

# Matemática Discreta

## Primeira Prova

5 de fevereiro de 2013

1. O seguinte algoritmo devolve o  $n$ -ésimo termo da sequência de Fibonacci.

$F(n)$
Se $n \leq 1$   Devolva $n$ Devolva $F(n-1) + F(n-2)$

Para cada  $n \in \mathbb{N}$ , seja  $S(n)$  o número de somas efetuado na execução de  $F(n)$ .

- (a) (1.0 pontos) Expresse  $S(n)$  por uma recorrência.  
(b) (2.5 pontos) Prove por indução em  $n$  que

$$S(n) = F(n+1) - 1, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

2. Resolva as seguintes recorrências explicando cada passo da resolução.

- (a) (3.0 pontos)

$$f(n) = \begin{cases} n, & \text{se } n \leq 1, \\ f(n-2) + \sqrt{n}, & \text{se } n > 1. \end{cases}$$

- (b) (3.5 pontos)

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ 2f(n-1) + \sum_{i=0}^n i, & \text{se } n > 0. \end{cases}$$