

## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

- Orientation du plan
- Angle orienté de vecteurs
- Mesure principale d'un angle orienté
- Colinéarité et orthogonalité
- Relation de Chasles

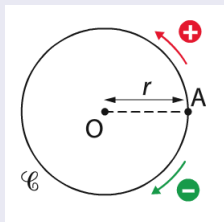
## Produit scalaire

- Repères orthonormés directs
- Trigonométrie
- Définitions du produit scalaire
- Règles de calcul
- Vecteur normal à une droite
- Équations de cercles
- Théorème de Pythagore généralisé
- Formules trigonométriques

# Produit scalaire

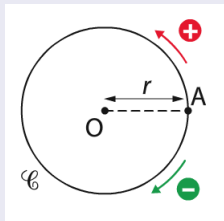
## Proposition 1

*Tout cercle du plan peut être en distinguant sur ce cercle deux sens de parcours. Un sens direct et un sens .*



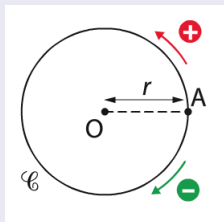
## Proposition 1

*Tout cercle du plan peut être orienté en distinguant sur ce cercle deux sens de parcours. Un sens direct et un sens*



## Proposition 1

*Tout cercle du plan peut être orienté en distinguant sur ce cercle deux sens de parcours. Un sens direct et un sens indirect.*



## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

#### Orientation du plan

#### Angle orienté de vecteurs

#### Mesure principale d'un angle orienté

#### Colinéarité et orthogonalité

#### Relation de Chasles

## Produit scalaire

#### Repères orthonormés directs

#### Trigonométrie

#### Définitions du produit scalaire

#### Règles de calcul

#### Vecteur normal à une droite

#### Équations de cercles

#### Théorème de Pythagore généralisé

#### Formules trigonométriques

On peut orienter tous les cercles du plan de façon cohérente. On dit alors qu'on munit le plan lui-même d'une orientation. Il n'y a que deux orientations du plan possibles. Nous suivrons la convention qui consiste à choisir comme sens positif le sens anti-horaire (comme sur le cercle précédent).

On appelle **cercle trigonométrique** un cercle de rayon 1 et centré à l'origine de rayon

## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

#### Orientation du plan

##### Angle orienté de vecteurs

##### Mesure principale d'un angle orienté

##### Colinéarité et orthogonalité

##### Relation de Chasles

## Produit scalaire

#### Repères orthonormés directs

#### Trigonométrie

#### Définitions du produit scalaire

#### Règles de calcul

#### Vecteur normal à une droite

#### Équations de cercles

#### Théorème de Pythagore généralisé

#### Formules trigonométriques

On peut orienter tous les cercles du plan de façon cohérente. On dit alors qu'on munit le plan lui-même d'une orientation. Il n'y a que deux orientations du plan possibles. Nous suivrons la convention qui consiste à choisir comme sens positif le sens anti-horaire (comme sur le cercle précédent).

On appelle **cercle trigonométrique** un cercle de rayon

.

## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

#### Orientation du plan

##### Angle orienté de vecteurs

##### Mesure principale d'un angle orienté

##### Colinéarité et orthogonalité

##### Relation de Chasles

## Produit scalaire

##### Repères orthonormés directs

##### Trigonométrie

##### Définitions du produit scalaire

##### Règles de calcul

##### Vecteur normal à une droite

##### Équations de cercles

##### Théorème de Pythagore généralisé

##### Formules trigonométriques

On peut orienter tous les cercles du plan de façon cohérente. On dit alors qu'on munit le plan lui-même d'une orientation. Il n'y a que deux orientations du plan possibles. Nous suivrons la convention qui consiste à choisir comme sens positif le sens anti-horaire (comme sur le cercle précédent).

On appelle **cercle trigonométrique** un cercle orienté de rayon

.

## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

#### Orientation du plan

##### Angle orienté de vecteurs

##### Mesure principale d'un angle orienté

##### Colinéarité et orthogonalité

##### Relation de Chasles

## Produit scalaire

##### Repères orthonormés directs

##### Trigonométrie

##### Définitions du produit scalaire

##### Règles de calcul

##### Vecteur normal à une droite

##### Équations de cercles

##### Théorème de Pythagore généralisé

##### Formules trigonométriques

On peut orienter tous les cercles du plan de façon cohérente. On dit alors qu'on munit le plan lui-même d'une orientation. Il n'y a que deux orientations du plan possibles. Nous suivrons la convention qui consiste à choisir comme sens positif le sens anti-horaire (comme sur le cercle précédent).

On appelle **cercle trigonométrique** un cercle orienté de rayon 1.



## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

## Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

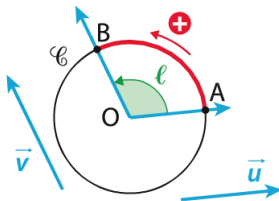
Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs non nuls. Soit  $\mathcal{C}$  un cercle trigonométrique de centre  $O$ ,  $A$  et  $B$  les uniques points sur le cercle trigonométrique tels que  $\vec{OA}$  (resp.  $\vec{OB}$ ) est colinéaire à  $\vec{u}$  (resp.  $\vec{v}$ ).

On note  $l$  la longueur de l'arc  $AB$  parcouru dans le sens direct ( $l \geq 0$ ).



## Définition 2

Au couple  $(\vec{u}, \vec{v})$ , on associe la famille de nombres réels de la forme  $l + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . Chacun de ces nombres est une mesure de l'**angle orienté** de vecteurs  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

L'usage est de noter  $(\vec{u}, \vec{v})$  un angle de vecteurs et de confondre un angle avec l'une de ses mesures. On appelle **radian** l'unité des angles de vecteurs.

## Définition 2

Au couple  $(\vec{u}, \vec{v})$ , on associe la famille de nombres réels de la forme  $l + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . Chacun de ces nombres est une mesure de l'**angle orienté** de vecteurs  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

L'usage est de noter  $(\vec{u}, \vec{v})$  un angle de vecteurs et de confondre un angle avec l'une de ses mesures. On appelle **radian** l' des angles de vecteurs.

## Définition 2

Au couple  $(\vec{u}, \vec{v})$ , on associe la famille de nombres réels de la forme  $l + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . Chacun de ces nombres est une mesure de l'**angle orienté** de vecteurs  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

L'usage est de noter  $(\vec{u}, \vec{v})$  un angle de vecteurs et de confondre un angle avec l'une de ses mesures. On appelle **radian** l'unité de mesure des angles de vecteurs.

## Définition 2

Au couple  $(\vec{u}, \vec{v})$ , on associe la famille de nombres réels de la forme  $l + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . Chacun de ces nombres est une mesure de l'**angle orienté** de vecteurs  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

L'usage est de noter  $(\vec{u}, \vec{v})$  un angle de vecteurs et de confondre un angle avec l'une de ses mesures. On appelle **radian** l'unité de mesure des angles orientés de vecteurs.

## Définition 3

- Parmi les mesures  $x + 2k\pi$  de l'angle orienté  $(\vec{u}, \vec{v})$  de deux vecteurs non nuls, il en existe et dans l'intervalle  $] - \pi; \pi]$ . Cette mesure est appelée la **mesure principale** de  $(\vec{u}, \vec{v})$ .
- On appelle mesure de l'**angle géométrique** défini par  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  la valeur absolue de la mesure principale de  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

## Définition 3

- Parmi les mesures  $x + 2k\pi$  de l'angle orienté  $(\vec{u}, \vec{v})$  de deux vecteurs non nuls, il en existe une et dans l'intervalle  $] - \pi; \pi]$ . Cette mesure est appelée la **mesure principale** de  $(\vec{u}, \vec{v})$ .
- On appelle mesure de l'**angle géométrique** défini par  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  la valeur absolue de la mesure principale de  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

## Définition 3

- Parmi les mesures  $x + 2k\pi$  de l'angle orienté  $(\vec{u}, \vec{v})$  de deux vecteurs non nuls, il en existe une et une seule dans l'intervalle  $] -\pi; \pi]$ . Cette mesure est appelée la **mesure principale** de  $(\vec{u}, \vec{v})$ .
- On appelle mesure de l'**angle géométrique** défini par  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  la valeur absolue de la mesure principale de  $(\vec{u}, \vec{v})$ .



## Définition 3

- Parmi les mesures  $x + 2k\pi$  de l'angle orienté  $(\vec{u}, \vec{v})$  de deux vecteurs non nuls, il en existe une et une seule dans l'intervalle  $] - \pi; \pi]$ . Cette mesure est appelée la **mesure principale** de  $(\vec{u}, \vec{v})$ .
- On appelle mesure de l'**angle géométrique** défini par  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  la valeur absolue de la mesure principale de  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = \left( +\frac{1}{6} \right)\pi = \frac{\pi}{6} + (2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{2}{3})\pi = \frac{2\pi}{3} + 67\pi = -\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + (2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique  
associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian  
sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180		60	30
<i>rad.</i>		$\frac{\pi}{2}$		

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + (2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{2}{3})\pi = \frac{2\pi}{3} + 67\pi = \frac{2\pi}{3} - \pi + \pi = -\frac{\pi}{3} + (2\pi)$ . La mesure principale est donc  $-\frac{\pi}{3}$ . L'angle géométrique associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180		60	30
<i>rad.</i>		$\frac{\pi}{2}$		

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{2}{3})\pi = \frac{2\pi}{3} + 67\pi = -\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + (2\pi)$ . La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180		60	30
<i>rad.</i>		$\frac{\pi}{2}$		

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{2}{3})\pi = \frac{2\pi}{3} + 67\pi = -\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + (2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique  
associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian  
sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180		60	30
<i>rad.</i>		$\frac{\pi}{2}$		

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = -\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + (2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique  
associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian  
sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180		60	30
<i>rad.</i>		$\frac{\pi}{2}$		

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = 68\pi - \pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + (2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique  
associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian  
sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180		60	30
<i>rad.</i>		$\frac{\pi}{2}$		

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = 68\pi - \pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + (2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique  
associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian  
sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180		60	30
<i>rad.</i>		$\frac{\pi}{2}$		



## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = 68\pi - \pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 34(2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique  
associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian  
sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180		60	30
<i>rad.</i>		$\frac{\pi}{2}$		

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = 68\pi - \pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 34(2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180		60	30
<i>rad.</i>		$\frac{\pi}{2}$		

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = 68\pi - \pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 34(2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180		60	30
<i>rad.</i>	$\pi$	$\frac{\pi}{2}$		

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = 68\pi - \pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 34(2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180	90	60	30
<i>rad.</i>	$\pi$	$\frac{\pi}{2}$		

## Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = 68\pi - \pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 34(2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180	90	60	30
<i>rad.</i>	$\pi$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	

## Exemple 4

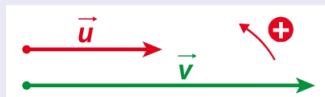
- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$ . La mesure principale est  $\frac{\pi}{6}$ .
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = 68\pi - \pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 34(2\pi)$ .  
La mesure principale est donc  $-\frac{2\pi}{3}$ . L'angle géométrique associé a pour mesure  $|\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$ .
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

<i>deg.</i>	180	90	60	30
<i>rad.</i>	$\pi$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$

## Théorème 5

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs non nuls.

- $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$  si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont  
et de



- $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi$  si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont  
et de



## Théorème 5

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs non nuls.

- $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$  si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires et de



- $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi$  si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont





## Théorème 5

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs non nuls.

- $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$  si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires et de même sens.



- $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi$  si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont et de



## Théorème 5

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs non nuls.

- $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$  si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires et de même sens.



- $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi$  si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires et de



## Théorème 5

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs non nuls.

- $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$  si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires et de même sens.



- $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi$  si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires et de sens contraires.



## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

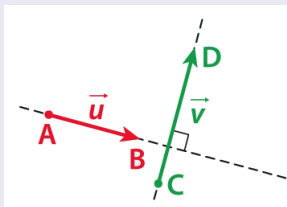
Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

## Définition 6

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **orthogonaux** si  $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2}$  ou  $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{3\pi}{2}$ .



## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

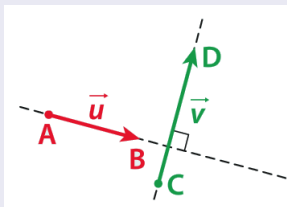
Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

## Définition 6

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **orthogonaux** si  $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2}$  ou  $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{3\pi}{2}$ .



## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

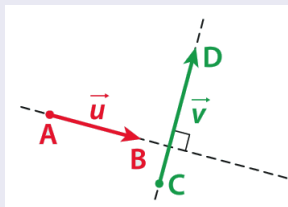
Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

## Définition 6

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **orthogonaux** si  $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2}$  ou  $(\vec{u}, \vec{v}) =$  .



## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

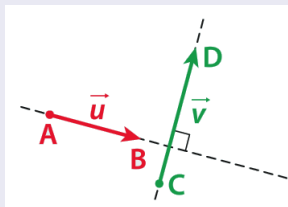
Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

## Définition 6

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **orthogonaux** si  $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2}$  ou  $(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{\pi}{2}$ .



## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

## Théorème 7

*Pour tous vecteurs non nuls  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ , on a*

$$(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = \quad .$$



## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

## Théorème 7

*Pour tous vecteurs non nuls  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ , on a*

$$(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{w}).$$

## Exemple 8

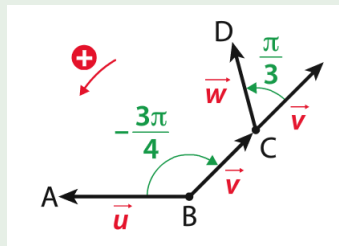
Avec la figure ci-contre :

$$(\vec{BA}, \vec{CD})$$

$$= (\vec{BA}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{CD})$$

d'où

$$(\vec{BA}, \vec{CD}) = \quad + \quad = \frac{5\pi}{12}.$$

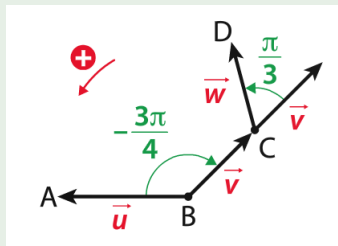


## Exemple 8

Avec la figure ci-contre :

$$(\vec{BA}, \vec{CD}) = (\vec{BA}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{CD})$$

$$\text{d'où } (\vec{BA}, \vec{CD}) = \quad + \quad = \frac{5\pi}{12}.$$



## Exemple 8

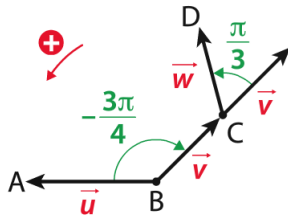
Avec la figure ci-contre :

$$(\vec{BA}, \vec{CD})$$

$$= (\vec{BA}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{CD})$$

d'où

$$(\vec{BA}, \vec{CD}) = \quad + \quad = \frac{5\pi}{12}.$$



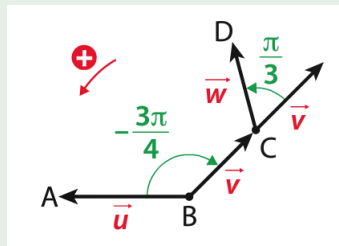
## Exemple 8

Avec la figure ci-contre :

$$(\vec{BA}, \vec{CD}) = (\vec{BA}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{CD})$$

d'où

$$(\vec{BA}, \vec{CD}) = -\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{12}.$$



## Exemple 8

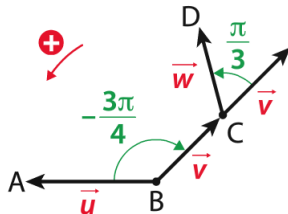
Avec la figure ci-contre :

$$(\vec{BA}, \vec{CD})$$

$$= (\vec{BA}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{CD})$$

d'où

$$(\vec{BA}, \vec{CD}) = -\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{12}.$$



## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

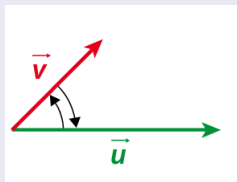
Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

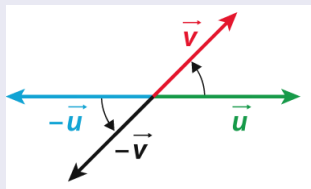
Formules trigonométriques

## Proposition 9

Pour tous vecteurs non nuls  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :



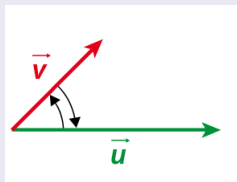
$$(\vec{v}, \vec{u}) =$$



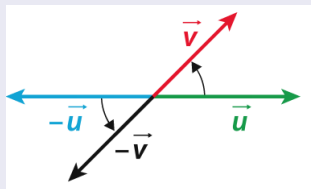
$$(-\vec{u}, -\vec{v}) =$$

## Proposition 9

Pour tous vecteurs non nuls  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :



$$(\vec{v}, \vec{u}) = -(\vec{u}, \vec{v})$$

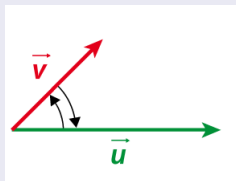


$$(-\vec{u}, -\vec{v}) =$$

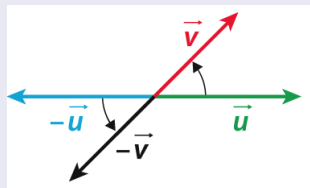


## Proposition 9

Pour tous vecteurs non nuls  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :



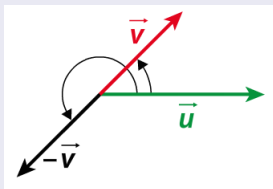
$$(\vec{v}, \vec{u}) = -(\vec{u}, \vec{v})$$



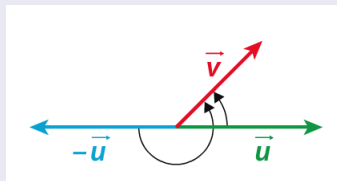
$$(-\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$$

## Proposition 10

Pour tous vecteurs non nuls  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :



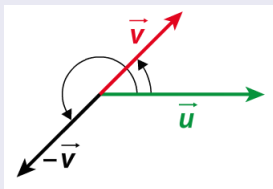
$$(\vec{u}, -\vec{v}) =$$



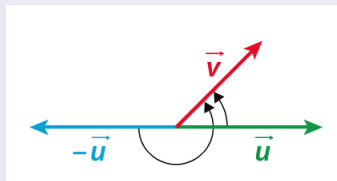
$$(-\vec{u}, \vec{v}) =$$

## Proposition 10

Pour tous vecteurs non nuls  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :



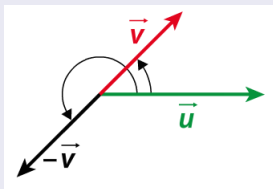
$$(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$$



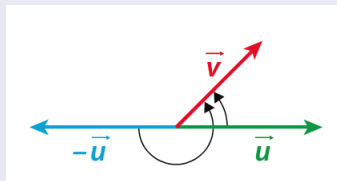
$$(-\vec{u}, \vec{v}) =$$

## Proposition 10

Pour tous vecteurs non nuls  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :



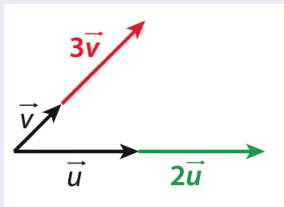
$$(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$$



$$(-\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$$

## Proposition 11

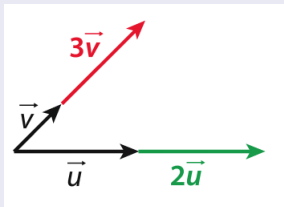
*Pour tous vecteurs non nuls  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  et  $k, l > 0$ ,*



$$(k\vec{u}, l\vec{v}) =$$

## Proposition 11

Pour tous vecteurs non nuls  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  et  $k, l > 0$ ,



$$(k\vec{u}, l\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$$

## Définition 12

Une unité de longueur étant choisie, on appelle **norme** d'un vecteur  $\vec{u} = \vec{AB}$  la longueur  $AB$ . On note  $\|\vec{u}\| = \quad = AB$ .

## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

- Orientation du plan
- Angle orienté de vecteurs
- Mesure principale d'un angle orienté
- Colinéarité et orthogonalité
- Relation de Chasles

## Produit scalaire

- Repères orthonormés directs
- Trigonométrie
- Définitions du produit scalaire
- Règles de calcul
- Vecteur normal à une droite
- Équations de cercles
- Théorème de Pythagore généralisé
- Formules trigonométriques

## Définition 12

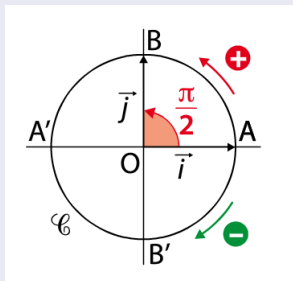
Une unité de longueur étant choisie, on appelle **norme** d'un vecteur  $\vec{u} = \vec{AB}$  la longueur  $AB$ . On note  $\|\vec{u}\| = \|\vec{AB}\| = AB$ .



## Définition 13

Une unité de longueur étant choisie, dans le plan orienté, on dit que le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  est **orthonormé direct** si  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$  et  $(\vec{i}, \vec{j}) = \frac{\pi}{2}$ .

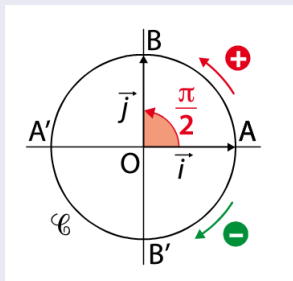
Dans un repère orthonormé, si  $\vec{u}$  a pour coordonnées  $(x; y)$  alors  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .



## Définition 13

Une unité de longueur étant choisie, dans le plan orienté, on dit que le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  est **orthonormé direct** si  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$  et  $(\vec{i}, \vec{j}) = \frac{\pi}{2}$ .

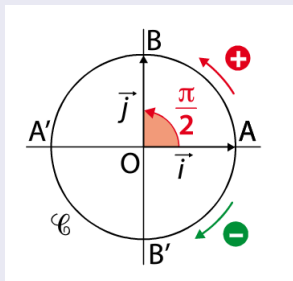
Dans un repère orthonormé, si  $\vec{u}$  a pour coordonnées  $(x; y)$  alors  $\|\vec{u}\| =$  .



## Définition 13

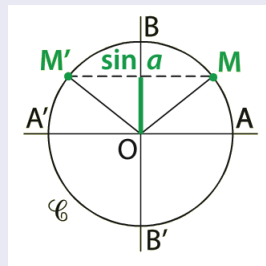
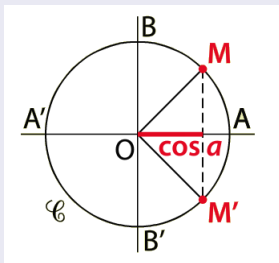
Une unité de longueur étant choisie, dans le plan orienté, on dit que le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  est **orthonormé direct** si  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$  et  $(\vec{i}, \vec{j}) = \frac{\pi}{2}$ .

Dans un repère orthonormé, si  $\vec{u}$  a pour coordonnées  $(x; y)$  alors  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .



## Définition 14

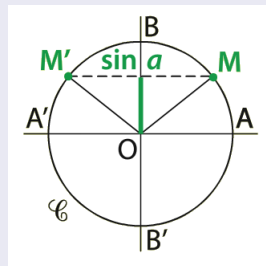
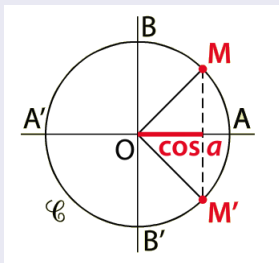
Soient  $a$  un angle orienté de vecteurs et  $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$  un repère orthonormé direct. Le **cosinus** et le **sinus** de  $a$  sont les coordonnées du point  $M$  sur un cercle de centre  $O$  tel que  $(\quad, \quad) = a$ .



$$\cos^2(a) + \sin^2(a) =$$

## Définition 14

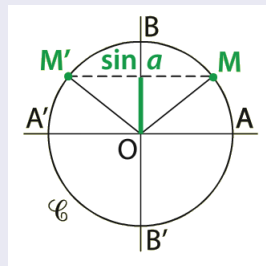
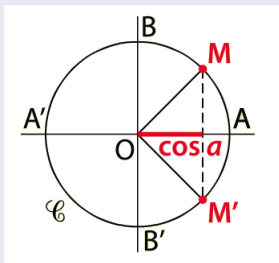
Soient  $a$  un angle orienté de vecteurs et  $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$  un repère orthonormé direct. Le **cosinus** et le **sinus** de  $a$  sont les coordonnées du point  $M$  sur un cercle trigonométrique de centre  $O$  tel que  $(\quad, \quad) = a$ .



$$\cos^2(a) + \sin^2(a) =$$

## Définition 14

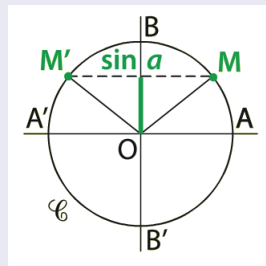
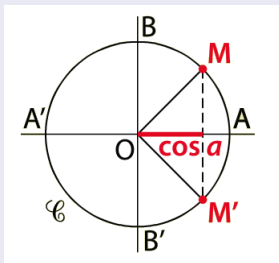
Soient  $a$  un angle orienté de vecteurs et  $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$  un repère orthonormé direct. Le **cosinus** et le **sinus** de  $a$  sont les coordonnées du point  $M$  sur un cercle trigonométrique de centre  $O$  tel que  $(\vec{OA}, \quad) = a$ .



$$\cos^2(a) + \sin^2(a) =$$

## Définition 14

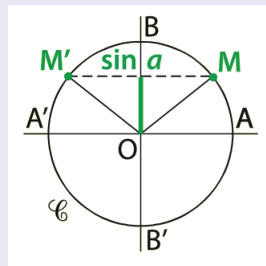
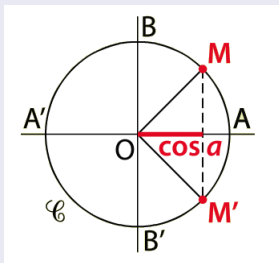
Soient  $a$  un angle orienté de vecteurs et  $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$  un repère orthonormé direct. Le **cosinus** et le **sinus** de  $a$  sont les coordonnées du point  $M$  sur un cercle trigonométrique de centre  $O$  tel que  $(\vec{OA}, \vec{OM}) = a$ .



$$\cos^2(a) + \sin^2(a) =$$

## Définition 14

Soient  $a$  un angle orienté de vecteurs et  $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$  un repère orthonormé direct. Le **cosinus** et le **sinus** de  $a$  sont les coordonnées du point  $M$  sur un cercle trigonométrique de centre  $O$  tel que  $(\vec{OA}, \vec{OM}) = a$ .



$$\cos^2(a) + \sin^2(a) = 1$$



## Définition 15

Le **produit scalaire** de deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est un  
. On le note  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  et on lit  $\vec{u}$  «scalaire»  $\vec{v}$ . Les définitions  
suivantes sont équivalentes :

1  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2).$

2  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$  si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls.

3  $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$  si  $\vec{u}(x; y)$  et  $\vec{v}(x'; y')$  dans un repère

## Définition 15

Le **produit scalaire** de deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est un nombre réel. On le note  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  et on lit  $\vec{u}$  «scalaire»  $\vec{v}$ . Les définitions suivantes sont équivalentes :

$$1 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2).$$

$$2 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) \text{ si } \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont non nuls.}$$

$$3 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' \text{ si } \vec{u}(x; y) \text{ et } \vec{v}(x'; y') \text{ dans un repère}$$

## Définition 15

Le **produit scalaire** de deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est un nombre réel. On le note  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  et on lit  $\vec{u}$  «scalaire»  $\vec{v}$ . Les définitions suivantes sont équivalentes :

- 1  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2).$
- 2  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$  si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls.
- 3  $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$  si  $\vec{u}(x; y)$  et  $\vec{v}(x'; y')$  dans un repère orthonormé.

## Proposition 16

*Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :*

1  $\vec{u} \cdot \vec{v} =$

2  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) =$

3  $(a\vec{u}) \cdot (b\vec{v}) =$

## Proposition 16

*Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :*

$$1 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

$$2 \quad \vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) =$$

$$3 \quad (a\vec{u}) \cdot (b\vec{v}) =$$

## Proposition 16

*Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :*

1  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$  Commutativité

2  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) =$

3  $(a\vec{u}) \cdot (b\vec{v}) =$

## Proposition 16

*Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :*

**1**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$  *Commutativité*

**2**  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$

**3**  $(a\vec{u}) \cdot (b\vec{v}) =$

## Proposition 16

*Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :*

**1**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$  *Commutativité*

**2**  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$  *Distributivité*

**3**  $(a\vec{u}) \cdot (b\vec{v}) =$



## Proposition 16

*Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :*

**1**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$  *Commutativité*

**2**  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$  *Distributivité*

**3**  $(a\vec{u}) \cdot (b\vec{v}) = (ab)\vec{u} \cdot \vec{v}$

## Proposition 16

*Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :*

**1**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$  *Commutativité*

**2**  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$  *Distributivité*

**3**  $(a\vec{u}) \cdot (b\vec{v}) = (ab)\vec{u} \cdot \vec{v}$  *Associativité*

## Exemple 17

$$(-\vec{u}).\vec{v} = -\vec{u}.\vec{v}$$

$$(\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + \vec{v}^2 + 2\vec{u}.\vec{v}$$

$$(\vec{u} - \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + \vec{v}^2 - 2\vec{u}.\vec{v}$$

$$(\vec{u} + \vec{v})(\vec{u} - \vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{v}^2$$

$$\vec{AB}.\vec{CD} = -\vec{BA}.\vec{CD} = -\vec{AB}.\vec{DC}$$

$$(\vec{AB} + \vec{CD})^2 = AB^2 + CD^2 + 2\vec{AB}.\vec{CD}$$

$$(\vec{AB} - \vec{CD})^2 = AB^2 + CD^2 - 2\vec{AB}.\vec{CD}$$

$$(\vec{AB} + \vec{CD})(\vec{AB} - \vec{CD}) = AB^2 - CD^2$$

## Théorème 18

*Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  non nuls sont orthogonaux si et seulement si  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ . De même, deux droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont perpendiculaires si et seulement si  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$ .*

## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

## Théorème 18

*Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  non nuls sont orthogonaux si et seulement si  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ . De même, deux droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont perpendiculaires si et seulement si*

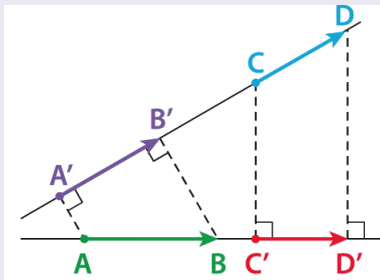
## Théorème 18

*Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  non nuls sont orthogonaux si et seulement si  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ . De même, deux droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont perpendiculaires si et seulement si  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$ .*

## Proposition 19

Soient  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$  deux vecteurs non nuls et  $C'$ , (resp.  $D'$ ) le projeté orthogonal de  $C$  (resp.  $D$ ) sur la droite  $(AB)$ . On a

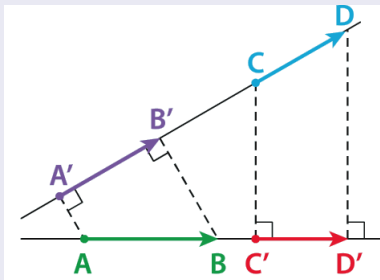
$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot \vec{C'D'}.$$



## Proposition 19

Soient  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$  deux vecteurs non nuls et  $C'$ , (resp.  $D'$ ) le projeté orthogonal de  $C$  (resp.  $D$ ) sur la droite  $(AB)$ . On a

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot \vec{C'D'}$$





## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

- Orientation du plan
- Angle orienté de vecteurs
- Mesure principale d'un angle orienté
- Colinéarité et orthogonalité
- Relation de Chasles

## Produit scalaire

- Repères orthonormés directs
- Trigonométrie
- Définitions du produit scalaire
- Règles de calcul
- Vecteur normal à une droite**
- Équations de cercles
- Théorème de Pythagore généralisé
- Formules trigonométriques

### Définition 20

Un vecteur non nul  $\vec{n}$  est **normal** à une droite  $d$  si il est à tout vecteur directeur de  $d$ .

## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

## Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

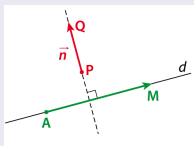
Formules trigonométriques

## Définition 20

Un vecteur non nul  $\vec{n}$  est **normal** à une droite  $d$  si il est orthogonal à tout vecteur directeur de  $d$ .

## Proposition 21

*Un point  $M$  appartient à la droite  $d$  passant par  $A$  et perpendiculaire à la droite  $(PQ)$  si et seulement si*

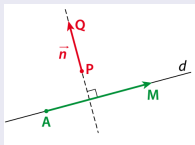


*Si  $d$  et  $d'$  sont deux droites de vecteurs directeurs respectifs  $\vec{u}$  et  $\vec{u}'$  et de vecteurs normaux respectifs  $\vec{n}$  et  $\vec{n}'$  alors*

$$d \perp d' \Leftrightarrow \quad \Leftrightarrow \quad = 0$$

## Proposition 21

*Un point  $M$  appartient à la droite  $d$  passant par  $A$  et perpendiculaire à la droite  $(PQ)$  si et seulement si  $\vec{AM} \cdot \vec{PQ} = 0$*

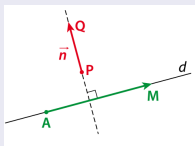


*Si  $d$  et  $d'$  sont deux droites de vecteurs directeurs respectifs  $\vec{u}$  et  $\vec{u}'$  et de vecteurs normaux respectifs  $\vec{n}$  et  $\vec{n}'$  alors*

$$d \perp d' \Leftrightarrow \quad \Leftrightarrow \quad = 0$$

## Proposition 21

*Un point  $M$  appartient à la droite  $d$  passant par  $A$  et perpendiculaire à la droite  $(PQ)$  si et seulement si  $\vec{AM} \cdot \vec{PQ} = 0$*

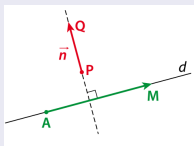


*Si  $d$  et  $d'$  sont deux droites de vecteurs directeurs respectifs  $\vec{u}$  et  $\vec{u}'$  et de vecteurs normaux respectifs  $\vec{n}$  et  $\vec{n}'$  alors*

$$d \perp d' \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{u}' = 0 \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$$

## Proposition 21

*Un point  $M$  appartient à la droite  $d$  passant par  $A$  et perpendiculaire à la droite  $(PQ)$  si et seulement si  $\vec{AM} \cdot \vec{PQ} = 0$*



*Si  $d$  et  $d'$  sont deux droites de vecteurs directeurs respectifs  $\vec{u}$  et  $\vec{u}'$  et de vecteurs normaux respectifs  $\vec{n}$  et  $\vec{n}'$  alors*

$$d \perp d' \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{u}' = 0 \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$$

## Théorème 22

*Dans un repère orthonormé :*

- 1** *Si une droite  $d$  possède une équation de la forme  $ax + by + c = 0$  avec  $a \neq 0$  ou  $b \neq 0$  alors  $\vec{n}(a, b)$  est un vecteur de  $d$ .*
- 2** *Si un vecteur  $\vec{n}(a; b) \neq \vec{0}$  est normal à une droite  $d$  alors  $d$  possède une équation de la forme .*

## Théorème 22

*Dans un repère orthonormé :*

- 1** *Si une droite  $d$  possède une équation de la forme  $ax + by + c = 0$  avec  $a \neq 0$  ou  $b \neq 0$  alors  $\vec{n}(a, b)$  est un vecteur normal de  $d$ .*
- 2** *Si un vecteur  $\vec{n}(a; b) \neq \vec{0}$  est normal à une droite  $d$  alors  $d$  possède une équation de la forme* .



## Théorème 22

*Dans un repère orthonormé :*

- 1 Si une droite  $d$  possède une équation de la forme  $ax + by + c = 0$  avec  $a \neq 0$  ou  $b \neq 0$  alors  $\vec{n}(a, b)$  est un vecteur normal de  $d$ .*
- 2 Si un vecteur  $\vec{n}(a; b) \neq \vec{0}$  est normal à une droite  $d$  alors  $d$  possède une équation de la forme  $ax + by + c = 0$ .*

## Exemple 23

Soient  $A(1; 2)$ ,  $B(2; 5)$  et  $C(4; 2)$  dans un repère orthonormé.

Trouver une équation cartésienne pour la droite  $d$  perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $C$ .

$\vec{AB}$  est un vecteur à  $d$ .  $d$  possède une équation de la forme  $d$  :

$$C \in d \Leftrightarrow \quad \Leftrightarrow c = -10. \text{ En définitive, } d : x + 3y - 10 = 0.$$

## Exemple 23

Soient  $A(1; 2)$ ,  $B(2; 5)$  et  $C(4; 2)$  dans un repère orthonormé.

Trouver une équation cartésienne pour la droite  $d$  perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $C$ .

$\vec{AB}(1; 3)$  est un vecteur à  $d$ .  $d$  possède une équation de la forme  $d$  :

$C \in d \Leftrightarrow \Leftrightarrow c = -10$ . En définitive,  
 $d : x + 3y - 10 = 0$ .

## Exemple 23

Soient  $A(1; 2)$ ,  $B(2; 5)$  et  $C(4; 2)$  dans un repère orthonormé.

Trouver une équation cartésienne pour la droite  $d$  perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $C$ .

$\vec{AB}(1; 3)$  est un vecteur normal à  $d$ .  $d$  possède une équation de la forme  $d$  :

$$C \in d \Leftrightarrow \quad \Leftrightarrow c = -10. \text{ En définitive, } d : x + 3y - 10 = 0.$$

## Exemple 23

Soient  $A(1; 2)$ ,  $B(2; 5)$  et  $C(4; 2)$  dans un repère orthonormé.

Trouver une équation cartésienne pour la droite  $d$  perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $C$ .

$\vec{AB}(1; 3)$  est un vecteur normal à  $d$ .  $d$  possède une équation de la forme  $d : x + 3y + c = 0$ .

$C \in d \Leftrightarrow \Leftrightarrow c = -10$ . En définitive,  
 $d : x + 3y - 10 = 0$ .

## Exemple 23

Soient  $A(1; 2)$ ,  $B(2; 5)$  et  $C(4; 2)$  dans un repère orthonormé.

Trouver une équation cartésienne pour la droite  $d$  perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $C$ .

$\vec{AB}(1; 3)$  est un vecteur normal à  $d$ .  $d$  possède une équation de la forme  $d : x + 3y + c = 0$ .

$C(4; 2) \in d \Leftrightarrow \Leftrightarrow c = -10$ . En définitive,  
 $d : x + 3y - 10 = 0$ .

## Exemple 23

Soient  $A(1; 2)$ ,  $B(2; 5)$  et  $C(4; 2)$  dans un repère orthonormé.

Trouver une équation cartésienne pour la droite  $d$  perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $C$ .

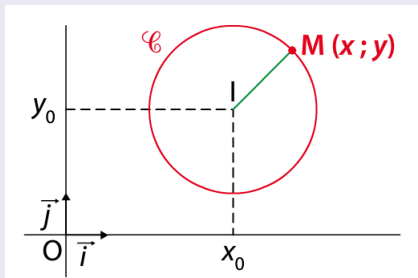
$\vec{AB}(1; 3)$  est un vecteur normal à  $d$ .  $d$  possède une équation de la forme  $d : x + 3y + c = 0$ .

$C(4; 2) \in d \Leftrightarrow 4 + 3 \times 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -10$ . En définitive,  $d : x + 3y - 10 = 0$ .

## Théorème 24

*Dans un repère orthonormé, le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $I(x_0; y_0)$  et de rayon  $r$  a pour équation*

$$\mathcal{C} : (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$





## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

## Démonstration 25

$$M(x; y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow \Leftrightarrow$$

## Exemple 26

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 12$  est l'équation d'un cercle de centre  $I$  et de rayon  $r =$  .

## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

- Orientation du plan
- Angle orienté de vecteurs
- Mesure principale d'un angle orienté
- Colinéarité et orthogonalité
- Relation de Chasles

### Produit scalaire

- Repères orthonormés directs
- Trigonométrie
- Définitions du produit scalaire
- Règles de calcul
- Vecteur normal à une droite
- Équations de cercles
- Théorème de Pythagore généralisé
- Formules trigonométriques

## Démonstration 25

$$M(x; y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow IM^2 = r^2 \Leftrightarrow$$

## Exemple 26

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 12$  est l'équation d'un cercle de centre  $I$  et de rayon  $r =$  .

## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

## Démonstration 25

$$M(x; y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow IM^2 = r^2 \Leftrightarrow (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

## Exemple 26

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 12$  est l'équation d'un cercle de centre  $I$  et de rayon  $r =$  .

## Démonstration 25

$$M(x; y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow IM^2 = r^2 \Leftrightarrow (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

## Exemple 26

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 12$  est l'équation d'un cercle de centre  $I(-1; 2)$  et de rayon  $r =$  .

## Produit scalaire

### Angle orienté de vecteurs

Orientation du plan

Angle orienté de vecteurs

Mesure principale d'un angle orienté

Colinéarité et orthogonalité

Relation de Chasles

### Produit scalaire

Repères orthonormés directs

Trigonométrie

Définitions du produit scalaire

Règles de calcul

Vecteur normal à une droite

Équations de cercles

Théorème de Pythagore généralisé

Formules trigonométriques

## Démonstration 25

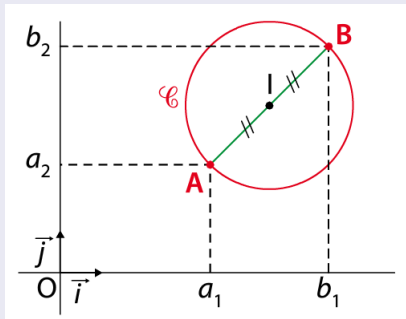
$$M(x; y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow IM^2 = r^2 \Leftrightarrow (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

## Exemple 26

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 12$  est l'équation d'un cercle de centre  $I(-1; 2)$  et de rayon  $r = 2\sqrt{3}$ .

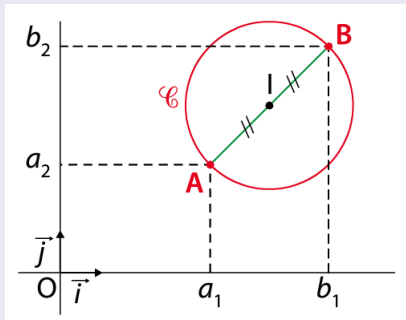
## Théorème 27

*M appartient au cercle de diamètre  $[AB]$  si et seulement si*



## Théorème 27

*M appartient au cercle de diamètre  $[AB]$  si et seulement si  $\vec{AM} \cdot \vec{BM} = 0$ .*



## Démonstration 28

*Dans un repère orthonormé,  $M(x; y)$ ,  $A(a_1; a_2)$  et  $B(b_1; b_2)$ .*

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0 \Leftrightarrow (x - a_1)(x - b_1) + (y - a_2)(y - b_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow [x^2 - (a_1 + b_1)x] + [y^2 - (a_2 + b_2)y] = -a_1b_1 - a_2b_2$$

$$\Leftrightarrow \left[ \left( x - \frac{a_1+b_1}{2} \right)^2 - \left( \frac{a_1+b_1}{2} \right)^2 \right] + \left[ \left( y - \frac{a_2+b_2}{2} \right)^2 - \left( \frac{a_2+b_2}{2} \right)^2 \right] = -a_1b_1 - a_2b_2$$

$$\Leftrightarrow (x - x_I)^2 + (y - y_I)^2 = \frac{1}{4}[(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2 - 4a_1b_1 - 4a_2b_2] = \left( \frac{1}{2}[(b_1 - a_1)]^2 + \frac{1}{2}[(b_2 - a_2)]^2 \right) = \left( \frac{AB}{2} \right)^2$$



## Théorème 29

*Soit  $ABC$  un triangle quelconque.*

$$BC^2 =$$

## Démonstration 30

$$BC^2 = \quad = \quad =$$

## Théorème 29

*Soit  $ABC$  un triangle quelconque.*

$$BC^2 =$$

## Démonstration 30

$$BC^2 = \vec{BC}^2 = \quad =$$

## Théorème 29

*Soit  $ABC$  un triangle quelconque.*

$$BC^2 =$$

## Démonstration 30

$$BC^2 = \vec{BC}^2 = (\vec{AC} - \vec{AB})^2 =$$

## Théorème 29

*Soit  $ABC$  un triangle quelconque.*

$$BC^2 =$$

## Démonstration 30

$$BC^2 = \vec{BC}^2 = (\vec{AC} - \vec{AB})^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times \vec{AB} \cdot \vec{AC}$$

## Théorème 29

*Soit  $ABC$  un triangle quelconque.*

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(\vec{AB}; \vec{AC})$$

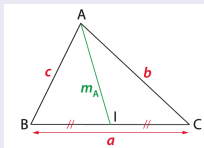
## Démonstration 30

$$BC^2 = \vec{BC}^2 = (\vec{AC} - \vec{AB})^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times \vec{AB} \cdot \vec{AC}$$

## Théorème 31

Soit  $ABC$  un triangle quelconque et  $I$  le milieu de  $[BC]$ .  

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$$



## Démonstration 32

$$AB^2 + AC^2 = ( \quad )^2 + ( \quad )^2$$

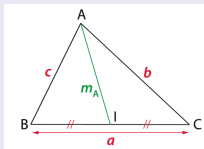
$$= \quad + \quad + 2( \quad ) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}.$$

En effet,  $\vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC} = \vec{AI} \cdot ( \quad ) = \vec{AI} \cdot \vec{0} = 0.$

## Théorème 31

Soit  $ABC$  un triangle quelconque et  $I$  le milieu de  $[BC]$ .

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$$



## Démonstration 32

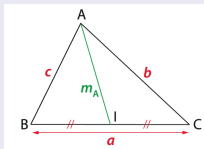
$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2 \\ &= \vec{AI} \cdot \vec{AI} + \vec{IB} \cdot \vec{IB} + 2(\vec{AI} \cdot \vec{IB}) + \vec{AI} \cdot \vec{AI} + \vec{IC} \cdot \vec{IC} + 2(\vec{AI} \cdot \vec{IC}) \\ &= 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}. \end{aligned}$$

En effet,  $\vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC} = \vec{AI} \cdot (\vec{IB} + \vec{IC}) = \vec{AI} \cdot \vec{0} = 0$ .

## Théorème 31

Soit  $ABC$  un triangle quelconque et  $I$  le milieu de  $[BC]$ .

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$$



## Démonstration 32

$$AB^2 + AC^2 = (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2$$

$$= \quad + \quad + 2(\quad) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}.$$

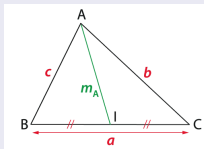
En effet,  $\vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC} = \vec{AI} \cdot (\quad) = \vec{AI} \cdot \vec{0} = 0.$



## Théorème 31

Soit  $ABC$  un triangle quelconque et  $I$  le milieu de  $[BC]$ .  

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$$



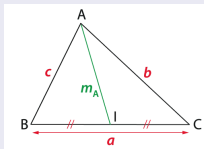
## Démonstration 32

$$\begin{aligned}
 AB^2 + AC^2 &= (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2 \\
 &= 2AI^2 + \quad + 2(\quad) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}. \\
 \text{En effet, } \vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC} &= \vec{AI} \cdot (\quad) = \vec{AI} \cdot \vec{0} = 0.
 \end{aligned}$$

## Théorème 31

Soit  $ABC$  un triangle quelconque et  $I$  le milieu de  $[BC]$ .  

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$$



## Démonstration 32

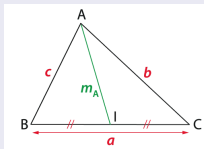
$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2 \\ &= 2AI^2 + 2IB^2 + 2(\quad) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}. \end{aligned}$$

En effet,  $\vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC} = \vec{AI} \cdot (\quad) = \vec{AI} \cdot \vec{0} = 0$ .

## Théorème 31

Soit  $ABC$  un triangle quelconque et  $I$  le milieu de  $[BC]$ .

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$$



## Démonstration 32

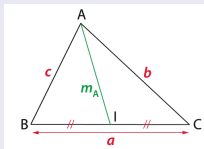
$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2 \\ &= 2AI^2 + 2IB^2 + 2(\vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC}) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}. \end{aligned}$$

En effet,  $\vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC} = \vec{AI} \cdot ( \quad ) = \vec{AI} \cdot \vec{0} = 0$ .

## Théorème 31

Soit  $ABC$  un triangle quelconque et  $I$  le milieu de  $[BC]$ .

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$$



## Démonstration 32

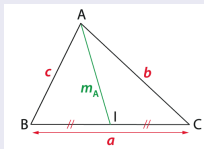
$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2 \\ &= 2AI^2 + 2IB^2 + 2(\vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC}) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}. \end{aligned}$$

En effet,  $\vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC} = \vec{AI} \cdot (\vec{IB} + \vec{IC}) = \vec{AI} \cdot \vec{0} = 0$ .

## Théorème 31

Soit  $ABC$  un triangle quelconque et  $I$  le milieu de  $[BC]$ .

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$$



## Démonstration 32

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2 \\ &= 2AI^2 + 2IB^2 + 2(\vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC}) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}. \end{aligned}$$

En effet,  $\vec{AI} \cdot \vec{IB} + \vec{AI} \cdot \vec{IC} = \vec{AI} \cdot (\vec{IB} + \vec{IC}) = \vec{AI} \cdot \vec{0} = 0$ .

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a) \quad + \cos(a)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a) \quad - \sin(a)$$

$$\sin(a - b) =$$

$$\cos(a - b) =$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \quad = \quad =$$

$$\sin(2a) =$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) =$$

$$\sin^2(a) =$$

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a) \quad \quad \quad - \sin(a)$$

$$\sin(a - b) =$$

$$\cos(a - b) =$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \quad \quad \quad = \quad \quad \quad =$$

$$\sin(2a) =$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) =$$

$$\sin^2(a) =$$

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$$

$$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$$

$$\sin^2(a) = \frac{1 - \cos(2a)}{2}$$



## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)$$

$$\sin(a - b) =$$

$$\cos(a - b) =$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \qquad = \qquad =$$

$$\sin(2a) =$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) =$$

$$\sin^2(a) =$$

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) =$$

$$\cos(a - b) =$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \qquad = \qquad =$$

$$\sin(2a) =$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) =$$

$$\sin^2(a) =$$

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) =$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \qquad = \qquad =$$

$$\sin(2a) =$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) =$$

$$\sin^2(a) =$$

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad \qquad =$$

$$\sin(2a) =$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) =$$

$$\sin^2(a) =$$

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = \quad =$$

$$\sin(2a) =$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) =$$

$$\sin^2(a) =$$

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 =$$
$$\sin(2a) =$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) =$$

$$\sin^2(a) =$$

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$$

$$\sin(2a) =$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) =$$

$$\sin^2(a) =$$

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$$

$$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) =$$

$$\sin^2(a) =$$



## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$$

$$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$$

$$\sin^2(a) =$$

## Théorème 33

*Formules d'addition :*

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

*Formules de duplication :*

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$$

$$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$$

*Formules de linéarisation :*

$$\cos^2(a) = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$$

$$\sin^2(a) = \frac{1 - \cos(2a)}{2}$$