Universidade Federal do Paraná - UFPR CENTRO POLITÉCNICO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Disciplina: CM303 - Introdução à Geometria Analítica e Álgebra Linear

Lista de Exercícios – Semana 8

1. Encontre o sistema de equações lineares correspondente à matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc|c} 7 & 2 & 1 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

2. Encontre a matriz aumentada do sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_4 + x_5 &= 1\\ 3x_2 + x_3 - x_5 &= 2\\ x_3 + 7x_4 &= 1 \end{cases}$$

3. Determine se a matriz está na forma escalonada, escalonada reduzida ou nenhuma das duas:

(b)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{(a)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(b)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(c)} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(d)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{d}) \, \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{array} \right]$$

(e)
$$\begin{bmatrix} 1 & -7 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$
 (f) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$$(f) \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{array} \right]$$

4. Indique se as matrizes aumentadas a seguir estão na forma escalonada ou escalonada reduzida, e identifique se os sistemas lineares correspondentes são possíveis e determinados, possíveis e indeterminados ou impossíveis:

$$\left(a \right) \left[\begin{array}{ccc|c}
1 & 0 & 7 & 1 \\
0 & 1 & 4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0
\end{array} \right]$$

(b)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(a)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & 4 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$
 (b)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 & | & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & 4 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix}$$
 (c)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & 4 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{(d)} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -7 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -5 \end{array} \right] \qquad \text{(e)} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 8 & -5 & 6 \\ 0 & 1 & 4 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right] \qquad \text{(f)} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{array} \right]$$

(e)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 8 & -5 & | & 6 \\ 0 & 1 & 4 & -9 & | & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & | & 2 \end{bmatrix}$$

(f)
$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

5. Encontre, se possível, a solução dos sistemas lineares do item anterior. Para os sistemas indeterminados, escreva a solução geral em termos das variáveis livres e em termos de parâmetros.

Respostas:

1.
$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\mathbf{2.} \left[\begin{array}{cccc|ccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

- 3. (a) escalonada reduzida
- (b) escalonada reduzida
- (c) escalonada reduzida

- (d) escalonada reduzida
- (e) escalonada
- (f) nenhuma das duas
- 4. (a) Forma escalonada reduzida, sistema possível e indeterminado
 - (b) Forma escalonada reduzida, sistema impossível
 - (c) Forma escalonada, sistema possível e determinado
 - (d) Forma escalonada reduzida, sistema possível e indeterminado
 - (e) Forma escalonada reduzida, sistema possível e indeterminado
 - (f) Forma escalonada, sistema possível e determinado

5. (a)
$$\begin{cases} x = 1 - 7z \\ y = -4z \end{cases}, \begin{cases} x = 1 - 7t \\ y = -4t \\ z = t \end{cases}$$

- (b) Sistema impossível
- (c) x = 1, y = 0, z = 0

(d)
$$\begin{cases} x_1 = 8 + 7x_4 \\ x_2 = 2 - 3x_4 \\ x_3 = -5 - x_4 \end{cases}$$
,
$$\begin{cases} x_1 = 8 + 7t \\ x_2 = 2 - 3t \\ x_3 = -5 - t \\ x_4 = t \end{cases}$$

(e)
$$\begin{cases} x_1 = 13x_4 - 10 \\ x_2 = 13x_4 - 5 \\ x_3 = -x_4 + 2 \end{cases}$$
,
$$\begin{cases} x_1 = 13t - 10 \\ x_2 = 13t - 5 \\ x_3 = -t + 2 \\ x_4 = t \end{cases}$$

(f)
$$x = -37$$
, $y = -8$, $z = 5$