

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL



ANTÔNIO VÍCTOR GONÇALVES DIAS

EXERCÍCIO 1

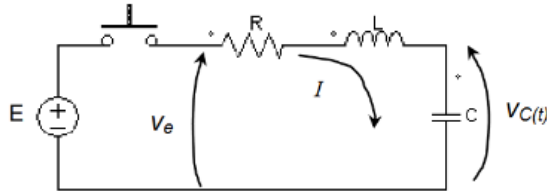
SISTEMAS DE CONTROLE DE PROCESSOS CONTÍNUOS

ARAXÁ

2022

Exercício 01 - Transformada de Laplace

1) Considere o circuito e as condições iniciais ao lado:



Condições iniciais: $V_{C(0)} = V_{C0} = 0 \text{ V}$
 $i_{(0)} = i_0 = 0 \text{ A}$

Considerar: $R = 20 \Omega$
 $L = 100 \text{ mH}$
 $C = 1 \text{ mF}$
 $E = 1 \text{ V}$

- Determine a função de transferência $\frac{I}{V_E}$
- Determine a expressão da corrente $i_{(t)}$, para $v_{E(t)} = \text{degrau de } 1\text{V}$
- Determine a função de transferência $\frac{V_C}{V_E}$
- Determine a expressão da corrente $v_{C(t)}$, para $v_{E(t)} = \text{degrau de } 1\text{V}$

$$\begin{aligned} a) \quad V_E &= V_C + V_R + V_L \\ V_E &= R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i \cdot dt \end{aligned}$$

Aplicando a transformada de Laplace em ambos os lados da equação, obtemos:

$$V(s) = R \cdot i(s) + L \cdot s \cdot i(s) + \frac{1}{C} \cdot i(s) \cdot \frac{1}{s}$$

$$i(s) \cdot (R + LS + \frac{1}{sC}) = V(s)$$

$$\frac{i(s)}{V(s)} = \frac{1}{R + LS + \frac{1}{sC}}$$

b) Se substituirmos $V(s)$ por $1/s$, que é a transformada de Laplace de um degrau unitário, teremos:

$$I(s) / (1/s) = 1 / [Ls + R + 1/(Cs)]$$

$$I(s) = 1 / [s(LC s + RC + 1)]$$

$$I(s) = \frac{1}{s^2 \cdot 10^{-4} + 21s}$$

$$I(s) = \frac{1}{s(s \cdot 10^{-4} + 21)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s \cdot 10^{-4} + 21)} \quad \left. \vphantom{\frac{1}{s(s \cdot 10^{-4} + 21)}} \right\} i$$

$$1 = A(s \cdot 10^{-4} + 21) + B \cdot s$$

$$p/s = 0$$

$$A = 1/21$$

$$p/s = -21 \cdot 10^4$$

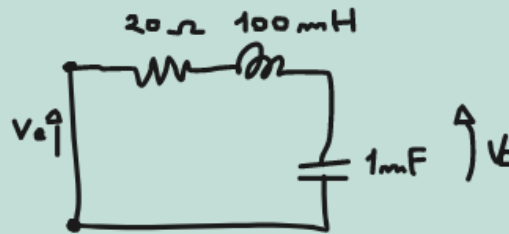
$$B = \frac{1}{-21 \cdot 10^4}$$

$$i \rightarrow \frac{B}{10^{-4}(s + 21/10^{-4})}$$

$$I(t) = \frac{1}{21} - \frac{1}{21} e^{21/10^{-4}t}$$

c)

Frações Parciais



$$LC = 0.1 \times 0.001 = 10^{-4}$$

$$X_R = R$$

$$X_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{sC}$$

$$X_L = j\omega L = sL$$

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{X_C}{R + X_L + X_C} = \frac{1/sC}{R + sL + 1/sC} = \frac{1}{Lc s^2 + Rcs + 1}$$

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{1/Lc}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} = \frac{10.000}{s^2 + 200s + 10000}$$

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{100^2}{(s+100)^2} \Rightarrow v_e = \frac{1}{s} \Rightarrow V_c = \frac{100^2}{s(s+100)^2}$$

d)

$$v_e = \frac{1}{s} \Rightarrow V_c = \frac{100^2}{s(s+100)^2}$$

$$V_c = \frac{100^2}{s(s+100)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+100)} + \frac{C}{(s+100)^2}$$

$$100^2 = (s+100)^2 A + s(s+100) B + sC$$

$$\begin{array}{l} p/s = -100 \\ -100 = C \end{array} \quad \begin{array}{l} p/s = 0 \\ A = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p/s = 2 \\ 100^2 = (100)^2 A + 200B - 200 \\ B = -1 \end{array}$$

$$= 1 - e^{-100t} - 100 \cdot t e^{-100t}$$