

Lista 1 de Cálculo I.

Data da entrega: 29/08/2019.

Questão 1: Nos itens 1, 2, 3 e 4 a seguir, esboce o gráfico da função f a partir das informações dadas.

1. (a) $D(f) = [2, +\infty) \cup (-\infty, -2]$ (d) f é decrescente no intervalo $(-2, -\infty)$
(b) $f(2) = f(-2) = 0$ (e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
(c) f é crescente no intervalo $(2, +\infty)$ (f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
2. (a) $D(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$ (e) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$
(b) $f(0) = 0$ e $f(-2) = -5$ (f) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$
(c) f é crescente nos intervalos: $(-\infty, -2)$ e $(0, +\infty)$ (g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
(d) f é decrescente nos intervalos: $(-2, -1)$ e $(-1, 0)$ (h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
3. (a) $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ (0, 1)
(b) $f(-2) = 0, f(1) = 1$ e $f(3) = \frac{1}{2}$ (e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$
(c) f é crescente nos intervalos: $(-\infty, 0)$ e $(1, +\infty)$ (f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
(d) f é decrescente nos intervalos: (g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
4. (a) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -0.5 \text{ e } x \neq 2\}$ (e) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$
(b) $f(0) = 0, f(1) = 1$ e $f(-4) = 0.5$ (f) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$
(c) f é crescente nos intervalos: $(-4, -0.5)$ e $(-0.5, 0)$ (g) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$
(d) f é decrescente nos intervalos: $(-\infty, -4), (0, 2)$ e $(2, +\infty)$ (h) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$
(i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
(j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

Questão 2: Calcule os limites.

21. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x - 7}$

23. $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$

25. $\lim_{s \rightarrow 4} \frac{3s^2 - 8s - 16}{2s^2 - 9s + 4}$

27. $\lim_{y \rightarrow -2} \frac{y^3 + 8}{y + 2}$

29. $\lim_{y \rightarrow -3} \sqrt{\frac{y^2 - 9}{2y^2 + 7y + 3}}$

31. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

33. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$

35. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{h+1} - 1}{h}$

37. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{x^3 + 2x^2 + 6x + 5}$

38. $\lim_{y \rightarrow 4} \frac{2y^3 - 11y^2 + 10y + 8}{3y^3 - 17y^2 + 16y + 16}$

39. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3}{4x^3 - 13x^2 + 4x - 3}$

Questão 3: Calcule, caso exista. Se não existir, justifique.

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^3 - 9x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 10x^2 + 25x}{x^3 - 25x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{4x^2 - 3}{|2x - \sqrt{3}|}$

d) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}/2} \frac{4x^2 - 3}{|2x - \sqrt{3}|}$

Questão 4: Calcule, caso exista. Se não existir, justifique.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 1|}{x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x - 1|}{x - 1}$

Questão 5: Nos exercícios a seguir, faça um esboço do gráfico e ache o limite indicado, se existir; se não existir, indique a razão disto.

$$1. f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x < 1 \\ -1 & \text{se } x = 1 \\ -3 & \text{se } 1 < x \end{cases}$$

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x); (b) \lim_{x \rightarrow 1} f(x); (c) \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$2. f(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$$

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x); (b) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x); (c) \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$3. f(t) = \begin{cases} t + 4 & \text{se } t \leq -4 \\ 4 - t & \text{se } -4 < t \end{cases}$$

$$(a) \lim_{t \rightarrow -4^+} f(t); (b) \lim_{t \rightarrow -4^-} f(t); (c) \lim_{t \rightarrow -4} f(t)$$

$$4. g(s) = \begin{cases} s + 3 & \text{se } s \leq -2 \\ 3 - s & \text{se } -2 < s \end{cases}$$

$$(a) \lim_{s \rightarrow -2^+} g(s); (b) \lim_{s \rightarrow -2^-} g(s); (c) \lim_{s \rightarrow -2} g(s)$$

$$5. F(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 2 \\ 8 - 2x & \text{se } 2 < x \end{cases}$$

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2^+} F(x); (b) \lim_{x \rightarrow 2^-} F(x); (c) \lim_{x \rightarrow 2} F(x)$$

Questão 6: Nos exercícios abaixo, defina a função f composta com g e determine os pontos nos quais f composta com g é contínua.

$$1. f(x) = \sqrt{x}; g(x) = 9 - x^2$$

$$3. f(x) = \sqrt{x}; g(x) = x^2 - 16$$

$$5. f(x) = x^3; g(x) = \sqrt{x}$$

$$7. f(x) = \frac{1}{x}; g(x) = x - 2$$

$$9. f(x) = \sqrt{x}; g(x) = \frac{1}{x - 2}$$

Questão 7: Determine as o valor das constantes k e c para que as funções abaixo sejam contínuas.

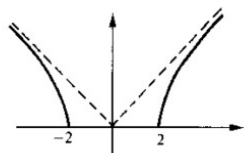
$$45. f(x) = \begin{cases} 3x + 7 & \text{se } x \leq 4 \\ kx - 1 & \text{se } 4 < x \end{cases}$$

$$47. f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 1 \\ cx + k & \text{se } 1 < x < 4 \\ -2x & \text{se } 4 \leq x \end{cases}$$

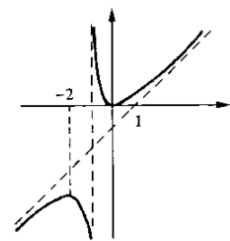
Respostas

Respostas 1:

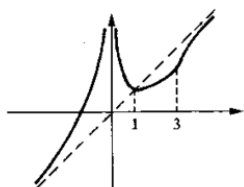
1.



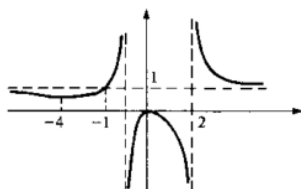
2.



3.



4.



Respostas 2:

21. 14 23. -6 25. $\frac{16}{7}$ 27. 12 29. $\sqrt{\frac{6}{5}}$
31. $\frac{1}{2}$ 33. $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ 35. $\frac{1}{3}$ 37. -1 39. $\frac{11}{17}$

Respostas 3:

Resposta: a) 0. b) 0. c) $3\sqrt{3}/2$. d) não existe.

Respostas 4: a) não existe. b) 1.

Respostas 5:

(Esboços dos gráficos dos Exercícios de 1 a 21 aparecem nas Figs. 2.3-1 a 2.3-21.)

1. (a) -3; (b) 2; (c) não existe porque $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 3. (a) 8; (b) 0; (c) não existe porque $\lim_{t \rightarrow -4^+} f(t) \neq \lim_{t \rightarrow -4^-} f(t)$
 5. (a) 4; (b) 4; (c) 4 7. (a) 5; (b) 5; (c) 5 9. (a) 0; (b) 0; (c) 0 11. (a) 0; (b) 0; (c) 0 13. (a) -4; (b) -4; (c) -4 15. (a) 1; (b) -1;
 (c) não existe porque $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 17. (a) 2; (b) 0; (c) não existe porque $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$; (d) 0; (e) -2; (f) não existe porque
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 19. (a) 0; (b) 0; (c) 0 21. (a) 0; (b) 0; (c) 0; (d) 0; (e) 0; (f) 0 23. (a) -2; (b) 2; (c) não existe 25. (a) 2; (b) 1;

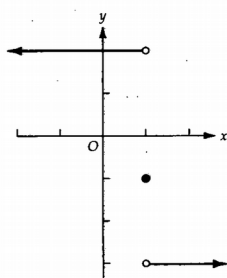


FIGURA 2.3-1

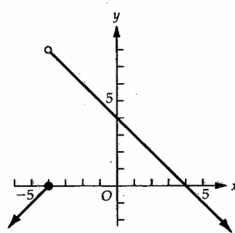


FIGURA 2.3-3

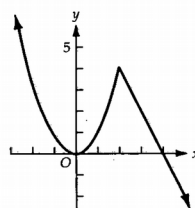


FIGURA 2.3-5

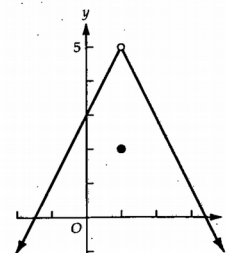


FIGURA 2.3-7

Resposta 6:

1. $(f \circ g)(x) = \sqrt{9 - x^2}$; contínua em todos os números em $(-3, 3)$ 3. $(f \circ g)(x) = \sqrt{x^2 - 16}$; contínua em todos os números em
 $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$ 5. $(f \circ g)(x) = x^{3/2}$; contínua em todos os números positivos 7. $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x-2}$; contínua em todos os números
 exceto 2 9. $(f \circ g)(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$; contínua em todos números em $(2, +\infty)$ 11. $(f \circ g)(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$; contínua em todos os números positivos

Resposta 7:

45. $k = 5$ 47. $c = -3, k = 4$