi) = M/\sqrt{M^2 - 2\Phi},\tag{5}$$

где M=V/C — число Маха,  $C=\sqrt{T_e/m_i}$  — ионно-звуковая скорость. Уравнения (3), (4) с учетом нормировки примут вид

$$N_e(\Phi) = \exp(\Phi) \left[ 1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\Phi}) \right] + 2\sqrt{\Phi/\pi},$$

$$\frac{d^2 \Phi}{dX^2} = N_e(\Phi) - N_i(\Phi)$$
(6)

или

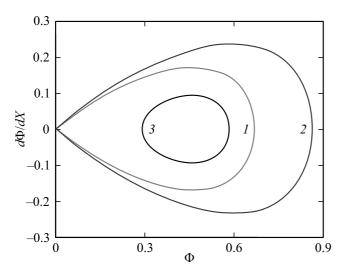
$$\frac{d^2\Phi}{dX^2} = \exp(\Phi) \left[ 1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\Phi}) \right] + 2\sqrt{\Phi/\pi} - M/\sqrt{M^2 - 2\Phi}.$$
(7)

Однократное интегрирование (7) дает выражение для псевдопотенциала Сагдеева

$$U(\Phi) = -\frac{1}{2} \left( \frac{d\Phi}{dX} \right)^2 = -M\sqrt{M^2 - 2\Phi} - \exp(\Phi) \left[ 1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\Phi}) \right]$$

$$-2\sqrt{\Phi/\pi} - 4\sqrt{\Phi^3/9\pi} + A,$$
(8)

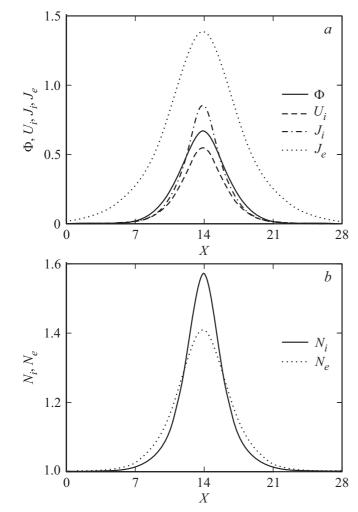
где A — константа интегрирования, выбор которой определяет вид решений уравнения (7). Особым классом решений при  $A=A_0=M^2+1$   $(d\Phi/dX=0)$  при  $\Phi=0)$  являются солитоны. На рис. 1 представлена зависимость  $d\Phi/dX$  от  $\Phi$  для разных значений A и M, из которой можно легко найти амплитуду солитонов и соответствующие граничные условия для численного интегрирования.



**Рис. 1.** Фазовая плоскость уравнения (7).  $I-M=1.5, A=A_0; 2-M=1.6, A=A_0; 3-M=1.5, A=A_0+0.01.$ 

На рис. 1 кривые I и 2 отвечают солитонам, кривая 3 — решению в виде периодических нелинейных волн. Профили соответствующего кривой I солитона как результат численного решения (8) представлены на рис. 2. Как видно, солитону соответствует повышение концентраций  $N_i$ ,  $N_e$  (рис. 2, b), при этом  $N_i \neq N_e$  внутри солитона, но в целом концентрации компенсируют друг друга, так что  $\int\limits_{-\infty}^{\infty} (N_i - N_e) dX = 0$ . Для определения скорости ионов воспользуемся формулой  $v_i = V(1 - N_i^{-1})$  из [2], которую с учетом нормировки на C можно записать в виде  $U_i = M(1 - N_i^{-1})$ .

Профиль ионной скорости  $U_i(X)$  в поле солитона представлен на рис. 2, a, из которого видно, что  $U_i>0$ . Это хорошо согласуется с результатами [9], где получены решения МГД-уравнений для скорости ионов. Следовательно, профиль  $N_i>1$  формируется именно однонаправленным перемещением ионов в локальной области шириной  $\sim 10\lambda_{\rm D}$ . Другими словами, ионы, формирующие профиль солитона, перемещаются только в направлении его распространения (причем



**Рис. 2.** Ионно-звуковой солитон при M=1.5. a — профили  $\Phi(X),$   $U_i(X),$   $J_i(X),$   $J_e(X);$  b — профили  $N_i(X),$   $N_e(X).$ 

каждый ион смещается на конечное расстояние [2]). Плотность ионного тока легко получить, умножив  $v_i$  на  $en_i$ , в виде  $j_i=en_iV(1-N_i^{-1})$  или

с нормировкой на  $en_0C$ 

$$J_i = M(N_i - 1). (9)$$

Профиль  $J_i(X)$  представлен на рис. 2, a. Как видно, солитон формирует однополярный импульс ионного тока, соразмерный по ширине с импульсом скорости. Результаты анализа ионных токов хорошо согласуются с результатами [2], количественные различия связаны лишь с разным описанием электронов и различием методов решения (4). Электронные токи в [2] не анализировались, остановимся на этом подробнее. В моделях [7,8] пролетные частицы приходят из бесконечности, причем эти потоки из  $-\infty$  и  $+\infty$  равны, их суммарный ток равен нулю. Следовательно, ненулевой электронный ток определяется только захваченными частицами. Поскольку захваченные электроны движутся вместе с солитоном, плотность электронного тока можно выразить, умножив концентрацию захваченных электронов (второе слагаемое в правой части (3)) на скорость движения солитона и заряд электрона:  $j_e = 2n_0 eV \sqrt{e\varphi/\pi T_e}$  или с учетом нормировки на  $en_0 C$ 

$$J_e = 2M\sqrt{\Phi/\pi}. (10)$$

Профиль  $J_e(X)$  отображен на рис. 2, a, из которого очевидны пространственная локализованность и однополярный характер  $J_e(X)$ . В [10] можно найти выражение для плотности электронного тока, полученное из уравнений Власова—Пуассона. Полученное нами выражение (10) содержит меньше параметров, что упрощает его практическое использование.

Профили плотности электронного и ионного токов на первый взгляд различаются лишь количественно, однако механизмы возникновения и распространения токов различаются принципиально. Действительно, ионные токи в рассмотренном случае обусловлены инертностью ионов в электрическом поле солитона [2]; причиной же электронных токов, очевидно, является захват электронов потенциальной ямой солитона, движущегося в пространстве. Другими словами, солитон подобен контейнеру для переноса электронов. Каждый ион переносится на конечное расстояние в направлении движения солитона [2]; электроны же захватываются в области формирования солитона и сопровождают его до распада [7,8].

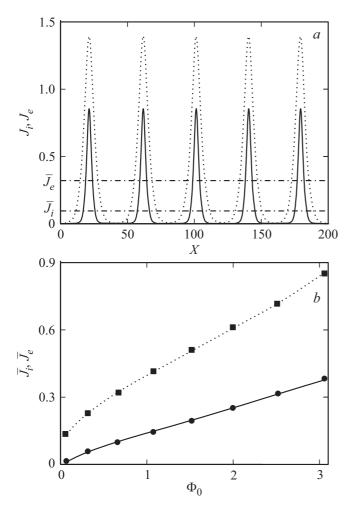
С экспериментальной точки зрения интерес представляют такие параметры, как ширина L и длительность  $\chi$  токовых импульсов, а также

средние значения (постоянные составляющие) плотности электронного и ионного токов, генерируемых каскадом солитонов. Величины L и  $\chi$  с учетом нормировки соответственно на  $\lambda_{\rm D}$  и  $\omega_i^{-1}$  ( $\omega_i = \sqrt{e^2 n_0/m_i \varepsilon_0}$  — ионная плазменная частота) оказываются связанными простым соотношением  $L=M\chi$ . Из анализа численных решений (8) с учетом (9), (10) следует, что L и  $\chi$  монотонно убывают с ростом амплитуды солитонов. Для солитонов большой амплитуды  $\Phi_0=3$  имеем  $L_i=0.6,\ L_e=5.4,\ \chi_i=0.2,\ \chi_e=2.2,\ для надежной экспериментальной регистрации формы таких токовых импульсов разрешение приборов должно быть как минимум на порядок меньше указанных величин.$ 

Солитоны в плазме часто наблюдаются в виде каскадов [3]. В этом случае, как показано в [2], постоянная составляющая плотности ионных токов имеет существенную величину и при недостатке разрешения может трактоваться как ток несуществующих ионных пучков. Рассмотрим подобную ситуацию в рамках построенной модели. На рис. 3, a представлено численное решение (8), полученное при M=1.5,  $A=A_0+6.7\cdot 10^{-12}$ , описывающее токи, индуцированные каскадом из пяти солитонов. Как видно, каскад солитонов индуцирует пульсирующие электронные и ионные токи с существенными постоянными составляющими  $\overline{J}_e$ ,  $\overline{J}_i$ , которые важно отделить от токов пучков. Регистрация стационарных токов пучков не вызывает трудностей, в то время как мелкомасштабные токи солитонов практически не изучены [3]. Проанализируем постоянную составляющую солитонных токов, которая будет зависеть от  $\Phi_0$  и частоты следования солитонов  $\nu$ . Зависимость  $\overline{J}_i$ ,  $\overline{J}_e$  от  $\nu$  будет пропорциональной, а их зависимость от  $\Phi_0$  при постоянной  $\nu$  представлена на рис. 3, b.

Из рис. 3,b видно, что  $\overline{J}_i$  и  $\overline{J}_e$  являются величинами одного порядка, при этом  $\overline{J}_e > \overline{J}_i$  для любых  $\Phi_0$ . Отметим, что, согласно [11], число захваченных электронов может быть меньше, чем следует из [7,8], а следовательно, и соотношение между  $\overline{J}_i$  и  $\overline{J}_e$  может варьироваться.

Полученные здесь результаты полностью подтверждают выводы [2], обобщают их в части токов горячих популяций заряженных частиц и, на наш взгляд, свидетельствуют о существовании нелинейного механизма возбуждения токов в плазме. Суть механизма, который мы с осторожностью назовем солитонным токовым механизмом, заключается в том, что солитоны и, в особенности, каскады солитонов вызывают крупномасштабные перемещения зарядов и возбуждают значительные



**Рис. 3.** Ионные (сплошные линии) и электронные (пунктирные линии) токи, индуцированные каскадом из пяти солитонов, при  $M=1.5, A=A_0+6.7\cdot 10^{-12}$  и межсолитонном расстоянии  $40\lambda_{\rm D}.$  a — зависимость плотности токов от X, b — зависимость постоянных составляющих плотности токов от амплитуды солитонов.

по величине электронные и ионные токи пульсирующего характера с постоянной составляющей. Полный ток в плазме при этом может быть суперпозицией токов пучков и солитонных токов.

Прикладная значимость работы заключается в определении требований к разрешению экспериментального оборудования для регистрации мелкомасштабной структуры токов в плазме. В более широком смысле полученные результаты могут быть использованы для интерпретации экспериментальных данных по исследованию токов в плазме, в том числе при анализе аномального сопротивления плазмы в условиях турбулентности [12]. Обзор недавних публикаций [13,14] свидетельствует о том, что проблема переноса частиц солитонами не ограничивается плазменными приложениями.

Авторы с благодарностью вспоминают Ю.И. Гальперина, который в свое время внес значительный вклад в постановку задачи по анализу солитонных токов в плазме.

## Список литературы

- [1] Tran M.Q. // Phys. Scripta. 1979. V. 20. P. 317-327.
- [2] *Трухачев Ф.М., Томов А.В.* // Космические исследования. 2016. Т. 54. № 5. С. 377–383.
- [3] Pickett J.S., Kahler S.W., Chen L.-J., Huff R.L., Santolík O., Khotyaintsev Y., Décréau P.M.E., Winningham D., Frahm R., Goldstein M.L., Lakhina G.S., Tsurutani B.T., Lavraud B., Gurnett D.A., André M., Fazakerley A., Balogh A., Reme H. // Nonlinear Process. Geophys. 2004. V. 11. P. 183–196.
- [4] *Трухачев Ф.М., Петров О.Ф., Васильев М.М., Герасименко Н.В.* // VI Конгресс физиков Беларуси. Сб. науч. тр. Минск, 2017. С. 281–282.
- [5] Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф. // УФН. 2004. Т. 174. № 5. С. 495–544.
- [6] Подгорный И.М., Сагдеев Р.З. // УФН. 1969. Т. 98. № 4. С. 410–417.
- [7] Гуревич А.В. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 3. С. 953–964.
- [8] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 182 с.
- [9] Johnston C.R., Epstein M. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 906-910.
- [10] *Алешин И.М., Перегудов Д.В.* // Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика, астрономия. 2000. № 1. С. 8–11.

- [11] Bernstein I.B., Green J.M., Kruskal M.D. // Phys. Rev. 1957. V. 108. P. 546–550.
- [12] Скворцова Н.Н., Харчев Н.К., Сарксян К.А. // Письма в ЖЭТФ. 1999. Т. 70. В. 3. С. 203–207.
- [13] *Poletti D., Ostrovskaya E.A., Alexander T.J., Li B., Kivshar Yu.S.* // Physica D. 2009. V. 238. P. 1338–1344.
- [14] Younis M., Ali S. // Appl. Mathem. Comput. 2014. V. 246. P. 460–463.