周上越 201522220209

习题一

3，两图不同构

证明：若两图同构，则两图中唯一与环相连的点v1，u1一定相对应的，而u1的两个邻接点和v1的两个邻接点不同，一个临接点中有度为4的点，另一个则没有。

故两图不同构。

5，证明：由同构的定义可知，点数相同的简单图度序列不同，则不同构。四个点的最少变数为0，最多边数为6，按照边数不同，枚举出4个点的所有可能度序列；

边为0：（0，0，0，0）；

边为1：（0，0，1，1）；

边为2：（0，1，1，2），（1，1，1，1）；

边为3：（1，1，2，2），（1，1，1，3），（0，2，2，2）；

边为4：（2，2，2，2），（1，2，2，3）；

边为5：（2，2，3，3）；

边为6：（3，3，3，3）；

共11种度序列，即11种非同构简单图。

11，证明：（1）度序列（7，6，5，4，3，3，2）有7个点，则任意一点的度数di<=6；不可能出现度为7的点，所以（7，6，5，4，3，3，2）不是图序列；

（2）度序列I=（6，6，5，4，3，3，1），根据定理，若I1=（5，4，3，2，2）可图，则I可图。I1中共有5个点，d1=5>5-1=4，所以I1不可图，则I不可图。

17，证明：设u，v是图G的任意两个顶点。若u和v在G中不邻接，则在G补中它们邻接。若u和v在G中邻接，它们属于G的同一分支。在另一个分支中有一点w，在G补中u和v均与w邻接，即uwv是一条通道。

例题求最短路

解：（1）t(a)=0 t(v1)=2 t(v2)=8 t(v3)=1 T1=(a)

（2）T2=(a,v3) t(v6)=10

（3）T3=(a,v3,v1) t(v4)=3

（4）T4=(a,v3,v1,v4) t(v2)=7 t(v5)=6 t(b)=12

（5）T5=(a,v3,v1,v4,v5)

（6）T6=(a,v3,v1,v4,v5,v2) t(v6)=9

（7）T7= (a,v3,v1,v4,v5,v2,v6) t(b)=11

（8）T8= (a,v3,v1,v4,v5,v2,v6,b)

（9）由T8导出的a到b的最短路为：a v1v4 v2v6b

a与b之间的最短距离为t(b)=11

习题二

2，证明：

用数学归纳法可证明该结论

已知树有两点度为1

当n=2时，该树是一条路。

设当n=k时，该树是一条路。

当n=k+1时，假设添加的点v与路的既非起点也非终点的点g相连，那么g的度由1变为3，v的度为1，此时起点和终点的度仍然为1，有三个度为1的点，与条件不符。则v若要满足只有两个度为1的点，必须与起点或者终点相连，结果仍为一条路。

所以若树有两点度为1，那么该树是一条路。亦即每棵恰有两个1度顶点的树均为路。

12，

解：设一个K3,3的图，点集V=(1,2,3,4,5,6)，边集E=(14,15,16,24,25,26,34,35,36)。

可以得出该图的邻接矩阵A=，度对角矩阵为D=，可以得出该图的拉普拉斯矩阵C=D-A，即

C=

求得一行一列的代数余子式为：=81，则根据矩阵树定理，K3,3的生成树为81颗

例题求最小生成树

解：根据Kruskal算法求图1-13的最小生成树步骤如下：

1. T=∅ E=∅
2. E={av3} T={av3}
3. E={av3,v1v4} T={av3, v1v4}
4. E={av3,v1v4,v2v5} T={av3,v1v4,v2v5}
5. E={av3,v1v4,v2v5,v6b} T={av3,v1v4,v2v5,v6b }
6. E={av3,v1v4,v2v5,v6b,v5v6} T={av3,v1v4,v2v5v6b}
7. E={av3,v1v4,v2v5,v6b,v5v6,av1} T={av3v1v4,v2v5v6b}
8. E={av3,v1v4,v2v5,v6b,v5v6,av1,v4v5} T={av3v1v4v2v5v6b}
9. 得出的最小生成树边集为{av3,v1v4,v2v5,v6b,v5v6,av1,v4v5}

习题三

3，证明：

（1）--（2）

若G是阶大于2的图，根据割点的定义易证G无环，任取G中一点u，和一条边（x,y）。根据块的定理，点u与点x在同一圈中，设该圈中以点u为起点，点x为终点的路为e；同理点u与点y共圈，设该圈中以点y为起点，以点u为终点的路为e1。则e，（x，y），e1构成了一个圈。即点u与（x，y）位于同一个圈上。

（2）--（3）

若G是阶为3的连通图，则三点必在同一条路上。若G的阶大于3，任意找三点x，y，z，若其中两点构成一条边。那么根据（2），三点共圈。若任意两点都不构成一条边。选取以y为端点的一条边e，选取以z为端点的一条边e1。由（2）x与e共圈，则存在以x为起点，y为终点的路l。同理y与e1共圈，则存在以y为起点，z为终点的的路l1，那么x，y，z三点位于路l+l1上。

（3）--（1）

若G不是块，则G中存在割点v，于是由定理3，V(G-v)可划分为两个非空顶点子集V1与V2，使x∈V1，y∈V2，并且点v在每一条(x, y) 路上。那么V1中的任意点x与V2中任意两个点不在同一条路上。与已知条件矛盾。所以G是块。

7，证明：G是简单图，是G的补图，则G-v的补图为-v。v是G的割点，所以G-v是非连通图，而根据补图的定理可知G-v的补图，即-v是连通图。则也是连通图。w(-v)=1。w()>= w(-v)，所以v不是的割点。

12，

解：G1的连通度为2，最小点割V1={1,3}；

边连通度为2，最小边割V2={14,34}；

G2的连通度为3，最小点割为{1,3,7}；

G2的边连通度为3，最小边割为{12,27,23}；