

Second degré.

Trinôme du
second degré

Fonctions polynômes
de degré 2

Variations d'un
trinôme du second
degré

Factorisation

Racines

Discriminant

Factorisation

Second degré.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de
 $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un
trinôme.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est _____ de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée _____
- On appelle _____ la représentation graphique d'un trinôme.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée **trinôme** (du second degré).
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Définition 1

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée **trinôme** (du second degré).
- On appelle **parabole** la représentation graphique d'un trinôme.

Exemple 2

Les fonctions suivantes sont-elles des trinômes ?

1 $g(x) = 2x^2 + 3x + 1.$

2 $h(x) = 3(x - 1)^2 + 1.$

3 $i(x) = 4(x - 1)(x + 2).$

4 $j(x) = 5x + 3.$

5 $k(x) = x^3 + 4x^2 + 1.$

Théorème 3

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations :

Si $a > 0$				Si $a < 0$			
x	$-\infty$	α	$+\infty$	x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	$f(x)$		β	
		β			$-\infty$		$-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = \quad \quad \quad \beta =$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la du trinôme.

Théorème 3

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations :

Si $a > 0$			Si $a < 0$				
x	$-\infty$	α	$+\infty$	x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	\searrow

On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \quad \beta =$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la du trinôme.

Théorème 3

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations :

Si $a > 0$				Si $a < 0$			
x	$-\infty$	α	$+\infty$	x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	$-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \quad \beta = f(\alpha)$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la du trinôme.

Théorème 3

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations :

Si $a > 0$			Si $a < 0$				
x	$-\infty$	α	$+\infty$	x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	$f(x)$		β	
		β			$-\infty$		$-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \quad \beta = f(\alpha)$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la **forme canonique** du trinôme.

Second degré.

Trinôme du second degré

Fonctions polynômes de degré 2

Variations d'un trinôme du second degré

Factorisation

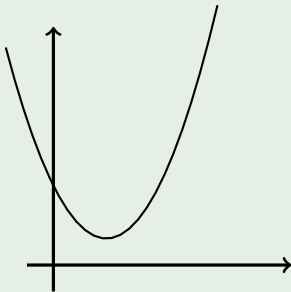
Racines

Discriminant

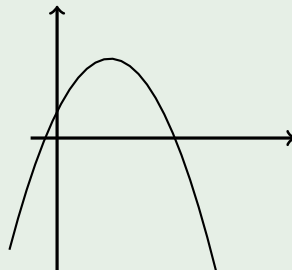
Factorisation

Exemple 4

a



a



Second degré.

Trinôme du second degré

Fonctions polynômes de degré 2

Variations d'un trinôme du second degré

Factorisation

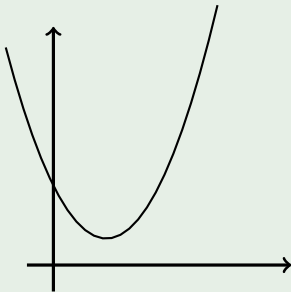
Racines

Discriminant

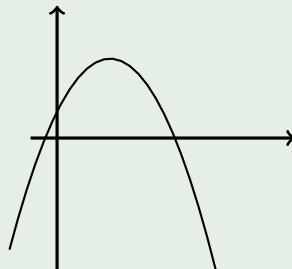
Factorisation

Exemple 4

$$a > 0$$



$$a$$



Second degré.

Trinôme du second degré

Fonctions polynômes de degré 2

Variations d'un trinôme du second degré

Factorisation

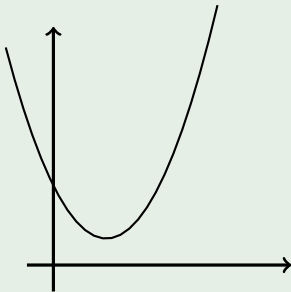
Racines

Discriminant

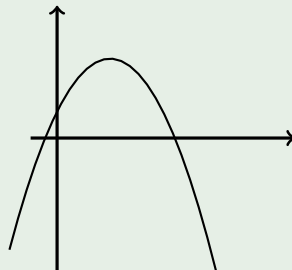
Factorisation

Exemple 4

$$a > 0$$



$$a < 0$$



Second degré.

Trinôme du second degré

Fonctions polynômes de degré 2

Variations d'un trinôme du second degré

Factorisation

Racines

Discriminant

Factorisation

Exemple 5

Pour chacun des trinômes $P(x) = 2x^2 + 4x - 3$ et $Q(x) = -(x - 2)^2$:

- 1 Identifier les coefficients a, b, c .
- 2 Dresser le tableau de variation.

Second degré.

Trinôme du second degré

Fonctions polynômes de degré 2

Variations d'un trinôme du second degré

Factorisation

Racines

Discriminant

Factorisation

Définition 6

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique.

On appelle **racines** de f les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
Ce sont les points d'intersection entre \mathcal{P} et l'axe des abscisses.

Second degré.

Trinôme du second degré

Fonctions polynômes de degré 2

Variations d'un trinôme du second degré

Factorisation

Racines

Discriminant

Factorisation

Définition 6

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique.

On appelle **racines** de f les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
Ce sont des points d'intersection entre \mathcal{P} et

Second degré.

Trinôme du second degré

Fonctions polynômes de degré 2

Variations d'un trinôme du second degré

Factorisation

Racines

Discriminant

Factorisation

Définition 6

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique.

On appelle **racines** de f les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
Ce sont les abscisses des points d'intersection entre \mathcal{P} et l'axe des abscisses.

Second degré.

Trinôme du second degré

Fonctions polynômes de degré 2

Variations d'un trinôme du second degré

Factorisation

Racines

Discriminant

Factorisation

Exemple 7

Les fonctions suivantes admettent-elles des racines ? Si oui, combien ? Et quelles sont-elles ?

1 $f(x) = 3(x + 1)(x - 2).$

2 $g(x) = 2(x - 3)^2.$

3 $h(x) = x^2 + 3.$

Proposition 8

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire :

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire \mathcal{P} en 2 points.*
- *f admet , c'est-à-dire \mathcal{P} est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection). Dans ce cas, on dit que la racine est une .*
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire \mathcal{P} .*

Proposition 8

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire :

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire \mathcal{P} coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet _____, c'est-à-dire \mathcal{P} est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).
Dans ce cas, on dit que la racine est une _____.*
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire \mathcal{P} _____.*

Proposition 8

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire :

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire \mathcal{P} coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet une racine, c'est-à-dire \mathcal{P} est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).
Dans ce cas, on dit que la racine est une*
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire \mathcal{P}*

Proposition 8

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire :

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire \mathcal{P} coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet une racine, c'est-à-dire \mathcal{P} est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).
Dans ce cas, on dit que la racine est une **racine double**.*
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire \mathcal{P}*

Proposition 8

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire :

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire \mathcal{P} coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet une racine, c'est-à-dire \mathcal{P} est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).
Dans ce cas, on dit que la racine est une **racine double**.*
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire \mathcal{P} ne coupe pas l'axe des abscisses.*

Définition 9 (Discriminant)

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré dont la forme développée réduite est $f(x) = ax^2 + bx + c$. On appelle **discriminant** de ce trinôme le nombre $\Delta =$.

Exemple 10

Calculer les discriminants des trinômes suivants :

1 $i(x) = x^2 - 4x + 3.$

2 $j(x) = 2x^2 - 4x + 2.$

3 $k(x) = -3x^2 + 12x - 15$

Définition 9 (Discriminant)

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré dont la forme développée réduite est $f(x) = ax^2 + bx + c$. On appelle **discriminant** de ce trinôme le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

Exemple 10

Calculer les discriminants des trinômes suivants :

1 $i(x) = x^2 - 4x + 3$.

2 $j(x) = 2x^2 - 4x + 2$.

3 $k(x) = -3x^2 + 12x - 15$

Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est $\Delta > 0$ alors $f(x)$ admet deux racines :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si $\Delta = 0$ de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 = \frac{-b}{2a}$ ($= -\frac{b}{2a}$) et on peut $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.

- si le discriminant de $f(x)$ est $\Delta < 0$ alors $f(x)$ n'a pas de racine réelle et $f(x)$ est toujours positif ou négatif en un produit de termes de degré 1.



Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$x_1 =$

$x_2 =$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) =$.

- si de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 = (=)$ et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.

- si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$ et $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.



Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 =$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) =$.

- si $\Delta = 0$ de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 = \frac{-b}{2a}$ ($=$) et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.

- si le discriminant de $f(x)$ est $\Delta < 0$ alors $f(x)$ n'a pas de racine réelle et $f(x)$ est toujours positif (ou négatif) en un produit de termes de degré 1.



Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) =$.

- si $\Delta = 0$ de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 = \frac{-b}{2a}$ ($=$) et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.

- si le discriminant de $f(x)$ est $\Delta < 0$ alors $f(x)$ n'a pas de racine réelle et $f(x)$ est toujours positif (ou négatif) en un produit de termes de degré 1.



Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si $\Delta = 0$ de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 = \frac{-b}{2a}$ ($= \frac{-b}{2a}$) et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- si le discriminant de $f(x)$ est négatif ($\Delta < 0$) alors $f(x)$ n'admet aucune racine réelle et $f(x)$ est toujours positif (ou négatif) en un produit de termes de degré 1.

Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 =$ ($=$)

et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.

- si le discriminant de $f(x)$ est < 0 alors $f(x)$ n'a pas de racine réelle et $f(x)$

en un produit de termes de degré 1.

Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 =$ (=)

et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.

- si le discriminant de $f(x)$ est $\Delta < 0$ alors $f(x)$ n'a pas de racine réelle.

en un produit de termes de degré 1.

Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a} (=)$

et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.

- si le discriminant de $f(x)$ est < 0 alors $f(x)$ n'a pas de racine réelle.

en un produit de termes de degré 1.

Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$
et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.
- si le discriminant de $f(x)$ est < 0 alors $f(x)$ n'a pas de racine réelle.
et $f(x)$ est toujours positif (ou négatif) selon le signe de a .
en un produit de termes de degré 1.

Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$
et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) =$.
- si le discriminant de $f(x)$ est < 0 alors $f(x)$ n'a pas de racine réelle.
et $f(x)$ est toujours positif (ou négatif) selon que $a > 0$ (ou $a < 0$).
en un produit de termes de degré 1.



Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.

- si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$
et $f(x)$

en un produit de termes de degré 1.

Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$
et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- si le discriminant de $f(x)$ est strictement négatif alors $f(x)$
et $f(x)$
en un produit de termes de degré 1.

Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$
et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- si le discriminant de $f(x)$ est strictement négatif alors $f(x)$ ne possède pas de racine et $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.

Théorème 11 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$
et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- si le discriminant de $f(x)$ est strictement négatif alors $f(x)$ ne possède pas de racine et on ne peut pas factoriser $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.

Second degré.

Trinôme du
second degré

Fonctions polynômes
de degré 2

Variations d'un
trinôme du second
degré

Factorisation

Racines

Discriminant

Factorisation

Exemple 12

Calculer les racines (éventuelles) des trinômes de l'exemple 4, puis factoriser ces trinômes (si possible).