

Programmierparadigmen – WS 2021/22

<https://pp.ipd.kit.edu/lehre/WS202122/paradigmen/uebung>

Blatt 2: Bindung, Kombinatoren, Terme

Abgabe: 5.11.2021, 14:00
 Besprechung: 8.11. – 9.11.2021

Reichen Sie Ihre Abgabe bis zum 5.11.2021 um 14:00 in unserer Praktomat-Instanz unter https://praktomat.cs.kit.edu/pp_2021_WS ein.

Geben Sie Ihre Lösung in Freitextform ab. Bäume können Sie z.B. eingescannt, abfotografiert oder als ASCII-Art abgeben.

1 Bindung und Gültigkeitsbereiche

Geben Sie für jede Verwendungsstelle jedes Bezeichners an, auf welche Definitions- bzw. Bindungsstelle er verweist. Hierzu bieten sich Pfeile an, wie in Zeile 1 gezeigt.

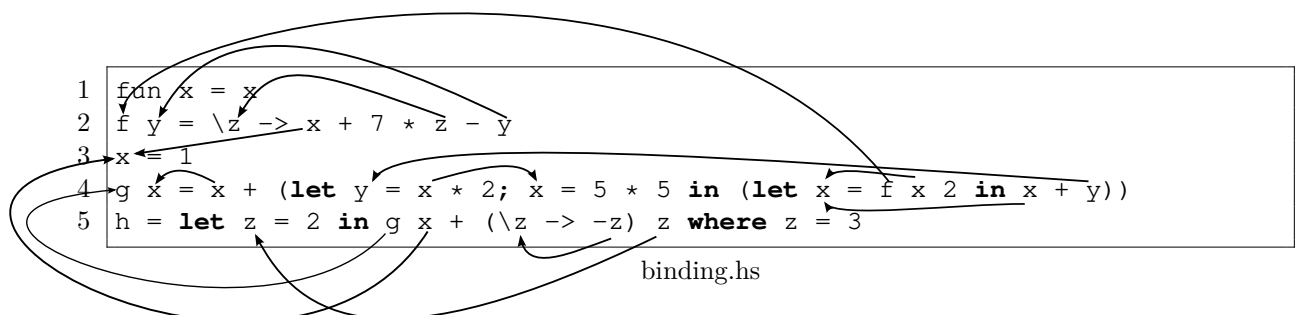
Hinweis: Probieren Sie an einem eigenen Beispiel aus, ob **let** oder **where** stärker bindet!

```

1 fun x = x
2 f y = \z -> x + 7 * z - y
3 x = 1
4 g x = x + (let y = x * 2; x = 5 * 5 in (let x = f x 2 in x + y))
5 h = let z = 2 in g x + (\z -> -z) z where z = 3
  
```

binding.hs

Beispiellösung:



Z. 2 y und z werden als Parameter auf der linken Seite von = bzw. durch \ gebunden. Ihr Gültigkeitsbereich endet am Ende der Zeile, die dortigen Vorkommen von y und z beziehen sich auf diese Bindungsstellen. Das x bezieht sich auf die Definition in Zeile 3.

`f` wird für das gesamte Programm hier definiert, alle Verwendungen von `f` beziehen sich auf diese Definition.

Z. 3 `x` wird in Z. 3 definiert, ist aber in Z. 4 verdeckt. Verwendet wird es nur in Z. 5 (und in Z. 2)

Z. 4 Der Parameter `x` wird hier gebunden, er verdeckt die Definition aus Z. 3 Lediglich das erste `x` rechts vom `=` bezieht sich darauf.

Das äußere **let** bindet `x` und `y`, Gültigkeitsbereich für `x` ist der Bindungsbereich des äußeren **let**, für `y` ist dies der gesamte äußere **let**-Ausdruck. Auch das `x` ist bereits während `y = x * 2` sichtbar. Das `x` in `y = x * 2` bezieht also sich auf die Bindung im äußeren **let**, obwohl dies hinter `y` steht.

Im inneren **let** verschattet `x` das im äußeren **let** gebundene `x`. Damit ist auch der Parameter `x` in `f x 2 3` an dieses `x` gebunden, also wird `x` durch sich selbst rekursiv definiert. Auf dieses `x` bezieht sich die Verwendung im Rumpf des inneren **let**.

Z. 5 **let** bindet stärker als **where**. Damit verdeckt die **let**-Definition `z = 2` die **where**-Definition `z = 3` im Rumpf des **let**. Das `x` bezieht sich auf die Definition in Z. 3. Die λ -Abstraktion von `z` verdeckt das **let**-`z`, `-z` bezieht sich auf das abstrahierte `z`.

2 Listenkombinatoren

Geben Sie Ihre Lösungen als Modul `Polynom`¹ ab.

Polynome $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ können durch Listen ihrer Koeffizienten dargestellt werden – zweckmäßigerweise mit `a0` am Listenanfang.

```
type Polynom = [Double]
```

Um mehrdeutige Repräsentationen zu vermeiden sei die kanonische Darstellung eines Polynoms die *kürzestmögliche*, also so dass z.B. das Nullpolynom als leere Liste dargestellt wird.

1. Definieren Sie eine Funktion `cmult` zur Multiplikation eines Polynoms mit einer Konstanten. Verwenden Sie `map`.

```
cmult :: Polynom -> Double -> Polynom
```

2. Definieren Sie die Auswertung

```
eval :: Polynom -> Double -> Double
```

eines Polynoms an einer Stelle `x` mit dem Horner-Schema. Verwenden Sie `foldl` oder `foldr`.

Zu obigem Polynom ist das Horner-Schema

$$a_0 + x \cdot (a_1 + x \cdot (a_2 + \dots (a_{n-1} + x \cdot a_n) \dots))$$

3. Definieren Sie eine Funktion `deriv :: Polynom -> Polynom` zum Ableiten eines Polynoms. Welcher Listenkombinator bietet sich an? Zu obigem Polynom ist die Ableitung

$$a_1 + 2a_2 \cdot x + 3a_3 \cdot x^2 + \dots + n \cdot a_n \cdot x^{n-1}$$

Beispiellösung:

¹Also in einer Datei `Polynom.hs` mit erster Zeile `module Polynom where`

```

cmult :: Polynom -> Double -> Polynom
cmult p c = map (*c) p

eval :: Polynom -> Double -> Double
eval p x = foldr (\a v -> a + v * x) 0 p

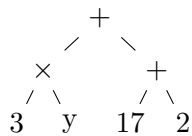
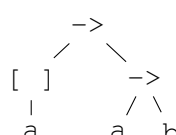
deriv :: Polynom -> Polynom
deriv [] = []
deriv p = zipWith (*) [1..] (tail p)

```

B-Seite: Termsprachen

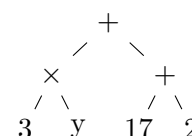
Termsprachen tauchen in dieser Vorlesung fast überall auf. Wer sie nicht als solche erkennt, muss immer wieder die gleichen Prinzipien aufs Neue erlernen, deswegen schärfen wir nun unser Gespür für sie.

Terme (auch *Ausdrücke*) sind *strukturierte Objekte*, die meist in linearer Stringdarstellung (potenziell mit Klammern) geschrieben werden. Ein paar Beispiele:

- $3 \times y + (17 + 2)$ ist ein Term, und hat die Struktur 
- $[a] \rightarrow (a \rightarrow b)$ ist ein Term mit Struktur 
- $(3 \times y) + (17 + 2)$ und $[a] \rightarrow a \rightarrow b$ sind andere Schreibweisen für die *selben* Terme von oben (Erinnerung: der Funktionstyp ist *rechtsassoziativ*!)
- $\forall x. (P(x) \wedge \forall y. Q(x))$ und $(\forall x. P(x)) \wedge (\forall y. Q(x))$ sind zwei *unterschiedliche* Terme. Geben Sie jeweils die Struktur an.

Assoziativität und Priorität (“welche Klammern kann man weglassen?”, “Punkt vor Strich”, etc.) beeinflussen die Zuordnung zwischen Stringdarstellung und Term, aber die Struktur ist *inhärent*.

Manchmal müssen wir über die *Syntax* zweier Termsprache hinwegsehen, um Zusammenhänge zwischen scheinbar verschiedenen Termsprachen zu sehen. Denkbare Schreibweisen sind z.B.:

Infix	Präfix	Baum
$3 \times y + (17 + 2)$	$+(\times(3, y), +(17, 2))$	

1. Geben Sie folgende Terme in einer geeigneten Infix- (für den letzten Term), Präfix-, sowie Baum-Schreibweise an:

- Den Haskell-Typen $a \rightarrow (a \rightarrow (b, b)) \rightarrow b$
- Die Formel $V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times V_{in}$
- Den balancierten Binärbaum mit 7 Knoten, in dessen Knoten jeweils die Höhe des Teilbaums steht.

	Infix	Präfix	Baum
	$a \rightarrow (a \rightarrow (b, b)) \rightarrow b$	$\rightarrow (a, \rightarrow (\rightarrow (a, \times (b, b)), b))$	
Beispiellösung:	$V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times V_{in}$	$= (V_{out}, \times (/ (R_2, + (R_1, R_2)), V_{in}))$	
	$(1 \bullet^2 1) \bullet^3 (1 \bullet^2 1)$	$\bullet(3, \bullet(2, 1, 1), \bullet(2, 1, 1))$	

Die ersten beiden Beispiele sehen in ihrer Infix-Schreibweise sehr verschieden aus, haben aber identische Baumform.

Es ist insbesondere wichtig, die Termstruktur zu berücksichtigen, wenn wir Terme in andere Terme einsetzen.

2. Setzen Sie den Term $X = a \rightarrow b$ in folgende Terme ein:

- $c \rightarrow d \rightarrow X$
- $X \rightarrow e \rightarrow f$

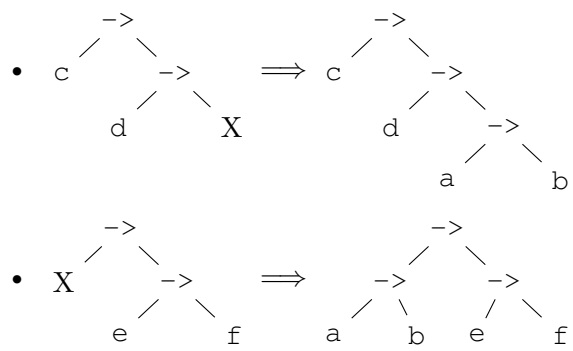
3. Stellen Sie die Terme nach Einsetzung mit möglichst wenig Klammern dar, falls nicht schon der Fall.

4. Übersetzen Sie die Ausgangsterme und Ihre Lösungen in die Baumdarstellung. War Ihre Einsetzung tatsächlich strukturerhaltend?

Beispiellösung:

- 2.
- $c \rightarrow d \rightarrow (a \rightarrow b)$
 - $(a \rightarrow b) \rightarrow e \rightarrow f$
- 3.
- $c \rightarrow d \rightarrow a \rightarrow b$
 - $(a \rightarrow b) \rightarrow e \rightarrow f$

4. $X = a \rightarrow b$



Falls Ihre zweite Lösung stattdessen die Struktur der ersten hat, haben Sie wohl beim Einsetzen Klammern vergessen!