
PROVA N^o 1
CM311 - Cálculo I
Eng. Ambiental - 02/10/2024

É proibido o uso de celulares e calculadoras de qualquer tipo. Respostas sem justificativa, mesmo que corretas, não serão consideradas.

1. (20 pontos) Calcule os limites a seguir:

(a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{2-\sqrt{x}},$ (b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{sen}(x^2-1)}{2(x-1)}.$

2. (a) Use a definição de limite para mostrar que $\lim_{x \rightarrow 1} 4x + 1 = 5.$

(b) Considere a função definida por $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2-3x}$, determine se a função possui assíntotas verticais e/ou assíntotas horizontais. Justifique.

3. Considere a função $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + a, & \text{se } x \leq 1, \\ bx + 2, & \text{se } x > 1. \end{cases}$

(a) Determine o valor dos parâmetros a e b para que f seja diferenciável em $x = 1.$

(b) Use os parâmetros do item (a) e calcule $f'(x).$

4. Use as regras de derivação e a regra da cadeia para derivar:

(a) $f(x) = (3x^4 + 2x + 1) \cos(x)$ (b) $g(x) = \ln(x^2 + 1) + (x^3 + 1)^5.$

5. Determine se são **verdadeiras** ou **falsas** as seguintes afirmações. **Justifique sua resposta.**

(a) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$, então $L = f(a).$

(b) A equação $3x = 1 + \cos(2\pi x)$ possui pelo menos uma solução real no intervalo $[0, 1].$

(c) A função $f(x) = x|x|$ é derivável em $x = 0.$

Bonus (10 pontos) Dê um exemplo gráfico de uma função que apresente uma descontinuidade de salto, outra removível uma do tipo infinito e com pelo menos um ponto onde f seja contínua porém não seja derivável. Explique.

Boa prova!