



2021-2022 秋季学期创新实践I 结题报告

# 一种动态网络推断方法的实现

吕昊泽 11912814

张子研 11912324

指导教师：唐珂教授

2021.1.13

# 1 项目介绍

---

## 1.1 背景描述

自然界有很多自然和人造的网络，例如航线网络，计算机网络，神经网络等。我们通常用一个点和边的集合去定义一个网络，其中点表示网络的参与者，而边则代表网络参与者之间的关系。网络推断就是从已经获得的数据中，通过数学等方法，推断出系统所对应的图模型，从而对系统内部关系，工作原理进行更详细的研究。网络推断是一种方法论，可以被用于许多复杂系统中，对于复杂系统的认知、预测、检测有着重要作用。

现实中，我们所研究的系统中每个实体所记录的数据和测量结果，往往是依托时间变化的。因此，根据这些数据所形成的图模型结构也随着时间的变化而发生着或多或少的变化。所谓动态网络推断，就是在网络推断的基础上，将时间纳入推断的考量中，从而推断出图模型随着时间是如何变化的。动态网络推断可以用于发掘趋势，检测异常，预测未来行为，了解不同实体之间随时间变化的关系。

我们这学期的主要目的，就是探索基于Graphical Lasso 技术的TVGL方法，探索其背后的原理和应用效果。

## 1.2 项目进展

在开题阶段，我们简单介绍了TVGL方法的研究背景：即基于协方差矩阵的时序网络推导。所谓网络推导，即是通过数学等手段对于自然界或者人类社会中存在的复杂网络进行结构分析，尝试找出复杂网络各个节点之间的内在联系，用于进一步的分析和研究。而所谓时序网络，则是考虑到了现实生活中网络的结构随时间的推进发生变换。第二阶段，我们详细介绍了TVGL方法背后的数学理论，阐明了其loss function的数学理论基础并分析了其在计算机上基于ADMM方法的迭代公式。

在系统性的了解了TVGL方法的数学原理和计算机上迭代过程的实现后，本阶段我们基于 `python3` 重新构建TVGL方法的具体实现，尝试对论文中的结果进行了复现，并对论文中未提及的超参数及其选择做了分析。最后，我们还分析了该方法在提出后四年的进展情况，简单了解了几位作者的背景和日后动向，并简单总结了近期对TVGL进行引用的论文。

## 1.3 报告结构

在本篇报告中，基于自构建代码对TVGL论文中提到结果的复现实验将在第二部分进行讲解。对于TVGL方法中的超参数设置实验将放在第三部分讲解。对于论文后续进展的研究将放在第四部分讲解。

# 2 论文实验

---

## 2.1 自生成数据实验

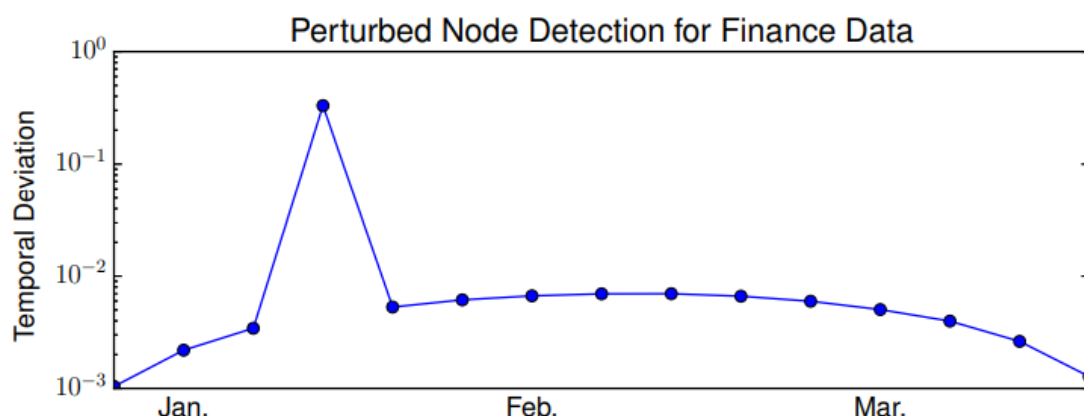
在使用python3构建出我们的TVGL模型后，我们进行了自生成数据实验以检验其效果。在该实验中，我们使用 $\beta = 0$ 的模型作为Baseline比较。我们从三个方面：Absolute Error, F1 score, Temporal deviation分别评价了TVGL网络与Baseline模型的区别。总体来说，在不同维度、时间步长、及不同生成协方差矩阵参数的数据中均取得了不错的成果。

## 2.2 股票数据实验

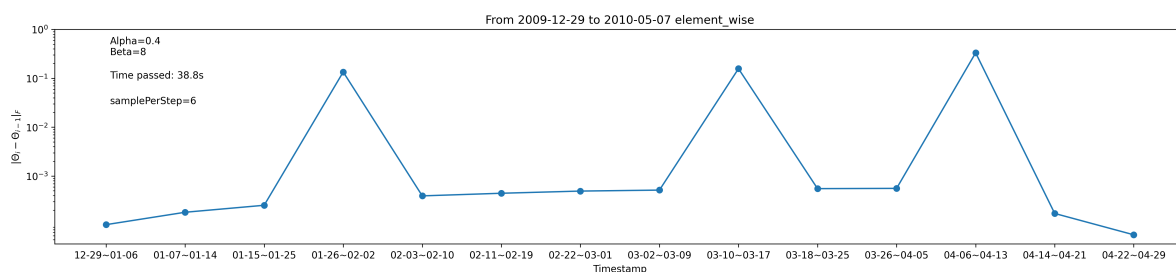
论文中利用2010年1月前后以APPLE为代表的六只股票数据进行了实验。得出这六只股票构成的网络在2010年1月前后发生了巨变，并给出了变化前后的网络结构图和TD指标的变化图。我们在自己实现的TVGL架构中对股票实验进行了复现，在网络结构的复现上表现良好，但是在网络波动TD指标变化的折线图上得到了与论文结果不完全一致的结论。

### 2.2.1 折线图

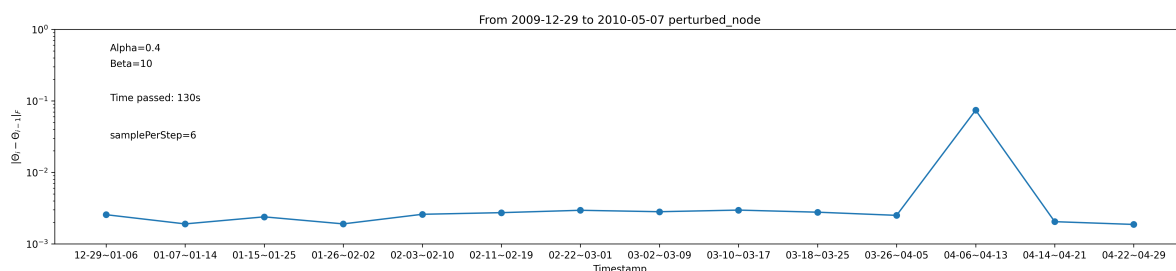
我们尝试在自行实现的代码上复现论文中提到的折线图实验。遗憾的是，由于原论文代码所用的凸优化包对于python3的支持并不好，我们自己实现了TVGL方法的迭代过程后，没有完全复现出论文中的折线图结果。但我们通过对TVGL方法超参数的尝试，尝试做出了与之相似的结果。



上图出自TVGL原论文 Figure1



上图为在我们实现的TVGL方法中使用element\_wise惩罚函数对股票实验进行的复现 Figure2



上图为在我们实现的TVGL方法中使用perturbed\_node惩罚函数对股票实验进行的复现 Figure2

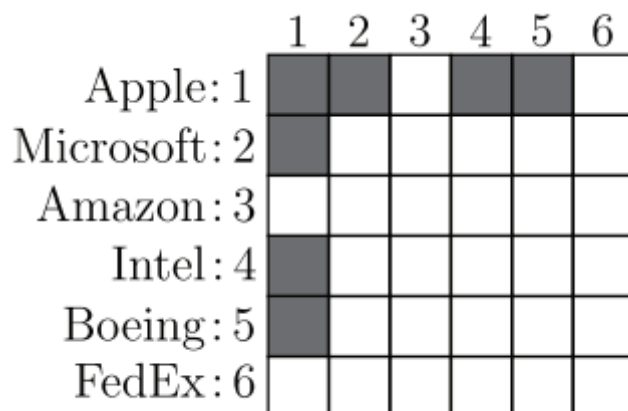
根据先前通过TVGL论文代码对论文结果进行分析实验的经验，我们分别尝试了 `samplePerStep = 3, 6, 10` 进行了股票实验，确定了之前实验中 `samplePerStep = 6` 的经验在我们实现的TVGL网络中依然适用。接着我们对超参数 $\lambda, \beta$ 进行了不同值的设置，最终在两个不同的惩罚函数上得到的与论文实验结果最接近的结果如 Figure2, 3 所示

从 Figure2 中可以看出，我们的网络在 `element_wise` 的惩罚函数下成功检测出了六只股票组成的网络在2010年1月分发生的波动，这点在趋势上与论文实验结果相符。但是我们的网络同时也检测出该网络在3月和4月也都发生了较大程度的波动，这点在趋势上论文实验结果不同。在数值上，在网络没有出现明显波动的情况下，我们的实现计算所得的 `TD` 值略低于在  $10^{-3}$ ，而论文实验中的 `TD` 值则在  $10^{-2}$  和  $10^{-3}$  之间。而在网络出现波动的情况下，我们的实现计算的 `TD` 值和论文中的实验结果一致，都接近  $10^0$ 。

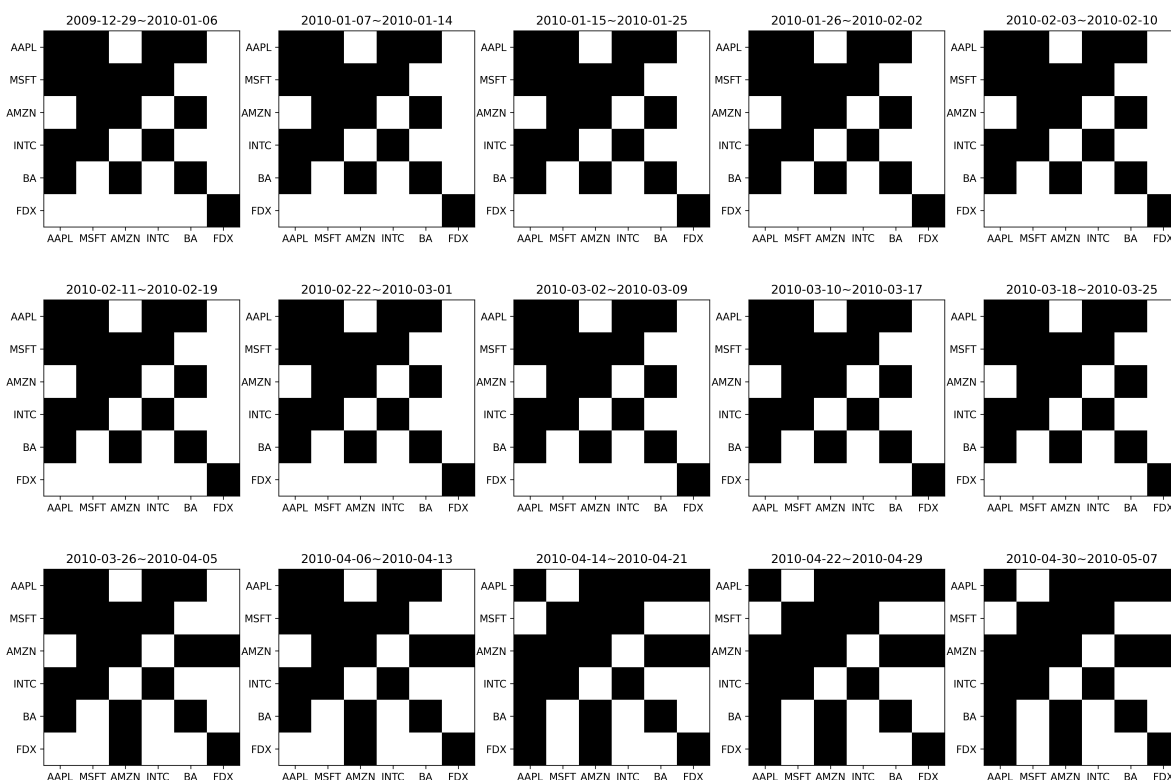
而 Figure3 中可以看出，我们的网络在 `perturbed_node` 的惩罚函数下未能成功检测出论文中提到的六只股票组成的网络在1月时产生的波动，反而检测出该网络在4月时存在较大波动，该波动与 Figure2 图中检测出的波动位置一致。而在数值表现上，`perturbed_node` 惩罚函数下的 `TD` 值变化区间更小。在网络没有出现明显波动的情况下，我们的实现计算与实验结论中的 `TD` 值则在  $10^{-2}$  和  $10^{-3}$  之间。而在网络出现波动的情况下，我们的实现计算的 `TD` 值和论文中的实验结果一致，都接近  $10^0$ 。

## 2.2.2 精度矩阵

在对于网路结构的推断方便，我们的网络所推断出的精度矩阵与论文中图的实例相吻合



上图为论文中提到的一月前期的精度矩阵(论文中只列出了与Apple有关的列) Figure4



上图为我们的方法对于精度矩阵随时间变化的估计 Figure 5

通过对比 Figure 4 和 Figure 5 我们可以看到在1月前期，我们实现的TVGL方法推断出的与 APPLE 有关的列与论文中的图例完全一致。

## 3 实验结果分析和相关研究

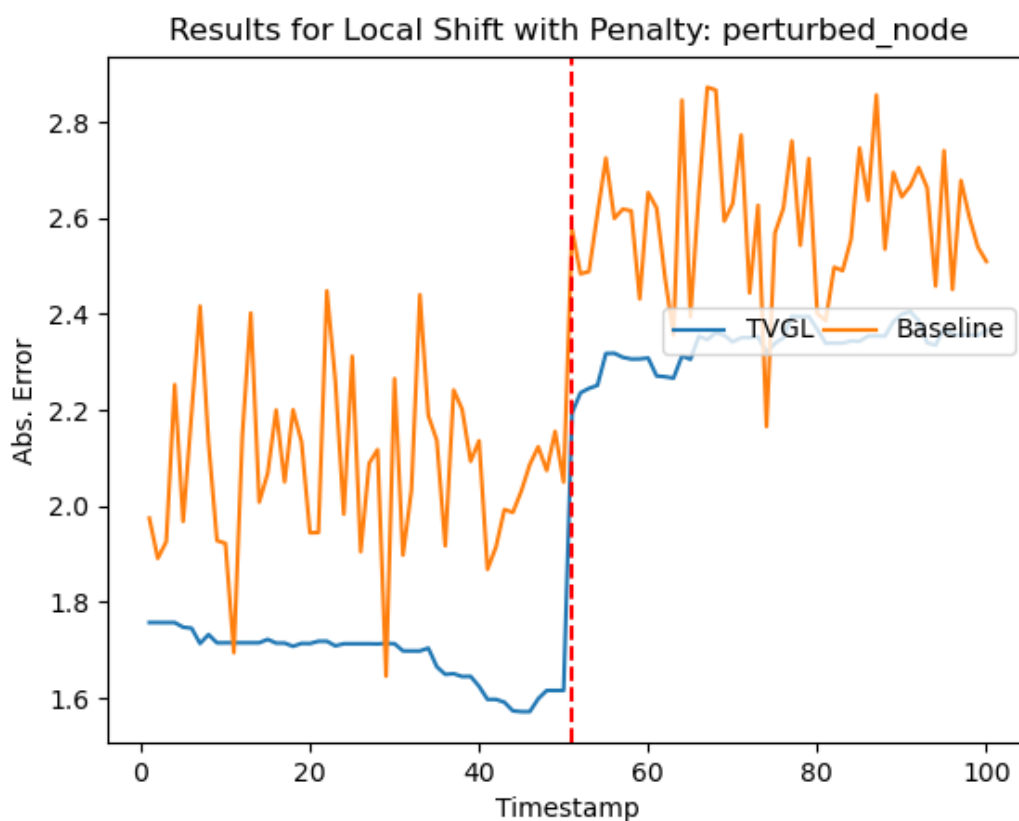
### 3.1 自生成数据实验

#### 3.1.1 实验简介

```
1 penalty_function = "perturbed_node"
2 lambda = 0.28 # hyperparam of ADMM
3 beta = 5 # hyperparam of ADMM
4
5 size = 10 # dimension of time series data
6 timesteps = 100 # number of timesteps
7 samplesPerStep = 10 # samples in one step
8 numberOfCov = 2 # total number of covariance matrix
9 timeshift = timesteps // numberOfCov # change time of covariance matrix
```

以下数据为上述参数的同一次实验结果。为了更好地校验 `perturbed_node` 惩罚函数的性能，在使用该惩罚函数时，在矩阵改变时不会重新生成矩阵，而是会在原矩阵的基础上更改某一节点与其他节点的协方差数据。

#### 3.1.2 Absolute Error

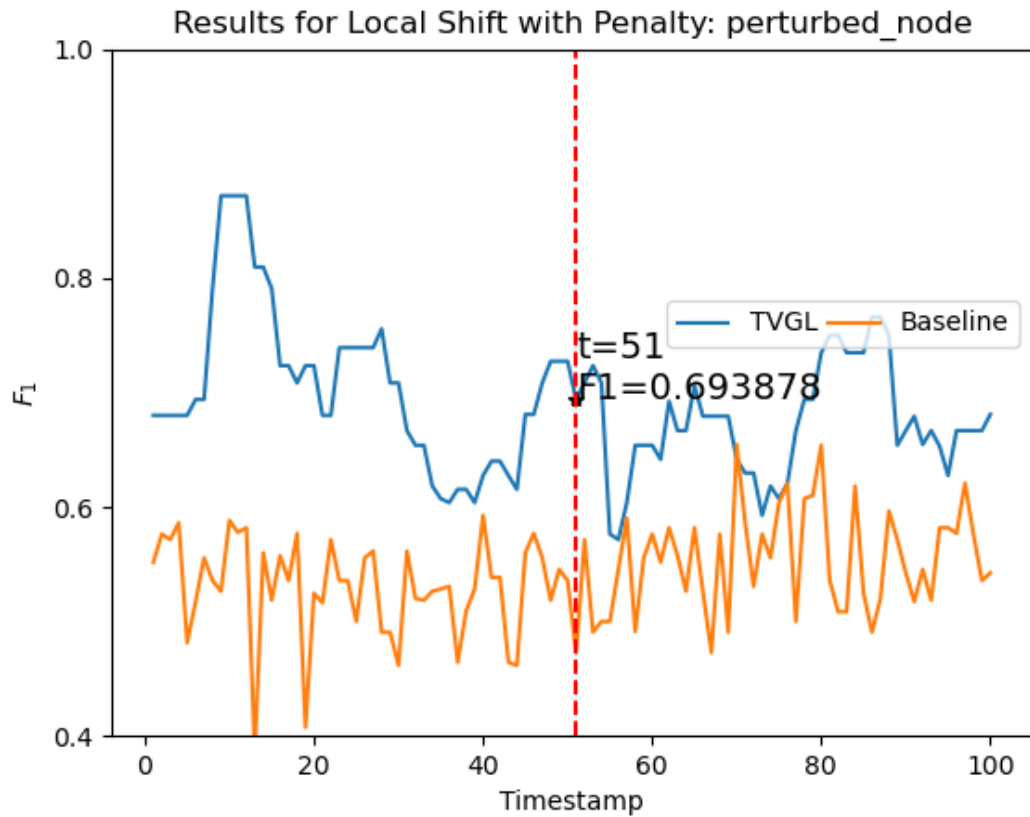


Absolute Error 的计算方法:

$$\|\Theta_{i(actual)} - \Theta_{i(estimate)}\|_F$$

在t=51时，因为协方差矩阵某一维度的突变而增加了整体误差，但误差仍低于Baseline，与原文结果相似。

### 3.1.3 F1 Score



F1 Score 的计算方法：

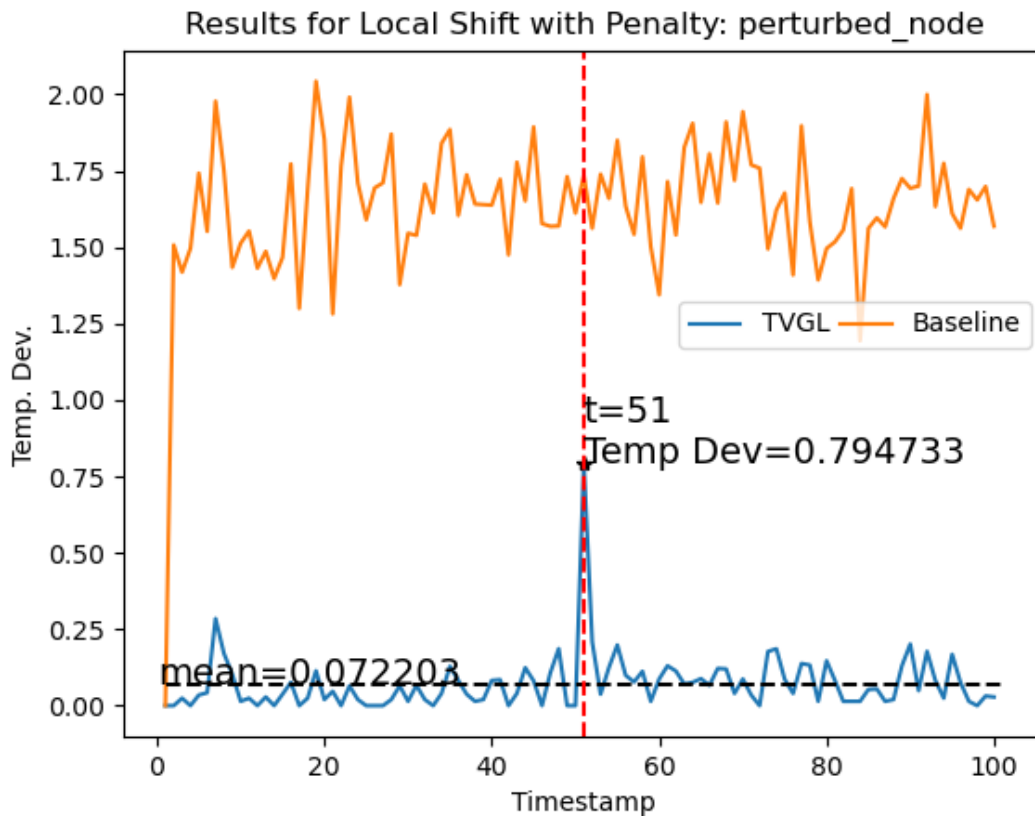
$$F_1 = 2 * \frac{precision * recall}{precision + recall}$$

定义Precision为：估计矩阵与实际矩阵相同的元素数量/估计矩阵不为0的元素数量

定义Recall为：估计矩阵与实际矩阵相同的元素数量/实际矩阵不为0的元素数量

整体来看，TVGL模型的F1 Score均高于Baseline。在t=51时，TVGL模型的F1 score为0.6938，小于论文中所提到的0.853。

### 3.1.4 Temporal Deviation



TD的计算方法：

$$\|\Theta_i - \Theta_{i-1}\|_F$$

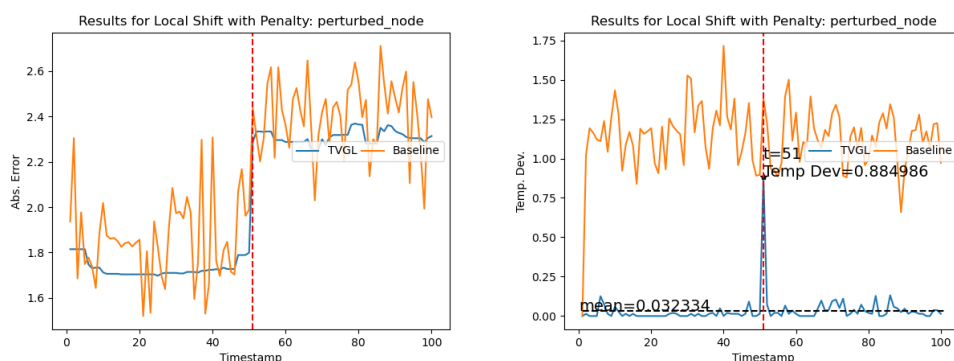
在t=51时，TVGL模型表现明显，达到了0.7947，而其在整个时间内平均值为0.0722。相除可得出TD ratio:

$$TD\ Ratio = \frac{0.7947}{0.0722} = 11.0069$$

我们的TVGL模型在使用 `perturbed_node` 惩罚函数判断某点突变时效果明显，但与论文中提到的55.5有所差距。

### 3.1.5 自生成数据实验总结

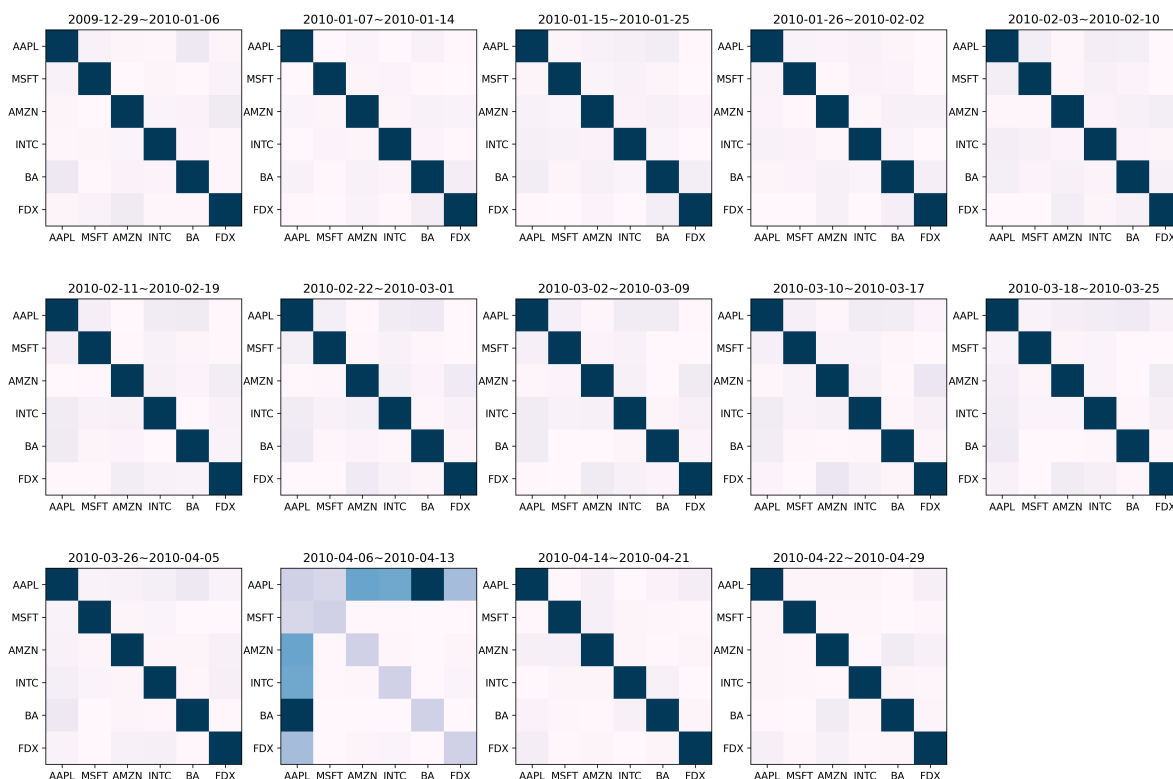
通过自生成数据实验，我们验证了我们使用python3复现的TVGL模型的正确性。但在实验中，我们发现F1 Score实验的结果基本稳定，然而Absolute Error与TD结果的好坏呈现很明显的反向关系，推测与 $\beta$ 的大小相关，在下文会详细阐述。



上图为数据维度8的一次实验，其中Abs Err的结果并不理想，而TD Ratio达到了27.4

## 3.2 股票数据结果分析

由于我们的网络在 `perturbed_node` 的惩罚函数下未能成功检测出论文中提到的六只股票组成的网络在1月时产生的波动，因此我们对这一现象进行了一直都分析，在排除掉自身代码实现错误的前提下，我们借用了[1]中的实验思路，引入  $F = |\theta_i - \theta_{i-1}|$  这一指标对精度矩阵随时间的变化模式进行分析。



上图为扰动节点惩罚函数F矩阵随时间的变化 Figure 5

可以看到，在 `perturbed_node` 惩罚函数下，协方差矩阵的差值表现为一些行和其对应列的集合，这与[1]中的结论是相符的。在这个前提下，通过观察行列所处位置就可以观察出 `perturbed_node` 惩罚函数探测出的扰动节点。而在我们的股票实验中，我们的实验结果显示有六个股票组成的网络在四月份时发生了改变，这个改变主要是由Apple公司引起的。通过查询媒体可以得知，苹果的春季发布会一般在三月到四月举行，也许是苹果春季发布会导致了股票结构的改变。

## 3.3 相关研究

在完成了对于论文实验的复现后，我们结合提出的  $F$  指标对于 TVGL 方法中提到的超参数  $\lambda, \beta$  进行了进一步探究，并分析了 `perturbed_node` 惩罚函数下未能成功检测出论文中提到的1月网络结构突变的原因。

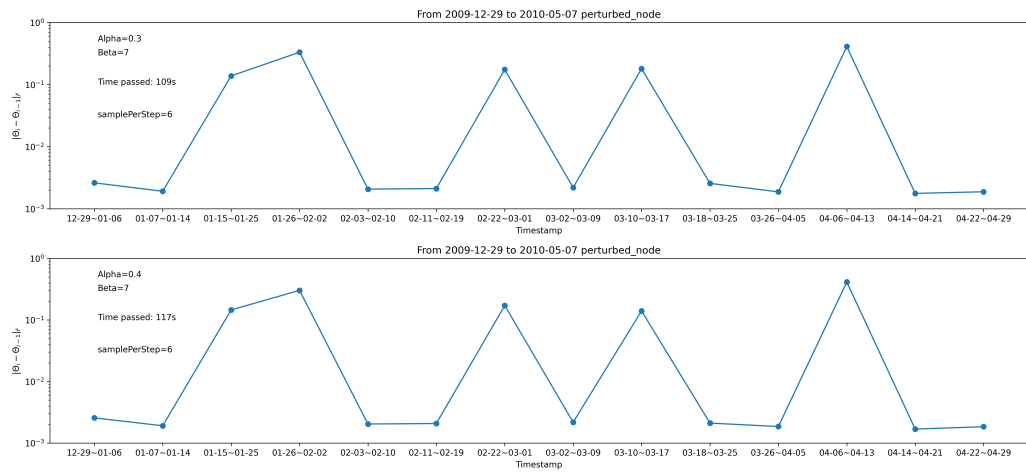
### 3.3.1 $\lambda, \beta$ 探究

根据公式

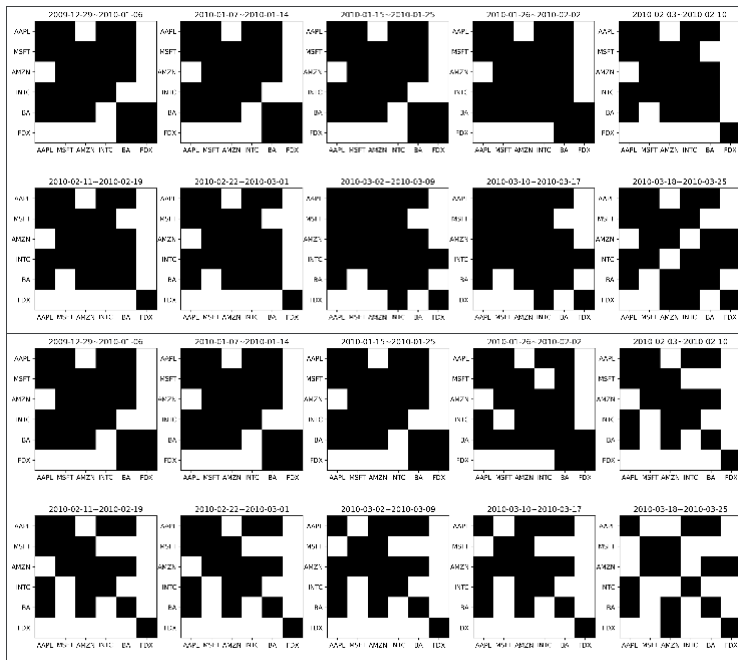
$$\underset{\Theta \in S_{++}^P}{\text{minimize}} -l(\Theta) + \lambda \|\Theta\|_{od,1} + \beta \sum_{i=2}^T \psi(\Theta_i - \Theta_{i-1}) \quad (1)$$

可知， $\lambda$  与矩阵的稀疏性密切相关，而  $\beta$  则控制着相邻协方差估计的强相关程度。

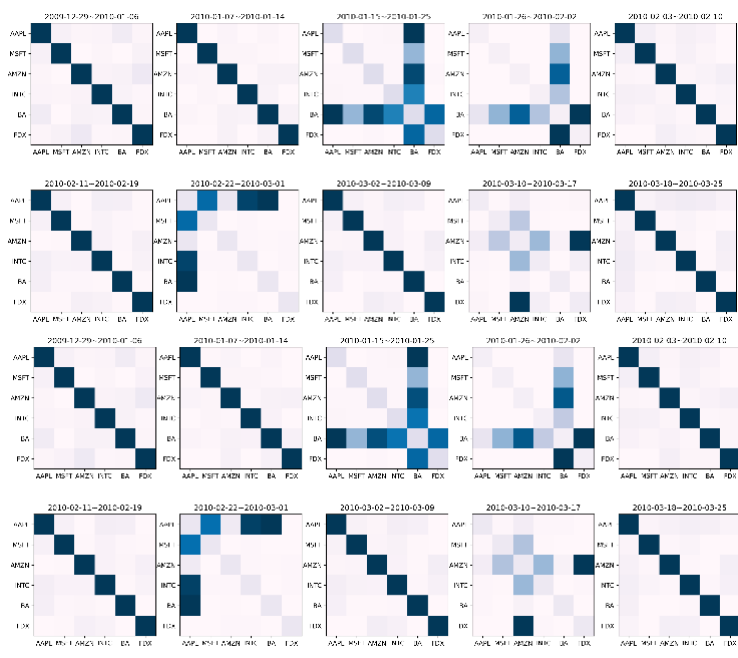




上图分别为 $\lambda=0.3$ 和 $\lambda=0.4$ 下TD值波动曲线 Figure 6

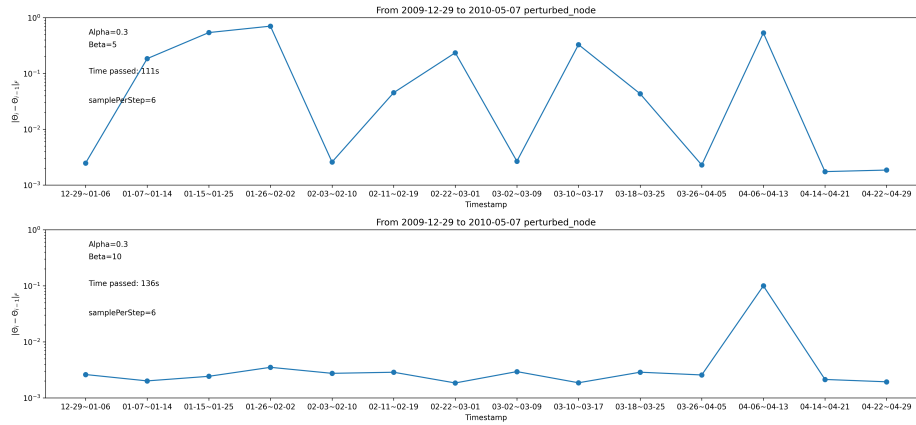


上图分别为 $\lambda=0.3$ 和 $\lambda=0.4$ 下估计所得的精度矩阵随时间的变化 Figure 7

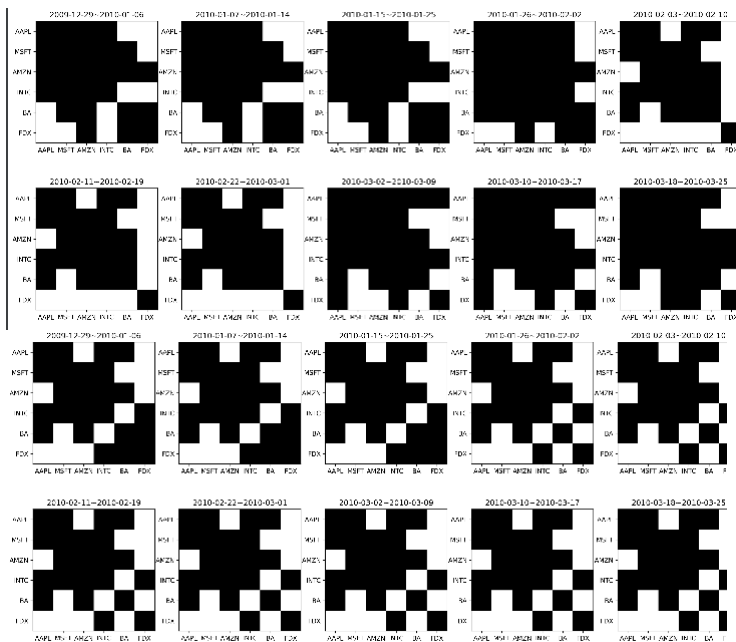


上图分别为 $\lambda=0.3$ 和 $\lambda=0.4$ 下估计所得的F矩阵随时间的变化 Figure 8

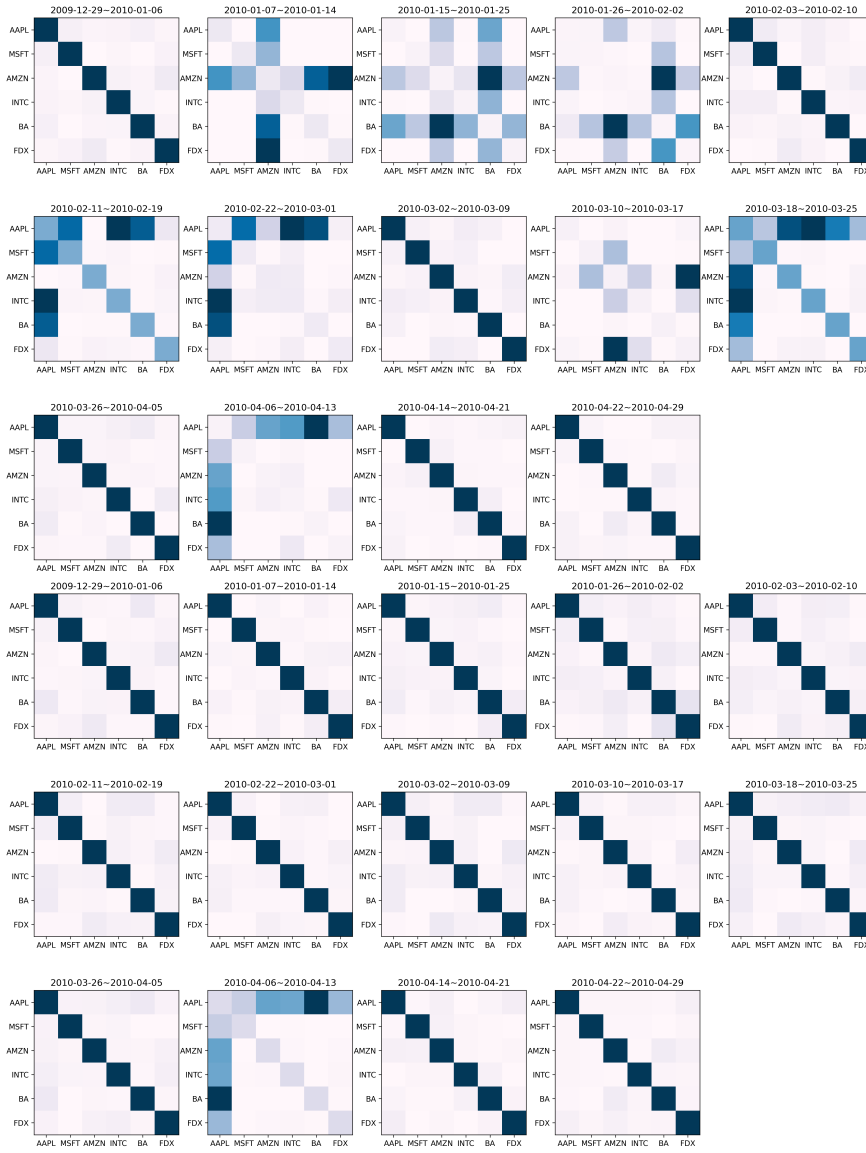
在对于 $\lambda$ 的研究中, 根据 Figure 6 我们可以得知,  $\lambda$ 值的增大对于  $\tau_D$  值随时间的变化几乎没有影响, 同时根据 Figure 8 我们可以得知, 不同 $\lambda$ 值得设置对于 F 矩阵随时间的变换也没有显著影响。这说明 $\lambda$ 值的设置对于 TVGL 方法检测网络变化没有明显影响, 在不同 $\lambda$ 值的设置下 TVGL 方法对于网络变化的估计结果都保持一致。而通过 Figure 7 我们可以看到, 不同 $\lambda$ 值的设置对估计的精度矩阵的稀疏程度带来的直观的影响。右侧更大 $\lambda$ 值得设置让估计所得的精度矩阵的稀疏性显著提升。一方面, 适当的 $\lambda$ 设置可以带来更加稀疏的矩阵, 让我们更好的得到复杂网络中各个节点之间的内在联系。另一方面, 过于激进的 $\lambda$ 设置可能会让矩阵稀疏性惩罚过大, 从而忽略了一些本来应该存在的联系。在关于 $\lambda$ 取值的进一步研究中, 后续的论文调研中, 我们发现[8]提出了对于 $\lambda$ 取值寻找的方法。



上图分别为 $\beta=5$ 和 $\beta=10$ 下 $\tau_D$ 值波动曲线 Figure 9



上图分别为 $\beta=5$ 和 $\beta=10$ 下估计所得的精度矩阵随时间的变化 Figure 10

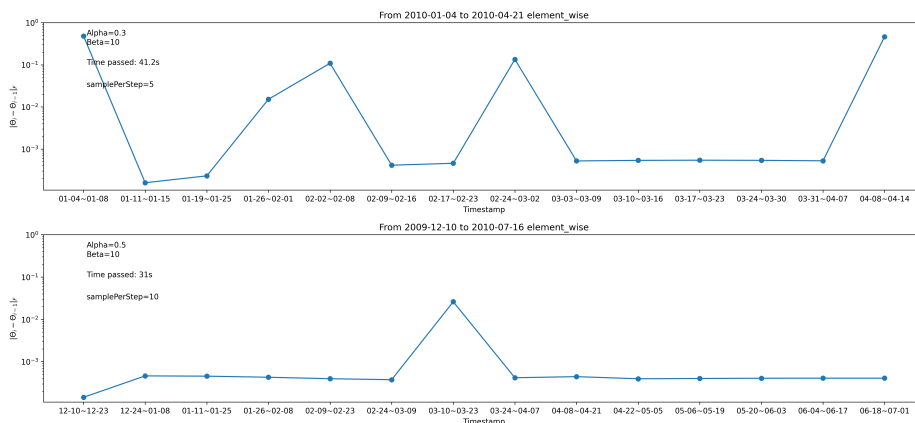


上图分别为 $\beta=5$ 和 $\beta=10$ 下估计所得的F矩阵随时间的变化 Figure 11

在对于 $\beta$ 的研究中，根据 Figure 9 我们可以得知， $\beta$ 值的增大会让  $\tau_D$  值的波动趋于平缓，在较大 $\beta$ 的设置下，只有明显的网络波动会被检测。而根据 Figure 11 我们可以看到  $\tau_D$  值变换平缓背后的原因。即在较小的 $\beta$ 值设置下，网络中较多的变化会被允许，如AMZN,BA在1月2月引起的多次结构变换都被检测。而在较大 $\beta$ 设置下，只有APPLE在4月允许的巨大结构变化被检测。而根据 Figure 10 我们可以看出，在较大 $\beta$ 的设置下，TVGL 方法推断出的精度矩阵随时间的变化较小倾向于前一时间的精度矩阵保持一致。由此可见，较大的 $\beta$ 值设置会让 TVGL 方法忽略那些网络微小变化带来的影响，着眼于巨大变化的检测。

### 3.3.2 时间步长探究

对于时间步长对于 TVGL 方法的影响，在之前用开源代码复现时已经做过多次实验，这里我们在自己实现的 TVGL 方法上对其进行简单验证。



上图分别为samplePerStep = 5 和 10下TD值波动曲线 Figure 12

由 Figure 12 可以看出当时间步长较小时，方法着眼于捕捉短时间内的小波动，而当时间步长较长时，由于更多数据被认为是遵循同一分布，所以方法更倾向于捕捉更加长远的变化。

## 4 论文相关研究调研

如今距离 TVGL 方法的提出已经近四年的时间。我们通过对近期引用该论文的论文进行梳理，对该方法近期相关研究进行了简单的了解，同时也分析了各个作者近期的研究方向。

### 4.1 论文基本信息

#### 4.1.1 论文发表平台

该论文发表在由ACM 主办的知识发现与数据挖掘顶级会议 SIGKDD 2017上。ACM SIGKDD（国际数据挖掘与知识发现大会，简称KDD）是数据挖掘领域的顶级国际学术会议，由美国计算机学会（ACM）数据挖掘及知识发现专委会（SIGKDD）主办，被中国计算机学会（CCF）推荐为A类国际学术会议，至今已举办27届。

#### 4.1.2 作者简介

David Hallac 毕业于斯坦福大学。通过查询他发表的文章可以看出，其在2018年之前主要着眼于数据挖掘领域，其在2017年发表了两篇关于时序图相关论文。但是从2019年以后，该作者论文发表量变少，且转向汽车传感器识别领域。

Youngsuk Park 就读于斯坦福大学，是Stephen Boyd的PhD研究生，研究兴趣为凸优化算法。

Stephen Boyd 是斯坦福大学教授，在凸优化领域成就极高，本文所用的ADMM方法便是其在2011年提出的。

### 4.2 论文调研

#### 4.2.1 调研论文详情

文章题目	发表平台	文章简介	TVGL相关性
Graphical network and topology estimation for autoregressive models using Gibbs sampling	Signal Processing (2区) 电子与电气 Q1	基于吉布斯采样的新策略，用于估计由一阶向量自回归模型表示的图形网络的系数和拓扑 一阶向量自回归模型是一个经济学模型，1980年提出，可以用来做变量预测	作为相关性研究的一部分，归类为Graphical Lasso
Online discriminative graph learning from multi-class smooth signals	Signal Processing (2区)	通过图傅里叶变换从采样中学习邻接矩阵，这点与TVGL有相似之处。同时提出了一个近端梯度法，可以让网络可以实时学习	TVGL这篇论文实验部分对于10年APPLE股票突变的研究被该论文引用。同时该论文学习了TVGL中TD的指标构建了自己的实验。该论文也研究了公司股票之间的关系，并选取了COVID-19流行时期数据做实验数据，说TVGL论文呢中讲了一般情况下股票结构没啥变化，这个时候会有变化。但是相同的是他也推断出了各个公司股票之间的潜在关系
Where Do We Stand in Regularization for Life Science Studies?	Journal of Computational Biology (4区) 计算机：跨学科应用Q2	全面描述了正则化技术在生命科学研究中的影响和重要性 更像是论文综述	TVGL在这篇文章被归类到Graphical Lasso中的一个方法，被总结为提出了及时演化的精度矩阵。
Control, intervention, and behavioral economics over human social networks against COVID-19	Advanced Robotics (4区) 机器人学Q4	我们提出了跨领域研究的新方向，用于预测和控制 COVID-19 病毒在人类社交网络上的传播。讲如何对可能的干预方法进行研究。	TVGL在这篇文章里作为“从这些数据中估计网络的方法在信号处理和机器学习领域得到了广泛的研究”中的研究之一
Analyzing spatial mobility patterns with time-varying graphical lasso: Application to COVID-19 spread	Transactions in GIS (3区) 地球科学Q3	用TVGL网络利用 COV-19数据研究隔离措施的影响	整个文章的研究方法就是TVGL。在 $\lambda$ 和 $\beta$ 的选择上，文章使用AIC (Akaike information criterion) 进行选取，选择2.85和1. n选择7，这是因为COV-19患者从感染到表现通常需要5-6天。作者声称他是首次将通过时序数据推断网络的工作运用到地理数据上，并且TVGL的多种惩罚函数让他可以在多个层次上推断城市之间的关系

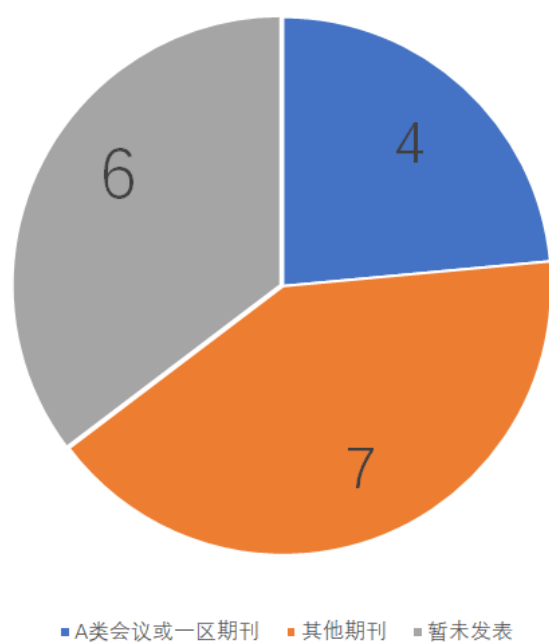
文章题目	发表平台	文章简介	TVGL相关性
Joint Gaussian Graphical Model Estimation: A Survey	arXiv	联合高斯图形模型估计研究综述 对根据高斯分布生成图模型的各种方法进行了归纳汇总	在这里，TVGL被归类到 Graphical Models for Time Series Data中的Regularized Estimation。与其他方法几个被提到的论文一样，都是一个正则项保证矩阵稀疏，一个惩罚项保证时间尺度上的相似
Graph Coding for Model Selection and Anomaly Detection in Gaussian Graphical Models	arXiv	提出了一种基于(MDL)选择 $\lambda$ 的方法	这里TVGL因为是一个有 $\lambda$ 的模型所以对其进行了实验
Scalable Inference of Sparsely-changing Markov Random Fields with Strong Statistical Guarantees	NeurIPS(A)	提出了一种与 Graphical Lasso 不同地约束优化问题来推导精度矩阵	TVGL在这里作为Graphical Lasso中推导精度矩阵的经典方法引入。作者在自己设立三个指标上与TVGL方法进行了对比，他的研究显示TVGL方法在 $N \gg p$ 时表现不好，这与我们的实验结果有相似之处
Time Adaptive Gaussian Model	arXiv	提出了一种利用隐马尔可夫模型和高斯图形模型的新方法-时间自适应高斯模型(TAGM) 作者表示这种方法可以放宽TVGL方法中每一个分块被认为是从同一分布中取出这个限制	TVGL这里就是作为传统 Graphical Lasso方法被提到。文章总结了这类方法对于数据的假设并指出了其中的不足。但是论文似乎还没有写完，没有实验和总结
Learning Sparse Graph with Minimax Concave Penalty under Gaussian Markov Random Fields	arXiv	对于传统 Graphical Lasso 中的L1项进行了替换，在实验上有更好的效果	TVGL这里是他替换的L1正则项可能的应用。作者表明可以用自己设计的MC惩罚替换掉原本的L1惩罚作为改进尝试

文章题目	发表平台	文章简介	TVGL相关性
Statistical Models Coupling Allows for Complex Local Multivariate Time Series Analysis	kdd 21	作者在文章中将多元时序的分析过程分成了四个部分：(a) 多元变量关系分析 (b) 聚类相似表现的时间 (c) 预测 (d) 关系推断 文章提出新模型 TAGM将四部分整合到一起成为框架，使用了隐马尔可夫模型和高斯图模型	TVGL被作者归类于传统的图模型推断中。作者认为TVGL及其他传统图模型推断的时间窗选取随意，而本文（使用HMM）更贴近现实时间的推断
Modeling Regime Shifts for Multiple Time Series Forecasting	arXiv	提出了用多个状态转移矩阵来定义、识别、预测环境中的稳态转变	作者提到TVGL方法可以解决不稳定的时间序列问题，然而无法解决稳态转变这种状态机问题
Graphical Lasso based Cluster Analysis in Energy-Game Theoretic Frameworks	arXiv	主要是将 Graphical lasso 用于Energy Game-Theoretic Frameworks，用于分析一个范围内所有参与者的节能情况	TVGL主要是作为Graphical Lasso方法的一种改进方法被使用，然而Graphical Lasso并未被应用至能源领域
Scalable Inference of Sparsely-changing Gaussian Markov Random Fields	NeurIPS 21	作者提出一个带约束的GMRF问题，即变化稀疏的GMRF，并使用基于Graphical Lasso的方法提出了优化函数	在Graphical Lasso的基础上，作者分析了其劣势，即使用的是 $l_1$ 正则化，进而提出了自己的 $l_0$ 正则化方法
Temporal Multiresolution Graph Learning	IEEE Access	使用多分辨率分析，提出在不同时间尺度下利用有Graph Laplacian限制的 graphical lasso学习时间序列	TVGL作为Graphical Lasso被提到，其弊端为会出现负权值的边和自循环，故作者增加Graph Laplacian限制，避免了这种情况的出现
Online Estimation of Sparse Inverse Covariances	American Control Conference 2021	提出一种适合实时估计的，基于交替最小化算法的快速预测算法	提到TVGL基于Graphical lasso改进，可以用于预测动态网络，但由于需要时间窗仍无法实时预测

文章题目	发表平台	文章简介	TVGL相关性
An Efficient Linearly Convergent Regularized Proximal Point Algorithm for Fused Multiple Graphical Lasso Problems	Communications in Statistics-Simulation and Computation	主要使用了 Graphical Lasso 分析了中国31个城市PM2.5的时间序列	相比TVGL，提出了三个 $\lambda$ ，用来明显区分开不同的 community。实践中，主要参考了TVGL中使用ADMM方法对 Graphical Lasso进行优化

上表对我们阅读的TVGL相关文献进行了汇总。列出了其出处，内容和与TVGL的关系 Table 1

发表平台级别



上图总结了17篇论文的发表平台 Figure 13

4.2.1 相关论文总结

在相关文中调研中，我们阅读了2021年发表并引用了 TVGL 原论文的17篇论文，并将它们的信息总结在 Table 1 中。随后，我们对于这些论文的发表平台和与TVGL的相关性进行了统计并分析。

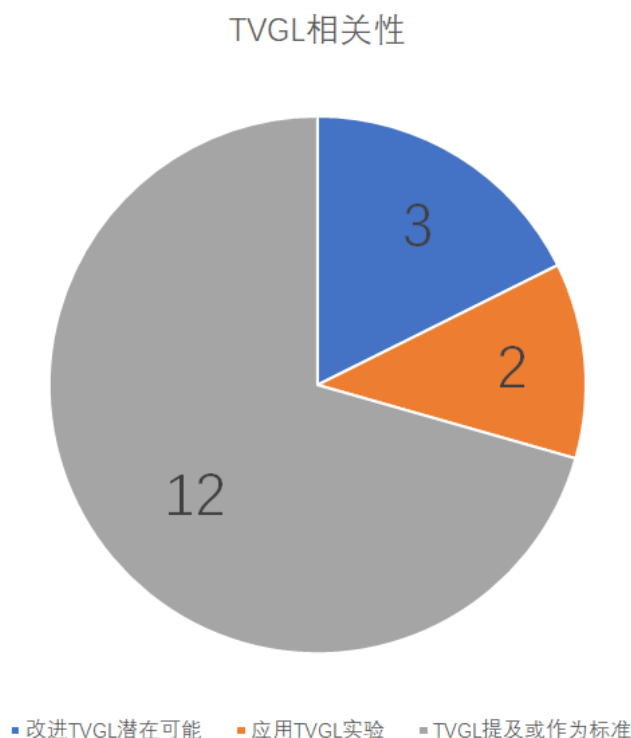
根据 Figure 13 中我们可以看出，2021年发表的与 TVGL 相关的论文，发表在A类会议或者一区期刊的论文比例占到25%，而其他论文也大多发表在二区和三区期刊上，其主要是一些跨领域论文。

但当我们对于顶会期刊上的四篇论文内容进行阅读时，却发现它们都是各自提出了其对于时序数据分析的全新模型，其与TVGL的联系仅仅在于引用TVGL作为 Graphical Lasso 系列的代表方法，最多将其作为标准方法与其新提出的方法进行了一系列比较。事实上，在具体分析这些论文内容后，我们发现，这些论文使用或对于提出了可能用于改进 TVGL 方法的论文仅占到全部论文的29.4% Figure 8。而这些论文大多都发表在三区期刊中，仅有少部分应用广泛的论文发表在二区期刊中。



在改进 TVGL 方法的三篇论文中[8]提出了一个新的数学方法用来根据样本估计 $\lambda$ 的选择值。[11]则提出了一个全新的正则项，论文通过实验证明了通过替换 TVGL 方法原本的正则项可以带来更好的效果。[18]则是提出了三个不同的 $\lambda$ 统一使用。

在使用TVGL进行实验的两篇论文中，[5]用 TVGL 分析了隔离政策对于COV-19在阿根廷某省的传播的影响，第一次将时序数据分析应用到了地理数据上。[18]则通过自己改进的 TVGL 方法分析了三十多个国家PM2.5的联系。



上图总结了17篇论文与TVGL的关系 Figure 14

### 4.2.2 论文调研结果

通过我们的调研，我们发现现阶段对于 TVGL 方法的应用和改进的相关研究还在继续，但其论文的发表平台已经不在顶会上了。

现阶段，TVGL 方法现阶段被视为是多元时间序列分析方法分支中的 Graphical Lasso 系列的代表方法，作为不同方法的评定指标被学术界继续使用。然而 Graphical Lasso 方法本身在过去的四年已经没有什么突破性的进展产生了。

## 5 致谢

首先感谢唐珂教授在本学期的创新实践中给予的教导。唐老师不断指引我们的思路，从学生思维转向科研思维，最终顺利完成了学期初制定的目标。此外还要感谢计算机系研究副教授杨鹏老师和吴培霖、钟慕尧学长在项目初期给予的帮助和支持。

## Reference

[1] K. Mohan, M. Chung, S. Han, D. Witten, S.-I. Lee, and M. Fazel. Structured learning of Gaussian graphical models. In NIPS, 2012

- [2] Iloska M, El-Laham Y, Bugallo M F. Graphical network and topology estimation for autoregressive models using Gibbs sampling[J]. *Signal Processing*, 2022, 190: 108303.
- [3] Saboksayr S S, Mateos G, Cetin M. Online discriminative graph learning from multi-class smooth signals[J]. *Signal Processing*, 2021, 186: 108101.
- [4] Tozzo V, Azencott C, Fiorini S, et al. Where Do We Stand in Regularization for Life Science Studies?[J]. *Journal of Computational Biology*, 2021.
- [5] Nagahara M, Krishnamachari B, Ogura M, et al. Control, intervention, and behavioral economics over human social networks against COVID-19[J]. *Advanced Robotics*, 2021: 1-7.
- [6] Degano I L, Lotito P A. Analyzing spatial mobility patterns with time-varying graphical lasso: Application to COVID-19 spread[J]. *Transactions in GIS*, 2021, 25(5): 2660-2674.
- [7] Tsai K, Koyejo O, Kolar M. Joint Gaussian Graphical Model Estimation: A Survey[J]. *arXiv preprint arXiv:2110.10281*, 2021.
- [8] Abolfazli M, Host-Madsen A, Zhang J, et al. Graph Coding for Model Selection and Anomaly Detection in Gaussian Graphical Models[J]. *arXiv preprint arXiv:2102.02431*, 2021.
- [9] Fattahi S, Gomez A. Scalable Inference of Sparsely-changing Markov Random Fields with Strong Statistical Guarantees[J]. *arXiv preprint arXiv:2102.03585*, 2021.
- [10] Ciech F, Tozzo V. Time Adaptive Gaussian Model[J]. *arXiv preprint arXiv:2102.01238*, 2021.
- [11] Koyakumar T, Yukawa M, Pavez E, et al. Learning Sparse Graph with Minimax Concave Penalty under Gaussian Markov Random Fields[J]. *arXiv preprint arXiv:2109.08666*, 2021.
- [12] Tozzo V, Ciech F, Garbarino D, et al. Statistical Models Coupling Allows for Complex Local Multivariate Time Series Analysis[C]//*Proceedings of the 27th ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery & Data Mining*. 2021: 1593-1603.
- [13] Tajeuna E G, Bouguessa M, Wang S. Modeling Regime Shifts in Multiple Time Series[J]. *arXiv preprint arXiv:2109.09692*, 2021.
- [14] Das H P. Graphical Lasso based Cluster Analysis in Energy-Game Theoretic Frameworks[J]. 2021.
- [15] Fattahi S, Gomez A. Scalable Inference of Sparsely-changing Gaussian Markov Random Fields[J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2021, 34.
- [16] Yamada K, Tanaka Y. Temporal Multiresolution Graph Learning[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 143734-143745.
- [17] Yao T, Sundaram S. Online Estimation of Sparse Inverse Covariances[C]//*2021 American Control Conference (ACC)*. IEEE, 2021: 1935-1940.
- [18] Zhang N, Zhang Y, Sun D, et al. An efficient linearly convergent regularized proximal point algorithm for fused multiple graphical lasso problems[J]. *SIAM Journal on Mathematics of Data Science*, 2021, 3(2): 524-543.