Suites numériques.

Définition 1

Une **suite** numérique est une fonction définie sur l'ensemble des entiers naturels (sauf eventuellement quelques premiers entiers) à valeurs dans l'ensemble des réels.

Exemple 2

1. Soit $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u. On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 =$, $u_1 =$, $u_2 =$ ...
2. Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n =$.
3. Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n =$.

Exemple 2

1. Soit $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u. On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 = 1$, $u_1 =$, $u_2 =$ ...
2. Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n =$.
3. Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n =$.

Exemple 2

1. Soit $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u. On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 = 1$, $u_1 = \; -1$, $u_2 = \quad \ldots$
2. Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n = \quad$.
3. Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n = \quad$.

Exemple 2

1. Soit $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u. On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 = 1$, $u_1 = -1$, $u_2 = 1$...
2. Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n =$.
3. Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n =$.

Exemple 2

1. Soit $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u. On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 = 1$, $u_1 = -1$, $u_2 = 1$...
2. Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n = 1$.
3. Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n =$.

Exemple 2

1. Soit $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u. On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 = 1$, $u_1 = -1$, $u_2 = 1$...
2. Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n = 1$.
3. Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n = 7$.

Définition 3

Une suite numérique peut être définie par la donnée d'une formule **explicite** qui permet de calculer directement chaque terme u_n à l'aide de n.

Exemple 4

- Les suites de l'exemple 2 : $u_n = (-1)^n$, $v_n = \frac{1}{n}, w_n = \sqrt{n-7}$.
- Pour toute fonction $f : [a, +\infty[$, on peut définir la suite $(u_n)_{n \geq a}$ par $u_n = f(\quad)$.

Exemple 4

- Les suites de l'exemple 2 : $u_n = (-1)^n$, $v_n = \frac{1}{n}, w_n = \sqrt{n-7}$.
- Pour toute fonction $f : [a, +\infty[$, on peut définir la suite $(u_n)_{n \geq a}$ par $u_n = f(n)$.

Théorème 5

Une suite numérique peut être définie par la donnée d'un premier terme et d'une relation, dite de ***récurrence***, *qui permet de calculer un terme à partir du précédent.*

Exemple 6

1. Soit (u_n) la suite définie par récurrence par : $u_0 = 3$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
   $u_1 = 2 \quad - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$,
   $u_2 = 2 \quad - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9$. On ne peut pas calculer directement u_n à partir de n. Par exemple, pour calculer u_{100}, il faut calculer tous les termes qui précèdent.
2. Pour toute fonction $g : I \subset \mathbb{R} \to I \subset \mathbb{R}$ et $x \in I$, on peut définir la suite (u_n) par $u_0 = x$ et $u_{n+1} = \quad (u_n)$.

Exemple 6

1. Soit (u_n) la suite définie par récurrence par : $u_0 = 3$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
   $u_1 = 2u_0 - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$,
   $u_2 = 2 \quad - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9$. On ne peut pas calculer directement u_n à partir de n. Par exemple, pour calculer u_{100}, il faut calculer tous les termes qui précèdent.
2. Pour toute fonction $g : I \subset \mathbb{R} \rightarrow I \subset \mathbb{R}$ et $x \in I$, on peut définir la suite (u_n) par $u_0 = x$ et $u_{n+1} = \quad (u_n)$.

Exemple 6

1. Soit (u_n) la suite définie par récurrence par : $u_0 = 3$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
   $u_1 = 2u_0 - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$,
   $u_2 = 2u_1 - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9$. On ne peut pas calculer directement u_n à partir de n. Par exemple, pour calculer u_{100}, il faut calculer tous les termes qui précèdent.
2. Pour toute fonction $g : I \subset \mathbb{R} \to I \subset \mathbb{R}$ et $x \in I$, on peut définir la suite (u_n) par $u_0 = x$ et $u_{n+1} = \quad (u_n)$.

Exemple 6

1. Soit (u_n) la suite définie par récurrence par : $u_0 = 3$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
   $u_1 = 2u_0 - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$,
   $u_2 = 2u_1 - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9$. On ne peut pas calculer directement u_n à partir de n. Par exemple, pour calculer u_{100}, il faut calculer tous les termes qui précèdent.
2. Pour toute fonction $g : I \subset \mathbb{R} \to I \subset \mathbb{R}$ et $x \in I$, on peut définir la suite (u_n) par $u_0 = x$ et $u_{n+1} = g(u_n)$.

Définition 7

Une suite est **arithmétique** lorsque l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre appelé la **raison**. Autrement dit, une suite $(u_n)_{n \geq p}$ est arithmétique de raison r si et seulement si pour tout entier $n \geq p$, $u_{n+1} = u_n \quad$.

Définition 7

Une suite est **arithmétique** lorsque l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre appelé la **raison**. Autrement dit, une suite $(u_n)_{n \geq p}$ est arithmétique de raison r si et seulement si pour tout entier $n \geq p$, $u_{n+1} = u_n + r$.

Exemple 8

1. La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison .
2. La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est de raison .
3. La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison .
4. La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison .
5. Considérons la suite definie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n.
   $u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = \quad + 7.$
   u_n est arithmétique de raison .

Exemple 8

1. La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \ldots$ est arithmétique de raison 1.
2. La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \ldots$ est de raison .
3. La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \ldots$ est arithmétique de raison .
4. La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \ldots$ est arithmétique de raison .
5. Considérons la suite definie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n.
   $u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = \quad + 7$.
   u_n est arithmétique de raison .

Exemple 8

1. La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1.
2. La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison .
3. La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison .
4. La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison .
5. Considérons la suite definie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n.
   $u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = \quad + 7$.
   u_n est arithmétique de raison .

Exemple 8

1. La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \ldots$ est arithmétique de raison 1.
2. La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \ldots$ est arithmétique de raison 2.
3. La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \ldots$ est arithmétique de raison .
4. La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \ldots$ est arithmétique de raison .
5. Considérons la suite definie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n.
   $u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = \quad + 7$.
   u_n est arithmétique de raison .

Exemple 8

1. La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \ldots$ est arithmétique de raison 1.
2. La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \ldots$ est arithmétique de raison 2.
3. La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \ldots$ est arithmétique de raison 2.
4. La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \ldots$ est arithmétique de raison   .
5. Considérons la suite definie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n.
   $u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = \quad + 7.$
   u_n est arithmétique de raison   .

Exemple 8

1. La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1.
2. La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison 2.
3. La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison 2.
4. La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison 5.
5. Considérons la suite definie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n.
   $u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = \quad + 7.$
   u_n est arithmétique de raison .

Exemple 8

1. La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1.
2. La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison 2.
3. La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison 2.
4. La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison 5.
5. Considérons la suite definie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n.
   $u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = u_n + 7.$
   u_n est arithmétique de raison .

Exemple 8

1. La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison .
2. La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison 2.
3. La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison 2.
4. La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison 5.
5. Considérons la suite definie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n.
   $u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = u_n + 7$.
   u_n est arithmétique de raison 7.

Théorème 9 (Forme explicite d'une suite arithmétique)

Soit $(u_n)_{n\geq p}$ une suite arithmétique, pour tout couple d'entiers (n, p),

$$u_n = u_p + (\qquad)r$$

Théorème 9 (Forme explicite d'une suite arithmétique)

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ une suite arithmétique, pour tout couple d'entiers (n, p),

$$u_n = u_p + (n - p)r$$

Définition 10

Une suite est **géométrique** lorsque l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre (non nul) appelé la **raison**.
Autrement dit, une suite $(u_n)_{n \geq p}$ est géométrique de raison q si et seulement si pour tout entier $n \geq p$, $u_{n+1} = u_n \quad$.

Définition 10

Une suite est **géométrique** lorsque l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre (non nul) appelé la **raison**.
Autrement dit, une suite $(u_n)_{n \geq p}$ est géométrique de raison q si et seulement si pour tout entier $n \geq p$, $u_{n+1} = u_n \times q$.

Exemple 11

1. La suite des puissances de 2, $1, 2, 4, 8, 16, \ldots$ est de raison 2.
2. La suite des puissances de -1, $u_n = (-1)^n$: $1, -1, 1, -1, 1, \ldots$ est géométrique de raison .
3. la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = -5 \times 7^n$. $v_{n+1} = -5(7)^{n+1} = -5(7)^n \times 7 =$ $\times 7$ et v_n est .

Exemple 11

1. La suite des puissances de 2, $1, 2, 4, 8, 16, \ldots$ est géométrique de raison 2.
2. La suite des puissances de -1, $u_n = (-1)^n$: $1, -1, 1, -1, 1, \ldots$ est géométrique de raison .
3. la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = -5 \times 7^n$. $v_{n+1} = -5(7)^{n+1} = -5(7)^n \times 7 = \quad \times 7$ et v_n est .

Exemple 11

1. La suite des puissances de 2, $1, 2, 4, 8, 16, \ldots$ est géométrique de raison 2.
2. La suite des puissances de -1, $u_n = (-1)^n$: $1, -1, 1, -1, 1, \ldots$ est géométrique de raison -1.
3. la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = -5 \times 7^n$. $v_{n+1} = -5(7)^{n+1} = -5(7)^n \times 7 = \quad \times 7$ et v_n est .

Exemple 11

1. La suite des puissances de 2, $1, 2, 4, 8, 16, \ldots$ est géométrique de raison 2.
2. La suite des puissances de -1, $u_n = (-1)^n$: $1, -1, 1, -1, 1, \ldots$ est géométrique de raison -1.
3. la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = -5 \times 7^n$. $v_{n+1} = -5(7)^{n+1} = -5(7)^n \times 7 = v_n \times 7$ et v_n est .

Exemple 11

1. La suite des puissances de 2, $1, 2, 4, 8, 16, \ldots$ est géométrique de raison 2.
2. La suite des puissances de -1, $u_n = (-1)^n$: $1, -1, 1, -1, 1, \ldots$ est géométrique de raison -1.
3. la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = -5 \times 7^n$. $v_{n+1} = -5(7)^{n+1} = -5(7)^n \times 7 = v_n \times 7$ et v_n est géométrique de raison 7.

Théorème 12 (Forme explicite d'une suite géométrique)

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ une suite géométrique, pour tout couple d'entiers (n, p),

$$u_n = u_p \times q^{(\quad\quad)}$$

Théorème 12 (Forme explicite d'une suite géométrique)

Soit $(u_n)_{n\geq p}$ une suite géométrique, pour tout couple d'entiers (n, p),

$$u_n = u_p \times q^{(n-p)}$$

Définition 13

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \quad u_n$.
- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \quad u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \quad u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite .

Définition 13

Soit $(u_n)_{n\geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \quad u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \quad u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite .

Définition 13

Soit $(u_n)_{n\geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \quad u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \quad u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite .

Définition 13

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est **décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \quad u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \quad u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite .

Définition 13

Soit $(u_n)_{n\geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est **décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} < u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \quad u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite .

Définition 13

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est **décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} < u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} = u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite .

Définition 13

Soit $(u_n)_{n\geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est **décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} < u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} = u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite **monotone**.

Exemple 14

1. La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement . En effet,
$u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1+2n) = 2 > 0$
2. La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec $(n > 0)$ est strictement décroissante. En effet,
$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-(\quad)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} \quad 0$
3. La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas car
$u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$

Exemple 14

1. La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement croissante. En effet,
$u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1+2n) = 2 > 0$
2. La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec $(n > 0)$ est strictement décroissante. En effet,
$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-(\quad)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} \quad 0$
3. La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas car
$u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$

Exemple 14

1. La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement croissante. En effet, $u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1+2n) = 2 > 0$
2. La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec $(n > 0)$ est strictement décroissante. En effet, $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(\quad)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} \quad 0$
3. La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas car $u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$

Exemple 14

1. La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement croissante. En effet,
   $u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1 + 2n) = 2 > 0$
2. La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec $(n > 0)$ est strictement décroissante. En effet,
   $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} \quad 0$
3. La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas car
   $u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$

Exemple 14

1. La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement croissante. En effet,
   $u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1+2n) = 2 > 0$
2. La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec $(n > 0)$ est strictement décroissante. En effet,
   $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0$
3. La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas car
   $u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$

Exemple 14

1. La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement croissante. En effet,
$u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1 + 2n) = 2 > 0$
2. La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec $(n > 0)$ est strictement décroissante. En effet,
$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0$
3. La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas monotone car
$u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$

Théorème 15

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ *une suite arithmétique de raison* r.

- *Si* $r > 0$ *alors* (u_n) *est strictement* .
- *Si* r 0 *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $r = 0$ *alors* (u_n) *est* .

Théorème 15

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ *une suite arithmétique de raison* r.

- *Si* $r > 0$ *alors* (u_n) *est strictement croissante.*
- *Si* $r \quad 0$ *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $r = 0$ *alors* (u_n) *est* .

Théorème 15

Soit $(u_n)_{n\geq k}$ une suite arithmétique de raison r.

- *Si $r > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $r < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $r = 0$ alors (u_n) est .*

Théorème 15

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ *une suite arithmétique de raison* r*.*

- *Si* $r > 0$ *alors* (u_n) *est strictement croissante.*
- *Si* $r < 0$ *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $r = 0$ *alors* (u_n) *est constante.*

Exemple 16

1. La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite de raison 3 .
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement comme suite arithmétique de raison $r =$.

Exemple 16

1. La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite arithmétique de raison 3 .
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement comme suite arithmétique de raison $r =$.

Exemple 16

1. La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite arithmétique de raison $3 > 0$.
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement comme suite arithmétique de raison $r =$.

Exemple 16

1. La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite arithmétique de raison $3 > 0$.
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement décroissante comme suite arithmétique de raison $r =$.

Exemple 16

1. La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite arithmétique de raison $3 > 0$.
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement décroissante comme suite arithmétique de raison $r = \ -2$.

Exemple 16

1. La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite arithmétique de raison $3 > 0$.
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement décroissante comme suite arithmétique de raison $r = \ -2 < 0$.

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite géométrique de raison q.

- *Si $q > 1$ et $u_0 > 0$ alors (u_n) est strictement .*
- *Si $q > 1$ et u_0 0 alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $q = 1$ alors (u_n) est .*
- *Si $0 < q < 1$ et u_0 0 alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_0 < 0$ alors (u_n) est strictement .*
- *Si $q < 0$ et $u_0 \neq 0$ alors (u_n) .*

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite géométrique de raison q.

- *Si $q > 1$ et $u_0 > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q > 1$ et u_0 0 alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $q = 1$ alors (u_n) est   .*
- *Si $0 < q < 1$ et u_0 0 alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_0 < 0$ alors (u_n) est strictement*
              .
- *Si $q < 0$ et $u_0 \neq 0$ alors (u_n) .*

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ *une suite géométrique de raison* q.

- *Si* $q > 1$ *et* $u_0 > 0$ *alors* (u_n) *est strictement croissante.*
- *Si* $q > 1$ *et* $u_0 < 0$ *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $q = 1$ *alors* (u_n) *est* .
- *Si* $0 < q < 1$ *et* u_0 0 *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $0 < q < 1$ *et* $u_0 < 0$ *alors* (u_n) *est strictement* .
- *Si* $q < 0$ *et* $u_0 \neq 0$ *alors* (u_n) .

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ *une suite géométrique de raison* q.

- *Si* $q > 1$ *et* $u_0 > 0$ *alors* (u_n) *est strictement croissante.*
- *Si* $q > 1$ *et* $u_0 < 0$ *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $q = 1$ *alors* (u_n) *est constante.*
- *Si* $0 < q < 1$ *et* u_0 $\quad$ 0 *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $0 < q < 1$ *et* $u_0 < 0$ *alors* (u_n) *est strictement* .
- *Si* $q < 0$ *et* $u_0 \neq 0$ *alors* (u_n) .

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n\geq k}$ une suite géométrique de raison q.

- *Si $q > 1$ et $u_0 > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q > 1$ et $u_0 < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $q = 1$ alors (u_n) est constante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_0 > 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_0 < 0$ alors (u_n) est strictement*

  .
- *Si $q < 0$ et $u_0 \neq 0$ alors (u_n)* .

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ *une suite géométrique de raison* q.

- *Si* $q > 1$ *et* $u_0 > 0$ *alors* (u_n) *est strictement croissante.*
- *Si* $q > 1$ *et* $u_0 < 0$ *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $q = 1$ *alors* (u_n) *est constante.*
- *Si* $0 < q < 1$ *et* $u_0 > 0$ *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $0 < q < 1$ *et* $u_0 < 0$ *alors* (u_n) *est strictement croissante.*
- *Si* $q < 0$ *et* $u_0 \neq 0$ *alors* (u_n) .

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n\geq k}$ *une suite géométrique de raison* q.

- *Si* $q > 1$ *et* $u_0 > 0$ *alors* (u_n) *est strictement croissante.*
- *Si* $q > 1$ *et* $u_0 < 0$ *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $q = 1$ *alors* (u_n) *est constante.*
- *Si* $0 < q < 1$ *et* $u_0 > 0$ *alors* (u_n) *est strictement décroissante.*
- *Si* $0 < q < 1$ *et* $u_0 < 0$ *alors* (u_n) *est strictement croissante.*
- *Si* $q < 0$ *et* $u_0 \neq 0$ *alors* (u_n) *n'est pas monotone.*

Exemple 18

1. La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_n = 4(\frac{2}{3})^n$ est strictement décroissante comme c'est une suite géométrique de premier terme et de raison .
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = -2$ et pour tout entier $n \geq 5$, $v_{n+1} = v_n \times 3$ est décroissante comme suite géométrique de premier terme $-2 < 0$ et de raison $3 > 1$.
3. La suite $(w_n)_{n\geq 0}$ géométrique de raison -2 avec $w_0 = 3$. En effet, w_0. En effet, $w_0 = 3 > -6 = w_1 < w_2 = 12$.

Exemple 18

1. La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_n = 4(\frac{2}{3})^n$ est strictement décroissante comme c'est une suite géométrique de premier terme $4 > 0$ et de raison .
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = -2$ et pour tout entier $n \geq 5$, $v_{n+1} = v_n \times 3$ est décroissante comme suite géométrique de premier terme $-2 < 0$ et de raison $3 > 1$.
3. La suite $(w_n)_{n\geq 0}$ géométrique de raison -2 avec $w_0 = 3$. En effet, w_0. En effet, $w_0 = 3 > -6 = w_1 < w_2 = 12$.

Exemple 18

1. La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_n = 4(\frac{2}{3})^n$ est strictement décroissante comme c'est une suite géométrique de premier terme $4 > 0$ et de raison $0 < \frac{2}{3} < 1$.
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = -2$ et pour tout entier $n \geq 5$, $v_{n+1} = v_n \times 3$ est décroissante comme suite géométrique de premier terme $-2 < 0$ et de raison $3 > 1$.
3. La suite $(w_n)_{n\geq 0}$ géométrique de raison -2 avec $w_0 = 3$. En effet, w_0. En effet, $w_0 = 3 > -6 = w_1 < w_2 = 12$.

Exemple 18

1. La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_n = 4(\frac{2}{3})^n$ est strictement décroissante comme c'est une suite géométrique de premier terme $4 > 0$ et de raison $0 < \frac{2}{3} < 1$.
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = -2$ et pour tout entier $n \geq 5$, $v_{n+1} = v_n \times 3$ est strictement décroissante comme suite géométrique de premier terme $-2 < 0$ et de raison $3 > 1$.
3. La suite $(w_n)_{n\geq 0}$ géométrique de raison -2 avec $w_0 = 3$. En effet, w_0. En effet, $w_0 = 3 > -6 = w_1 < w_2 = 12$.

Exemple 18

1. La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_n = 4(\frac{2}{3})^n$ est strictement décroissante comme c'est une suite géométrique de premier terme $4 > 0$ et de raison $0 < \frac{2}{3} < 1$.
2. La suite (v_n) définie par $v_4 = -2$ et pour tout entier $n \geq 5$, $v_{n+1} = v_n \times 3$ est strictement décroissante comme suite géométrique de premier terme $-2 < 0$ et de raison $3 > 1$.
3. La suite $(w_n)_{n\geq 0}$ géométrique de raison -2 avec $w_0 = 3$ n'est pas monotone. En effet, w_0. En effet, $w_0 = 3 > -6 = w_1 < w_2 = 12$.

Théorème 19

Soit $f : [k, +\infty[\to \mathbb{R}$ *et* $(u_n)_{n \geq k}$ *la suite définie par* $u_n = f(n)$.

- *Si* f *est (resp. strictement) croissante alors* (u_n) *est (resp. strictement)* .
- *Si* f *est (resp. strictement)* *alors* (u_n) *est (resp. strictement) décroissante.*

Théorème 19

Soit $f : [k, +\infty[\to \mathbb{R}$ *et* $(u_n)_{n \geq k}$ *la suite définie par* $u_n = f(n)$.

- *Si* f *est (resp. strictement) croissante alors* (u_n) *est (resp. strictement) croissante.*
- *Si* f *est (resp. strictement)* *alors* (u_n) *est (resp. strictement) décroissante.*

Théorème 19

Soit $f : [k, +\infty[\to \mathbb{R}$ *et* $(u_n)_{n \geq k}$ *la suite définie par* $u_n = f(n)$.

- *Si* f *est (resp. strictement) croissante alors* (u_n) *est (resp. strictement) croissante.*
- *Si* f *est (resp. strictement) décroissante alors* (u_n) *est (resp. strictement) décroissante.*

Exemple 20

La suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par $u_n = \frac{1}{n^2}$ est comme la fonction $f :]0, +\infty[, x \mapsto$ est strictement décroissante.

Exemple 20

La suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par $u_n = \frac{1}{n^2}$ est strictement décroissante comme la fonction $f :]0, +\infty[, x \mapsto$ est strictement décroissante.

Exemple 20

La suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par $u_n = \frac{1}{n^2}$ est strictement décroissante comme la fonction $f:]0, +\infty[, x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est strictement décroissante.

Remarque 21

Ne pas confondre avec le cas d'une fonction définie par récurrence.

- *La suite (u_n) défine explicitement par $u_n = 2n - 1$ est strictement croissante comme la fonction $f : x \mapsto 2x - 1$ est et $u_n = f(n)$.*
- *Mais la suite (v_n) définie par récurrence par $v_0 = 0$ et pour tout entier n, $v_{n+1} = f(v_n) = 2v_n - 1$. En effet, $v_0 = 0$, $v_1 = -1$, $v_2 = 2(-1) - 1 = -3$.*

Remarque 21

Ne pas confondre avec le cas d'une fonction définie par récurrence.

- *La suite (u_n) défine explicitement par $u_n = 2n - 1$ est strictement croissante comme la fonction $f : x \mapsto 2x - 1$ est strictement croissante et $u_n = f(n)$.*
- *Mais la suite (v_n) définie par récurrence par $v_0 = 0$ et pour tout entier n, $v_{n+1} = f(v_n) = 2v_n - 1$*
  . En effet, $v_0 = 0$, $v_1 = -1$,
  $v_2 = 2(-1) - 1 = -3$.

Remarque 21

Ne pas confondre avec le cas d'une fonction définie par récurrence.

- *La suite (u_n) défine explicitement par $u_n = 2n - 1$ est strictement croissante comme la fonction $f : x \mapsto 2x - 1$ est strictement croissante et $u_n = f(n)$.*
- *Mais la suite (v_n) définie par récurrence par $v_0 = 0$ et pour tout entier n, $v_{n+1} = f(v_n) = 2v_n - 1$ n'est pas strictement croissante. En effet, $v_0 = 0$, $v_1 = -1$, $v_2 = 2(-1) - 1 = -3$.*