Second degré.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée **trinôme** (du second degré).
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée **trinôme** (du second degré).
- On appelle **parabole** la représentation graphique d'un trinôme.

Exemple 2

Les fonctions suivantes sont-elles des trinômes ?

1. $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$.
2. $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$.
3. $i(x) = 4(x-1)(x+2)$.
4. $j(x) = 5x + 3$.
5. $k(x) = x^3 + 4x^2 + 1$.

Théorème 3

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations :

Si $a > 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	β	$\nearrow$	$+\infty$

Si $a < 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	β	$\searrow$	$-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = \qquad\qquad \beta =$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la du trinôme.

Théorème 3

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations :

Si $a > 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	β	$\nearrow$	$+\infty$

Si $a < 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	β	$\searrow$	$-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \qquad \beta =$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la du trinôme.

Théorème 3

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ *admet pour variations :*

Si $a > 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	β	↗ $+\infty$

Si $a < 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	β	↘ $-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) *du sommet* S *de la parabole grâce aux formules*

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \qquad \beta = f(\alpha)$$

De plus, f *s'écrit* $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$*. Cette écriture est la du trinôme.*

Théorème 3

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations :

Si $a > 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	β	$\nearrow$	$+\infty$

Si $a < 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	β	$\searrow$	$-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \qquad \beta = f(\alpha)$$

*De plus, f s'écrit $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la **forme canonique** du trinôme.*

Exemple 4

Pour chacun des trinômes $P(x) = 2x^2 + 4x - 3$ et $Q(x) = -(x-2)^2$:

1. Identifier les coefficients a, b, c.
2. Dresser le tableau de variation.

Définition 5

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique.
On appelle **racines** de f les solutions de l'équation .
Ce sont des points d'intersection entre $\mathcal{P}$ et
.

Définition 5

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique.
On appelle **racines** de f les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
Ce sont des points d'intersection entre $\mathcal{P}$ et

.

Définition 5

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique.
On appelle **racines** de f les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
Ce sont les abscisses des points d'intersection entre $\mathcal{P}$ et l'axe des abscisses.

Exemple 6

Les fonctions suivantes admettent-elles des racines ? Si oui, combien ? Et quelles sont-elles ?

1. $f(x) = 3(x+1)(x-2)$.
2. $g(x) = 2(x-3)^2$.

Proposition 7

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire :

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal{P}$*
  en 2 points.
- *f admet , c'est-à-dire $\mathcal{P}$ est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).*
  Dans ce cas, on dit que la racine est une .
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$*
  .

Proposition 7

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire :

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet , c'est-à-dire $\mathcal{P}$ est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).*
  Dans ce cas, on dit que la racine est une .
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$*
  .

Proposition 7

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire :

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet une racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).*
  Dans ce cas, on dit que la racine est une   .
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$*
  *   .*

Proposition 7

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire :

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet une racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).*
  *Dans ce cas, on dit que la racine est une **racine double**.*
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$*

  .

Proposition 7

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire :

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet une racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).*
  *Dans ce cas, on dit que la racine est une **racine double**.*
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ ne coupe pas l'axe des abscisses.*

Définition 8 (Discriminant)

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré dont la forme développée réduite est $f(x) = ax^2 + bx + c$. On appelle **discriminant** de ce trinôme le nombre $\Delta =$.

Exemple 9

Calculer les discriminants des trinômes suivants :

1. $h(x) = x^2 - 4x + 3$.
2. $i(x) = 2x^2 - 4x + 2$.
3. $j(x) = -3x^2 + 12x - 15$

Définition 8 (Discriminant)

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré dont la forme développée réduite est $f(x) = ax^2 + bx + c$. On appelle **discriminant** de ce trinôme le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

Exemple 9

Calculer les discriminants des trinômes suivants :

1. $h(x) = x^2 - 4x + 3$.
2. $i(x) = 2x^2 - 4x + 2$.
3. $j(x) = -3x^2 + 12x - 15$

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est alors $f(x)$ admet deux racines :*

  $$x_1 = \qquad\qquad x_2 =$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 =$ $(= \ )$*
  et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$ et $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.*

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

  $$x_1 = \qquad\qquad x_2 =$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 =$ $(= \ )$*
  et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$ et $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.*

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 =$$

  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si* *de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine* $x_0 =$ $(= \ )$
  et on peut $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est* *alors* $f(x)$ *et* $f(x)$ *en un produit de termes de degré 1.*

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 =$ $(=\ )$*
  et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$ et $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.*

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- *si de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 =$ $(=\ )$*
  et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.

- *si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$*
  et $f(x)$
  en un produit de termes de degré 1.

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

  $$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine* $x_0 =$ $(=\ )$
  et on peut $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est* *alors $f(x)$*
  et $f(x)$
  en un produit de termes de degré 1.

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- *si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 =$ $(=$ $)$*
  et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$ et $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.*

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$.

- *si le discriminant de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine double* $x_0 = -\frac{b}{2a}(= \quad)$
et on peut $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est* *alors* $f(x)$
et $f(x)$
en un produit de termes de degré 1.

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- *si le discriminant de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine double* $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$
et on peut $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est* *alors* $f(x)$
et $f(x)$
en un produit de termes de degré 1.

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- *si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(= \alpha)$*
et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$*
et $f(x)$
en un produit de termes de degré 1.

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine double* $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$
  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est* *alors* $f(x)$
  et $f(x)$
  en un produit de termes de degré 1.

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine double* $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$
  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est strictement négatif alors* $f(x)$
  et $f(x)$
  en un produit de termes de degré 1.

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- *si le discriminant de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine double* $x_0 = -\frac{b}{2a}(= \alpha)$
  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x - x_0)^2$.

- *si le discriminant de* $f(x)$ *est strictement négatif alors* $f(x)$ *ne possède pas de racine et* $f(x)$
  en un produit de termes de degré 1.

Théorème 10 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- *si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(= \alpha)$*
  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.

- *si le discriminant de $f(x)$ est strictement négatif alors $f(x)$ ne possède pas de racine et on ne peut pas factoriser $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.*

Exemple 11

Calculer les racines (éventuelles) des trinômes de l'exemple 4, puis factoriser ces trinômes (si possible).