UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Complementos de Matemática - BCC
1º semestre de 2022
PRIMEIRA PROVA

1. Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{0, 2, 4\}$ e $C = \{1, 3, 5\}$. Em cada item abaixo exiba os conjuntos solicitados e justifique sua resposta.

   a) $A \cap B$ e $A \cap C$ ✓ b) $A \cup B$ e $A \cup C$ ✓

   c) $A \cap (B \cup C)$ ✓ d) $(A \cup B) \cap C$ ✓

2. Sejam A e B dois conjuntos tais que $A \subseteq B$. Prove que $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$.

3. Considerando a abordagem conjuntista dos números naturais, faça o que se pede em cada item. Justifique todas as suas respostas!

   (a) Exiba um conjunto X possuindo todas as carecterísticas a seguir: $3 \subseteq X$, $3 \notin X$, $5 \in X$ e $5 \not\subseteq X$.

   (b) Para qualquer número natural n, prove que $n \cap \mathcal{P}(n) = n$.

4. Dados números naturais k e n, lembre-se de $\mathrm{mod}_k(n)$ denota o resto na divisão de n por k. Considerando os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{0, 1, 2\}$. Faça o que se pede em cada item. Justifique suas respostas!

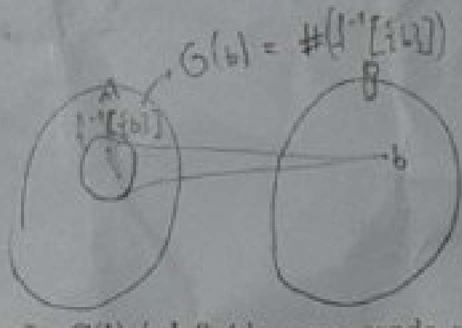
   (a) Sendo $k = 2$, mostre que a imagem da função $\mathrm{mod}_2 : A \to B$ é o conjunto $\{0, 1\}$, ou seja: $\mathrm{mod}_2[A] = \{0, 1\}$. Justifique sua resposta!

   (b) Qual deve ser o valor de k para que a função $\mathrm{mod}_k : A \to B$ seja sobrejetora?

   (c) Para quais valores de k a função $\mathrm{mod}_k : A \to B$ não está bem definida? (Ou seja: determine para quais valores de k a relação mod_k não é uma função de A em B.)

   (d) O que ocorre com a função $\mathrm{mod}_k : A \to B$ quando $k = 1$?

   n mod 1 = ~~0, resto 0~~



5. Dada uma função qualquer $f : A \to B$, considere a seguinte função:

$$G : B \longrightarrow \mathbb{N}$$

definida por: $G(b) = \#(f^{-1}[\{b\}])$, para qualquer $b \in B$. Ou seja: a função $G(b)$ é definida como sendo a cardinalidade da pré-imagem de $\{b\}$.

   (a) Prove que a função $f : A \to B$ é injetora se, e somente se, $G[B] = \{0, 1\}$.

   (b) Prove que a função $f : A \to B$ é sobrejetora se, e somente se, $0 \notin G[B]$.