

Matemática Discreta

Primeira Prova — Turma B

6 de Dezembro de 2011

1. (3.0 pontos) Seja $b: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ a função dada por

$$b(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ b(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + (n \bmod 2) & \text{se } n > 0. \end{cases}$$

Prove por indução que

$$b(n) \leq \lfloor \lg n \rfloor + 1, \text{ para todo } n > 0.$$

2. (3.0 pontos) Resolva a seguinte recorrência explicando cada etapa da resolução.

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0, \\ 3f(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor) + 1, & \text{se } n > 0. \end{cases}$$

3. (4.0 pontos) Dê uma expressão livre de somatórios para

$$\sum_{i=0}^n i2^i.$$

explicando cada etapa da resolução.