

# Matemática Discreta

## Primeira Prova

7 de março de 2022

1. (25 pontos) É verdade que se  $f, g, h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  são tais que  $f(n) \approx g(n)$  e  $g(n) \approx h(n)$ , então  $f(n) \approx h(n)$ ? Justifique.
2. (25 pontos) O seguinte algoritmo devolve o  $n$ -ésimo termo da sequência de Fibonacci.

---

$F(n)$

---

Se  $n \leq 1$

Devolva  $n$

Devolva  $F(n-1) + F(n-2)$

---

Prove que o número de somas na execução de  $F(n)$  é pelo menos  $F(n)$ , para todo  $n \geq 2$ .

3. Considere o seguinte algoritmo para computar o cubo de um inteiro  $n$ .

---

$C(n)$

---

Se  $n = 0$

Devolva 0

Devolva  $C(n-1) + 3n(n-1) + 1$

---

- (a) (25 pontos) Prove que o algoritmo está correto, isto é, que  $C(n) = n^3$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .
- (b) (25 pontos) Prove que na execução de  $C(n)$  são efetuadas  $4n$  somas/subtrações.