$$\bar{F}(n) = F(h^u(n)) \times \prod_{i=0}^{u-1} (m(h^i(n))) + \sum_{i=0}^{u-1} (s(h^i(n))) \cdot \prod_{j=0}^{u-1} (m(h^j(n)))$$

$$c \cdot n^k \cdot r^n \to (x-r)^{k+1}$$

Matemática Discreta

Primeira Prova

30 de abril de 2015

1. (2.5 pontos) Prove por indução em n que $\mathsf{Exp}(x, n) = x^n$ para todo $x \neq 0$ e todo $n \in \mathbb{N}$, onde $\mathsf{Exp}()$ é o seguinte algoritmo.

```
Exp(x,n)
-------------------------
Se n = 0
    Devolva 1
e ← Exp (x, ⌊n/2⌋)
e ← e × e
Se n é par
    Devolva e
Devolva x × e
```

2. Resolva as seguintes recorrências explicando cada passo da resolução.

(a) $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n \leq 2, \\ 3f\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + n^2, & \text{se } n > \cancel{1}2 \end{cases}$ (2.5 pontos)

(b) $f(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0 \\ 2f(n-1) + n, & \text{se } n > 0, \end{cases}$ (2.5 pontos)

3. (2.5 pontos) Dê uma expressão livre de somatórios para $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} \frac{i}{3^i}$ explicando cada passo da resolução.

$f(2) = 1/3 + 2/9$