Sistemas de Controle de Processos Contínuos
2023

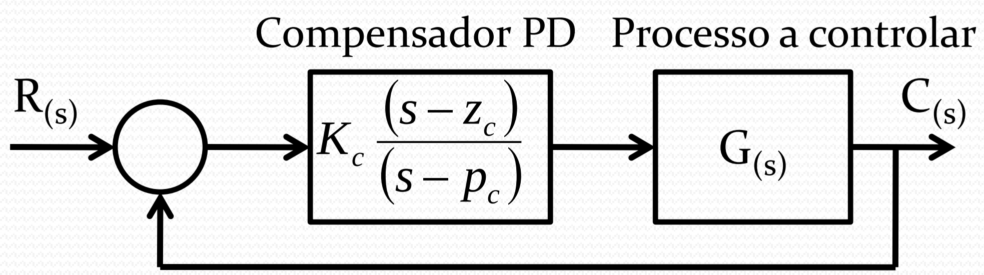
Projeto Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Engenharia de Automação Industrial

CEFET-MG / Campus Araxá
Prof. Henrique José Avelar

Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Um compensador por Avanço de Fase aproxima o compensador PD real, com uma estrutura que contém um zero e um pólo (mais afastado da origem).



$$|z_c| < |p_c|$$

$$G_c = K_c \frac{(s-z_c)}{(s-p_c)} \quad \rightarrow \quad G_c = \frac{1}{\beta} \frac{\left(s + \frac{1}{T}\right)}{\left(s + \frac{1}{\beta T}\right)}$$

Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Equação do compensador

$$G_c = \frac{1}{\beta}\frac{\left(s+\frac{1}{T}\right)}{\left(s+\frac{1}{\beta T}\right)}$$

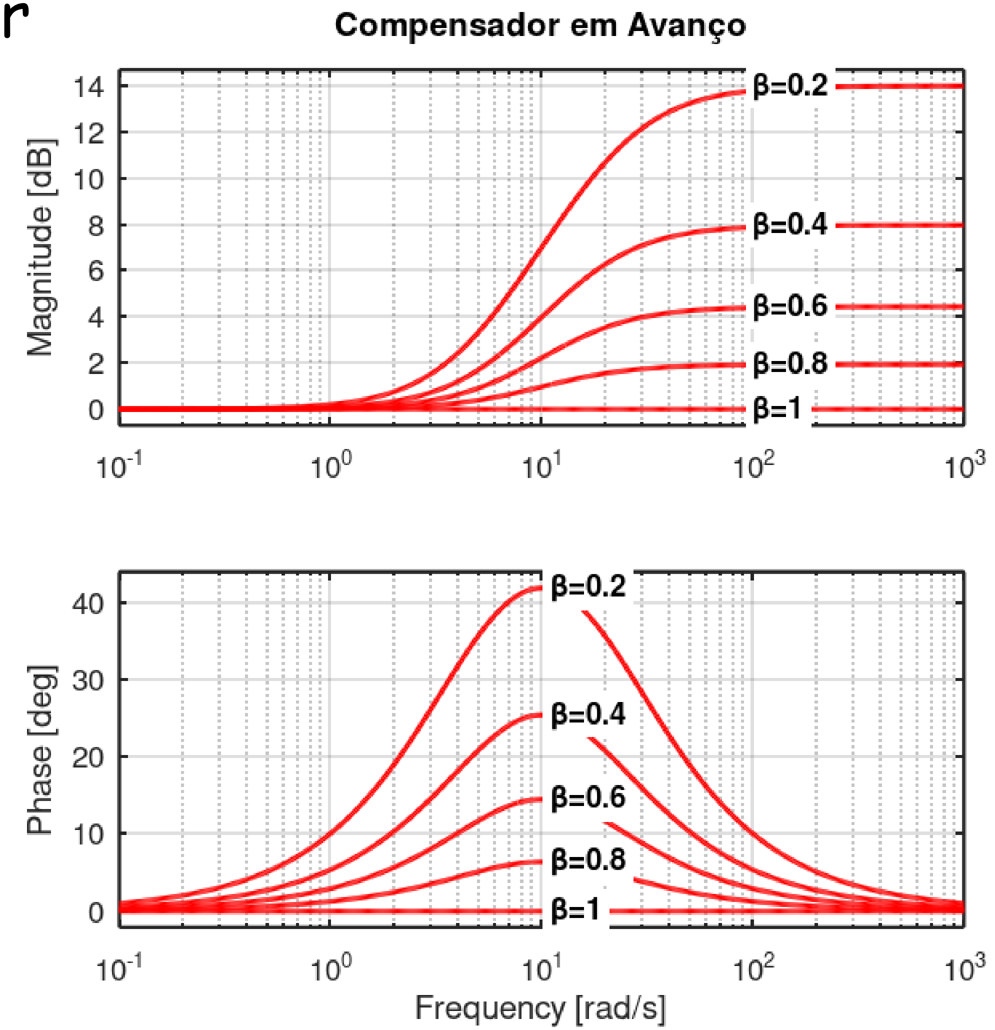
$$0<\beta<1$$

ou

$$G_c = \frac{(Ts+1)}{(\beta Ts+1)}$$

ou ainda (K_c>1)

$$G_c = K_c\frac{(Ts+1)}{(\alpha Ts+1)};0<\alpha<1$$



Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

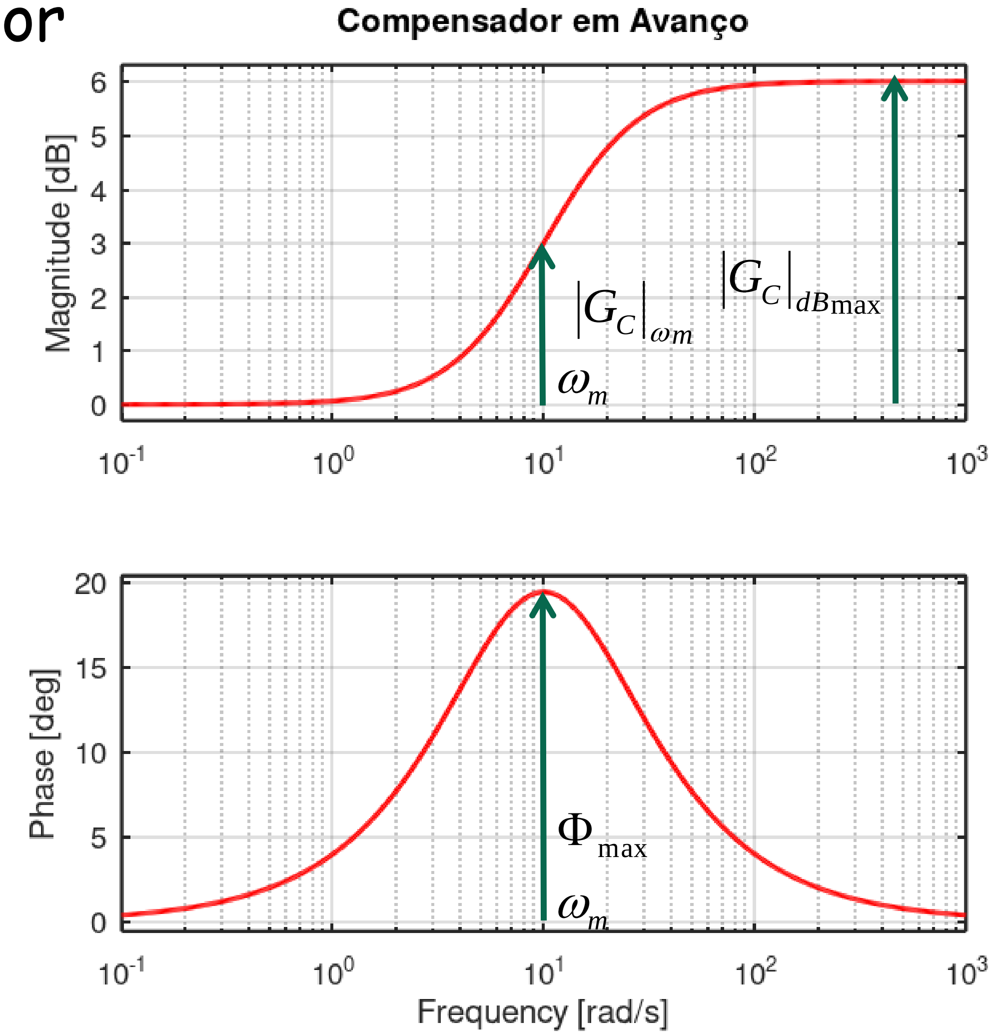
Equações do compensador

$$\left|G_c\right|_{dB\,\omega_m} = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)$$

$$\left|G_c\right|_{dB_{máx}} = 20\log\left(\frac{1}{\beta}\right)$$

$$\Phi_{\max} = sen^{-1}\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\beta}}$$

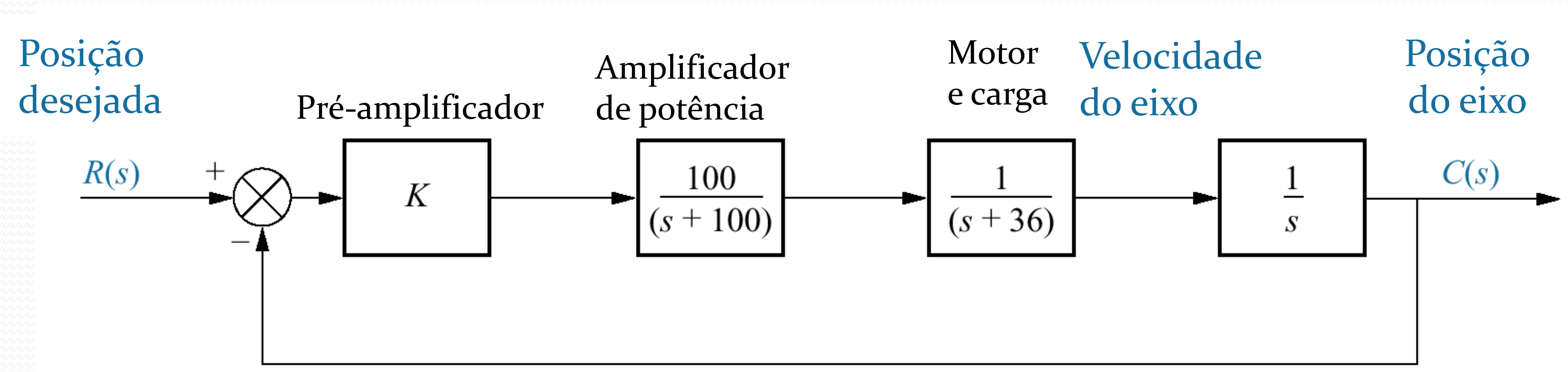


Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Ex. 11.3 (Nise, 3.ed., p.501)

Projetar um controlador em Avanço de Fase para que:

Mp = 20% e Kv=40 e tp=0,1s



$$G = \frac{100}{s(s+36)(s+100)}$$

Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Ex. 11.3 (Nise, 3.ed., p.501)

Mp = 20% e Kv=40 e tp=0,1s

$$G = \frac{100}{s(s+36)(s+100)}$$

$$G_{MF} = \frac{100}{s(s+36)(s+100)+100}$$

1) t_p=0,1

M_p=20%

ζ=0,456

Bp = 46,6 rd/s

$$\omega_{BW} = \omega_n \sqrt{\left(1-2\zeta^2\right) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{t_p\sqrt{1-\zeta^2}} \qquad t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad ;crit.2\%$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \qquad t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Ex. 11.3 (Nise, 3.ed., p.501)

Mp = 20% e Kv=40 e tp=0,1s

$$G = \frac{144000}{s(s+36)(s+100)}$$

2) K_v=40

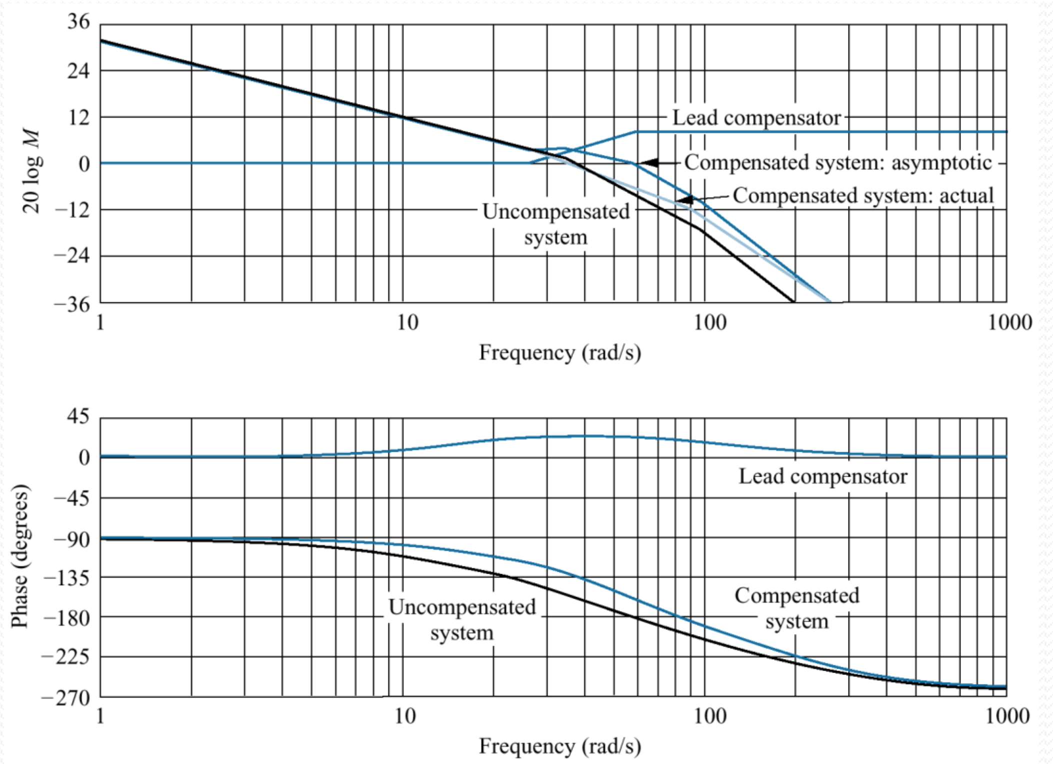
K_c=1440

$$G = \frac{100}{s(s+36)(s+100)}$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG_{(s)}$$

$$K_c = \frac{40}{K_v}$$

$$G = \frac{144000}{s(s+36)(s+100)}$$



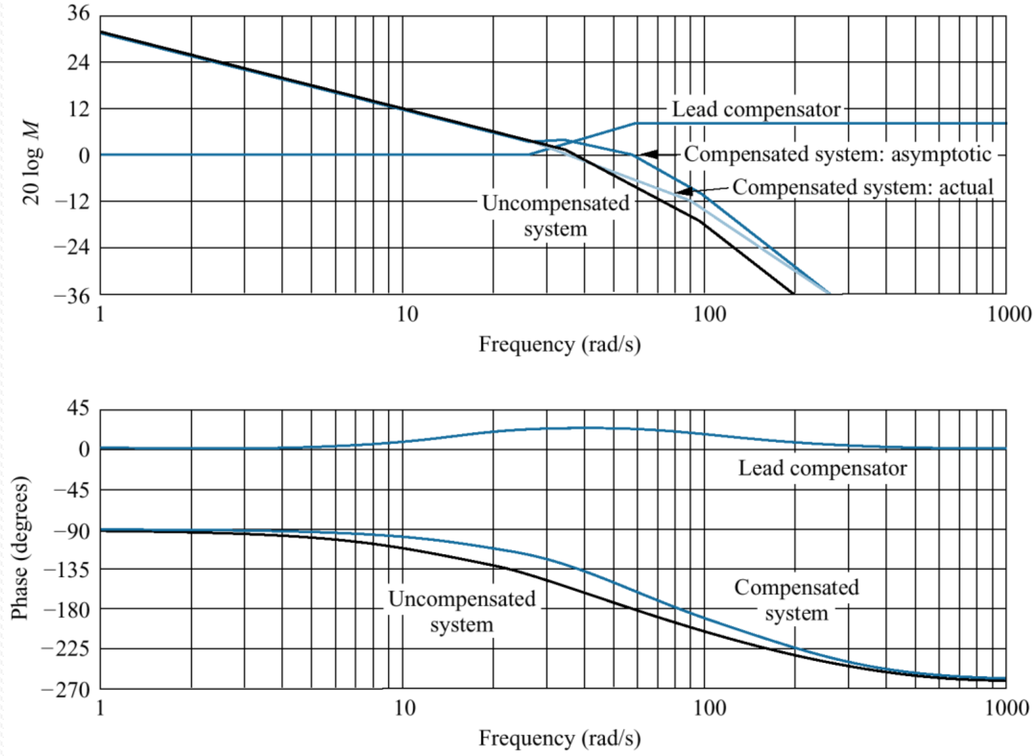
Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Ex. 11.3 (Nise, 3.ed., p.501)

Mp = 20% e Kv=40 e tp=0,1s

$$G = \frac{144000}{s(s+36)(s+100)}$$

3) bode(Kc*G)



Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Ex. 11.3 (Nise, 3.ed., p.501)

4) M_p = 20% → ζ=0,456

$$MF = tg^{-1}\left(\frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2+\sqrt{1+4\zeta^4}}}\right)\frac{180°}{\pi}$$

$$G = \frac{144000}{s(s+36)(s+100)}$$

M_f=48,1°

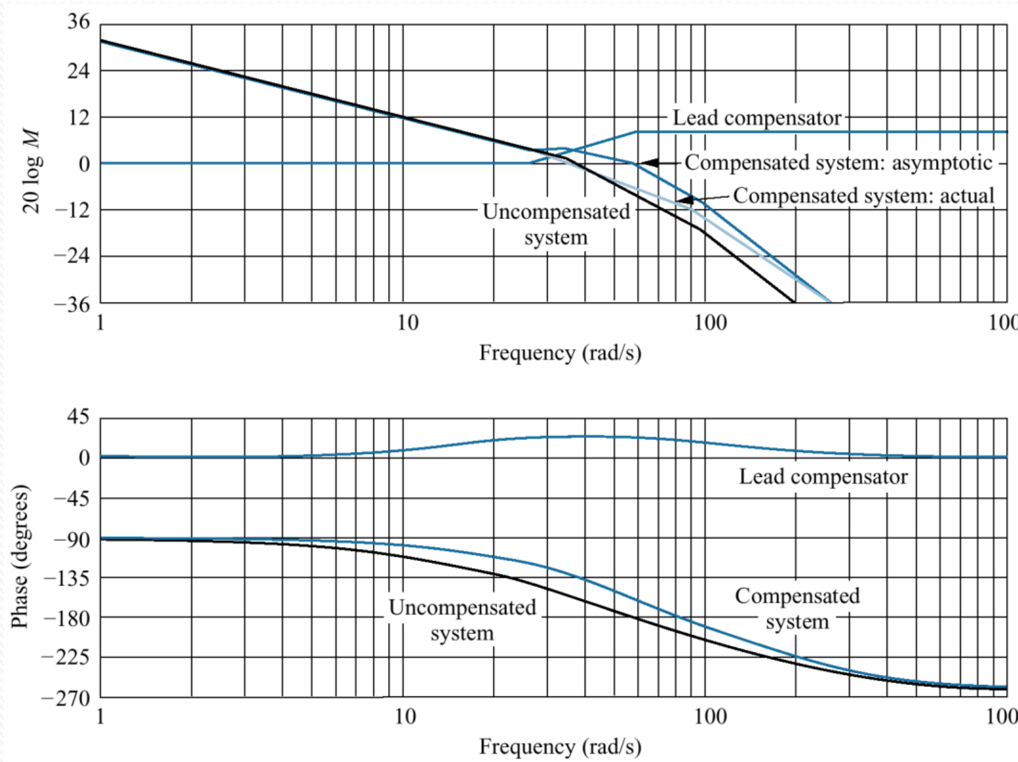
$M_{f(KcG)}$ = 33,9°

$\omega_{f(KcG)}$ = 29,7 rd/s

→ $\Phi_{f(Gc)+10\%}$ = 33,9°

$\Phi_{f(Gc)}$ = 48,1-33,9+10

$\Phi_{f(Gc)}$ = 24,2°



Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Ex. 11.3 (Nise, 3.ed., p.501)

Mp = 20% e Kv=40 e tp=0,1s

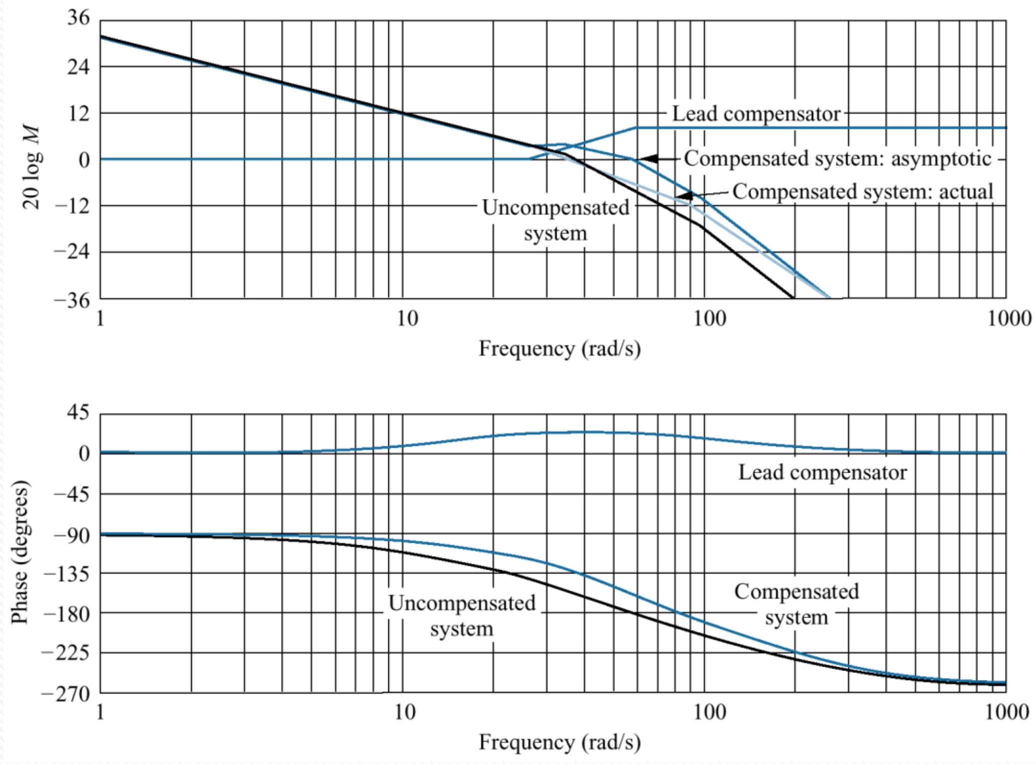
$$G = \frac{144000}{s(s+36)(s+100)}$$

5) $\Phi_{f(Gc)}$ = 24,2°

$$\Phi_{\omega_m} = tg^{-1}\left(\frac{1-\beta}{2\sqrt{\beta}}\right) = sen^{-1}\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)$$

$$\beta = \frac{1 - sen(\Phi_{\omega_m})}{1 + sen(\Phi_{\omega_m})}$$

β = 0,42



Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Ex. 11.3 (Nise, 3.ed., p.501)

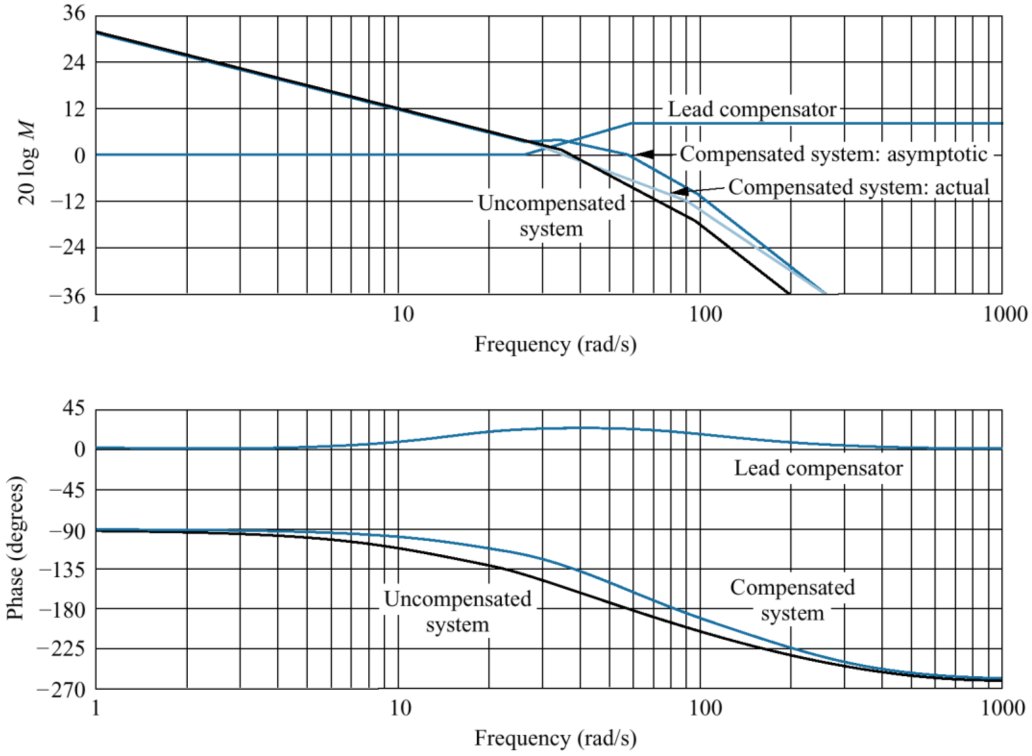
Mp = 20% e Kv=40 e tp=0,1s

$$G = \frac{144000}{s(s+36)(s+100)}$$

6) $$\left|G_{c\,\omega_m}\right| = \frac{1}{\sqrt{\beta}}$$

$$\left|G_{c\,\omega_m}\right| = 1{,}5425$$

$$\left|G_{c\,\omega_m}\right|_{dB} = 3{,}77\,dB$$



Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

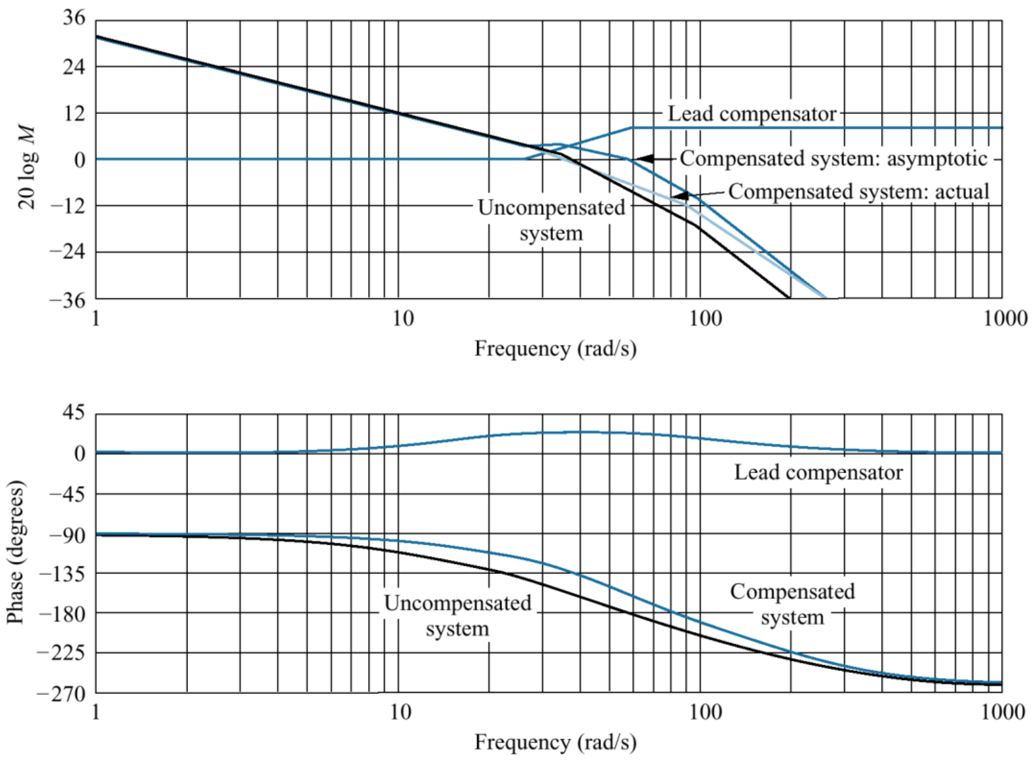
Ex. 11.3 (Nise, 3.ed., p.501)

Mp = 20% e Kv=40 e tp=0,1s

$$G = \frac{144000}{s(s+36)(s+100)}$$

7) $|G| = -3{,}77\,dB$

$$\rightarrow \omega_{\Phi\omega_m} = 39 rd/s$$



Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Ex. 11.3 (Nise, 3.ed., p.501)

Mp = 20% e Kv=40 e tp=0,1s

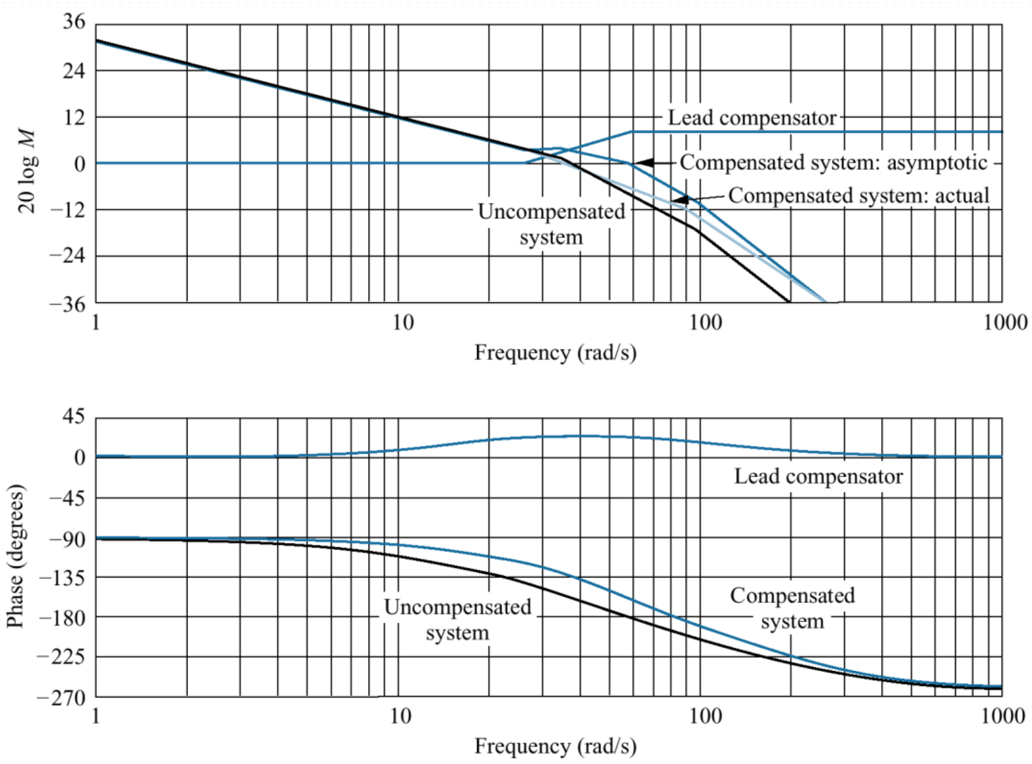
$$G = \frac{144000}{s(s+36)(s+100)}$$

8) $\omega_m = \omega_{\Phi_m} = 39 rd/s$

$$T = \frac{1}{\omega_{\Phi_m}\sqrt{\beta}}$$

$$\frac{1}{T} = 25{,}3 \qquad \frac{1}{\beta T} = 60{,}2$$

$$G_c = \frac{1}{\beta}\frac{\left(s + \frac{1}{T}\right)}{\left(s + \frac{1}{\beta T}\right)} = 2{,}38\frac{(s+25{,}3)}{(s+60{,}2)}$$



Projeto via Resposta em Frequência
Compensador por Avanço de Fase

Ex. 11.3 (Nise, 3.ed., p.501)

Mp = 20% e Kv=40 e tp=0,1s

Parâmetro	Especificação proposta	Valor real com compensação do ganho	Valor real com compensação por avanço de fase
K_v	40	40	40
Margem de fase	48,1°	33,9°	45,5°
Freqüência de margem de fase	—	29,7 rad/s	39 rad/s
Banda passante a malha fechada	46,6 rad/s	50 rad/s	68,8 rad/s
Ultrapassagem percentual	20	40	21
Instante de pico	0,1 s	0,1 s	0,075 s