



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS  
CM304 - COMPLEMAT - 1<sup>o</sup> SEM. DE 2023  
SEGUNDO TESTE

1. Para cada sentença abaixo, prove que ela é válida ou encontre uma interpretação na qual ela é falsa.

(a)  $(\forall x)[A(x) \implies B(x)] \implies [(\exists x)A(x) \implies (\exists x)B(x)]$

(b)  $((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)) \implies (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$

2. Use o Princípio da Indução Matemática para provar que  $3 \mid (n^3 - n)$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

3. QUESTÃO EXTRA: Use o Teorema Fundamental da Aritmética e a técnica da Reductio Ad Absurdum para provar que o conjunto dos números inteiros primos é infinito.