

Matemática Discreta

Primeira Prova

29 de outubro de 2015

1. (25 pontos) Prove, por indução em n , que o seguinte algoritmo devolve $3^n - 2^n$, para todo n natural.

$A(n)$
Se $n \leq 1$ Devolva n Devolva $5 \times A(n-1) - 6 \times A(n-2)$

2. Resolva as seguintes recorrências explicando cada passo da resolução.

$$(a) f(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n \leq 1, \\ 4f\left(\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor\right) + 3n - 5, & \text{se } n > 1. \end{cases} \quad (25 \text{ pontos})$$

$$(b) f(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0 \\ 3f(n-1) + n, & \text{se } n > 0, \end{cases} \quad (25 \text{ pontos})$$

3. (25 pontos) Dê uma expressão livre de somatórios para $\sum_{i=0}^n i3^i$ explicando cada passo da resolução.