Automat push-down

Model intuitiv

Definiție

- Un automat push-down (APD) este un 7-tuplu $M = (Q,\boldsymbol{\Sigma},\boldsymbol{\Gamma},\boldsymbol{\delta},q_0,Z_0,F)$ unde:
    - Q – mulțime finită de stări
    - $\boldsymbol{\Sigma}$ - alfabet (mulțime finită de simboluri de intrare)
    - $\boldsymbol{\Gamma}$ - alfabetul stivei (mulțime finită de simboluri ale stivei)
    - $\boldsymbol{\delta} : Q \times (\boldsymbol{\Sigma} \cup \{\boldsymbol{\varepsilon}\}) \times \boldsymbol{\Gamma} \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \boldsymbol{\Gamma}^*)$ – funcție de tranziție
    - $q_0 \in Q$ - starea inițială
    - $Z_0 \in \boldsymbol{\Gamma}$ - simbolul inițial al stivei
    - $F \subseteq Q$ – mulțimea stărilor finale

Automat push-down

Tranziția este determinată de:

- Starea curentă
- Simbolul curentă – banda de intrare
- Vârful stivei

Capul de citire -> banda de intrare:

- Citește simbol
- Nu face nimic

Stiva:

- Zero simboluri => pop
- Un simbol => push
- Mai multe simboluri => secvență de push

Configurații și tranziții

- Configurație:

$$\mathbf{(q, x, \alpha)} \in Q \times \boldsymbol{\Sigma}^* \times \boldsymbol{\Gamma}^*$$

cu semnificația:

  - APD se află în starea **q**
  - banda de intrare conține **x**
  - Capul stivei este ***α***

- Configurația inițială (q_0, w, Z_0)

Configurații și tranziții (cont.)

- Tranziții între configurații:

p,q $\in$Q, a$\in\boldsymbol{\Sigma}$, Z $\in\boldsymbol{\Gamma}$, w $\in\boldsymbol{\Sigma^*}$,$\boldsymbol{\alpha}$,$\boldsymbol{\gamma}$ $\in\boldsymbol{\Gamma^*}$

(q,aw,Z$\boldsymbol{\alpha}$) $\vdash$ (p,w,$\boldsymbol{\gamma\alpha}$) dacă și numai dacă $\boldsymbol{\delta}$(q,a,Z) $\ni$ (p,$\boldsymbol{\gamma}$)

(q,aw,Z$\boldsymbol{\alpha}$) $\vdash$ (p,aw,$\boldsymbol{\gamma\alpha}$) dacă și numai dacă $\boldsymbol{\delta}$(q,$\boldsymbol{\varepsilon}$,Z) $\ni$ (p,$\boldsymbol{\gamma}$)

($\boldsymbol{\varepsilon}$-tranziție)

- $\overset{k}{\vdash}$, $\overset{+}{\vdash}$, $\overset{*}{\vdash}$

Limbaj acceptat de APD

- Principiul stivei vide:

$L_{\varepsilon}(M) = \{w|w \in \Sigma^*, (q_0,w,Z_0) \overset{*}{\vdash} (q,\varepsilon,\varepsilon), q \in Q\}$

- Principiul stării finale:

$L_f(M) = \{w|w \in \Sigma^*, (q_0,w,Z_0) \overset{*}{\vdash} (q_f,\varepsilon,\gamma), q_f \in F\}$

Reprezentare

- Enumerare
- Tabelar
- Grafic

Construcție APD

- L = $\{0^n1^n \mid n \geq 1\}$
- Stări, stivă, tranziții?

1. Stări:
   - Stare inițială:q_0 – început & procesează simboluri ‘0’
   - La întâlnirea primului simbol ‘1’ – mutat în altă stare => q_1
   - Final: stare finala q_2
2. Stivă:
   - Z0 – simbol inițial
   - X – pentru a număra simboluri:
     - De câte ori citim un simbol ’0’ – push X în stivă
     - De câte ori citim un simbol ‘1’ – pop X din stivă

Exemplul 1 (enumerare)

$M = (\{q_0,q_1,q_2\}, \{0,1\}, \{Z_0,X\},\boldsymbol{\delta},q_0,Z_0,\{q_2\})$

$\boldsymbol{\delta}(q_0,0,Z_0) = (q_0,XZ_0)$

$\boldsymbol{\delta}(q_0,0,X) = (q_0,XX)$

$\boldsymbol{\delta}(q_0,1,X) = (q_1,\boldsymbol{\varepsilon})$

$\boldsymbol{\delta}(q_1,1,X) = (q_1,\boldsymbol{\varepsilon})$

$\cancel{\boldsymbol{\delta}(q_1,\boldsymbol{\varepsilon},Z_0) = (q_2,Z_0)}$

$\boxed{\boldsymbol{\delta}(q_1,\boldsymbol{\varepsilon},Z_0) = (q_1, \boldsymbol{\varepsilon})}$

Stiva vida

$\vdash (q_1, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon})$

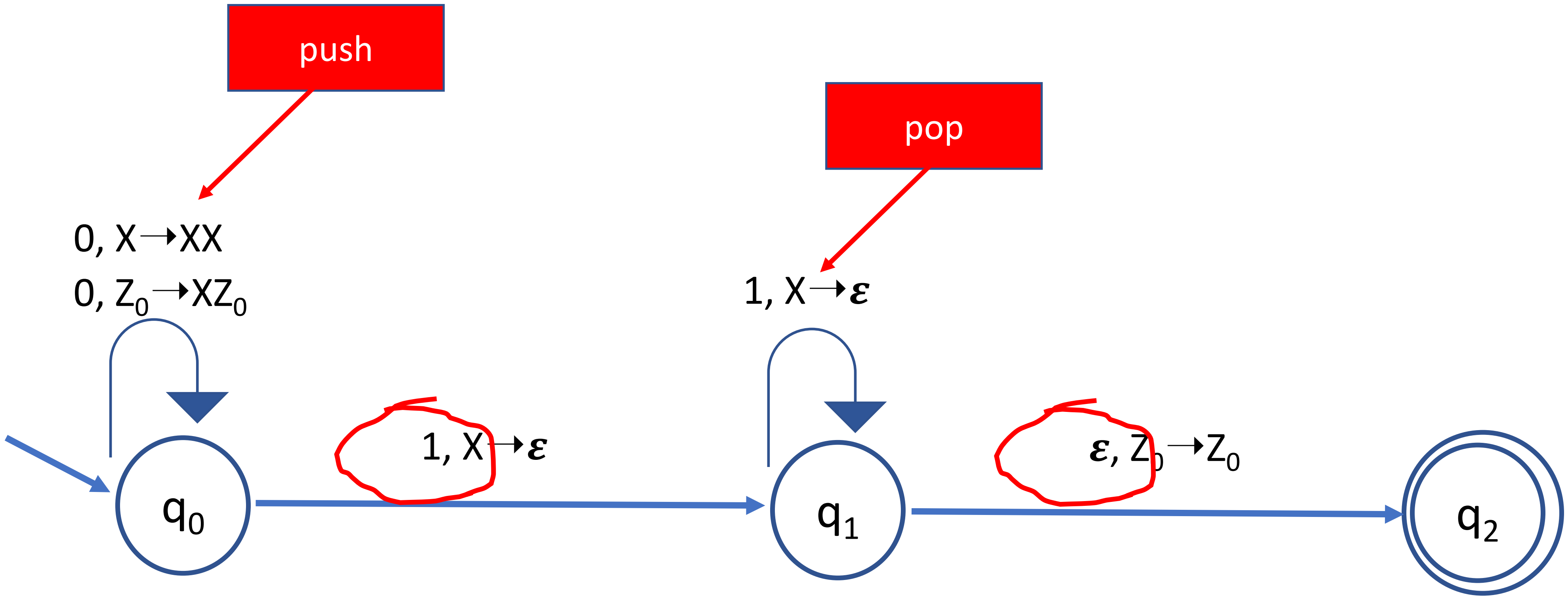
$(q_0,0011,Z_0) \vdash (q_0,011,XZ_0) \vdash (q_0,11,XXZ_0) \vdash (q_1,1,XZ_0) \vdash (q_1, \boldsymbol{\varepsilon}, Z_0) \vdash (q_2, \boldsymbol{\varepsilon}, Z_0)$

Stare finala

Exemplul 1 (tabel)

		0	**1**	$\boldsymbol{\varepsilon}$
q_0	Z_0	q_0,XZ_0		
	X	q_0,XX	$q_1,\boldsymbol{\varepsilon}$	
q_1	Z_0			q_2,Z_0
	X		$q_1,\boldsymbol{\varepsilon}$	
q_2	Z_0			
	X			

Exemplul 1 (grafic)



Proprietăți

Teorema 1: Pentru orice APD M, există un APD M' cu proprietatea

$$L_{\varepsilon}(M) = L_f(M)$$

Teorema 2: Pentru orice APD M, există o gramatică independentă de context astfel încât

$$L_{\varepsilon}(M) = L(G)$$

Teorema 3: Pentru orice gramatică independentă de context există un APD M astfel încât

$$L(G) = L_{\varepsilon}(M)$$

Temă

- Analizor sintactic:
  - Descendent cu reveniri
  - LL(1)
  - LR(0), SLR, LR(1)

APD corespunzător

Analiză semantică – gramatici de atribute

- Analiza sintactică – rezultat: arborele de analiză sintactică (AS)
- Simplificare: arbore sintactic abstract (ASA)
- Arbore sintactic abstract adnotat (ASAA)
  - Atașare de informație semantică în nodurile arborelui

Gramatici de atribute

- Construcții sintactice (neterminale) – atribute

$$\forall X \in N \cup \Sigma : A(X)$$

- Producții – reguli de calcul al atributelor

$$\forall p \in P : R(p)$$

Definiție

GA = (G,A,R) se numește gramatică de atribute unde:

- G = (N,$\boldsymbol{\Sigma}$,P,S) gramatică independentă de context
- A = {A(X) | X $\in$N U $\boldsymbol{\Sigma}$} – mulțime finită de atribute
- R = {R(p) | p $\in$P} – mulțime finită de reguli de calcul / evaluare a atributelor

Exemplul 1

- G = ({N,B},{0,1}, P, N}

P: N -> NB

N -> B

B -> 0

B -> 1

$N_1.v = 2^* N_2.v + B.v$

$N.v = B.v$

$B.v = 0$

$B.v = 1$

Atribut – valoarea numărului = **v**

- **Atribut sintetizat: A(psp) în fcț. de pdp**
- **Atribut moștenit: A(pdp în fcț. de psp**

Evaluare atribute

- Parcurgere arbore: poate determina ciclu infinit

- Clase speciale de GA:
  - Gramatici L-atributate
  - Gramatici S-atributate

Exemplul 2 (gram L-atrib)

Decl -> DeclTip ListId

ListId -> Id

ListId -> ListId, Id

ListId.tip = DeclTip.tip

Id.tip = ListId.tip

$ListId_2$.tip = $ListId_1$.tip ;

Id.tip = $ListId_1$.tip

Atribut – tip

int i,j

Exemplul 3 (gram S-atrib)

ListDecl -> ListDecl; Decl

ListDecl -> Decl

Decl -> Tip ListId

Tip -> int

Tip -> long

ListId -> Id

ListId -> ListId, Id

ListDecl1.dim = ListDecl2.dim + Decl.dim

ListDecl.dim = Decl.dim

Decl.dim = Tip.dim * ListId.nr

Tip.dim = 4

Tip.dim =8

ListId.nr = 1

$ListId_1.nr = ListId_2.nr + 1$

Atribut – dim + nr – **pentru ce simboluri**