

**Lista 5 de Cálculo I**  
**Data da entrega: 24/10/2019**

**Exercício 1:** Nos exercícios abaixo,  $x$  e  $y$  são funções de uma terceira variável  $t$ .

1. Se  $2x + 3y = 8$  e  $\frac{dy}{dt} = 2$ , ache  $\frac{dx}{dt}$ .
3. Se  $xy = 20$  e  $\frac{dy}{dt} = 10$ , ache  $\frac{dx}{dt}$  quando  $x = 2$ .
5. Se  $\sin^2 x + \cos^2 y = \frac{5}{4}$  e  $\frac{dx}{dt} = -1$ , ache  $\frac{dy}{dt}$  em  $(\frac{2}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi)$ .
7. Se  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$  e  $\frac{dy}{dt} = 3$ , ache  $\frac{dx}{dt}$  quando  $x = 1$ .

**Respostas:**

1.  $-3$    3.  $-2$    5.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$    7.  $-\frac{3}{4}$

**Exercício 2:** Determine a derivada.

- |                            |                        |
|----------------------------|------------------------|
| a) $y = x \arctan x$       | b) $f(x) = \arcsin 3x$ |
| c) $g(x) = \arcsin x^3$    | d) $y = \arctan x^2$   |
| g) $y = e^{3x} \arcsin 2x$ | f) $y = \arcsin e^x$   |

**Respostas:**

- |                                  |                                  |   |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|---|-----------------------|
| a) $\arctan x + \frac{x}{1+x^2}$ | b) $\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$     | c) $\frac{3x^2}{\sqrt{1-x^6}}$                                    | d) $\frac{2x}{1+x^4}$ |
| e) $\frac{6}{1+(2x+3)^2}$        | f) $\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$ | g) $e^{3x} \left[ 3 \arcsin 2x + \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} \right]$ |                       |

**Exercício 3:**

21. Um tanque com a forma de um cone invertido está sendo esvaziado a uma taxa de  $6 \text{ m}^3/\text{min}$ . A altura do cone é de  $24 \text{ m}$  e o raio da base é de  $12 \text{ m}$ . Ache a velocidade com que o nível de água está abaixando, quando a água tiver uma profundidade de  $10 \text{ m}$ .
23. A lei de Boyle para a expansão de um gás é  $PV = C$ , onde  $P$  é o número de quilos por unidade quadrada de pressão,  $V$  é o número de unidades cúbicas do volume do gás e  $C$  é uma constante. Num certo instante, a pressão é de  $150 \text{ kg/m}^2$ , o volume é  $1,5 \text{ m}^3$  e está crescendo a uma taxa de  $1 \text{ m}^3/\text{min}$ . Ache a taxa de variação da pressão nesse instante.
25. Uma pedra cai livremente num lago parado. Ondas circulares se espalham e o raio da região afetada aumenta a uma taxa de  $16 \text{ cm/s}$ . Qual a taxa segundo a qual a região está aumentando quando o raio for de  $4 \text{ cm}$ ?

27. Um automóvel aproxima-se de um cruzamento a uma velocidade de 30 m/s. Quando o automóvel está a 120 m do cruzamento, um caminhão a uma velocidade de 40 m/s atravessa o cruzamento. O automóvel e o caminhão estão em ruas que se cruzam em ângulo reto. Com que velocidade o automóvel e o caminhão estarão se afastando um do outro, 2 s após o caminhão ter passado pelo cruzamento?

**Respostas:**

21.  $\frac{6}{25\pi}$  m/min    23. 100 kg/m<sup>2</sup> por minuto.    25.  $128\pi$  cm<sup>2</sup>/s    27. 14 m/s

#### Exercício 4:

7. Um avião voa horizontalmente a uma altitude de 1 mi, a 500 mi/h, e passa diretamente sobre uma estação de radar. Encontre a taxa segundo a qual a distância do avião até a estação está crescendo quando ele está a 2 mi além da estação.

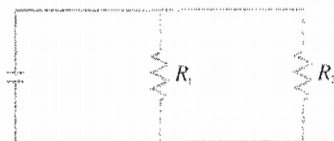
11. Dois carros iniciam o movimento de um mesmo ponto. Um viaja para o sul a 60 mi/h, e o outro para o oeste a 25 mi/h. A que taxa está crescendo a distância entre os carros duas horas depois?

19. Está vazando água de um tanque cônico invertido a uma taxa de 10.000 cm<sup>3</sup>/min. Ao mesmo tempo está sendo bombeada a água para dentro do tanque a uma taxa constante. O tanque tem 6 m de altura, o diâmetro no topo é de 4 m. Se o nível da água estiver subindo uma taxa de 20 cm/min quando a altura da água for 2 m, encontre taxa segundo a qual a água está sendo bombeada dentro do tanque

29. Se dois resistores com resistência  $R_1$  e  $R_2$  estão conectados em paralelo, como na figura, então a resistência total  $R$ , medida em ohms ( $\Omega$ ), é dada por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Se  $R_1$  e  $R_2$  estão crescendo a taxas de 0.3  $\Omega$ /s e 0.2  $\Omega$ /s, respectivamente, quão rápido está variando  $R$  quando  $R_1 = 80 \Omega$  e  $R_2 = 100 \Omega$ ?



37. Um velocista corre em uma pista circular de raio 100 m a uma velocidade constante de 7 m/s. Seu amigo está em pé a uma distância de 200 m do centro da pista. Quão rápido estará variando a distância entre os amigos quando estiverem a uma distância de 200 m?

**Respostas:**

7.  $250\sqrt{3}$  mi/h    11. 65 mi/h    19.  $(10.000 + 800.000\pi/9) \approx 2.89 \times 10^5$  cm<sup>3</sup>/min  
29.  $\frac{107}{810} \approx 0.132$   $\Omega$ /s    37.  $7\sqrt{15}/4 \approx 6.78$  m/s