

Cálculo Numérico - Avaliação - 01

Exercício 0 Seja $H^{(n)}$ uma matriz $n \times n$ definida por

$$H_{ij}^{(n)} = \frac{1}{i+j-1}; \quad 1 \leq i, j \leq n, \quad (1)$$

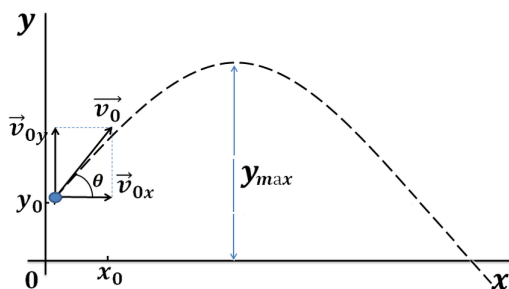
que é chamada de matriz de Hilbert. Determine $[H^4]^{-1}$. Descreva também o vetor solução do sistema de equações lineares, definido por

$$H^4 \cdot \bar{x} = b, \quad b = [0 \ 1 \ 10 \ 100]^t \quad (2)$$

Exercício 1 Um objeto lançado segundo um movimento oblíquo, e submetido ao arraste linear, têm sua altitude $y(x)$ calculada através da expressão:

$$y(x) = y_0 + \frac{m}{c} \left(v_0 + \frac{mg}{c} \right) (1 - e^{-(c/m)x}) - \frac{mg}{c} x \quad (3)$$

Dados os seguintes valores dos parâmetros: $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$; $y_0 = 100 \text{ m}$; $v_0 = 55 \text{ m s}^{-1}$; $m = 80 \text{ kg}$ e $c = 15 \text{ kg s}^{-1}$. A representação gráfica desse movimento está descrita na seguinte **figura**.



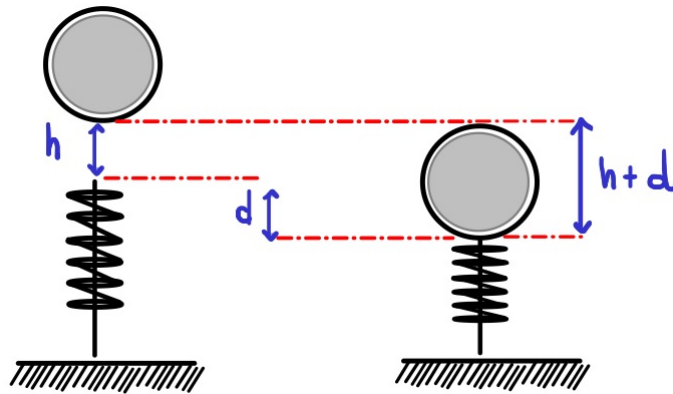
(a) calcule x_m para a altura máxima, mostrando que esse resultado é analítico; (b) calcule x para quando $y(x) = 0$, mostrando que esse processo deve ser iterativo.

Exercício 2 Dados os sistemas de equações não lineares abaixo

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 0 \\ -e^x + y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y - \sin(x) = 0 \\ y - e^x = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Mostre que o sistema à esquerda possui apenas duas soluções, e que o sistema à direita possui um número infinito de soluções. Resolva o sistema à esquerda. Faça um gráfico $\bar{x} \times i$, sendo i o índice das raízes.

Exercício 3 Sistemas mecânicos reais podem envolver a deflexão de molas não lineares. Na **figura** abaixo, uma massa m é abandonada de uma distância h acima de uma mola não linear.



A força de resistência \vec{F} da mola é dada por

$$\vec{F} = -(k_1 d + k_2 d^{3/2}) \quad (5)$$

A conservação de energia pode ser usada para mostrar que

$$0 = \frac{2k_2 d^{5/2}}{5} + \frac{1}{2}k_1 d^2 - mgd - mgh \quad (6)$$

Determine d , dados os seguintes valores dos parâmetros: $k_1 = 40.000 \text{ g s}^{-1}$, $k_2 = 40 \text{ g/(s}^2 \text{ m}^5)$, $m = 95\text{g}$, $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ e $h = 0,43 \text{ m}$.