

杭州电子科技大学

硕 士 学 位 论 文

题 目：基于改进 DTW 地磁匹配算法的无源组合导航

研 究 生 张东丽

专 业 电子与通信工程

指导教师 尚俊娜 副教授

完成日期 2021 年 3 月

杭州电子科技大学硕士学位论文

基于改进DTW地磁匹配算法的无源组合导航

研 究 生： 张东丽

指导教师： 尚俊娜 副教授

2021 年 3 月

**Dissertation Submitted to Hangzhou Dianzi University
for the Degree of Master**

**Passive integrated navigation based on
improved DTW geomagnetic matching
algorithm**

Candidate: Zhang Dongli

Supervisor: Associate Prof. Shang Junna

March, 2021

杭州电子科技大学

学位论文原创性声明和使用授权说明

原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品或成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切相关责任。

论文作者签名：张东网

日期：2021 年 3 月 27 日

学位论文使用授权说明

本人完全了解杭州电子科技大学关于保留和使用学位论文的规定，即：研究生在校攻读学位期间论文工作的知识产权单位属杭州电子科技大学。本人保证毕业离校后，发表论文或使用论文工作成果时署单位名称仍然为杭州电子科技大学。学校有权保留送交论文的复印件，允许查阅和借阅论文；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以允许采用影印、缩印或其它复制手段保存论文。（保密论文在解密后遵守此规定）

论文作者签名：张东网

日期：2021 年 3 月 27 日

指导教师签名：高俊

日期：2021 年 3 月 27 日

摘 要

地磁场本身就在地球上存在，自身具备识别位置的特征信息，因此地磁导航不用借助于其他导航信息，而且地磁场值相对稳定，不会随着时间累加误差。室内导航定位时不易受到突发状况的影响，但是在室外复杂的环境下，外界可能会有其他磁场，导致定位结果误差较大，所以通常会与其他导航系统进行结合。在地磁导航定位中地磁匹配是很重要的一个环节，地磁匹配方法性能的好坏会直接影响系统的定位效果，因此本文重点研究地磁匹配算法，所做的工作如下：

首先，对惯性导航系统的定位原理、具体实现过程进行了介绍。对地磁导航进行了分析，探究了地磁导航的定位原理，描述了地磁场的起源、地磁场的构成、地磁场模型。分别对多种地磁导航匹配方法的匹配原理、匹配过程进行了对比分析。介绍了组合导航的分类、定位原理以及具体的实现过程。

然后，针对传统 DTW 匹配算法运行效率不高，需要计算时间较长的问题。提出一种提高 DTW 运算效率的地磁匹配组合导航算法，对 DTW 匹配算法做了如下改进：匹配过程中使用欧氏距离的平方值对比距离的大小，采用 Itakura 窗作为约束条件来约束搜索范围，降低了计算复杂度。结果表明，该方法保证了定位精度，定位效率提升了 43.37%。

最后，针对 DTW 匹配算法可能会存在“奇点”的问题，提出了一种基于改进导数动态时间规整匹配算法的地磁/INS 组合导航方法。DDTW 匹配算法通过对比序列的一阶导数进行地磁序列的匹配，同时采用 Itakura 窗作为约束条件约束了搜索范围。结果表明，DDTW 匹配算法有效的缓解了“奇点”问题，在保证定位效率的前提下，平均定位精度可达 1.37m。

通过上述研究，分别对地磁匹配中的定位效率和定位精度进行了改善，且通过实测数据进行了验证。

关键词：地磁匹配导航；惯性导航系统；组合导航；动态时间规整；Itakura 窗；导数动态时间规整

ABSTRACT

The geomagnetic field itself exists on the earth, and it has characteristic information to identify the location. Therefore, geomagnetic navigation does not need to rely on other navigation information, and the value of the geomagnetic field is relatively stable and will not accumulate errors over time. Indoor navigation and positioning are not easily affected by emergencies, but in a complex outdoor environment, there may be other magnetic fields outside, resulting in large positioning results. Therefore, it is usually combined with other navigation systems. Geomagnetic matching is a very important link in geomagnetic navigation and positioning. The performance of the geomagnetic matching method will directly affect the positioning effect of the system. Therefore, this paper focuses on the geomagnetic matching algorithm. The work done is as follows:

Firstly, the positioning principle and specific implementation process of the inertial navigation system are introduced. The geomagnetic navigation is analyzed, the positioning principle of the geomagnetic navigation is explored, and the origin of the geomagnetic field, the composition of the geomagnetic field, and the geomagnetic field model are described. The matching principle and matching process of various geomagnetic navigation matching methods were compared and analyzed. The classification, positioning principle and specific realization process of integrated navigation are introduced.

Then, the traditional DTW matching algorithm is not efficient and requires a long calculation time. A geomagnetic matching integrated navigation algorithm that improves the efficiency of DTW operation is proposed. The DTW matching algorithm is improved as follows: the square of the Euclidean distance is used to compare the distance during the matching process, and the Itakura window is used as a constraint to restrict the search range and reduce The computational complexity is reduced. The results show that this method guarantees the positioning accuracy and the positioning efficiency is increased by 43.37%.

Finally, in view of the possible "singularity" of the DTW matching algorithm, a geomagnetic/INS integrated navigation method based on an improved derivative dynamic time warping matching algorithm is proposed. The DDTW matching algorithm matches the geomagnetic sequence by comparing the first derivative of the sequence, and uses the Itakura window as a constraint to restrict the search range. The results show that the DDTW matching algorithm effectively alleviates the "singularity" problem. Under the premise of ensuring the positioning efficiency, the average positioning accuracy can reach 1.37m.

Through the above research, the positioning efficiency and positioning accuracy in geomagnetic matching have been improved respectively, and verified by measured data.

Keywords: geomagnetic matching navigation; inertial navigation; integrated navigation; dynamic time warping; Itakura window; derivative dynamic time warping

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	II
目 录.....	IV
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景与意义.....	1
1.2 国内外研究现状和发展趋势.....	2
1.2.1 国外研究现状.....	4
1.2.2 国内研究现状.....	4
1.3 本文主要研究内容及章节安排.....	6
1.3.1 本文主要研究内容.....	6
1.3.2 本文章节安排.....	7
第 2 章 地磁组合导航理论研究.....	8
2.1 惯性导航系统原理.....	8
2.1.1 常用坐标系.....	9
2.1.2 坐标系间的转换.....	10
2.1.3 更新姿态矩阵.....	11
2.1.4 更新速度方程.....	13
2.1.5 更新位置方程.....	13
2.1.6 误差源模型.....	14
2.2 地磁导航原理分析.....	15
2.2.1 地磁场的起源.....	15
2.2.2 地磁场构成分析.....	16
2.2.3 地磁场描述及地磁模型.....	16
2.3 地磁匹配定位算法.....	18
2.3.1 匹配定位算法分析对比.....	18
2.3.2 匹配定位算法原理.....	19

2.4 地磁/INS 组合导航原理	21
2.5 本章小节	22
第 3 章 基于提高 DTW 地磁匹配算法运算效率的无源组合导航.....	23
3.1 地磁匹配算法	23
3.1.1 动态时间规整匹配算法	23
3.1.2 DTW 算法的改进	24
3.1.3 基于改进 DTW 算法的地磁匹配组合导航	26
3.2 地磁辅助惯性导航融合算法分析	27
3.2.1 Kalman 滤波器基本方程.....	28
3.2.2 Kalman 滤波器基于匹配位置的观测方程.....	29
3.2.3 Kalman 滤波器基于磁场测量的观测方程.....	30
3.2.4 完整滤波器	31
3.3 实验仿真与结果分析	32
3.3.1 算法运行时间	33
3.3.2 算法定位精度	34
3.4 本章小结	35
第 4 章 基于改进导数动态时间规整匹配算法的地磁/INS 匹配组合导航.....	36
4.1 地磁匹配算法	36
4.1.1 导数动态时间规整算法	36
4.1.2 基于全局约束的 DDTW 匹配算法	38
4.2 实验过程	39
4.3 实验仿真与结果分析	40
4.3.1 算法运行时间	40
4.3.2 定位精度分析	41
4.4 本章小结	44
第 5 章 总结与展望.....	45
5.1 全文总结	45
5.2 研究展望	45
致谢.....	47

参考文献.....	48
附录.....	52

第 1 章 绪论

1.1 研究背景与意义

导航定位技术涉及到很多学科，很多领域会使用到相关技术，与人们平常的出行密切相关，在军事方面被广泛的使用。如今私家车的普及、经济的发展、网络的发达等都促使人们有更多的出行机会，因此有更多的人去到陌生的环境，随之而来的就是对导航定位高精度以及实时性、自主性、无源性的要求。众多学者们为导航定位技术的研究做出了巨大的贡献，从之前单一形式的导航，到后来将不同类型的定位方法结合在一起完成定位。研究不同定位方法的优缺点，然后选择一种能互相减少定位误差的结合方式，使定位导航领域的定位精度和定位效率不断的改进^[1]。

惯性导航系统(Intertial Navigation System, INS)是自主导航系统，可以依靠自身的器件来完成对物体位置的跟踪结算，不需要其他的器件也不会影响到其他物体。它能输出运载体的速度、位置、方位、姿态等参数，结算的结果一般比较精准，因为初始的位置误差比较小所以短时间内的定位误差会较小。INS 是很多导航领域中的主要导航方式，大到国家的大型航行或者军事方面使用，小到生活中处处使用。但是因为 INS 的导航定位是通过递推计算来完成的，所以前边推算过程中如果出现误差，后续推算位置的时候会随着增加误差，时间越久造成的误差也会越大，因此一般需要用其他方式进行辅助导航^[2-3]。

全球定位系统(Global Position System, GPS)在军事、民用和商用等领域已经得到了广泛使用^[4-5]，GPS 依靠 24 颗卫星实现定位，24 颗卫星遍布全球而且是人为建造的，这些卫星面向全球并且可以不间断的执行定位功能。然而这么强大的导航系统还是有缺点存在，它不是自主导航，卫星信号很容易受到外界干扰而变化；频带窄，如果载体做高速机动运动，载体和 GPS 卫星之间存在着较大的加速度径向分量，可能会受到一些影响导致无法接收到卫星信号；容易被其他信息干扰，如果无法收到四颗卫星信号就会无法进行定位^[6-7]。

中国北斗卫星导航系统是由中国自行研制的全球卫星导航系统，是继 GPS、GLONASS 之后的第三个成熟的卫星导航系统。北斗卫星导航系统由空间段、地面段和用户段三部分组成，可在全球范围内全天候、全天时为各类用户提供高精度、高可靠定位导航服务。

地磁场本身就在地球上存在，是一种自然坐标系。全球不同区域会有不同的地磁场数据值，还会有很多不同的具有分辨位置能力的有效特征信息^[8]。地磁导航系统可以在任何时间段、任何地点、任何天气条件下执行定位功能，而且无需额外的发射源，也不会对外界造成辐射，功耗也比较小。近些年来人们对于地磁导航技术更加重视起来，开展的研究也更多，因此发展更快。主要优势有^[9]：

(1) 全地域优势

不受地形限制，无论平原还是水域都可以利用地磁特征信息匹配位置信息；

（2）隐蔽性高

与 GPS 相比，GPS 导航是根据世界大地坐标系(World Geodetic System, WGS-84)来定位的，如果直接按照此坐标系定位会有较大的误差，而且会散发信号在空间中。但是地磁定位技术是需要建立地磁图的，之后在线测得的数据信息与地磁图中的数据信息做对比，计算出所在位置，无需向外界散发信号，比较隐蔽；

（3）稳定性好

地磁导航系统前后数据之间不存在递推关系，所以定位的不准确性不会受到前边数据的影响，定位误差也就不会与时间的长短有关，因此长期稳定性比较好。

将 INS 和地磁导航系统结合在一起进行导航，惯导的初始位置准确，短时间内定位精度高，惯导的位置信息可以作为地磁导航的重要信息，整体系统对位置的定位会更加准确，误差会更小。地磁导航系统前后数据之间不会存在递推关系，所以定位的不准确性不会受到前边数据的影响，定位误差也不会与时间的长短有关，因此长期稳定性较好，这一特点能够对于惯性系统的缺陷进行弥补，提高整体的定位准确性^[10]。

地磁导航分为不同模块，每一个模块都会对结果产生影响，其中地磁匹配算法占比重较大，是地磁匹配导航中很重要的一项，会对整个定位系统的定位效果产生很大的影响^[11]。本文重点用不同的地磁匹配算法来对比定位结果的好坏，针对不同的地磁匹配算法存在的问题提出改进方案，为组合导航系统中地磁匹配定位增加准确性，对于整体导航系统的性能、效率、稳定性都有所改善。

1.2 国内外研究现状和发展趋势

地磁场是一个天然磁场，形成于 40 亿年前，鸟类的飞行、人类的航行等都与磁场密切相关。中国从很早就有使用地磁信息进行辨别方位的先例，“指南针”是中国人民对于地磁技术研究的成果，对古代航行、军事都很重要，推动了人类文明的发展^[12]。现代时期人类对于地磁导航技术开展了更深层次的研究，探索地磁导航实践的新方法，其中有点问题需要重视^[13]。

（1）地磁传感器精度

传感器精度会直接影响测出的数据准确性，如果精度不高会误差大，影响整个系统的定位精度。地磁场的本身磁场不是很强，所以定位时候对测量磁场强度的传感器器件的性能要求很高，需要有精密的灵敏度。室外定位时会有其他的磁场，可能会对导航定位造成干扰，要求传感器性能好稳定性较强能够抵挡干扰。地磁测量仪器需要较好的性能，会提升整体的定位效果，因此提升测量器件的性能也是接下来研究的重点方向。

（2）地磁匹配方法

地磁导航定位系统中很重要的一个环节是地磁匹配，此过程就是将在线阶段测出的地磁场强度值与数据库中的地磁场强度值通过匹配算法进行匹配^[14]。匹配方法种类繁多，可以从两大方面进行定义：一方面是依靠分辨相似度，一方面是依靠分辨不相似度。

（3）地磁滤波技术和组合导航技术的研究

地磁滤波导航方法是对需要导航定位的物体通过滤波算法进行推算，实现导航定位^[15]。组合导航中经常会用到滤波算法将不同的导航方式输出的位置数据信息进行融合，滤波方法也有很多种，其中比较基础应用也较为广泛的滤波方法是卡尔曼滤波^[16]。在卡尔曼滤波器的基础上众多学者又进行了进一步研究，基于卡尔曼滤波器的演变滤波方法有粒子滤波^[17-19]、小波变换等等。测量地磁数据的传感器会有不一样的测量方法，三轴磁场强计能够测量地磁场三向分量，分别标记为 x 轴、y 轴和 z 轴，将此三轴的信息量采用滤波算法开展滤波，这是一类滤波方法。此外还有一类滤波方法，将三轴信息量通过计算得到地磁场场强值，然后对于地磁场场强值进行滤波。

为了更好的实现定位功能，从之前的单一形式的导航，到目前将地磁导航与其他导航方式进行结合定位，定位技术得到了更好的发展。目前常用的组合导航方式是 INS 和地磁导航共同完成定位功能，分为 INS 模块、地磁匹配导航模块、组合导航算法模块三部分，基本流程如图 1.1 所示。

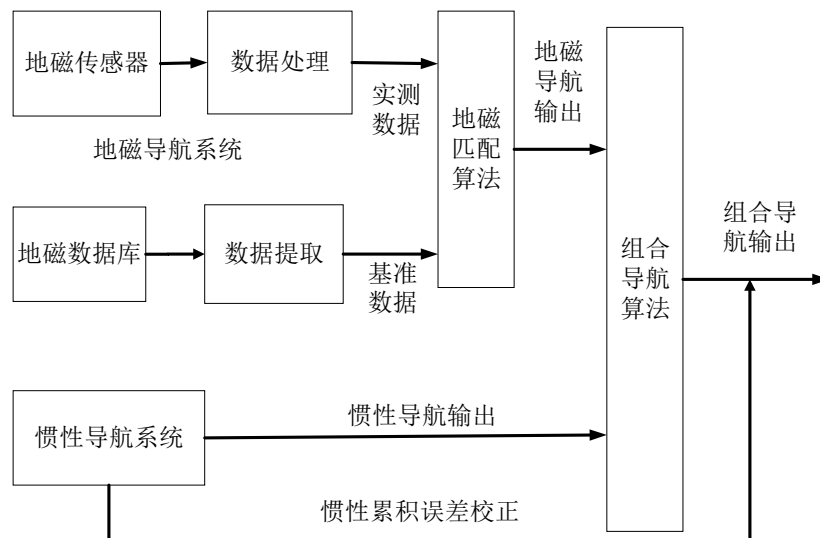


图 1.1 INS/地磁组合导航系统的基本流程图

首先使用惯性器件将需要测量的定位区域输出测量的结果，然后将输出位置的对应的一系列地磁场值输出。将输出的磁场值和磁传感器测量出来地磁序列利用地磁匹配算法进行相关匹配，得到与输出的磁场值中匹配最佳的位置，然后将匹配出的位置与惯性导航系统输出的位置输出之后作为输入值，输入到滤波方法中两者的定位信息进行滤波融合。

1.2.1 国外研究现状

上世纪 60 年代被创建成功的地磁场等值线匹配(Magnetic Contour Matching, MAGCOM)系统研究的是地磁的异常场,制作地磁图是通过异常场的,该系统是 E-Systems 公司创建的,之后美国的海军验证成功^[20]。70 年代前苏联也有人员进行了实际的验证,该公司是 Ramenskoye 公司^[21]。80 年代有来自于瑞典的 Lund 学院^[22-23]的学者实际验证了利用地磁导航对船只定位,而且提出对船只进行定位的时候要加上地磁场的影响。地磁导航能得到人类的热衷研究,来自美国的 Psiaki 等人做出了很大的贡献,1989 年 Psiaki 等人首次提出卫星的轨道理论可以利用地球的磁场确定^[24]。Psiaki 等人还对于修正轨道提出了新方案^[25],提出使用地磁信息以及太阳信息,并且对于该方案实施了实验仿真验证。同样是在 80 年代,Donald G.Polvani 研究了水下载体如何导航,研究的方案是使用地磁异常作为参数,其中地磁异常是静止的,该学者来自美国西屋电器公司^[26]。

将 INS 和地磁导航进行组合实现定位功能,由于地磁导航不会因为时间加长误差变得越来越大。INS 会因为导航时间的持续导致定位精度越来越低,地磁导航可以弥补惯导的这一缺陷。在室外进行导航定位时,会有其他的磁场对导航数据产生影响,INS 是依靠自身的器件输出导航数据信息,INS 的不受其他条件影响的特点可以减小地磁导航的误差,两者结合可以互相修正误差,提高导航定位的准确性。

近几十年国外组合导航方面发展很好,水平也很高,尤其是美国在此方面的研究投入很大的精力财力。美国相关研究开展的很早,设施很完善,技术很先进还有丰富的人才资源。此外,他们对于科研的大力投入,加上商业化的发展的刺激,都使导航定位受到了更多的关注,有了更多的研究实验,得到了更快的发展。除了美国之外,日本、英国等国家在也投入了很大的精力在组合导航领域。有学者为了用地磁辅助惯导来提高定位准确性,将两者结合是使用的桑迪亚惯性地形辅助导航(Sandia Intertial Terrain-Aided Navigation, SITAN)方法,最终实验结果证明达到了提高系统定位精度的目的^[27]。日本学者 Kato N 2009 年利用地磁导航和 INS 结合进行导航,实验对象是水下行器,进行实际验证得到了较为理想的结果^[28]。Tkhorenko 等学者在 2018 年进行了地磁/INS 结合导航的实验验证,依照惯性器件的导航特点和地磁场值,最终结果验证组合导航具有优势^[29]。

1.2.2 国内研究现状

国外主要是近现代对于地磁导航定位技术进行了深入的研究,相应技术发展也较为成熟。国内古代虽然使用地磁信息辨别方向相对较早,但是近代以来的研究相对于国外而言迟了很多,技术也不够成熟,目前地磁导航依然是国内学者需要继续努力研究突破的方向。对于地磁匹配导航的研究,还有对于地磁/INS 共同结合进行定位方式的探索,国内学者也做出了不少的贡献。现代社会人类对于导航定位系统的性能要求更多了,希望能拥有更小的误差。组

合导航是根据不同导航方式特点,将优势可以互补的导航方式进行结合定位,能够增大定位精度,综合多种导航方式的优点,因此得到了众多学者的青睐。导航方式有很多种,其中应用比较广泛的是 GPS 导航、惯性导航和地磁导航等,其中地磁导航是地球本身就存在的自然资源,有无需信号基站、成本低廉、安全性高的良好特征,它成为了被广泛使用的组合导航的导航方式之一^[30-31]。基于地磁场的定位技术可以在任何时间段进行定位,也可以在任何地区完成定位,而且不会被外界其他物体所影响,对于能源的消耗也很小,所以该系统被众多学者不断的研究与探索^[32]。

西北工业大学的晏登洋对于地磁/INS 组合导航的研究的匹配参数是角度信息,使用卡尔曼滤波修正 INS 的误差,最终结果验证出此方法的定位效果很好^[33]。文献[13]首先通过 Wi-Fi 来测出位置范围,然后用测出的位置信息作为地磁导航在地磁数据库里查找范围的参考点。减小了算法的运算量,但是增加了指纹采集这一复杂的工作量以及后期的维护工作。与单点地磁定位相比,序列匹配定位由于其定位精度高,构建地磁数据库的工作量小而得到了广泛的研究和应用。北京航空航天大学的 Feng Haonan 在 2008 年开展了对地磁/INS 组合导航的实验验证,结果证明了该系统的优势^[34]。哈尔滨工业大学的 Dai Zhiguo 在 2014 年也开展了对地磁/INS 组合导航的研究,将定位结果和 INS 的定位结果对比,证明了组合导航对于定位精度有提升^[35]。哈尔滨工业大学的陈冲对于地磁/INS 组合导航的研究也得出了不错的结果,利用的融合算法是卡尔曼滤波,并对于该融合算法进行了模糊控制,结果表明对于修正 INS 的定位误差效果很好^[36]。蔡洪等学者对于组合导航的融合算法做了进一步实验验证,将改进的卡尔曼滤波进行验证对比,得到更好的融合算法^[37]。国防科技大学的吕云霄对于地磁匹配算法进行了很多实验验证,将几种地磁匹配算法分别做试验将结果对比,用试验表明每种匹配算法的优劣势^[38]。哈尔滨工程大学的张悦也对地磁/INS 组合导航做了实验验证,用等值线约束迭代最近点(Iterative Closest Contour Point, ICCP)方法实现在线位置信息匹配,实验结果表明地磁匹配算法定位具有很大的使用空间^[39]。军械工程学院对地磁导航也有研究项目,该校的杨云涛等人通过实验验证了地磁匹配导航与地磁滤波相比稳定性更强,受环境影响也相对小一些^[40]。国防科学技术大学的刘颖等人研究出了一种地磁匹配算法是采用的等值线约束方法,实验结果证明了该方法的有效性^[41]。文献[42]研究地磁/INS 组合导航时与半实物进行了模拟的实验,INS 短期内定位精度很高误差很小,ICCP 可以利用这一优势进行计算,最终实验结果证明了文中的方案效果较为理想。国防科技大学自主研究开发了一种地磁/INS 组合导航,并且在 2011 年用该系统搭载了水下机器人进行导航定位,实验环境的水区面积为 10km×10km,最终实验结果表明了该组合导航的有效性^[43]。哈尔滨工程大学具有代表性的团队是康崇教授的研究团队,该团队投入地磁导航领域的研究与探索,并且做了相关实验,实验环境是松花湖,最终实验结果比较理想^[44]。东南大学的朱占龙针对惯性/地磁系统结合定位中的相关问题进行研究,包括地磁数据测量时存在噪声需要消除此影响、地磁图存在的适配性的问题、地磁匹配算法的研究以及对于组合导航数据进行滤波处理的滤波方法的实验研究。实验最终达到了较为理想的效果,解决了一些地磁定位和组合导航中的常见问题^[45]。西安理

工大学的高久翔对于惯导/地磁建立了仿真系统,针对测量地磁三轴数据信息的仪器存在的误差,对减少该仪器的误差进行研究,最终实现了对于地磁数据进行校准的功能。对比了松组合和紧组合模式的定位效果,在该学者的实验环境中紧组合的误差修正更好,提高了定位准确性^[46]。吉林大学的李鑫针对惯性/地磁结合定位中匹配点的高位算法存在的问题,提出了集中改进方法,并且在组合导航系统中进行实践验证,结果证明所提算法比普通的匹配算法定位效果好^[47]。哈尔滨工业大学的白俊林针对惯性/地磁组合导航中的滤波算法进行了研究,验证了非线性滤波方法融合数据、减少误差的有效性^[48]。

地磁/INS 组合导航在卫星信号的接收受到影响的条件下会具有很大的实用性,已经有很多学者和研究团队对该组合导航的可行性进行了实验验证^[49-51]。地磁场是地球原本就存在的物质,而且在不断的变化,只是变化的速度比较慢。经过众多学者的一致努力,对于地磁场场强等信息的计算也都有比较完善的计算系统,为后来学者对于地磁场技术的探索提供了很大的便利,让后人能站在巨人的肩膀上进行科学实验。使用了地磁和惯性器件的组合模式,能够对于整体系统的定位精度有更高的保证,同时也具有更高的容错性。中国古代很早就使用地磁信息进行分辨方向,还有航海也利用磁场实现对位置的判定,指南针的发明也为航海、军事等做出了很大的贡献。但是在近年代地磁导航的研究与实验仍然还在理论层面多一些,缺少大量的实际应用,还在发展状态,普及程度也较低,定位方法实际应用的时候还有缺陷。有一些目前还未能解决的难题,比如地磁匹配定位中很重要的地磁数据库的建立比较复杂,数据还不够精密;测量磁场数据的器件性能不够好,测量的结果不够精密;磁场匹配算法耗时、误差大等等问题都是需要解决的。但是相信在现代技术的飞速发展下,地磁导航定位方面会有更全面的理论研究和实践应用。

1.3 本文主要研究内容及章节安排

1.3.1 本文主要研究内容

本文将地磁匹配算法展开做介绍,做实验验证定位结果,针对算法的缺点提出调整方案,再次做实验验证,并且将两次的实验结果做比较,最终分析出匹配算法更优的方式。对于室外环境下建筑物周围的定位导航,建筑物的钢体结构、地貌的不同都会使得磁场特征产生波动,甚至有时因为地磁特征微弱不太容易被辨别。为了减少波动和环境影响带来的误差,使用 INS 一起提供定位信息,同时地磁导航系统的误差不随时间累积的特点也可以弥补惯性导航系统长时间会误差大的缺陷。针对此组合导航使用 kalman 滤波算法将定位数据进行融合,进一步减少误差。定位对实时性要求较高,因此展开对地磁匹配算法改进方面的研究,达到降低算法复杂度的目的,进而提高系统的匹配效率。

1.3.2 本文章节安排

根据所探讨的问题，本文所做的工作如下：

第一章，绪论。介绍了文章所讨论内容的背景、意义以及目的，分析了国内外研究现状。当前国内外都有对地磁导航的探索以及实践应用，将地磁匹配导航与其他导航进行组合导航是一个很大的趋势，具有很大的优势。最后对于全文的结构和安排进行了一个详细的描述。

第二章，地磁组合导航理论研究。主要介绍了本文所要使用到的地磁导航定位方法的理论基础，做研究要有追本溯源的探索精神，对于地磁场怎么在地球上存在进行了详细的解释，形成过程总结了几种推断，介绍了有哪些部分共同组成、地磁场模型。惯性导航本身的设备中可以测量并解算位置信息，不依靠其他外在设备。对于惯导定位的基本理论基础进行了全面的介绍，以使读者对于惯性导航有较为完整的认识，两者组合的原理以及组合之后的系统运行过程都有介绍。

第三章，基于提高动态时间规整（Dynamic Time Warping, DTW）地磁匹配算法运算效率的无源组合导航。针对实际应用场景对基于改进 DTW 匹配方法的组合导航系统的定位效果进行验证。由于地磁匹配导航系统中 DTW 匹配算法解算匹配的时间比较久，本章提出基于减少 DTW 匹配算法运算量的改进方法。该方法比较距离大小时使用欧氏距离的平方，减少了计算步骤，从而降低了计算的复杂度。采取 Itakura 窗约束了计算范围，减少了大量的反复计算，利用 INS/地磁组合导航方式来弥补的地磁序列之间的匹配不具有方向性这一缺陷，并使用 kalman 滤波融合定位结果。因为定位对实时性要求较高，针对 DTW 地磁匹配算法进行改进，降低算法复杂度，重点提高系统匹配效率。

第四章，针对 DTW 匹配算法可能会存在“奇点”的问题，提出了一种基于改进导数动态时间规整匹配算法的地磁/INS 组合导航的方法。采用导数动态时间规整(Derivative Dynamic Time Warping, DDTW)匹配算法进行地磁序列的匹配，通过对比序列的一阶导数进行匹配，同时采用 Itakura 窗作为约束条件约束了搜索范围。DDTW 匹配算法可以有效的缓解“奇点”问题，在保证定位效率的前提下，重点提升系统的定位精度。

第五章，总结与展望。对于本文所做的工作与实现的效果进行了总结与整理，分析工作中的不足，并对地磁导航的发展前景做了展望。

第 2 章 地磁组合导航理论研究

对于常见的定位方法的基础理论展开介绍，使读者初步了解本文所做工作的大致方向。然后针对本论文实际场景中应用到的定位导航系统进行详细的描述，介绍了定位中常用的坐标系还有它们互相的联系与区别。对于 INS 中的基础数学原理做了详细介绍，演算了定位过程，分析了系统造成误差的可能情况等。然后介绍了地磁导航定位方法的理论基础，对于地磁场怎么在地球上存在进行了详细的解释，将其形成过程总结了几种推断，介绍了地磁场有哪些部分共同组成，并对地磁场模型做了详细的介绍。

2.1 惯性导航系统原理

INS 很早就被应用，普及程度较广，依靠自身器件可以输出运动物体的位置信息，不用其他的导航信息，因此也不易被其他导航信息影响。INS 初期的方式是平台式的，后期发展出现了捷联式惯导系统（strapdown inertial navigation system, SINS）^[52]。SINS 结构简单，器材成本较低，占用空间小，功耗也较小。由数学知识可知，加速度与速度，速度与路程可以互相推算得到，惯性系中 x 轴上的位置、速度的计算过程如式（2.1）所示：

$$\begin{cases} v_{xt} = v_{x_{t_0}} + \int_{t_0}^t a_x dt \\ x_t = x_{t_0} + \int_{t_0}^t v_x dt \end{cases} \quad (2.1)$$

上式中， t_0 是运动物体的初始测量时间， t 是运动物体被测量时的时间， v_{xt} 代表的是运动物体在 t 时刻的前进速度， $v_{x_{t_0}}$ 代表运动物体的初始速度， a_x 是运动物体的在 t_0 与 t 内的运动加速度，是动态变化的， x_t 是 t 时刻运动物体运动的距离， x_{t_0} 是运动物体的初始位置， v_x 是运动物体在 t_0 与 t 区间内的速度，是动态变化的。通过路程和角度等位置信息可以得出当前物体的位置。SINS 本身的器件可以得到加速度，由以上数学知识可以实时得到运动物体的位置。

惯性器件与载体固联，代替物理平台的是“数字平台”^[53]，先采集惯性数据，输出到计算机后集中处理。INS 自身器件可以利用上述数学知识原理得到定位所需的信息，能够独立工作^[54]。SINS 是在运动物体上直接放置测量信息的器件，测得载体的数据后导入计算机中，在客户端实现导航功能。SINS 的流程展示如图 2.1 所示。

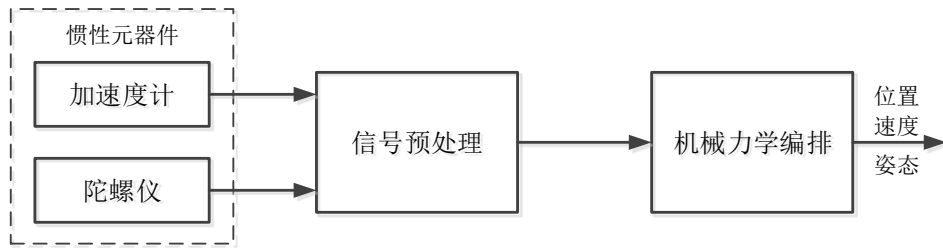


图 2.1 SINS 流程图

2.1.1 常用坐标系

导航定位中需要很多信息，如运动物体所在的方位、行进的方向以及行进的速度等，通常采用一些形式的参考系来表示定位信息。参考系一般都是由原点以及若干轴构成，会使用到空间直角坐标系，它的特点是有三个正交的轴。在导航系统里边比较常见的一些坐标系是当地导航坐标系以及载体坐标系等等^[55]。接下来将对惯性导航中涉及到的坐标系和互相之间的转换关系做介绍。

(1) 地心惯性坐标系（i 系）

此坐标系在空间中是没有加速度的，在空间里相对静止或匀速运动。该坐标系的构成如图 2.2 所示，它的 O 点是地球的中心，自转轴是垂直的 z 轴，赤道的平面中有 x 轴以及 y 轴。

(2) 地心地固坐标系（e 系）

此坐标系是地球坐标系，它的 O 点是地心。垂直方向的 z 轴是地球自转的轴，该坐标系的构成如图 2.2 所示。

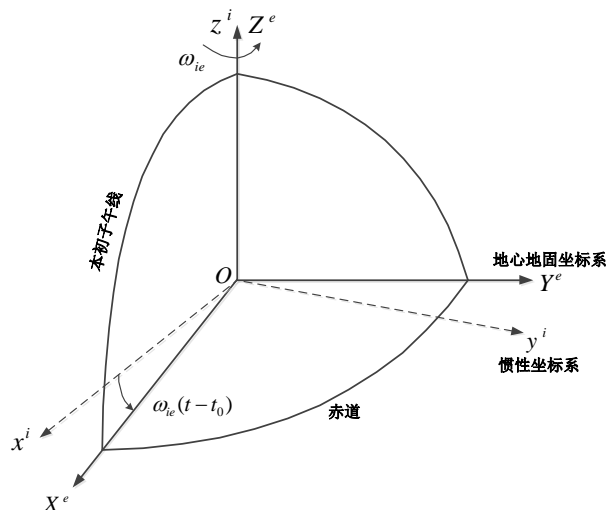


图 2.2 两种坐标系构成图

(3) 当地导航坐标系（n 系）

又被称为 n 系，记载是近地点运动物体运行中的速度和姿态等信息。该坐标系的原点是惯性系统的三轴的相交点，地理北向方向是 y 轴的水平方向，地理东向是 z 轴的水平方向， z 轴与 x 轴、 y 轴此三轴组成的是和地球的椭球面垂直的右手笛卡尔坐标系。该坐标系是跟着

地球自转一起进行运动的，该坐标系的构成如图 2.3 所示：

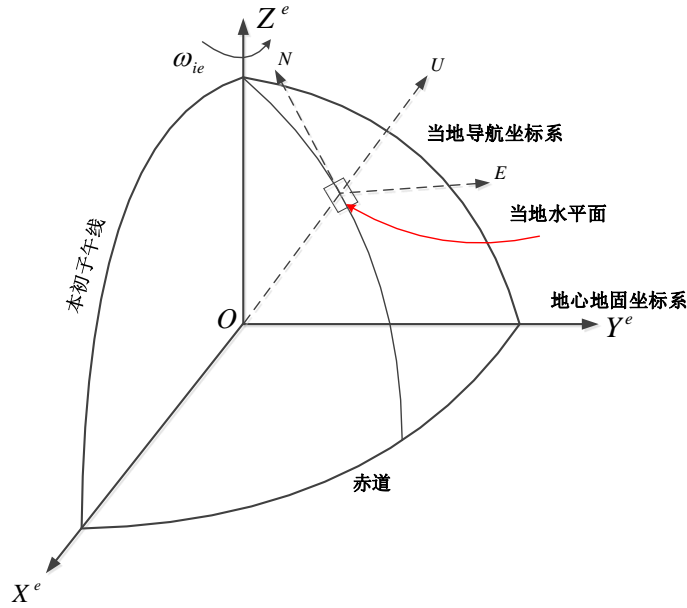


图 2.3 当地导航坐标系构成图

(4) 载体坐标系 (b 系)

该坐标系的原点是器件的中点位置，x 轴与 y 轴分别指向载体的横向方向和前方方向，z 轴指向的是载体的垂直方向，x 轴、y 轴和 z 轴是两两垂直的。旋转 x 轴、y 轴和 z 轴分别得到的角是俯仰角、横滚角和航向角。该坐标系的构成如图 2.4 所示：

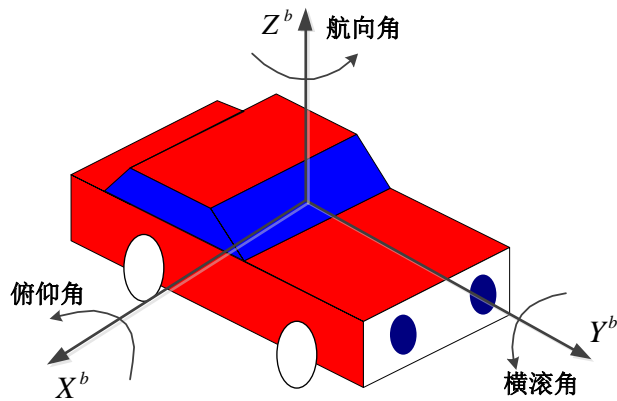


图 2.4 载体坐标系构成图

2.1.2 坐标系间的转换

n 系和 b 系的转变需要经过分别围绕 x 轴、y 轴、z 轴进行旋转，转换过程如式 2.2 所示：

$$x_n y_n z_n \xrightarrow[\psi]{\text{绕 } z_n \text{ 轴}} x'_n y'_n z'_n \xrightarrow[\theta]{\text{绕 } x'_n \text{ 轴}} x''_n y''_n z''_n \xrightarrow[\gamma]{\text{绕 } y''_n \text{ 轴}} x_b y_b z_b \quad (2.2)$$

将运动载体的俯仰角设为 θ ，横滚角设为 γ ，航向角设为 ψ ，那么 n 系到 b 系转换的旋转矩阵是：

$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \psi - \sin \theta \sin \gamma \sin \psi & \cos \gamma \sin \psi + \sin \theta \sin \gamma \cos \psi & -\cos \theta \sin \gamma \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \theta \cos \psi & \sin \theta \\ \sin \gamma \cos \psi + \sin \theta \cos \gamma \sin \psi & \sin \gamma \sin \psi - \sin \theta \cos \gamma \cos \psi & \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix}$$

惯性导航定位主要是要获得运动载体的位置、速度以及姿态等基本信息，然后结算出载体的运动状态和实时位置，该系统一般是通过惯性器件测得的观测数据经过适当的数学计算模型，将所测得的数据转换为所需的姿态信息等等。载体的加速度可以通过三轴加速度计测得，将指向东方的加速度设为 a_e ，指向北方的加速度设为 a_n ，天向加速度设为 a_u ，那么三向速度计算方式如下：

$$\begin{cases} V_e(t_k) = V_e(t_0) + \int_{t_0}^{t_k} a_e dt \\ V_n(t_k) = V_n(t_0) + \int_{t_0}^{t_k} a_n dt \\ V_u(t_k) = V_u(t_0) + \int_{t_0}^{t_k} a_u dt \end{cases} \quad (2.4)$$

速度已知，那么运动的物体位置信息就可以推算出来，推算方式如式（2.5）所示。

$$\begin{cases} L = L_0 + \int_{t_0}^{t_k} \frac{V_e}{(R_n + H) \cos \lambda} dt \\ \lambda = \lambda_0 + \int_{t_0}^{t_k} \frac{V_n}{R_m + H} dt \\ H = H_0 + \int_{t_0}^{t_k} V_u dt \end{cases} \quad (2.5)$$

其中，地球的子午圈曲率半径是 R_m 、卯酉圈曲率半径是 R_n ， R_m 和 R_n 定义如下：

$$\begin{aligned} R_m &= R(1 - e^2)(1 - e^2 \sin^2 L_o)^{-3/2} \\ R_n &= R(1 - e^2 \sin^2 L_o)^{-1/2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

其中， R 是地球的长轴半径， e 是椭球的第一偏心率。

2.1.3 更新姿态矩阵

四元数可以表示成 $P = p_0 + p_1 \vec{i} + p_2 \vec{j} + p_3 \vec{k}$ ，其中 p_0 、 p_1 、 p_2 和 p_3 是实数而且 $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = -1$ 。

运动载体的旋转情况通常是用四元数来描述的，一个坐标系向另一个坐标系转变所需的

旋转矩阵如式 (2.7) 所示:

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0^2 + p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 & 2(p_1p_2 - p_0p_3) & 2(p_1p_3 + p_0p_2) \\ 2(p_1p_2 + p_0p_3) & p_0^2 - p_1^2 + p_2^2 - p_3^2 & 2(p_2p_3 - p_0p_1) \\ 2(p_1p_3 - p_0p_2) & 2(p_2p_3 + p_0p_1) & p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 + p_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

推出旋转矩阵表示如下:

$$C_b^n = \begin{bmatrix} p_0^2 + p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 & 2(p_1p_2 - p_0p_3) & 2(p_1p_3 + p_0p_2) \\ 2(p_1p_2 + p_0p_3) & p_0^2 - p_1^2 + p_2^2 - p_3^2 & 2(p_2p_3 - p_0p_1) \\ 2(p_1p_3 - p_0p_2) & 2(p_2p_3 + p_0p_1) & p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 + p_3^2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

四元数的运动学微分方程如下:

$$\dot{P} = \frac{1}{2} P \omega_{nb}^b \quad (2.9)$$

将其写为矩阵形式是:

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_0 \\ \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \\ \dot{p}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nbx}^b & -\omega_{nby}^b & -\omega_{nbz}^b \\ \omega_{nbx}^b & 0 & \omega_{nbz}^b & -\omega_{nby}^b \\ \omega_{nby}^b & -\omega_{nbx}^b & 0 & \omega_{nbx}^b \\ \omega_{nbz}^b & \omega_{nby}^b & -\omega_{nbx}^b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

上式中, ω_{nb}^b 是姿态矩阵速率。解算上式时, 需要知道 ω_{nb}^b 才可继续推算, 那么如何求解 ω_{nb}^b 便是我们接下来需要解决的问题。首先建立起姿态速率方程, 该系统的 ω_{nb}^b 能够由角速率 ω_{ib}^b 、 ω_{en}^b 和 ω_{ie}^b 进行推算。已知

$$\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - \omega_{ie}^b - \omega_{en}^b \quad (2.11)$$

角速率的测量值是 ω_{ib}^b , 关于位移的角速率是 ω_{en}^b , 地球的自转的角速率是 ω_{ie}^b 。

因为 ω_{ie}^b 和 ω_{ie}^e 、 ω_{en}^b 和 ω_{en}^n 有如下关系:

$$\begin{cases} \omega_{ie}^b = C_n^b \omega_{ie}^n = C_n^b C_e^n \omega_{ie}^e \\ \omega_{en}^b = C_n^b \omega_{en}^n \end{cases} \quad (2.12)$$

将式 (2.12) 代入式 (2.11) 得

$$\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_n^b (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \quad (2.13)$$

其中

$$\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n = \begin{bmatrix} \omega_{ie}^n + \omega_{en}^n \\ \omega_{iey}^n + \omega_{eny}^n \\ \omega_{iez}^n + \omega_{enz}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{V_N}{R_m + H} \\ \omega_{ie} \cos L + \frac{V_e}{R_n + H} \\ \omega_{ie} \sin L + \frac{V_e}{R_n + H} \tan L \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.1.4 更新速度方程

在 INS 中把惯性器件所测得的测量值导入仿真软件中进行相应的解算，如各方向的加速度值等，得出系统所需的数据。

已知 INS 的速度计算过程如下：

$$\frac{dV_{en}}{dt} = f - (2\omega_{ie} + \omega_{en}) \times V_{en} + g \quad (2.15)$$

上式中，加速度计测量值是 f ，还被称作比力值。

那么在 n 系下的速度微分方程为

$$\dot{V}^n = C_b^n f^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n + g^n \quad (2.16)$$

用矩阵形式表示为：

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_e^n \\ \dot{V}_n^n \\ \dot{V}_u^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x^n \\ f_y^n \\ f_z^n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2\omega_{iez}^n + \omega_{enz}^n & -(2\omega_{iey}^n + \omega_{eny}^n) \\ -(2\omega_{iez}^n + \omega_{enz}^n) & 0 & 2\omega_{iex}^n + \omega_{enx}^n \\ 2\omega_{iey}^n + \omega_{eny}^n & -(2\omega_{iex}^n + \omega_{enx}^n) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_e^n \\ V_n^n \\ V_u^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

将当前的载体在的纬度设为 L ，运动载体的速度如下：

$$\begin{cases} V_e^n = f_x^n + \left(2\omega_{ie} \sin L + \frac{V_e^n}{R_n + H} \tan L \right) V_n^n - \left(2\omega_{ie} \cos L + \frac{V_e^n}{R_n + H} \right) V_u^n \\ V_n^n = f_y^n - \left(2\omega_{ie} \sin L + \frac{V_e^n}{R_n + H} \tan L \right) V_e^n - \frac{V_n^n}{R_m + H} V_u^n \\ V_u^n = f_z^n - \left(2\omega_{ie} \cos L + \frac{V_e^n}{R_n + H} \right) V_n^n + \frac{V_u^n}{R_m + H} V_n^n \end{cases} \quad (2.18)$$

2.1.5 更新位置方程

在 n 系中，运动载体的位置信息中的经度、纬度、高度的方差如下所示：

$$\begin{cases} L = \frac{V_n^n}{R_n + H} \\ \lambda = \frac{V_e^n}{R_m + H} \sec L \\ H = V_n^n \end{cases} \quad (2.19)$$

2.1.6 误差源模型

INS 的误差通常都是惯性器件造成的，一般都是陀螺仪造成误差或者加速度计造成误差，两者的模型不同，具体区别如下：

(1) 陀螺仪的误差模型

误差的模型有很多种，主要分为静态、动态以及随机。其中该器件的误差模型是随机的。

将随类型的误差模型表示为如式 (2.20) 所示：

$$\varepsilon = \varepsilon_b + \varepsilon_r + n_g \quad (2.20)$$

其中，该器件的漂移率用 ε 表示；偏置用 ε_b 表示；一阶 markov 过程用 ε_r 表示；功率谱密度为常数的噪声用 n_g 表示。其中 ε_r 又可以用式 (2.21) 来描述：

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_r}{T_g} + w_g \quad (2.21)$$

上式中，时间用 T_g 来表示，markov 过程的功率谱密度为常数的噪声的激励用 w_g 表示。 ε_b 是该器件的偏置可以将其表示如式 (2.22) 所示：

$$\varepsilon_b = 0 \quad (2.22)$$

(2) 加速度计的误差模型

加速度计的误差模型分类与陀螺仪的误差模型分类一样，它的随机误差模型是指其本身的输出值和不按规律和准则出现的误差源之间联系的模型。一般表示如式 (2.23) 所示：

$$\nabla = \nabla_b + \nabla_r + n_a \quad (2.23)$$

其中，该器件的零位偏置用 ∇_b 来表示；一阶 markov 过程用 ∇_r 来表示；功率谱密度为常数的噪声激励用 n_a 来表示。

其中， ∇_r 表示成如式 (2.24) 所示：

$$\nabla_r = \frac{\nabla_r}{T_a} + w_a \quad (2.24)$$

上式中，加速度计的相关时间常数用 T_a 来表示；一阶 markov 过程的功率谱密度为常数

的噪声激励用 w_a 来表示。

其中, ∇_b 如式 (2.25) 所示:

$$\nabla_b = 0 \quad (2.25)$$

本节对于 INS 中的各种不同类型的误差源模型进行了详细的描述与分析。

2.2 地磁导航原理分析

地磁导航不用借助于其他的外界信息,可以在任何时间段并且不依靠其他导航信息,因为地磁导航不需要采用递推方式,所以下一时刻的信息不会被上一时刻所影响,定位的不准确性也就不会因为时间的加长而增加。地磁导航因为这些特点得到了很多关注,人们做了很多相关研究与实践应用,地磁导航也已经被应用到了很多方向,大到出海航行和国家军事使用,小到生活中也会有使用到相关技术。

2.2.1 地磁场的起源

科学研究不仅仅是研究技术本身,应该有更深的探索精神去追寻技术本身的起源。地磁场究竟是如何产生的是一个让无数学者去探索研究的问题,如果人们能将地磁场起源的问题分析出来,人类对赖以生存的家园会有更深的了解,更重要的是为天文学家探索天体、导航定位学者研究定位技术等增加更多的资源。人们对于地磁场起源的说法有很多种,其中主要有下边三种主要说法^[56]:

第一种说法是把地球看做为一个永磁体,地磁场也是从永磁体发射出来的,永磁体是一个很大的磁性铁矿石存在于地球的内部。但是铁镍之类的矿物质温度超过一定限度时会失去磁性,比如铁镍的温度极限值是 750 度。地壳内部温度 6000 多度,在此温度下地球内部巨大矿物质产生的磁性应该已经消失了,此种说法不能解释这个问题。

第二种说法是根据物理学中的电磁学的理论,电磁学中研究表明环形的电流运动可以产生磁场,地球内部的高温状态下金属物质是以液体形式存在的。地球自转引起地球内部的金属液体转动,引起金属液体的正负电荷做定向运动,进而形成定向移动的电流产生磁场。但是历史上地球出现过几次地磁场倒转现象,与此说法矛盾。

第三种说法是根据物理学中的感应电流理论。此学说是假定磁场本身就存在于地球的内部,地球的自转引起了地球内部金属物质的运动进而产生感应电流,感应电流产生地球外部的空间磁场。此种说法没有解释地球内部本身存在的磁场是如何产生的,所以暂时也是存在争议的。

除此之外其他很多种不同版本的说法,不过也都存在不同的争议。

2.2.2 地磁场构成分析

地磁场 T 是地表附近的磁场, T 的构成比较多元复杂, T 包括变化的一类, 将其表示为 δT , 还有稳定的一类, 将其表示为 T_s , 关系为 $T = T_s + \delta T$ 。 δT 以及 T_s 都由成地球内和地球外两类组成, 构成的磁场如下:

$$\delta T = \delta T_i + \delta T_e \quad (2.26)$$

$$T_s = T_{si} + T_{se} \quad (2.27)$$

式 (2.26) 中, δT_i 大概为变化的磁场的 $\frac{1}{3}$, 产生的方式是在地球里边有电流, 然后和外边的磁场一起形成了动态变化的磁场; δT_e 大概为变化的磁场的 $\frac{2}{3}$, 是地球外边的动态改变的磁场。式 (2.27) 中, T_{si} 大概为稳定的磁场的 99% 以上; T_{se} 是地球外边的稳定的磁场, 不到稳定磁场的 1%。变化的磁场与稳定的磁场比较之下非常微弱, 占稳定的磁场的百分之几, 如果对地球磁场分析的话主要需要考虑的是稳定的磁场 T_s 。在稳定的磁场中, 主要以地球里边的稳定的磁场为主要来源, 又称为内部的稳定的磁场, 关系如式 (2.28) 所示:

$$T_{si} = T_o + T_a \quad (2.28)$$

其中, T_o 是地球主磁场, T_a 是地球异常磁场, 由地壳中的矿藏、岩石等物质磁化形成, 这些物质的分布并不是均匀的, 而且比较稳定不会轻易随着时间变化, 地磁匹配定位时大量的匹配信息都是地壳中的矿藏、岩石等物质磁化提供的。根据这些特性, 地磁场 T 如式 (2.29) 所示:

$$T = T_o + T_a + \delta T \quad (2.29)$$

地磁匹配技术要尽量减少变化的磁场 δT 的影响, 主要依靠的是主磁场 T_o 以及异常磁场 T_a 。变化的磁场分为短期内变化的磁场以及长期变化磁场, 短期内就会发生转变的磁场有两种情况, 一种是静静的平静变化, 另一种是受到扰乱而产生变化。平静变化在白天变化很明显, 在晚上就会比较平缓; 在夏天变化比较明显, 春秋季节相对变化小一些, 冬天更为平缓, 平均幅度是 10nT。扰动变化没有特定的规律, 也没有周期性, 持续的时间也是可长可短不规律, 而且可以相互叠加。地磁匹配技术主要受干扰的原因就是变化的磁场, 这些变化会极大的影响地磁基准图的精度和磁场实时定位测量的数据的精确度。长期变化磁场是指随着时间地磁场发生变化, 周期可能是几年甚至几十年, 这种变化非常缓慢。

2.2.3 地磁场描述及地磁模型

将地磁场 T 在直角坐标系中表示能够更好的描述磁场矢量在空间分布的特点。 T 的构成如图 2.5 所示, 原点是 O 。磁偏角 D 指的是地理和地磁北极不同的方向角。以地理方向的北

方向为基准，向东偏是正，向西偏是负；地磁总场 T 和水平分量 H 中间的夹角是磁倾角，我们用 I 来表示，往下方偏是 +，往下方偏是 -。

T 、 X 、 Y 、 Z 、 H 、 D 、 I 这七个量描述了空间中任意一点的磁场特性，并且是分别从不同方向进行描述。这七个量即是地磁要素也称为地磁特征,只要知道三个独立的要素比如 (X,Y,Z) 、 (T,D,I) 、 (H,Z,D) 等，就可以求出其他要素。七要素之间的联系和区别，还有每个要素的特点如表 2.1 所示。

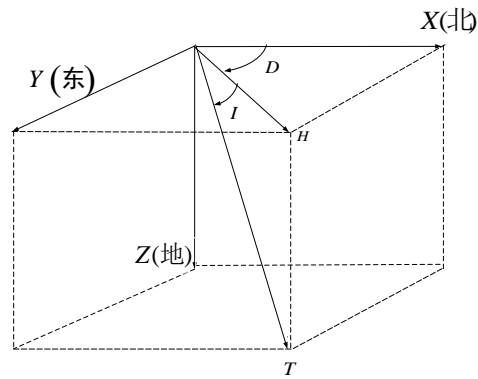


图 2.5 地磁场要素构成图

表 2.1 地磁要素特征表

地磁要素	关系式	取值范围	变化特征
磁场强度 T	$T^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$	$0.30e \sim 0.70e$	赤道处的 T 是最小的，两边都比赤道处的 T 大
北向强度 X	$X = H \cos D$	-	-
东向强度 Y	$Y = H \sin D$	-	-
垂直强度 Z	$Z = T \sin I$	$-0.10e \sim 0.56e$	Z 的指向和等倾线接近，在不同地区指向不同
水平强度 H	$H = T \cos I$	$0 \sim 0.70e$	与 T 特点相似，赤道处的 H 是最小的，两边都比赤道处的 H 大
磁倾角 I	$I = \arctan\left(\frac{Z}{H}\right)$	$0^\circ \sim \pm 90^\circ$	与纬线相近
磁偏角 D	$D = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right)$	$0^\circ \sim \pm 180^\circ$	D 在不同地区都会有交点，2 点为磁极，2 点为地极

注：单位换算关系 $1nT = 10^{-5}Oe$

2.3 地磁匹配定位算法

2.3.1 匹配定位算法分析对比

对于相似度度量的一些算法的对比和分析如表 2.2 所示：

表 2.2 相关性基础算法对比

相似度度量算法		公式 ($i = -p, \dots, p; j = -q, \dots, q$)	最佳匹配值	特点
根据差别大小区分的算法	平均绝对差 (MAD)	$MAD_{i,j} = \frac{1}{N} \sum_{K=1}^N T_{S(i,j)}^K - T_M^K $	最小值	精度较高
	均方差(MSD)	$MAD_{i,j} = \frac{1}{N} \sum_{K=1}^N (T_{S(i,j)}^K - T_M^K)^2$	最小值	精度较高
	绝对差(AD)	$D(u,v) = \ \xi\ = \ N_{u,v} - m\ $	最小值	精度较差 计算步骤简单
	平方差(SD)	$D(u,v) = \ \xi\ ^2 = \ N_{u,v} - m\ ^2$	最小值	精度较差 计算步骤简单
根据相似度大小区分的算法	互相关 (COR)	$COR(X,Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i y_i$	最大值	精度较差 波动性强
	相关系数法 (CC)	$CC(X,Y) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}$	最大值	精度较高 计算步骤繁多
	积相关(PROD)	$PROD_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{K=1}^N T_{S(I,J)}^K T_M^K$	最大值	波动性较强
相关算法	归一化积相关算法(NPROD)	$NPROD_{ij} = \frac{\sum_{K=1}^N T_{S(I,J)}^K T_M^K}{[\sum_{K=1}^N T_{S(I,J)}^K]^{1/2} [\sum_{K=1}^N T_M^K]^{1/2}}$	最大值	计算步骤繁多 效率较低
基于 Hausdorff 距离的相似算法(HD)		$H(A,B) = \max(h(A,B), h(B,A))$ 其中： $h(A,B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \ a - b\ $ $h(B,A) = \max_{b \in B} \min_{a \in A} \ b - a\ $	最小值	精度较高 误差较小 波动性小

地磁导航中现在比较常用的地磁匹配算法一般有两种，分别是相似度量算法和等值匹配算法(ICCIP)，相似度量方法分为按照差别大小来区分和按照相似度大小来区分的方法。ICCIP 一般对图形匹配使用，找到和等值线上最相似的地方，之后一直计算找出序列对应的点，最后将其对应，完成匹配。相似度量方法实现难度较低，应用较广泛，对设备要求也相对较低。地磁匹配定位计算中对需要进行匹配的地磁数据获取越精确，定位精度越高。真正定位匹配时候会缩小离散地磁数据库的定位范围，以减少定位匹配计算的计算量和复杂程度，保证定位效率和定位精度。

2.3.2 匹配定位算法原理

地磁匹配算法应用较为广泛的其中一类是等值线匹配(MAGCOM)算法，MAGCOM 算法最重要的内容是相关性准则，比较易于理解，实现也简单；另外一类是迭代最近等值线点(ICCIP)算法，其中 ICCIP 算法的基础算法是 ICP 算法，该方法的精度与 MAGCOM 方法相比较，但是还是存在比较大的误差。

(1) 等值线匹配算法原理

MAGCOM 算法最主要的是不同相关性准则，该方法很简便易于理解，早期研究中就已经得到大量的使用。INS/地磁结合进行导航的系统中，INS 会测出运行轨迹并得到的定位的坐标，惯性导航系统短时精度比较高，长时间的定位误差会较大。将 INS 与地磁匹配导航一起进行定位，INS 实时测量的数据作为地磁匹配的参考信息，能够减少算法需要查找的范围，进而减少了该系统的工作量，使得整体系统的工作时间缩短，同时还能减少数据差别大的数值，增加系统的准确性。

具体实现方法：

①惯性导航系统测量得到参考位置点是 $G=\{g_1, \dots, g_n\}$ ，而且磁传感器可以测量出对应的参考点的地磁数据为 $M=\{m_1, \dots, m_n\}$ ；

②根据惯性导航系统的测量精度以及工作时间来推断出载体的运动位置范围，然后根据测量出的地磁数据库中得到运动位置范围中的地磁数据；

③载体运动位置范围内惯性导航系统可以得到参考位置 G ，然后每次平移一次位置，平移后的位置点所对应的地磁数据和地磁的测量值 M ，然后根据相关性准则来计算出相关性的计算结果；

④将平移轨迹点对应的地磁数据和地磁测量值 M 进行相关性准则计算之后，得到相关性准则计算结果最好的即为所求，是最终的匹配结果。

豪斯多夫(Hausdorff)算法也是常见的一种匹配算法，此算法比较的不是像其他方法一样去比较最大最小点的数据，然后判断大小，它比较的是极大极小点，然后判断大小。如果有两组不一样的点 $A=\{a_1, \dots, a_n\}$ ， $B=\{b_1, \dots, b_n\}$ ，两组中双向 Hausdorff 距离表示如式(2.30)所示：

$$Hausdorff(A, B) = \max(h(A, B), h(B, A)) \quad (2.30)$$

其中, $h(A, B)$ 以及 $h(B, A)$ 被称为单向 Hausdorff 距离, 但是方向是相反的。推导过程如下所示:

$$\begin{cases} h(A, B) = \max(a \in A) \min(b \in B) \|a - b\| \\ h(B, A) = \max(b \in B) \min(a \in A) \|b - a\| \end{cases} \quad (2.31)$$

上式中, $\|a - b\|$ 和 $\|b - a\|$ 是二范式表示公式, 所以 $h(A, B)$ 实际是指将 B 组中的 b_i 和 A 组中的各个点 a_i 之间的距离进行计算, 最大值是 $h(A, B)$ 的最后取值。 $h(B, A)$ 实际是指将 A 组中的 a_i 和 B 组中的各个点 b_i 之间的距离进行计算, 最大值是 $h(B, A)$ 的最后取值。之后在 $h(A, B)$ 和 $h(B, A)$ 中选择更大值作为双向 Hausdorff 距离的最后取值, 代表了两组点之间最大的不匹配性。

(2) ICCP 算法基本原理

ICCP 算法较为复杂, 该算法不断的校正参考路径使得匹配的结果能够接近于真实的运行路径, 校正参考轨迹是通过平移、旋转两种方式转换矩阵 T 数次迭代计算来实现的。ICCP 算法重要难点是求出转换矩阵 T , 后边将展开详细描述。载体运动中, 用 INS 输出路径的数据作为参考路径, INS 输出的运行路径如式 (2.32) 所示:

$$X = \{x_n\}, [n = 1, 2, \dots, N] \quad (2.32)$$

真正的运行路径如式 (2.33) 所示:

$$Y = \{y_n\}, [n = 1, 2, \dots, N] \quad (2.33)$$

地磁传感器在线输出的实时数据值是 $\{g_n\}$, 但是因为参考的运行路径和实际的运行路径会有比较大的差距, 因此需要用参考运行轨迹、地磁数据库在线测量的数据 $\{g_n\}$ 一起作为 ICCP 算法的输入, 通过算法进行修正路径, 过程如图 2.6 所示。

基本过程如下所述:

①在线实时测量的数据 $\{g_n\}$, 从地磁数据库中找线簇 $\{C_n\}$, 找到与 $\{g_n\}$ 值相等的等值线簇;

②从等值线簇 $\{C_n\}$ 中找到和 $\{x_n\}$ 对应的点 $\{a_n\}$, $\{a_n\}$ 里的点和 $\{x_n\}$ 里对应的点的连线 $x_n a_n$ 和 $\{a_n\}$ 关于 $\{C_n\}$ 的切线垂直;

③求取刚性变换矩阵 T 使 $\{x_n\}$ 满足 $\{Tx_n\}$ 到 $\{a_n\}$ 的距离值最短, 表达式如下:

$$M(A, TX) = \sum_{n=1}^N w_n d^2(a_n, Tx_n) \quad (2.34)$$

上式中, $d(a_n, Tx_n)$ 是 $\{Tx_n\}$ 到 $\{a_n\}$ 的距离, $\{w_n\}$ 是加上权值的表示值, T 代表了多种类型的转换;

④找到新的轨迹 TX , 重复上边的步骤一直到变换矩阵变化不大或者是达到了所需的精度。

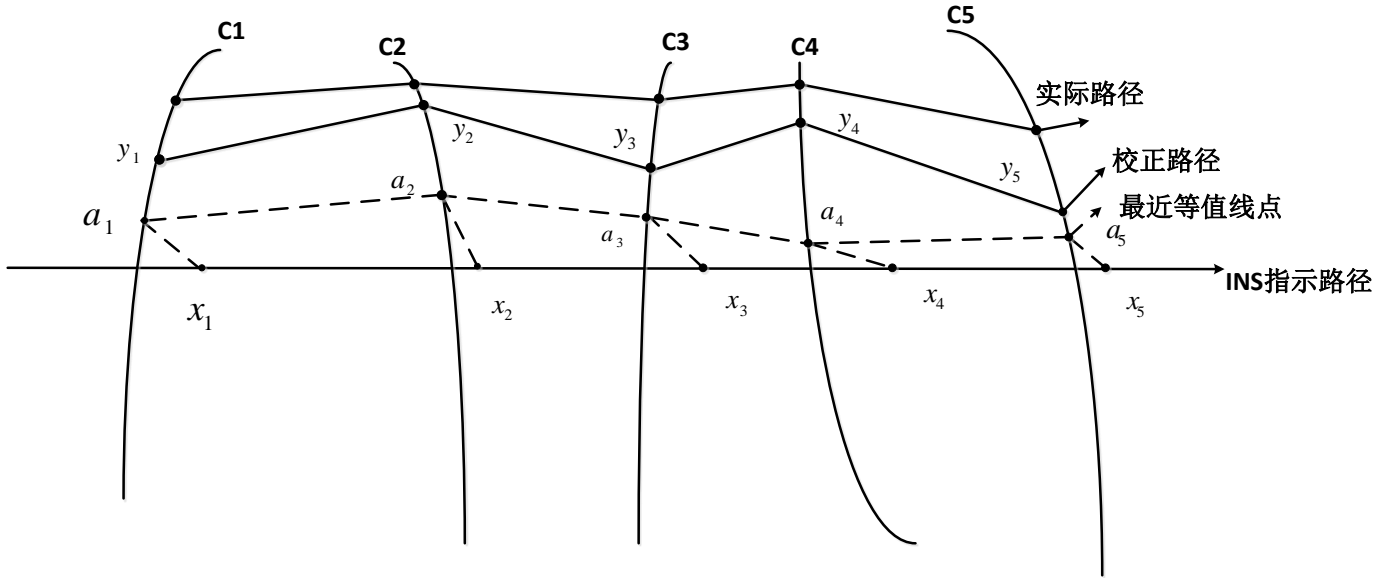


图 2.6 ICCP 算法匹配过程图

2.4 地磁/INS 组合导航原理

地磁/INS 组合导航分为惯性导航部分、地磁导航部分。地磁匹配导航中的离线阶段包括地磁数据空间对齐和基准位置参考坐标系的建立；在线阶段即地磁序列匹配阶段，针对序列匹配过程中的问题，引入高精度 INS 为地磁匹配提供空间里程基准服务^[57]。组合导航中整个系统的输入包括 INS 定位的运行轨迹、地磁数据库中的数据、地磁传感器在线实时测得的地磁数据。本小节将对地磁/INS 组合导航的组合方式作简单介绍。

组合方式示意图如图 2.7 所示，首先使用惯性器件将需要测量的定位区域输出测量的结果，然后将输出位置的对应的一系列地磁场值输出。将输出的磁场值和磁传感器测量出来地磁序列进行相关匹配，得到与输出的磁场值中匹配最佳的位置，然后将匹配出的位置与惯性导航系统输出的位置输出之后作为输入值，输入到滤波方法中两者的定位信息进行滤波融合，融合之后的定位信息会与实际的位置更接近，误差更小，定位精度更高。

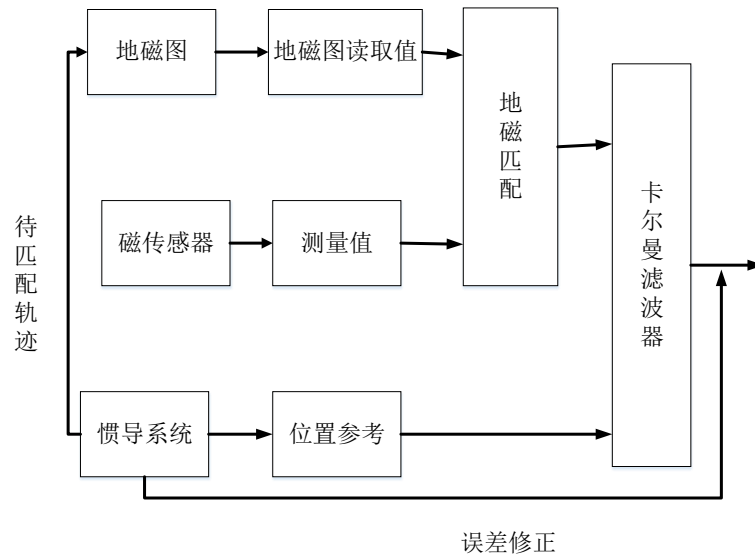


图 2.7 组合方式示意图

本文将使用该组合方式进行实验，在线采集实时地磁数据进行匹配之前，先在定位区域建立离线地磁数据库，然后采用 INS 输出运行轨迹。完成以上两个步骤之后，用磁传感器实时测量地磁数据，然后把上述两个步骤得到的数据和实时测量的地磁数据一起作为地磁匹配算法的输入数据，匹配算法计算最终能得到地磁匹配辅助惯性导航系统的输出轨迹。

2.5 本章小节

本章对于组合导航中惯性导航的导航原理进行了分析，包括其常用的坐标系以及坐标系之间的转换，姿态矩阵、速度方程、位置方程的更新方法等，还描述了惯性导航的误差源模型。然后分析了地磁导航的起源，地磁场的构成分析，地磁场的描述和地磁模型，地磁匹配导航算法的匹配定位算法对比与分析。最后介绍了组合导航原理，并且介绍了具体的实现流程，为接下来的研究工作提供充分的理论支撑。

第3章 基于提高 DTW 地磁匹配算法运算效率的无源组合导航

针对传统的 DTW 匹配算法的运行效率不高，需要计算的时间较长的问题。提出一种提高 DTW 运算效率的地磁匹配组合导航算法，对 DTW 匹配算法做了如下改进：匹配过程中使用欧氏距离的平方值对比距离的大小，采用 Itakura 窗作为约束条件来约束搜索范围，降低计算复杂度。该方法保证定位精度的前提下，重点提升定位效率。

3.1 地磁匹配算法

3.1.1 动态时间规整匹配算法

如果 2 个序列需要进行相似度比较，普遍使用的是 DTW 匹配算法^[58]。假设两条不同的时间序列 $Q(q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_n)$ 和 $C(c_1, c_2, \dots, c_j, \dots, c_m)$ ，令 $D(n \times m, n \neq m)$ ， D 为累积距离矩阵。 D 中的元素 $d(i, j) = (q_i - c_j)^2$ 代表 Q 中点 q_i 和 C 中点 c_j 之间的欧式距离，在 D 中动态规划的思想从起点 $d(1, 1)$ 到 $d(n, m)$ 之间找到一条累积距离最小的路径，也就是动态规整的距离^[59]。DTW 规整路径过程如图 3.1 所示。DTW 执行过程中的路径 L 在计算距离矩阵时要遵循以下原则：

(1) 边界性

初始点必须为 $(1, 1)$ ，且 $\max(m, n) \leq d_L \leq m + n$ 。

式中： d_L 为路径 L 的长度。

(2) 连续性

路径 L 中的元素是连续的。

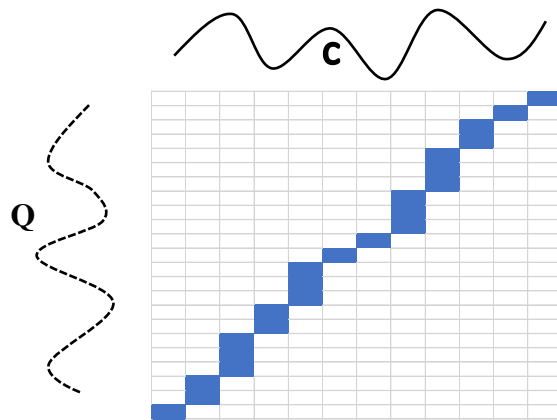


图 3.1 DTW 规整路径

(3) 单调性

L 经过 (i, j) 的之前一步只能是 $(i-1, j)$, $(i, j-1)$, $(i-1, j-1)$ 中的一个点, 而点 (i, j) 选择这三个点中的最小值所对应的点作为前一个点, 进而得到累积距离 $D(i, j)$ 。具体实现方式如式 (3.1) 所示。

$$D(i, j) = d(i, j) + \min \begin{cases} D(i-1, j) \\ D(i, j-1) \\ D(i-1, j-1) \end{cases} \quad (3.1)$$

上式中, $D(i, j)$ 为累积匹配距离, $d(i, j)$ 为 2 个地磁序列之间的距离。

3.1.2 DTW 算法的改进

根据 3.1.1 节中的讨论可以看出, DTW 算法需要不断按照式 (3.1) 去寻找累积矩阵元素 (i, j) , 直到最后 1 个元素 (m, n) 。算法每次执行都会从第 1 个元素到最后 1 个元素, 因此时间复杂度为 $O(mn)$ 。当序列长度比较长时, 多余的计算就会更多, 计算复杂度也会更大。某些情况下, DTW 算法将一个序列上的一点映射到另一条序列上相隔时间较长的区间, 导致病态规整。因此, 如何提高匹配算法的运算速率和避免发生病态规整成为研究的难点和热点。

为了解决上述难题, 学者 Itakura^[60]设置了约束窗口, 该窗口将 DTW 的路径 L 控制在一个菱形中, 菱形外部的网格点对于计算或存储距离之和是没有必要的, 所以彼此之间的匹配距离矩阵、累积距离矩阵都可以不用到菱形外的网格点。学者胡金平等^[61]将此方法实际应用到语音识别方法中, 对于系统的识别率有较好的提升^[61]。运用这种全局约束计算每列中的每个点匹配距离时只用到前一列的 3 个网格点, 减少了计算的次数和存储的数量, 还可以避免因为搜索范围多导致的病态规整。通常将这个约束窗口的一条边斜率设为 1/2, 另外一条边的斜率设为 2, 规整的路线从 $(1,1)$ 开始到 (n, m) 结束。匹配路径约束示意图如图 3.2 所示。

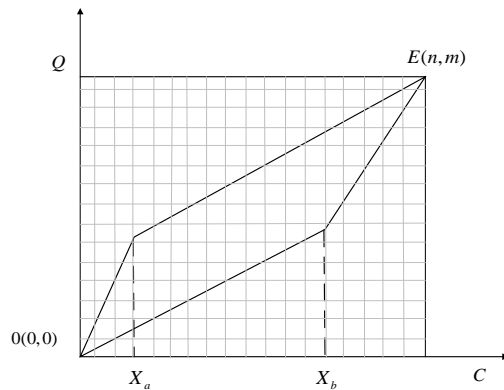


图 3.2 匹配路径约束示意图

图 3.2 中, X_a 和 X_b 表示的是斜率为 1/2 和 2 的两条边的两个不同的交点, C 和 Q 表示待匹配的序列, $E(n, m)$ 表示的是路径规整的终点。当 $X_a < X_b$ 时, 将匹配路径分为 3 段, $(1, X_a)$,

(X_{a+1}, X_b) 和 (X_{b+1}, n) , X_a 、 X_b 、 m 、 n 之间关系式如式 (3.2) 所示:

$$\begin{cases} X_a = \frac{1}{3}(2m - n) \\ X_b = \frac{2}{3}(2n - m) \end{cases} \quad (3.2)$$

因为 X_a 和 X_b 不为小数, 所以会选值到距离 X_a 和 X_b 最短的整数值, 所以 m , n 长度要满足式 (3.3) 的条件:

$$\begin{cases} 2m - n \geq 3 \\ 2n - m \geq 2 \end{cases} \quad (3.3)$$

如果以上情况都不符合, 即两段序列相差太多, 不能执行动态匹配的规整。

与 DTW 需要计算 2 个序列中每个点之间的距离不同, 此时的横坐标与 (y_{\min}, y_{\max}) 间的格点进行计算即可, 与约束窗口外的纵坐标无需进行计算。 (y_{\min}, y_{\max}) 的取值范围如下所示:

$$y_{\min} = \begin{cases} \frac{1}{2}x, 0 \leq x \leq X_b \\ 2x + (m - 2n), X_b < x \leq n \end{cases} \quad (3.4)$$

$$y_{\max} = \begin{cases} 2x, 0 \leq x \leq X_a \\ \frac{1}{2}x + (m - 2n), X_a < x \leq n \end{cases} \quad (3.5)$$

还有一种情况是 $X_a > X_b$, 上一种情况中的 $(1, X_a)$, (X_{a+1}, X_b) 和 (X_{b+1}, n) 转换为 $(1, X_b)$, (X_{b+1}, X_a) , (X_{a+1}, n) 。

加约束窗口后的动态规划过程中 X 轴向前滑动一步需要比较的 Y 轴上的长度与加约束窗口前不同, 但是特点是相同的。累积距离为:

$$D(i, j) = d(i, j) + \min \begin{cases} D(i-1, j) \\ D(i-1, j-1) \\ D(i-1, j-2) \end{cases} \quad (3.6)$$

横坐标上每滑动一次, 要用上一列的矩阵 D 。矩阵 d 用来保存当前需要计算的列的总距离, 矩阵 D 只保存上一列的累积距离, 这样每计算一列就更新一次 D 和 d , 需要保存的内容可以减少很多。最后得到 D 中的第 m 个元素即为所求。累计距离图解过程如图 3.3 所示。

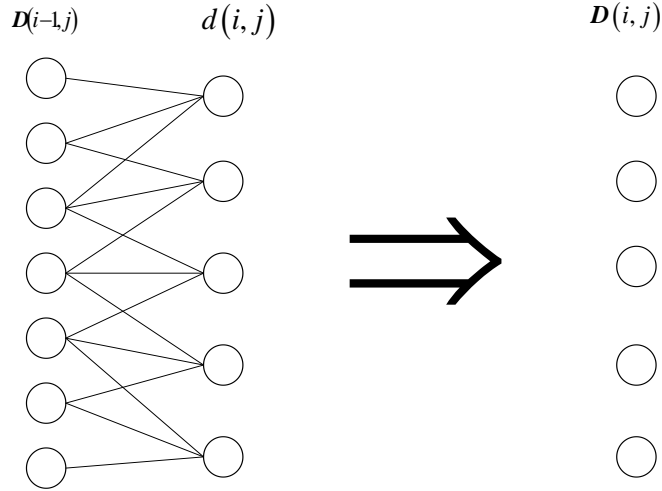


图 3.3 累积距离矢量的动态更新图解

n 维空间的距离计算公式如下：

$$d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \cdots + (x_n - y_n)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (3.7)$$

本文进行动态规划时，采用欧式距离的平方值进行计算和对比，表示如下：

$$d^2(x, y) = \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \quad (3.8)$$

用平方值可以缩减每一次计算规划路径的复杂度，对最终输出的结果开根号即可得到欧氏距离，只需要计算最后一次。

利用改进 DTW 算法进行匹配定位时需要寻找地磁数据序列的最小相似距离。令在线实时测量的地磁序列长度为 m ，测量结果为 $B_s = (B_1, B_2, \dots, B_s)$ ，数据库的地磁序列长度为 $t (t > s)$ ，令 $B_t = (B_1, B_2, \dots, B_t)$ 。在 B_s 中从第一个数据开始到第 m 个数据结束，将此段选取出来，之后将选取出来的长度为 m 的片段与 B_s 通过改进后的 DTW 算法进行对比计算，得出两序列中最短的距离。以此类推直到计算完所有的序列，最后得出 D 中的第 m 个元素所对应的位置坐标即为所求。

3.1.3 基于改进 DTW 算法的地磁匹配组合导航

室外的地磁匹配组合导航需要进行以下步骤，首先是将待定位区域的地磁场值测量之后保存对应的位置信息和地磁场数据，形成自建的一个地磁数据库^[62]，采用 GPS482 结合磁强计建立离散地磁数据库。然后是在线匹配阶段，此时运用改进后的 DTW 算法进行匹配工作。滤波器需要输入状态量的值和观测量的值，前者是惯导系统的误差，后者是两种定位方法得

到的数据的差值。通过 kalman 滤波器^[63]融合定位结果，减少定位的不准确性，得到最后所需信息。具体过程如图 3.4 所示。

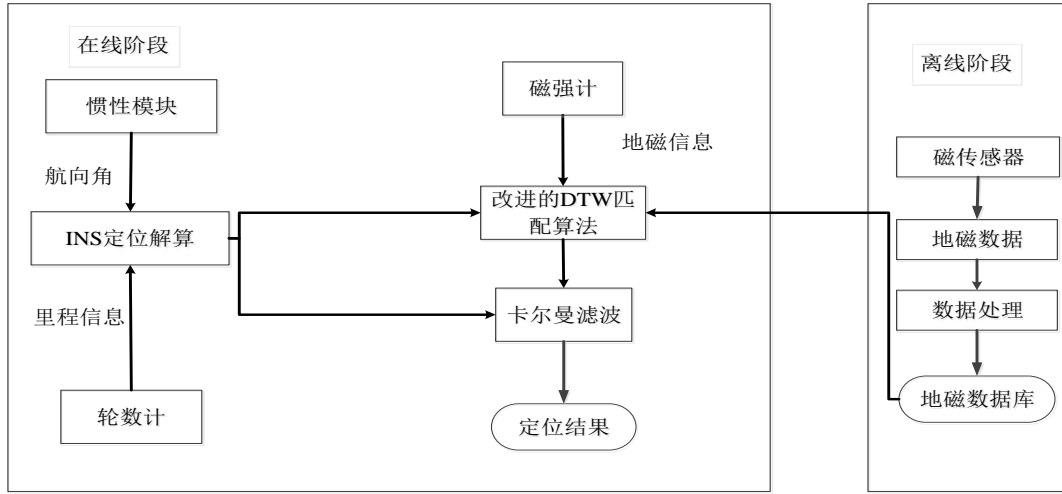


图 3.4 基于改进 DTW 算法的地磁匹配组合导航原理示意图

INS 的漂移、定位时间久时误差会更大都是其缺陷，本文将 INS/地磁匹配进行组合导航，两者的定位结果互相纠正，最后利用卡尔曼滤波对两种定位算法输出的位置信息做滤波处理。卡尔曼滤波器的输入值是运动物体的位置信息，INS 对于运动物体结算距离以及运动轨迹也可以作为滤波器的输入值。

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}(k) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{V}_k \quad (3.10)$$

上式中，式（3.9）是状态方程，式（3.10）是观测方程。 \mathbf{x}_k 是小车的状态向量， \mathbf{x}_{k-1} 是小车前一刻的状态向量，两个时刻是相邻的。 \mathbf{F} 是负责控制运动物体前进轨迹的转化更新的矩阵， $\mathbf{w}(k)$ 是随机的干扰信息， \mathbf{z}_k 是挡位器件测量处的数据值， \mathbf{H} 是观测矩阵， \mathbf{v}_k 是观测过程中的噪声误差。状态更新方程如式（3.11）所示。

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k(\hat{\mathbf{y}}_k - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (3.11)$$

上式中， \mathbf{K}_k 为卡尔曼滤波器的增益值， $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 为此刻数据值的预测量， $\hat{\mathbf{y}}_k$ 是观测量， $\hat{\mathbf{x}}_k$ 是滤波后的定位结果。

3.2 地磁辅助惯性导航融合算法分析

惯性导航长时间定位会导致准确性越来越低，即该系统的误差是伴随着时间不断的累加的，不过在较短时间内定位的误差值比较低。地磁匹配导航系统是依靠自身来确定位置信息的，而且地磁场值不会轻易改变，所以不会因为定位时间长而导致定位精度变低。不过匹配

的定位结果可能会容易有随机误差，将两种导航方式的优点整合起来能够提高减少整体系统的不准确性，增加定位的准确性。

本节探讨的是 INS/地磁导航系统的融合方法，卡尔曼滤波器（Kalman Filter, KF）是比较常用的组合导航融合方法，本章将分析 KF 对于该组合导航的滤波设计。

3.2.1 Kalman 滤波器基本方程

Kalman 滤波是匈牙利数学家 Kalman 1960 年提出来的，当年伟大的 Kalman 数学家访问了美国国家航空航天局（National Aeronautics Space Administration, NASA）。早期他是主要研究太空飞船的运动状态等方向，而且在航空通信类多种领域都有很多不错的成就。Kalman 滤波器分为连续的类型和离散的类型，离散的 Kalman 滤波器所占内存较少，使用的是一个一个向前推算的方法。

假设系统中前一时刻的状态为 \mathbf{X}_k ，那么该系统中下一时刻的状态是可以由前一时刻的状态得到的，计算过程如下所示：

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_k &= \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k\end{aligned}\quad (3.12)$$

上式中， $\Phi_{k,k-1}$ 是状态量向下一状态转换时所需经历的中间变换步骤； \mathbf{H}_k 是器件得到的数据值； Γ_{k-1} 是噪声驱动矩阵； \mathbf{W}_k 代表整体误差来源； \mathbf{V}_k 是器件得到的误差来源。 \mathbf{W}_k 和 \mathbf{V}_k 都是零均值白噪声，所以有如下关系：

$$\begin{aligned}E(\mathbf{W}_k) &= 0, \text{Cov}(\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_j) = E(\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T) = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \\ E(\mathbf{V}_k) &= 0, \text{Cov}(\mathbf{V}_k, \mathbf{V}_j) = E(\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T) = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \\ \text{Cov}(\mathbf{W}_k, \mathbf{V}_j) &= E(\mathbf{W}_k \mathbf{V}_j^T) = 0\end{aligned}\quad (3.13)$$

上式中， \mathbf{Q}_k 是整体误差来源的方差， \mathbf{R}_k 是测量噪声的方差矩阵，其中， \mathbf{Q}_k 是非负定矩阵， \mathbf{R}_k 是正定矩阵。

Kalman 滤波的滤波思想是预测以及修正，整体系统的状态的预测值是由系统的状态方程进行推导，按照推导出的预测值可以得到观测量和观测值，然后通过真正的观测值以及观测值对预测值进行矫正。Kalman 滤波器对于 \mathbf{X}_k 的预测的进度如下：

状态值进行一步推断为如式（3.14）所示：

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (3.14)$$

对于误差值的均方差的推断如式（3.15）所示：

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (3.15)$$

解算滤波的增益矩阵如式 (3.16) 所示：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T / (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k) \quad (3.16)$$

或者是

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T / \mathbf{R}_k \quad (3.17)$$

对于状态值得估计如下：

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} \right) \quad (3.18)$$

估计值的均方差为 $\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/k-1}$ ，或者表示为如下形式：

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (3.19)$$

以上是 Kalman 滤波的基本过程，如果我们想推断 k 时刻的状态，可以通过系统给出的状态的初始值 \mathbf{X}_0 、误差的方差的初始值 \mathbf{P}_0 ，在 K 点器件得到的数据为 \mathbf{Z}_k 。而且 \mathbf{P}_k 代表的噪声方差 \mathbf{Q}_k 的变换的具体情形，该具体情况是代表的系统的状态的预测值的。 \mathbf{P}_k 越大的话代表系统的噪声也就越大， \mathbf{K}_k 是代表测量值得权重，如将 \mathbf{K}_k 变大，就可以更多的权值倾向于当前的测量值。相反，如果是 \mathbf{R}_k 变大，此时测量值 \mathbf{K}_k 会相应变小，此时估计值会有更多的权值倾向于系统的推断值。

3.2.2 Kalman 滤波器基于匹配位置的观测方程

Kalman 滤波器常被用在不同的导航方式进行的组合导航里边，可以用来减少系统的不准确性，增加导航系统的准确性。Kalman 滤波有观测方程，观测方程是从需要进行匹配的位置开始推算，然后实时测得的数据一起推算出出的。本小节讨论从匹配位置得到的观测方程。

地磁匹配过程中能够获得运动载体的基本内容，但是一般都是存在无法被估计的误差，所以将匹配过程的误差称为白噪声，表示为如 (3.20) 所示：

$$\begin{aligned} \lambda_{GNS} &= \lambda_r + \delta\lambda_{GNS} \\ L_{GNS} &= L_r + \delta L_{GNS} \end{aligned} \quad (3.20)$$

其中， λ_{GNS} 是经度的位置， L_{GNS} 是地磁匹配的纬度的位置； $\delta\lambda_{GNS}$ 是地磁导航过程中经度上的误差， δL_{GNS} 是地磁导航过程中纬度上的误差。

惯性导航系统中两个子系统输出值的差值就是惯性系统的位置误差，具体的计算过程如式 (3.20) 所示：

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_p &= \begin{bmatrix} \lambda_{INS} - \lambda_{GNS} \\ L_{INS} - L_{GNS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\lambda - \delta\lambda_{GNS} \\ \delta L - \delta L_{GNS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\lambda \\ \delta L \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta\lambda_{GNS} \\ \delta L_{GNS} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{H}_p \mathbf{X} + \mathbf{V}_p\end{aligned}\quad (3.21)$$

将上式中的匹配的不准确度作为测量噪声输入进去, 结算之后的结果为 $\mathbf{H}_p = [\mathbf{0}_{2 \times 5} \quad \mathbf{I}_{2 \times 2} \quad \mathbf{0}_{2 \times 8}]$ 和 $\mathbf{V}_p = [\delta\lambda_{GNS} \quad \delta L_{GNS}]^T$ 。

3.2.3 Kalman 滤波器基于磁场测量的观测方程

本小节将讨论 Kalman 滤波器在磁场实验时的器件测量的推算过程。在 INS/地磁匹配组合导航系统中, 如果要建立基于磁场测量的观测方程 \mathbf{Z}_G , 要有实时测量的磁场数据值 G_M , 还要有 INS 的对应的位置的地磁数据库里的磁场数据 G_{INS} 。

将载体运动时候的真正的位置设为 (λ, L) , 此处的磁场数据值是 $G_t(\lambda, L)$, 在测得的数据值上会有测量噪声 γ_M , 表示为如式 (3.22) 所示:

$$G_M = G_t(\lambda, L) + \gamma_M \quad (3.22)$$

惯性导航系统显示的位置为 $(\hat{\lambda}, \hat{L})$, 该位置在地磁数据库里的磁场数据值是 G_{INS} , 通过下式计算推断:

$$G_{INS} = G_t(\hat{\lambda}, \hat{L}) + \gamma_{INS} \quad (3.23)$$

其中, γ_{INS} 是噪声, 此噪声是由惯性导航系统显示的位置的误差以及地磁数据库中的数据偏差造成的。

Kalman 滤波器的实时测量的磁场数据值 G_M 和地磁数据库里的磁场数据值 G_{INS} 的差值可以用来表示此滤波器的测量方程。表达式如公式 (3.24) 所示:

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_G &= \mathbf{G}_{INS} - \mathbf{G}_M \\ &= \left(G_t(\hat{\lambda}, \hat{L}) + \gamma_{INS} \right) - \left(G_t(\lambda, L) + \gamma_M \right) \\ &= G_t(\lambda + \delta\lambda, L + \delta L) + \gamma_{INS} - G_t(\lambda, L) - \gamma_M \\ &\approx \frac{\partial G}{\partial \lambda} \delta\lambda + \frac{\partial G}{\partial L} \delta L + \gamma_{INS} - \gamma_M \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial G}{\partial \lambda} & \frac{\partial G}{\partial L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\lambda \\ \delta L \end{bmatrix} + \gamma \\ \mathbf{Z}_G &= \mathbf{H}_G \mathbf{X} + \mathbf{V}_G\end{aligned}\quad (3.24)$$

上式中, $\partial G / \partial \lambda$ 是地磁场在经度上的斜率值, $\partial G / \partial L$ 是地磁场在纬度上的斜率值。测量噪声是 $\gamma = \gamma_M + \gamma_{INS}$, 测量噪声包含很多种类的噪声, 其中, $\mathbf{H}_G = [\mathbf{0}_{1 \times 5} \quad \mathbf{I}_{1 \times 2} \quad \mathbf{0}_{1 \times 8}]$, $\mathbf{V}_G = \gamma$ 。

在推算过程中, 通过对地磁数据库中的地磁数据值以及运动的载体运行的轨迹位置的推

导，能得到各个方向上的斜率值。地磁数据库里边的地磁场值一般都不是连续的，所以大多采用平面拟合法来计算，如果有的位置范围内误差比较大，一般要采用的是全平面拟合的方法。为了增大计算的准确率，要用平面计算磁场数据值^[64]。

如图 3.5 所示的区域，经度范围和纬度范围都是 $5\sigma_x$ ，还有 $M = 2.5\sigma_x$ ， $N = 2.5\sigma_y$ ， σ 是来规划所选择区域的范围，代表位置信息上的经纬度上的不准确值的稳定程度。

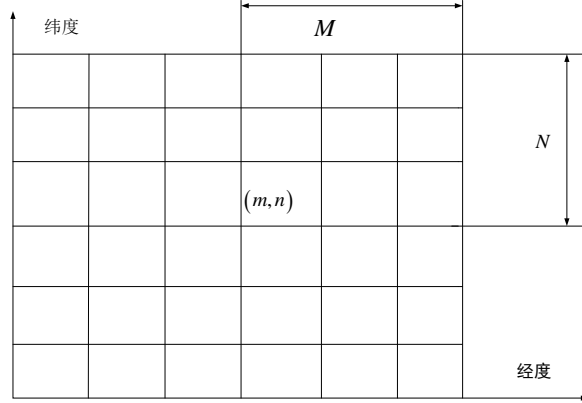


图 3.5 全平面拟合示意图

针对一块区域的均值求解还有斜率求解，计算公式如下：

$$\begin{cases} \bar{G} = \frac{1}{(2M+1)(2N+1)} \sum_{i,j} G_t(i,j) \\ \frac{\partial G}{\partial \lambda} = \frac{1}{2(2M+1)(1^2+2^2+\dots+N^2)d} \sum_{i,j} i G_t(i,j) \\ \frac{\partial G}{\partial L} = \frac{1}{2(2N+1)(1^2+2^2+\dots+M^2)d} \sum_{i,j} j G_t(i,j) \end{cases} \quad (3.25)$$

上式中， $i = \{m-M, \dots, m+M\}$ ， $j = \{n-N, \dots, n+N\}$ ， d 是数据网格的间距。当 $M = N = 1$ 的时候，就会剩下 9 个采样点。

3.2.4 完整滤波器

结合以上信息来建立完整的滤波器，如公式 (3.26) 所示：

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1} = \Phi_k \mathbf{X}_k + \Gamma_k w_k \\ \mathbf{Z} = \mathbf{H} \mathbf{X}_k + \mathbf{V} \end{cases} \quad (3.26)$$

上式中， \mathbf{Z}_p 是观测矩阵，为了得到更高的观测性，要把 \mathbf{Z}_p 和 \mathbf{Z}_G 组合起来，计算过程如下：

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_p \\ \mathbf{Z}_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_p \\ \mathbf{H}_G \end{bmatrix} \mathbf{X}_k + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_p \\ \mathbf{V}_G \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

3.3 实验仿真与结果分析

本实验中，首先进行地磁场数据的采集，测量地磁数据使用的是 JY901，JY901 的频率是 20Hz。首先使用惯性器件将需要测量的定位区域输出测量的结果，然后将输出位置的对应的一系列地磁场值输出。将输出的磁场值和磁传感器测量出来地磁序列进行相关匹配，地磁匹配方法采用改进后的 DTW 算法，得到与输出的磁场值中匹配最佳的位置，然后将匹配出的位置与惯性导航系统输出的位置输出之后作为输入值，输入到滤波方法中两者的定位信息进行滤波融合。实验是在室外进行的，实验对应的匹配窗口大小分别为 20，40，60。

实验通过基于 DTW 匹配算法和基于改进 DTW 匹配算法分别解算测试的轨迹，定位轨迹如图 3.6 所示，相对应的经纬度轨迹如图 3.7 所示，实验参数如表 3.1 所示：

表 3.1 实验参数

参数	参数值
初始位置/(°)	纬度 31.325 25 经度 120.427 8
初始速度/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	1
初始水平姿态/(°)	0
陀螺仪常值漂移（三轴相等）/(°)/h	0.03
陀螺随机漂移（三轴相等）/(°)/h	0.005
加速度计稳定偏移量（三轴相等）	0.001g
加速度计随机偏移量（三轴相等）	0.0005g
测量磁异常的噪声标准差/dB	1.407 6
在线采样磁阻传感器采样频率/Hz	20
测试区域内的地磁基准图精度	$0.000\ 001^{\circ}\times 0.000\ 001^{\circ}$
巡航车起始位置的东向速度误差/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	0.1
巡航车起始位置的北向速度误差/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	0.1
巡航车起始位置的水平姿态误差/(°)	1
巡航车起始位置的航向姿态误差/(°)	1
巡航车初始纬度误差/(°)	0.000 1
巡航车初始经度误差/(°)	0.000 05

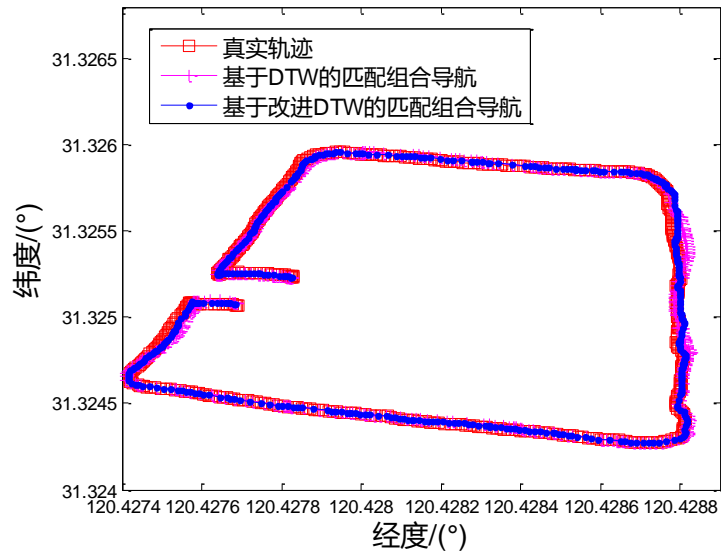


图 3.6 两种地磁匹配算法定位轨迹对比图

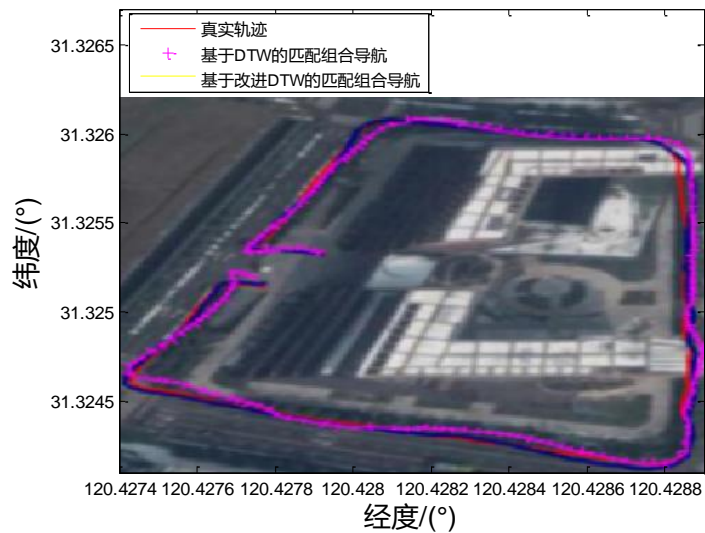


图 3.7 在 Google 地图上不同匹配算法经纬度定位轨迹

3.3.1 算法运行时间

为研究改进的地磁定位算法的运算效率，本实验采用对测试点连续定位 100 次所用时间的平均值来表示单次定位时间，对应的匹配窗口大小分别是 20、40、60。时间对比结果如表 3.2 所示。

表 3.2 两种算法定位时间平均值

窗口大小	DTW/s	改进 DTW/s
20	2.05	1.45
40	3.14	1.85
60	3.89	1.56

由表 3.2 可知,在不同的匹配窗口时,本文提出的 DTW 地磁匹配算法对测试点的定位时间都比传统的 DTW 地磁匹配算法的定位时间短,并且匹配窗口越长,效果越明显。从实验结果看,本文提出的 DTW 地磁匹配算法定位时间在匹配窗口为 20, 40, 60 时,分别比传统 DTW 地磁匹配算法整体定位时间减少了 29.2%, 41.1%, 59.8%, 定位时间有效减少。

3.3.2 算法定位精度

本节将对传统 DTW 算法和改进 DTW 算法地磁匹配组合导航定位两种方法的定位进度进行分析与对比,因为匹配窗口一般都是设为总序列的 1/30 至 1/10 之间,我们的地磁数据序列为 530,因为在此范围内匹配序列越长相对来说匹配准确率会高一些,所以本实验我们采用的匹配窗口为 60,得到定位误差对比图和累积误差对比图如图 3.8 所示。

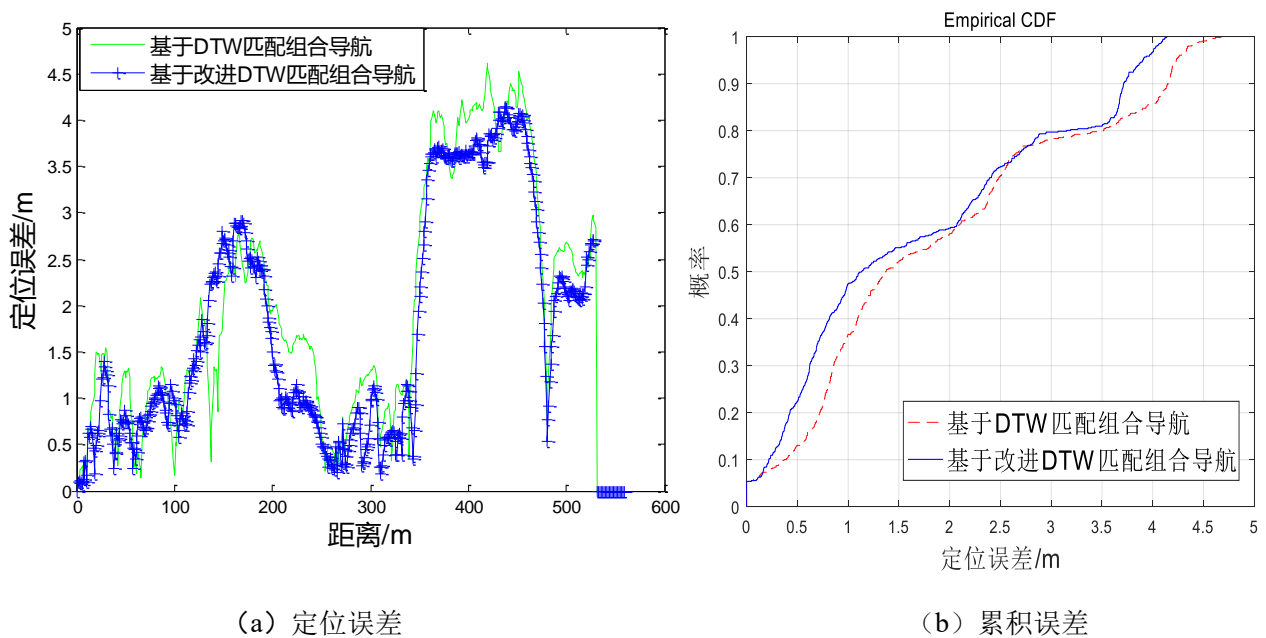


图 3.8 两种地磁匹配算法组合导航定位误差对比

表 3.3 两种匹配算法组合导航定位误差对比

定位方法类别	定位误差范围/m				平均精度/m
	0~1	0~2	0~3	0~4	
基于 DTW 地磁匹配组合导航	36.25%	60.85%	79.95%	85.69%	1.85
基于改进 DTW 地磁匹配组合导航	47.45%	63.56%	80.14%	96.41%	1.63

由图 3.7 和表 3.3 可知,在匹配窗口为 60 时,该系统中使用 DTW 匹配算法做序列匹配

的定位精度在 0~4 米的概率是 85.69%，平均定位精度是 1.85m。使用改进后的 DTW 匹配算法做序列匹配的定位精度在 0~4 米的概率是 96.41%，平均定位精度是 1.63 米。

综合本章节图表所述可以得出结论：两种方法的平均精度差别不大，改进后的 DTW 算法定位误差比传统 DTW 算法的定位误差减小了 0.22 米。在算法的运行效率方面，改进后的 DTW 算法定位运行时间比传统 DTW 算法在匹配窗口为 20、40、60 时定位运行时间分别减少了 29.2%，41.1%，59.8%。平均运行效率提高了 43.37%。说明改进后的 DTW 匹配算法保证定位精度，重点提升了定位效率。

3.4 本章小结

本章针对 DTW 匹配算法存在病态规整、时间复杂度比较高的缺点，对如何简化 DTW 匹配算法计算过程做了分析与实验。实际场景做实验的结果也验证了最终改进算法的有效性，但是因为场地以及设备的不完善，实验环境较为简单，继续改进匹配算法并且实现更为复杂环境下的快速精确定位是今后研究的重点。

第 4 章 基于改进导数动态时间规整匹配算法的地磁/INS 匹配组合导航

航

针对 DTW 匹配算法可能会存在“奇点”的问题，提出了一种基于改进导数动态时间规整匹配算法的地磁/INS 组合导航的方法。采用 DDTW 地磁匹配算法进行地磁序列的匹配，通过对比序列的一阶导数进行匹配，同时采用 Itakura 窗作为约束条件约束了搜索范围。DDTW 匹配算法可以有效的缓解“奇点”问题，在保证定位效率的前提下，该方法重点目的在于提高算法的定位精度。

4.1 地磁匹配算法

4.1.1 导数动态时间规整算法

DTW 匹配算法是孤立词语音识别中最简单有效又常用的识别方法。该算法的核心内容是基于动态规划（Dynamic Planning, DP）的思想，此方法实现了将长短不一的序列模板进行较为精确的匹配。DTW 匹配算法是通过“扭曲”X 轴来解释 Y 轴变量，使得序列可以进行匹配对齐。但是这也会带来“不直观”对齐，如图 4.1 所示，会造成某条序列的一个点映射到另一条序列上边不是单个点，可能是多个不确定的点，这个问题称为“奇点”问题。

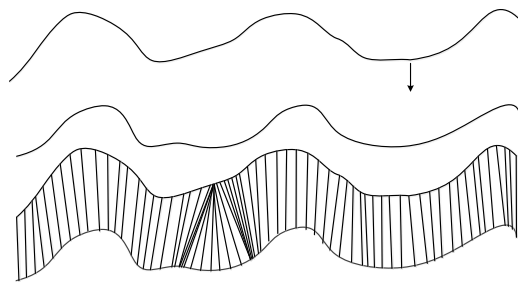


图 4.1 DTW 算法奇点问题示意图

针对此问题，采用序列的斜率来进行对比，按照序列的变化趋势匹配^[65]。数学中的一阶导数是反应斜率的，那么我们可以利用此特点来获得序列的变化趋势，我们将此方法称为 DDTW 匹配算法。DTW 匹配算法中比较序列大小是通过计算两条序列之间欧氏距离的大小，然后挑选出累积距离最短的路径作为最终路径。在 DDTW 匹配算法中比较的是每两个点之间

的导数差值的平方，这一点与 DTW 匹配算法不同。DDTW 匹配算法计算公式如式 (4.1) 和式 (4.2) 所示。

$$r(i, j) = (R(p_i) - R(q_j))^2 \quad (4.1)$$

$$R[p_i] = \frac{(p_i - p_{i-1}) + ((p_{i+1} - p_{i-1})/2)}{2} \quad 1 < i < m \quad (4.2)$$

上式中， $r(i, j)$ 代表点 p_i 和点 q_j 的对应的斜率值 $R(p_i)$ 减去斜率值 $R(q_j)$ 结果的平方。 $p_i - p_{i-1}$ 代表的是 i 点和 i 点之前一个点之间的斜率值， $(p_{i+1} - p_{i-1})/2$ 代表的是 i 点之前的一个点和 i 点之后的一个点之间的斜率值， $R_x[p_i]$ 是 $(p_i - p_{i-1})$ 和 $(p_{i+1} - p_{i-1})/2$ 的平均值。利用趋势匹配相对于利用两个数据点之间距离进行对比，趋势匹配具有更高的鲁棒性。利用 DDTW 匹配算法在进行式 (4.1) 和式 (4.2) 计算的时候直接从第二个点和倒数第二个点计算，不包括首个点和末尾点，其中 $R(q_0) = R(q_1)$ ， $R(q_m) = R(q_{m-1})$ 。DTW 和 DDTW 进行序列对比时的效果图如图 4.2 所示。

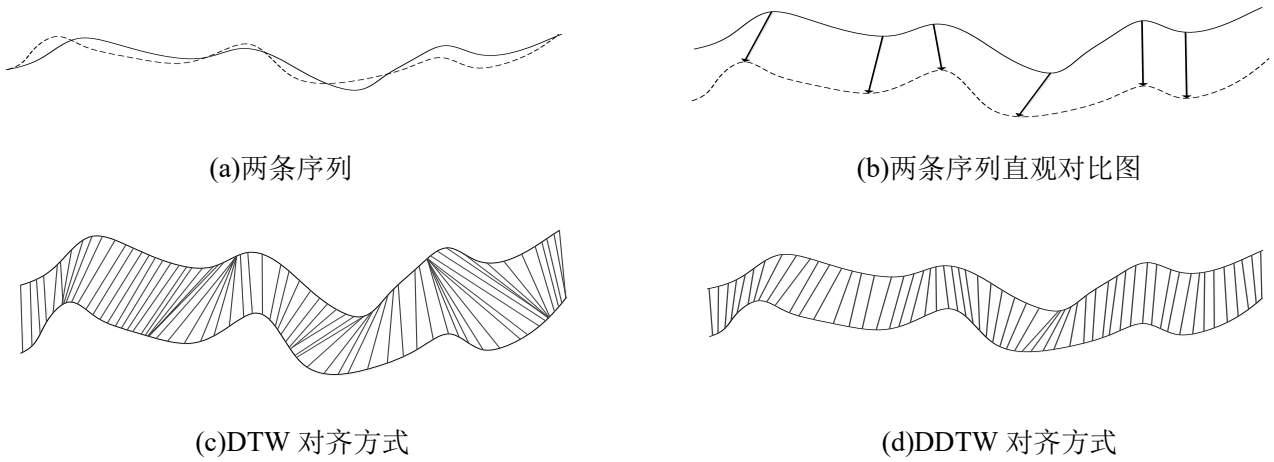


图 4.2 DTW 和 DDTW 序列对比效果图

其中，图 4.2 中(a)代表两条序列图，(b)是序列的直观对比图，以便于观察，(c)是使用 DTW 方法进行序列对齐，可以看到出现了对应不准确的情况，一条序列上的一个点对应的另一条序列上的几个点。(d)是使用 DDTW 方法进行序列对齐，按照变化趋势进行对齐，对应结果好很多。

DTW 匹配算法方法中利用累积距离矩阵 $R(i, j)$ 来表示并保存，在 DDTW 匹配算法中，利用相似度矩阵 $L(p, q)$ 表示。 $L(p, q)$ 计算方法如式 (4.3) 所示。

$$L(p, q) = r(i, j) + \min \begin{cases} L(i-1, j) \\ L(i, j-1) \\ L(i-1, j-1) \end{cases} \quad (4.3)$$

上式中, $L(p, q)$ 表示累积相似度, $r(i, j)$ 表示两个序列之间导数差平方之间的和。

DDTW 地磁匹配算法采用滑动匹配的方法, 滑动匹配过程如图 4.3 所示。

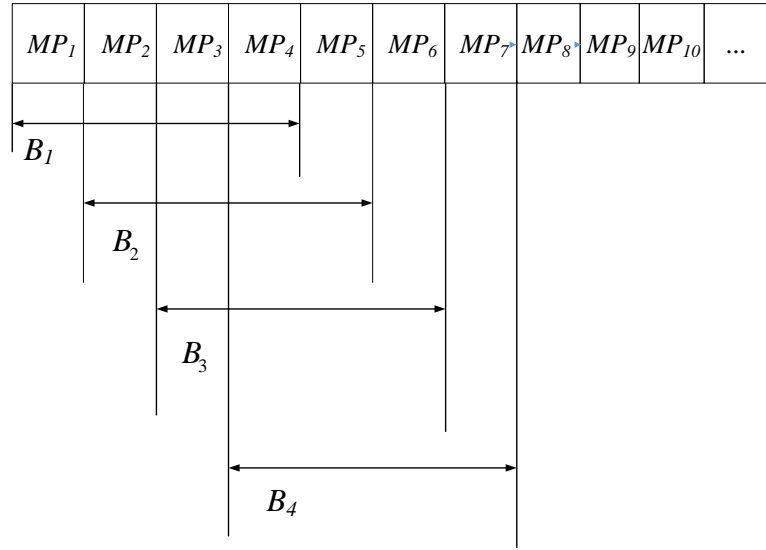


图 4.3 DDTW 算法滑动匹配效果图

图 4.3 是在计划定位区域划分为等间隔的网格, 采集每个网格点的地磁特征量, 再将每个点的坐标 $p_i(x_i, y_i)$ 与和此点处的场强值共同标记为信息点 $MP[m, p]$, 每次按照相同的间距移动窗口进行匹配。间距内测得的信息点共同组成一条序列 $B_i = \{MP_1, MP_2, MP_3, \dots, MP_i\}$, B_i 是包含场强值和对应位置坐标的序列。图中是窗口为 4 的序列移动进行匹配的效果图, 按照窗口大小把需要定位区域的场强值测量组成场强值序列 $A_i = \{M_1, M_2, M_3, \dots, M_j\}$, 将两序列进行匹配即可得到对应的位置。

4.1.2 基于全局约束的 DDTW 匹配算法

DDTW 匹配算法的计算复杂度为 $o(mn)$, 其中规划路径的过程中有很多点其实是不需要计算的。学者 Itakura 针对此问题提出一种解决方案, 在规整过程中加入了平行四边形窗口, 序列匹配过程中计算两条序列之间的斜率差值的平方时的路径减少, 每次计算的计算量也就随之减少, 所以算法整体的计算复杂度也降低了。进而计算时间变短, 提高了算法的运行速率。添加完约束窗口的 DDTW 匹配算法计算方法如下边描述, 添加完约束窗口的 X 轴向前滑动一步需要比较的 Y 轴上的长度不同, 但是特点是相同的。累积相似度矩阵的更新方法如式 (4.4) 所示:

$$L(i, j) = r(i, j) + \min \begin{cases} L(i-1, j) \\ L(i-1, j-1) \\ L(i-1, j-2) \end{cases} \quad (4.4)$$

X 轴上每滑动一步, 要用前一列的累积相似度矩阵。上一列的积累的相似度的矩阵用矩阵 L 来表示并供下一次匹配使用, 计算到的那一列的积累的相似度矩阵就用 r 来表示并供下

一次匹配使用。这与传统算法的要留存所有的相似度矩阵不一样，每滑动一步就更新一次矩阵，这个特点可以节省存储空间。每当滑动一步就按照式（4.4）进行更新，用前一列的累积相似度 L 和当前列的相似度矩阵 $r(i, j)$ ，求出当前列的累积相似度矩阵，保存到矢量 r 里边，把此时更新过的 r 的结果转换到 L ，替换之前的 r 成了新的累积的相似度矩阵，以备下一列调用，从第一列直到 X 轴的最后一列。

4.2 实验过程

首先使用惯性器件将需要测量的定位区域输出测量的结果，然后将输出位置对应的一系列地磁场值输出。将输出的磁场值和磁传感器测量出来地磁序列进行相关匹配，得到与输出的磁场值中匹配最佳的位置，地磁匹配方法采用加约束窗口的 DDTW 匹配算法。然后将匹配出的位置与惯性导航系统输出的位置输出之后作为输入值，输入到滤波方法中两者的定位信息进行滤波融合。通过 kalman 滤波器做测量数据滤波处理的过程时，用地磁匹配导航定位的定位结果作为量测方程模型，用 INS 系统的误差方程作为系统模型。基于加约束窗口 DDTW 匹配算法的地磁/INS 组合导航的原理及流程如图 4.4 所示。

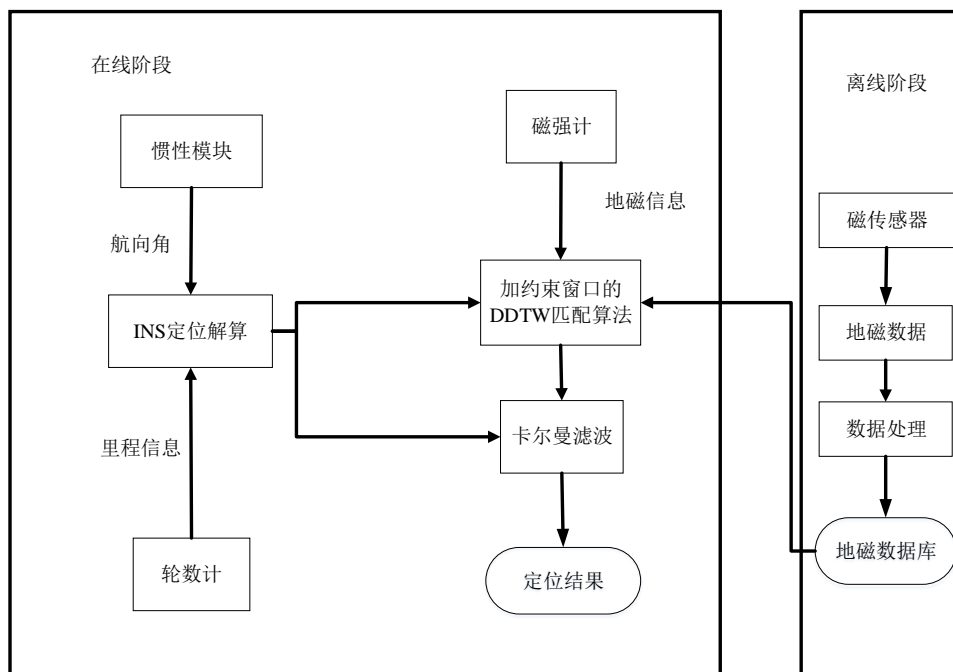


图 4.4 基于加约束窗口 DDTW 算法的地磁/INS 组合导航系统流程图

本节设计了地磁匹配组合导航，本实验中，首先进行地磁场数据的采集，测量地磁数据使用的是 JY901，JY901 的频率是 20Hz。实验室在室外进行的，实验对应的匹配窗口大小分别为 20，40，60。完成离线状态下的工作即建立地磁数据库之后，将数据库中的数据和磁强计测得的地磁信息进行匹配，将匹配输出的数据再通过滤波算法进行融合滤波。

4.3 实验仿真与结果分析

本实验分别通过使用 DTW 匹配算法、DDTW 匹配算法和本章提出的加约束条件的 DDTW 匹配算法三种方法进行地磁数据匹配定位结果如图 4.5 所示，与之对应的经纬度轨迹如图 4.6 所示，不同导航定位轨迹的形式与图 4.5 相同。

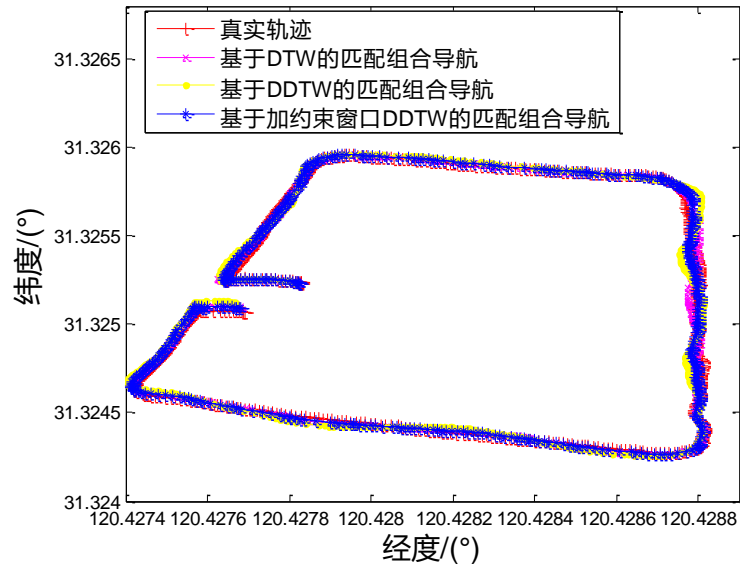


图 4.5 不同匹配算法地磁匹配组合导航定位轨迹对比图

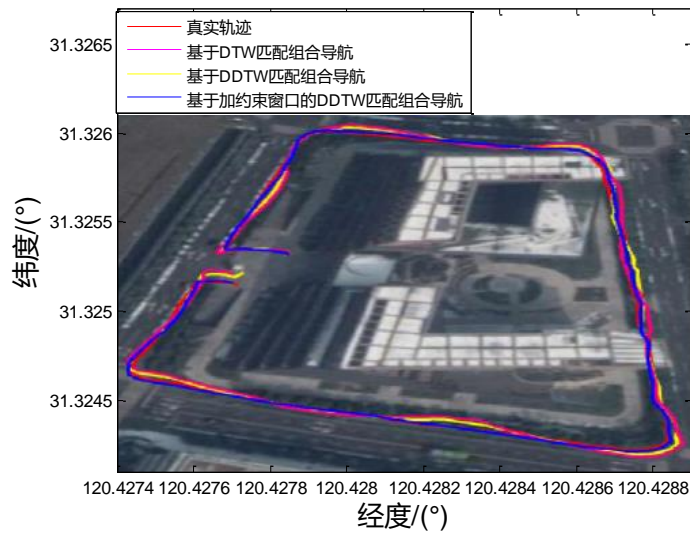


图 4.6 在 Google 地图上不同方法的导航定位经纬度轨迹

4.3.1 算法运行时间

为了研究三种匹配算法的运算时间，本实验中采取在一个测试点连续进行定位 100 次时间的平均值表示一次定位所用的时间，匹配窗口大小分别为 20、40、60。实验结果如表 4.1

所示。

表 4.1 三种匹配算法组合导航单次定位时间

匹配窗口大小	平均定位时间		
	DTW/s	DDTW/s	加约束窗口的 DDTW/s
20	2.05	2.07	1.89
40	3.14	3.12	2.06
60	3.89	4.01	2.12

由表 4.1 可得,不同匹配窗口下,DTW 匹配算法和 DDTW 匹配算法运行时间很接近,由前两章可知 DTW 匹配算法和 DDTW 匹配算法的复杂度都为 $o(mn)$,所以两种算法的运算效率相近。加了约束窗口的 DDTW 匹配算法在不同匹配窗口下运行的时间都比 DDTW 匹配算法运算时间短,而且随着匹配窗口的增大运行时间相差越明显,这是因为匹配窗口的数据序列越多,加上约束窗口减少的计算量越多,算法复杂度降低越多。当匹配窗口为 20、40、60 时,加约束窗口的 DDTW 匹配算法的运行时间比 DTW 匹配算法的运行时间分别减少了 7.81%、34.39%、45.50%。有效的减少了算法的运行时间。

4.3.2 定位精度分析

本节对三种算法在实验区的定位精度进行对比和分析。滑动匹配窗口分别为 20、40 和 60,得到不同的滑动匹配窗口对应的不同的定位误差对比图和累积误差分布图。分别如图 4.7、图 4.8 和图 4.9 所示。不同滑动匹配窗口对应的定位误差详细对比分别比如表 4.2、表 4.3、表 4.4 所示。

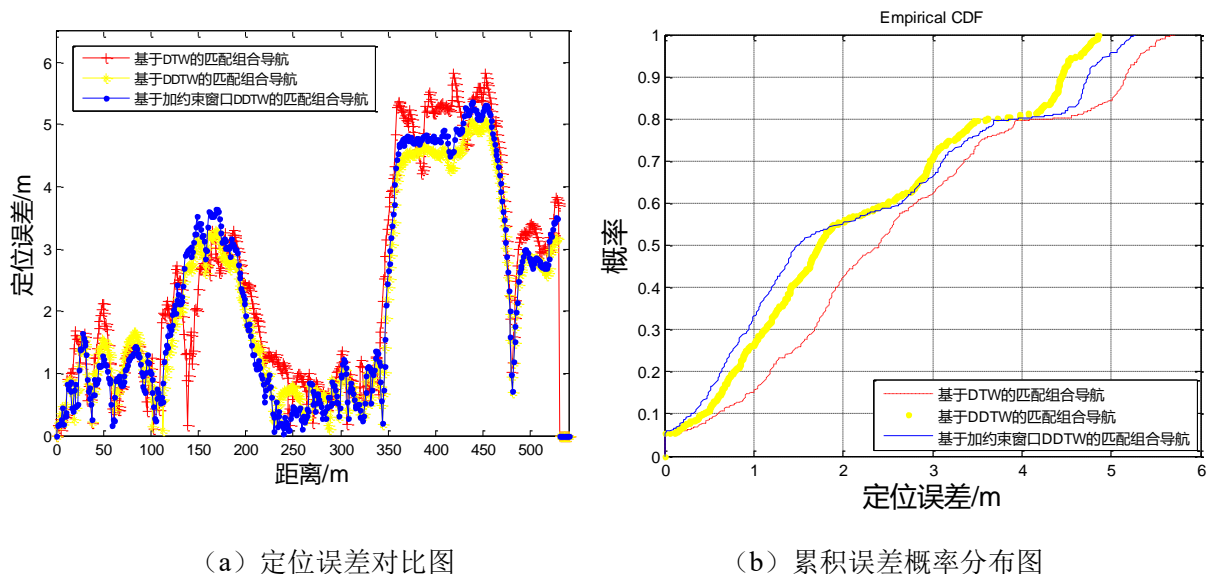


图 4.7 匹配窗口为 20 的实验数据

表 4.2 匹配窗口为 20 时的定位误差对比

定位方法类别	定位误差范围/m				平均精度/m
	0~1	0~2	0~3	0~4	
基于 DTW 地磁匹配 组合导航	15.74%	42.58%	61.79%	77.89%	2.61
基于 DDTW 地磁匹配 组合导航	26.75%	55.42%	70.89%	80.25%	2.28
基于加约束窗口的 DDTW 地磁匹配组合导航	33.89%	55.41%	66.97%	80.35%	2.26

由图 4.7 和表 4.2 可知, 在匹配窗口为 20 时, 该定位系统中使用 DTW 匹配算法的定位精度有 15.74% 的可能性在 0~1m, 平均精度是 2.61m。使用 DDTW 匹配算法的定位精度有 26.75% 的可能性在 0~1m, 平均精度是 2.28 米。使用加约束窗口的 DDTW 匹配算法的定位精度有 33.89% 的可能性在 0~1m, 平均精度是 2.26m。

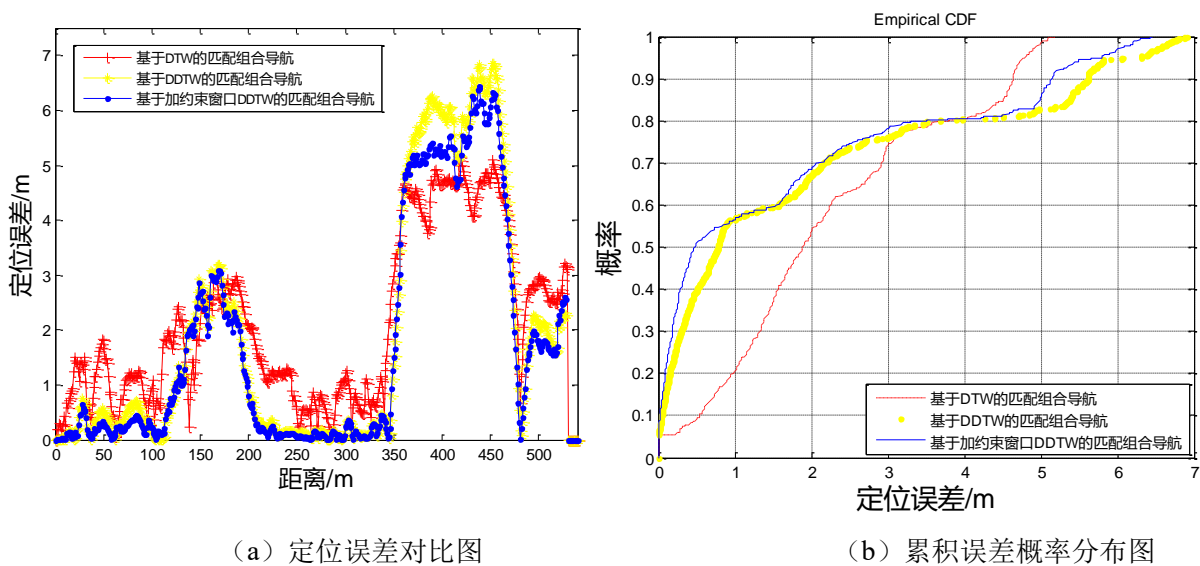


图 4.8 匹配窗口为 40 的实验数据

表 4.3 匹配窗口为 40 时的定位误差对比

定位方法类别	定位误差范围/m				平均精度/m
	0~1	0~2	0~3	0~4	
基于 DTW 地磁匹配 组合导航	21.11%	54.38%	74.61%	80.43%	2.27
基于 DDTW 地磁匹配 组合导航	56.71%	68.38%	76.45%	80.48%	2.01
基于加约束窗口的 DDTW 地磁匹配组合导航	57.09%	69.47%	79.15%	81.35%	1.79

由图 4.8 和表 4.3 可知, 在匹配窗口为 40 时, 该定位系统中使用 DTW 匹配算法的定位精度有 21.11% 的可能性在 0~1m, 平均精度是 2.27m。使用 DDTW 匹配算法的定位精度有 56.71% 的可能性在 0~1m, 平均精度是 2.01 米。使用加约束窗口的 DDTW 匹配算法的定位精度有 57.09% 的可能性在 0~1m, 平均精度是 1.79m。

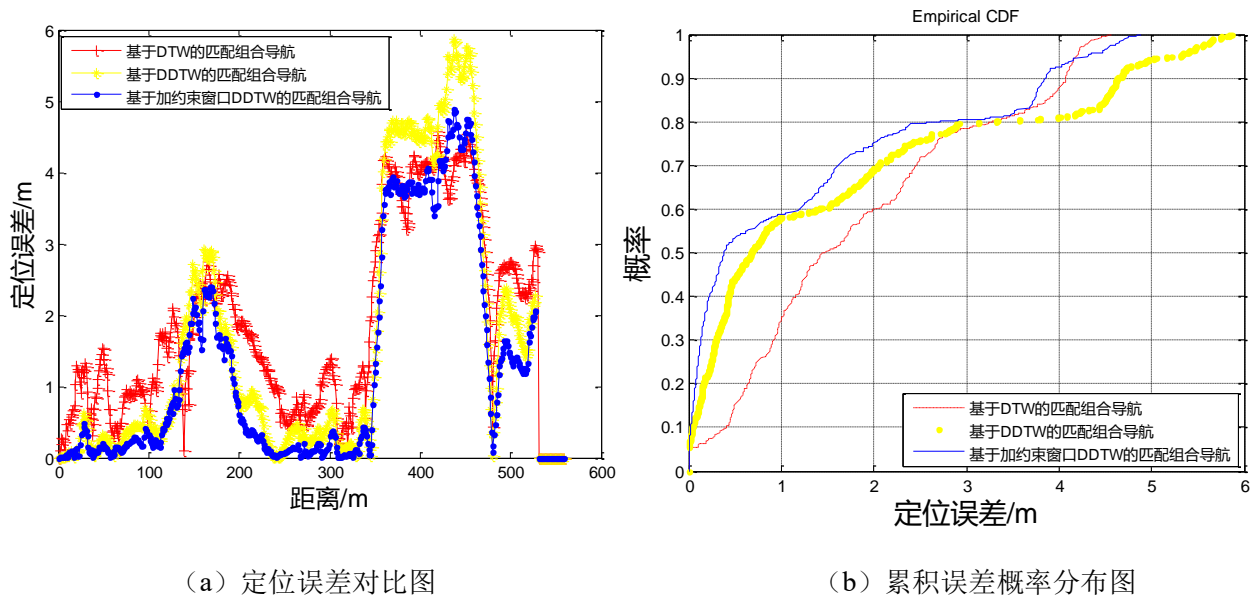


图 4.9 匹配窗口为 60 的实验数据

表 4.4 匹配窗口为 40 时的定位误差对比

定位方法类别	定位误差范围/m				平均精度/m
	0~1	0~2	0~3	0~4	
基于 DTW 地磁匹配组合导航	34.06%	59.85%	76.34%	85.29%	1.96
基于 DDTW 地磁匹配组合导航	55.45%	66.79%	78.28%	81.15%	1.72
基于加约束窗口的 DDTW 地磁匹配组合导航	57.69%	74.51%	80.43%	92.28%	1.37

由图 4.9 和表 4.4 可知, 在匹配窗口为 60 时, 该定位系统中使用 DTW 匹配算法的定位精度有 34.06% 的可能性在 0~1m, 平均精度是 2.27m。使用 DDTW 匹配算法的定位精度有 55.45% 的可能性在 0~1m, 平均精度是 2.01 米。使用加约束窗口的 DDTW 匹配算法的定位精度有 57.69% 的可能性在 0~1m, 平均精度是 1.79m。

结合表 4.2、表 4.3 和表 4.4, 整理出三种匹配算法的定位平均精度对比表如表 4.5 所示。

表 4.5 三种匹配算法组合导航平均精度对比

匹配窗口大小	平均定位精度		
	DTW/m	DDTW/m	加约束窗口的 DDTW
20	2.61	2.28	2.26
40	2.27	2.01	1.79
60	1.96	1.72	1.37

由表 4.5 可知，使用 DDTW 匹配算法系统的平均定位精度比使用 DTW 匹配算法的平均定位精度高，说明 DDTW 匹配算法采用一阶导数之差的方法比 DTW 匹配算法使用欧氏距离的方法准确性更高。而且随着匹配窗口的增大，加约束窗口的 DDTW 匹配算法比 DTW 匹配算法的定位精度高的越多，这是因为随着匹配窗口增大，约束条件减少的病态规整的可能性越大。匹配窗口为 60 时，加约束窗口的 DDTW 匹配算法的定位精度达到了 1.37m，比 DTW 匹配算法的定位精度减小了 0.59 米。另外，随着匹配窗口的增大，三种匹配算法的定位误差在 1m 和 2m 内的概率增大，这是因为匹配窗口越大，匹配窗口内的地磁数据序列就越长，变化趋势就更具有唯一性，定位精度越高。但是数据太长会导致短时间内的数据序列变化特征不明显，因此一般匹配窗口设置为数据序列总长度的 1/30 到 1/10 之间，所以匹配窗口选在可选区域的较大值会得到比较高的精确度。

4.4 本章小结

针对 DTW 匹配算法可能会存在“奇点”的问题，提出了一种基于改进导数动态时间规整匹配算法的地磁/INS 组合导航的方法。采用 DDTW 地磁匹配算法进行地磁序列的匹配，通过对比序列的一阶导数进行匹配，同时采用 Itakura 窗作为约束条件约束了搜索范围。结果表明，DDTW 匹配算法有效的缓解了“奇点”问题，在保证定位效率的前提下，平均定位精度可达 1.37m。

第5章 总结与展望

5.1 全文总结

现在比较常用的导航方式之一是地磁导航，有很多的适用场景，地磁/INS 组合导航技术是当前很受学者们欢迎的定位方式，因为该组合导航系统可以使得载体不易被发现，这也是其他导航的缺陷。本文对于 INS 进行了分析，研究了 INS 定位原理、地磁匹配导航原理以及两种导航方法组合导航的原理和实现方式。本文主要的研究内容如下所示：

(1) 地磁匹配是地磁导航中很重要的部分，本文分析了地磁导航的起源、地磁场的构成，描述了地磁场和地磁模型。介绍了惯性导航和地磁导航方法组合的原理，针对如何进行组合导航做了详细的分析和讲解。并且对于使用较多且效果较好的地磁导航匹配算法进行了研究和分析，对于后边将要进行的实验研究提供了更多的理论支持。

(2) 针对传统 DTW 匹配算法运行效率不高，需要计算时间较长的问题。提出一种提高 DTW 运算效率的地磁匹配组合导航算法，对 DTW 匹配算法做了如下改进：匹配过程中使用欧氏距离的平方值对比距离的大小，采用 Itakura 窗作为约束条件来约束搜索范围，降低了计算复杂度。结果表明，该方法保证了定位精度，定位效率提升了 43.37%。

(3) 针对 DTW 匹配算法可能会存在“奇点”的问题，提出了一种基于改进导数动态时间规整匹配算法的地磁/INS 组合导航的方法。采用 DDTW 地磁匹配算法进行地磁序列的匹配，通过对比序列的一阶导数进行匹配，同时采用 Itakura 窗作为约束条件约束了搜索范围。结果表明，DDTW 匹配算法有效的缓解了“奇点”问题，在保证定位效率的前提下，平均定位精度可达 1.37m。

5.2 研究展望

本文中提出的改进的方向和实验结果对于改善地磁/INS 组合导航系统的整体性能有一定的作用，不过还是有很多问题需要做进一步研究，之后的研究探索的内容可以根据以下几方面展开进行：

(1) 地磁匹配导航中对于离散地磁数据库的要求较高，会很大程度上影响整个系统的定位性能。因此如何获得高精度的地磁数据库是一项需要长期研究，不断取得突破的艰巨任务。

(2) 本文对于两种导航方式组合导航采用的融合算法是 Kalman 滤波，为了提高系统的整体运行效率未使用更复杂的滤波方法，在接下来的研究中可以从融合方法上做进一步研究，如何将性能更好的滤波方法应用在组合导航中，再想出新的解决方法来进一步提高系统的定

位精度和运行效率，这将是一项很具有挑战性的任务。

(3) 本文采用的是较为常用的地磁/INS 组合导航方法，并对其定位精度和运行效率做了进一步改进探讨，地磁导航还有很多其他方式的组合方式，可以对于地磁导航和其他导航方式的组合方式进行进一步研究与探索，展开更多的工作。

致谢

时光荏苒，转眼间，两年半的研究生生涯即将结束，在这几年中，我学到了很多知识，也收获了很多感悟。回首研究生的学习生活离不开老师们的关心和教诲，离不开同学们的帮助和支持，离不开室友的关心与理解，更离不开杭州电子科技大学校训“笃学力行，守正求新”时刻对我的警醒与激励。

首先，我要衷心地感谢我的研究生导师尚俊娜老师，感谢老师对我的辛勤培养与谆谆教诲，导师严谨的治学态度和耐心的教导使我受益匪浅。在论文选题和写作过程中，老师都对我进行了悉心的指导，无论是内容创新方面还是写作方面都能给予及时的修改指正。老师在学习和生活上都照顾学生，疫情期间每天会让学生汇报学习进展，同时又关注学生的身体健康。研究生期间老师不仅让我掌握了很多导航定位领域的知识，也让我学到了很多为人处世的道理。

感谢 402 实验室的所有兄弟姐妹们，是他们在实验室营造的科研氛围使我更有动力去完成实验。感谢我的师兄保金宏在项目和实验中给予我的帮助和理解，还要感谢我的同门孙建强同学和刘新华同学在学习和生活上给予的帮助和关心，研究生与他们一同度过是我的荣幸。

感谢室友杨文丽、吕高崇和宋燕娜平时对我的关心和鼓励，学习上互相提醒监督，生活上互相关心照顾，在研究生期间有她们的陪伴是我很大的幸福。从她们身上我学到了宽以待人，学会了怎么关心他人，将是我一生的财富。

同时，感谢杭电通信工程学院的各位领导、任课老师和辅导员老师。你们的传道授业解惑，为我现在及未来的学习工作奠定了较好理论基础，你们的辛勤工作，为我们创造了良好的科研学习环境。

感谢我的家人，感谢他们在生活上和精神上给予了我极大的关心与鼓励，使我信心百倍，不惧挫折。在未来的日子里我会更加努力地学习和工作，不辜负他们对我的殷切期望。

最后，感谢本文参考文献中的所有作者，是他们的研究成果为本文提供了理论依据和丰富的素材。同时，也要感谢参与本文评阅并对本文提出宝贵意见的各位老师、教授和专家，你们辛苦了！

参考文献

- [1] 黄赞, 刘志军, 罗佩芳, 唐振宇, 王淑香. 组合惯性导航系统研究[J]. 广州航海学院学报, 2020, 28(1): 43-48.
- [2] 张树侠, 孙静. 捷联式惯性导航系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992: 45-64.
- [3] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [4] 房建成, 万德钧. GPS 组合导航系统在车辆导航中的应用[J]. 东南大学学报, 1996, 26(3): 96-102.
- [5] 陈晶, 袁书明. GPS 的发展及在精确制导武器中的应用[J]. 全球定位系统, 2005, 30(1): 22-27.
- [6] 李艳华, 房建成, 贾志凯. INS/CNS/GPS 组合导航系统仿真研究[J]. 中国惯性技术学报, 2002, 10(6): 7-12, 17.
- [7] 刘美生. 全球定位系统及其应用综述(一)—导航定位技术发展的沿革[J]. 中国测试技术, 2006, 32(5): 1-7.
- [8] Goldenberg F. Geomagnetic Navigation beyond the Magnetic Compass[C]. 2006 IEEE/ION Position, Location, And Navigation Symposium. IEEE, 2006.
- [9] 史连艳等. 地磁匹配制导在飞航导弹中的应用研究[J]. 飞航导弹, 2009, 39(2): 44-48.
- [10] 梁莹. INS/地磁匹配组合导航系统技术研究[D]. 哈尔滨工程大学, 2010.
- [11] 刘亚云. 地磁匹配导航算法及地磁场模拟系统研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2011.
- [12] 周家鹏, 汪云甲, 李昕, 曹晓祥, 曹鸿基. 地磁室内定位技术研究[J]. 测绘通报, 2019, 65(1): 18-22.
- [13] 段本印. 地磁辅助惯性组合导航系统技术研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2012.
- [14] 郭才发, 胡正东等. 地磁导航综述[J]. 宇航学报, 2009, 30(4): 1314-1319.
- [15] Zhao D, Qian H, Shen F. Application of Neural Network and Improved Unscented Kalman Filter for GPS/SINS Integrated Navigation System[C]. 2020 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS). IEEE, 2020.
- [16] Hao Y L, Guo Z, Sun F, et al. Adaptive Extended Kalman Filtering for SINS/GPS Integrated Navigation Systems[C]. International Joint Conference on Computational Sciences & Optimization. IEEE Computer Society, 2009.
- [17] Carvalho H, Del Moral P. Optimal nonlinear filtering in GPS/INS integration[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33(3): 835-850.
- [18] 向礼. 非线性滤波方法及其在导航中的应用研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2009.

- [19]李明明, 卢鸿谦, 尹航, et al. Novel algorithm for geomagnetic navigation[J]. 中南大学学报: 英文版, 2011, 18(3): 791-799.
- [20]Polvani D. Magnetic guidance of autonomous vehicles(part 2)[C]. In the 5th International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology, 1987: 257-264.
- [21]Goldenberg F. Geomagnetic navigation beyond magnetic compass[C]. San Diego, California: PLANS, 2006: 684-694.
- [22]Tyren C. Magnetic anomalies as a reference for ground speed and map matching navigation[J]. Journal of Navigation, 1982, 35(2): 242-252.
- [23]Tyren C. Magnetic terrain navigation[C]. In the 5th International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology, 1987: 245-256.
- [24]Psiaki ML. Autonomous low-earth orbit determination from magnetometer and sun sensor data[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1999, 22(2): 296-304.
- [25]Hee Jung, Psiaki ML. Test of Magnetometer/Sun-Sensor Orbit Determination Using Flight Data[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Montreal, CA. 2001: 1-14.
- [26]Donald G. D. Polvani. Magnetic Guidance of Autonomous Vehicles[J]. IEEE. 1986: 1407-1412.
- [27]Dai Z, Kang C. Geomagnetic field aided inertial navigation using the SITAN algorithm[C]. In Shanghai, China, Proceedings of 2014 2nd International Conference on Systems and Informatics. 2014: 79-83.
- [28]Kato N, Shigetomi T. Underwater Navigation for Long-Range Autonomous Underwater Vehicles Using Geomagnetic and Bathymetric Information[J]. ADVANCED ROBOTICS, 2009, 23(7-8): 787-803.
- [29]Karshakov E.V, Tkhorenko M.Yu, Pavlov B.V. Aeromagnetic Gradiometry and Its Application to Navigation[J]. Automation & Remote Control, 2018, 79(5): 897-910.
- [30]Goldenberg F. Geomagnetic Navigation beyond the Magnetic Compass[C]. Position, Location, & Navigation Symposium, IEEE/ION. IEEE, 2006: 684-694.
- [31]孙猛, 汪云甲, 周家鹏, 徐生磊, 司明豪. 一种基于快速动态时间规整的地磁定位算[J]. 测绘科学, 2020, 45(8): 77-82.
- [32]Wang E, Wang M, Meng Z, et al. A Study of WiFi-Aided Magnetic Matching Indoor Positioning Algorithm[J]. Journal of Computer & Communications, 2017, 05(3): 91-101.
- [33]晏登洋. 惯性/地磁组合导航技术研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2007.
- [34]Feng H, Yang Z, Fang J, Simulation design of Geomagnetic Aided Inertial Navigation System[C]. Systems and Control in Aerospace and Astronautics, 2008. ISSCAA 2008. 2nd International Symposium on, 2009.

- [35] Dai Z, Kang C. Geomagnetic field aided inertial navigation using the SITAN algorithm[C]. 2014 2nd International Conference on Systems and Informatics (ICSAI), 2015.
- [36] 陈冲. 地磁辅助惯性导航系统研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
- [37] 蔡洪, 郭才发, 胡正东. 惯性/地磁组合导航算法[J]. 中国惯性技术学报, 2009, 17(3): 333-337.
- [38] 吕云霄. 地磁匹配导航算法研究[D]. 湖南: 国防科学技术大学, 2010.
- [39] 张悦. 水下机器人地磁组合导航中 ICCP 算法的改进[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2012.
- [40] 杨云涛, 石志勇, 关贞珍等. 地磁场在导航定位系统中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2007, 15(6): 686-692.
- [41] 刘颖, 吴美平, 胡小平. 基于等值线约束的地磁匹配方法[J]. 空间科学学报, 2007, 27(6): 505-511.
- [42] Zhang Y, Li C, Liu S, et al. Location method of Geomagnetic/Inertial Integrated Navigation System by Forecasting the Geomagnetic Matching initial Value[C]. Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. Yantai, China, 2014: 235-239.
- [43] 吴志添. 面向水下地磁导航的地磁测量误差补偿方法研究[D]. 国防科学技术大学, 2013.
- [44] 康崇, 张晓俊, 樊黎明. 基于 ICCP 算法的地磁匹配辅助导航[J]. 应用基础与工程科学学报, 2014, 22(3): 598-605.
- [45] 朱占龙. 惯性/地磁匹配组合导航相关技术研究[D]. 南京: 东南大学, 2015.
- [46] 高久翔. 惯性/地磁组合导航算法仿真及系统关键模块设计[D]. 西安: 西安理工大学, 2018.
- [47] 李鑫. 地磁辅助匹配定位关键技术研究[D]. 吉林: 吉林大学, 2018.
- [48] 白俊林. 地磁匹配辅助惯性导航技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
- [49] L. J. Crassidis, K. L. Lai, R. R. Harman. Real-time attitude-independent three-axis magnetometer calibration[J]. Guidance Control Dynamics. 2005, 28(1): 115-120.
- [50] 李蕊江. GPS 失锁下组合导航定位方法研究[D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2019.
- [51] Xiang Chao, Bu Xiong-zhu, Yang Bo. Three different attitude measurements of spinning projectile based on magnetic sensors[J]. Measurement 2014, 47: 331-340.
- [52] Paul D. Groves. Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated, Navigation Systems[M]. Boston/London: Artech House, 2008: 280-300.
- [53] 王新龙, 李亚峰, 纪新春. SINS/GPS 组合导航技术[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014.
- [54] Hang Liu, Sameh Nassar, Naser El-Sheimy. Two-Filter Smoothing for Accurate INS/GPS Land-Vehicle Navigation in Urban Centers[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(9): 4256-4267.
- [55] 王庭军. 旋转式捷联惯导系统关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2013.

- [56]韩锋. 地磁场的起源问题[J]. 河池学院学报, 2008, 28(2): 26-30.
- [57]巩培雯. 面向车辆与行人的地磁特征匹配定位方法研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2018.
- [58]Yao Zhao, Lei Lin, Wei Lu and Yu Meng. Landsat time series clustering under modified Dynamic Time Warping[C]. 2016 4th International Workshop on Earth Observation and Remote Sensing Applications (EORSA), Guangzhou, 2016: 62-66.
- [59]吴晓平, 崔光照, 路康. 基于 DTW 算法的语音识别系统实现[J]. 信息化研究, 2004(7): 17-19.
- [60]Itakura F. Minimum prediction residual principle applied to speech recognition[J]. IEEE Trans on Acoustics Speech and Signal Processing, 1975, 23(1): 67-72.
- [61]谢扬扬, 娄渊胜, 商国中. 一种提高 DTW 算法运算效率的改进算法[J]. 计算机与数字工程, 2019, 47(03): 530-534.
- [62]保金宏, 尚俊娜, 施浒立. 基于动态时间规整的磁偏角修正地磁匹配导航算法[J]. 传感技术学报, 2019, 32(10): 1499-1506.
- [63]李志鹏. 基于融合算法的组合导航方法研究[D]. 太原: 中北大学, 2015.
- [64]刘睿. 飞行器/地磁/天文组合导航系统研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.
- [65]Dennis Osterland, Timo Tigges, Aarne Feldheiser, et al. Dynamic Time Warping of Pulse Wave Curves[J]. Current Directions in Biomedical Engineering. 2018,4(1): 371-374.

附录

作者在读期间发表的学术论文及参加的科研项目

发表与录用的学术论文

[1] 张东丽, 尚俊娜, 保金宏.一种提高 DTW 运算效率的地磁匹配组合导航算法[J].杭州电子科技大学学报.已录用.

其他成果

[1]张东丽, 尚俊娜, 刘新华, 孙建强.一种基于粒子滤波算法的地磁_INS 组合导航方法.发明专利, 申请号: 202010635866.5 (公开号: CN111964667A) .