Universidade Federal do Paraná - UFPR
Centro Politécnico
Departamento de Matemática

Disciplina: CM303 - Introdução à Geometria Analítica e Álgebra Linear

Lista de Exercícios – Semana 11

1. Calcule o determinante da matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 9 & -4 \end{bmatrix}$.

2. Encontre todos os valores de λ com os quais $\det(A) = 0$, sendo $A = \begin{bmatrix} \lambda - 2 & 1 \\ -5 & \lambda + 4 \end{bmatrix}$.

3. Encontre o valor de x para o qual a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ x & 3 & 2 \end{bmatrix}$ é singular.

4. Encontre a inversa das matrizes $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ e $D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$.

5. Encontre o valor de x para o qual a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & x \end{bmatrix}$ é singular.

6. Expresse o sistema linear $\left\{ \begin{array}{rcl} x + y + z & = & 2 \\ 2x + 3y & = & 2 \\ 5x - 3y - 6z & = & -9 \end{array} \right.$ na forma matricial.

7. Expresse a equação

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 9 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{bmatrix}$$

como um sistema de equações lineares, e classifique este sistema tendo em vista o exercício 1.

8. Usando escalonamento, encontre a inversa da matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Respostas:

1. $\det(A) = -123$.

2. $\lambda = 1$ e $\lambda = -3$.

3. Para que $\det(A) = 0$, devemos ter $x = -1$.

4. $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1/5 & 3/20 \\ -1/5 & 1/10 \end{bmatrix}$ e $D^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix}$.

5. Para que a matriz seja singular, devemos ter $\det(A) = 0$, e para isso, $x = 6$.

6. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 5 & -3 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{bmatrix}$

7. Escevendo o sistema na forma $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, temos pelo exercício 1 que a matriz A é invertítvel, logo o sistema é possível e determinado. Na forma de sistema de equações:

$$\begin{cases} 3x & = & 2 \\ 2x - y + 5z & = & 2 \\ x + 9y - 4z & = & -9 \end{cases}$$

8. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$