

Matemática Discreta

Primeira Prova

11 de Junho de 2010

1. (2.0 pontos) Prove que $n^2 - 1$ é divisível por 8 para todo $n \in \mathbb{N}$ ímpar.

2. (2.0 pontos) Seja $b: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ a função dada por

$$b(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ b(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + (n \bmod 2) & \text{se } n > 0. \end{cases}$$

Prove que

$$b(n) \leq \lfloor \lg n \rfloor + 1, \text{ para todo } n > 0.$$

3. (3.0 pontos) Resolva a seguinte recorrência explicando cada etapa da resolução.

$$f(n) = \begin{cases} n, & \text{se } n \leq 1, \\ 5f(n-1) - 6f(n-2) + 3, & \text{se } n > 1. \end{cases}$$

4. (3.0 pontos) Dê uma expressão livre de somatórios para $\sum_{i=0}^n i^2 2^i$ explicando cada etapa da resolução.

$$\sum \sum c_{ij} n^d$$

$$f(n-1) + n^2 2^n$$